МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ РОССИЙСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ НИИ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЁНЫХ ТГУ

V Международная молодежная научная конференция «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики» 25–27 ноября 2015 г., Томск

Издательство Томского университета 2016

V<sup>th</sup> International Youth Scientific Conference «Currently issues of continuum mechanics and celestial mechanics – 2015», 25–27 November, 2015

Tomsk University Publishing House 2016

УДК 539.3.004 ББК 22.25; 22.251.22.62 Т78

Программный комитет V Международной молодежной научной конференции «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики – 2015»

Сопредседатели:

Липанов Алексей Матвеевич, д.ф.-м.н., академик РАН Глазунов Анатолий Алексеевич, д.ф.-м.н., профессор ТГУ Шрагер Эрнест Рафаилович, д.ф.-м.н., профессор ТГУ

Программный комитет конференции:

Архипов В.А., профессор, д.ф.-м.н., Биматов В.И., д.ф.-м.н., профессор, ТГУ, ТГУ, Бордовицына Т.В., профессор, д.ф.м.н, НИИ ПММ ТГУ, Бутов В.Г., профессор, НИИ ПММ ТГУ, Васенин И.М., Заслуженный деятель науки РФ, д.ф.-м.н., профессор, ТГУ, Васильев А.Н. профессор СПб. Политехнического университета им. Петра Великого, Герасимов А.В., профессор, д.ф.-м.н., НИИ ПММ ТГУ, Еремин И.В. к.ф.-м.н. ученый секретарь НИИ ПММ ТГУ, Ищенко А.Н., профессор, д.ф.-м.н., НИИ ПММ ТГУ, Крайнов А.Ю., профессор, д.ф.-м.н., ТГУ, Кульков С.Н., профессор, д.ф.-м.н., ТГУ, Масловский В.И., доцент, МЦ ТГУ, Разоренов С.В., профессор, д.ф.-м.н., ТГУ, Скрипняк В.А., профессор, д.ф.-м.н., ТГУ, Шваб А.В., профессор, д.ф.-м.н., ТГУ, Шрагер Г.Р., профессор, д.ф.-м.н., ТГУ

Международный комитет конференции:

Кружка Л.С. (Военно-технологический университет им. Домбровского, Польша), Фомин Н.А. (Институт тепломассобмена им. Лыкова, Белоруссия), Кусаинов К.К. (Карагандинский госуниверситет им. А.Е. Букетова, Казахстан), Брара Ахмед (Исследовательский Центр, Алжир), Милинович Момчило (Белградский университет, Сербия), Аль Карагулай Хуссам Али Халаф (Ди Кар университет, Ирак), Дрдлова Мартина (НИИ материалов, Чехия), Паскаль Форкью (Университет Ж. Форье, Франция)

Организационный комитет конференции:

Орлов М.Ю. (председатель) к.ф.-м.н., НИИ ПММ ТГУ, Гойко В.Л. (ответственный секретарь), ТГУ; Савкина Н.В., к.ф.-м.н., доцент ТГУ; Козулин А.А., к.ф.-м.н, доцент ТГУ; Рыжих Ю.Н., к.ф.-м.н., доцент ТГУ; Борзенко Е.И., к.ф.-м.н., доцент ТГУ; Пикущак Е.В., к.ф.-м.н., доцент ТГУ; Кульков С.С., к.ф.-м.н., доцент ТГУ; Хмелева М.Г., магистрант ТГУ; Порязов В.А., аспирант ТГУ; Солоненко В.А., к.ф-м.н., доцент ТГУ; Моисеева К.М., к.ф.-м.н., ТГУ; Хрусталев А.П., магистрант ТГУ; Жуков И.А., к.ф.-м.н., НИИ ПММ ТГУ

Труды Томского государственного университета. – Т. 298. Серия физикот78 математическая: Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики / под ред. М.Ю. Орлова. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2016 – 136 с..

ISBN 978-5-7511-2419-9

Представлены материалы <del>III Всероссийской</del> конференции молодых ученых «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики», прошедшей 25–27 ноября 2015 г. в Томском государственном университете.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов.

УДК 539.3.004 ББК 22,25.22.251.22.62

ISBN 978-5-7511-2419-9

© Томский государственный университет, 2016

#### V International Youth Scientific Conference «Currently issues of modern continuum mechanics and celestial mechanics – 2015»:

#### **Co-Chairs:**

Aleksey Lipanov, Ph.D., academician of RAS Anatoly Glazunov, Ph.D., professor, TSU Ernst Shrager, Ph.D., professor, TSU

#### **Program Committee Members:**

V. Arhipov (RSI AMM), T. Bordovitsina (RSI AMM), V. Bimatov (TSU), V. Butov (RSI AMM), I.Vasenin (TSU), A. Vasilev (SPbPolyTechU), A. Gerasimov (RSI AMM), I. Eremin (RSI AMM), A. Ishchenko (TSU), A. Kraynov (TSU), S. Kul'kov (TSU), V. Maslovskiy (TSU), V. Skripnyak (TSU), S. Razorenov (TSU), A. Shvab (TSU), G. Shrager (TSU)

#### **International Committee Members:**

L. Kruzhka, Ph.D., Military University of Technology (Poland), N. Fomin, Professor, Ph.D.,
 A.V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of NASB (Belorussia), K. Kusainov, Professor, Ph.D., The Karaganda State University of the name of academician E.A. Buketov (Kazakhstan), A. Brara, Ph.D.,
 director of CNERB Research Center (Algeria), M. Milinovich, professor, Ph.D., University of Belgrad (Serbia), Hussam Ali Khalaf, PhD Marshes Research Center,
 University of Thi-Qar (Iraq), Pascal Forquin, Prof. Dr., Université Joseph Fourier, France
 M. Drdlova, PhD, Research Institute for Building Materials (Czech Republic)

#### **Organazing and Technical Committee Members:**

M. Orlov (Ph.D., RSI AMM, Committee Chair), V. Goiko (TSU Conference Technical Secretary), N. Savkina, A. Kozulin, Yu. Ryzhikh, E. Borzenko, E. Pikushchak, S. Kul'kov, M. Hmeleva, V. Poryazov, M. Martsenko, N. Chinchikeeva, V. Solonenko, S. Orlov, Al. Zhurmuhambetova, D. Kasymov, A. Kagenov, K. Moiseva, A. Chrustalev, I. Gukov

Address: Faculty of Physics and Engineering, National Research Tomsk State University, 36, Lenin Ave., Tomsk, Russia, 634050 Tel.: +79059905354 – Maxim Orlov E-mail: confmail@ftf.tsu.ru, orloff m@mail.ru

**The Works** Tomskogo State Universiteta. – T. 298. Series physico-mathematical: T 78Currently issues of continuum mechanics and celestial mechanics / Edited by M.Yu. Orlov. Tomsk, 2016 – 136 p.

ISBN 978-5-7511-2419-9

V<sup>th</sup> International Youth Scientific Conference «Currently issues of continuum mechanics and celestial mechanics – 2015», Tomsk, November 25-27, 2015 / Edited by M.Yu. Orlov. – Tomsk: Publishers Tomsk University, 2016. – 136 p.

For scientific workman, the teachers, graduate student and student.

Том 298

Серия физико-математическая

## ПРЕДИСЛОВИЕ

25–27 ноября 2015 г. в Национальном исследовательском Томском государственном университете прошла V Международная молодежная научная конференция «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики». Участниками конференции были молодые ученые, аспиранты и студенты из Томска, Москвы, Новосибирска, Барнаула, Бийска, Н. Новгорода, Комсомольска-на-Амуре, Биробиджана, Новокузнецка, Нижневартовска, также приняли участие молодые исследователи из Казахстана, Алжира, Польши, Сербии и Ирака.

Декан физико-технического факультета профессор Э.Р. Шрагер поприветствовал участников и пожелал плодотворной научной работы. Выступили с докладами Т.В. Бордовицына (зав. отдела НИИ ПММ ТГУ), доложив о вековых резонансах в динамике околоземных космических объектов; Л.Н. Мухин (сотрудник отдела практики и трудоустройства) говорил о возможностях, которые открываются перед выпускниками Томского государственного университета; Ю.П. Михайлеченко (директор физического кабинета) рассказал о физических экспериментах, которые демонстрируют физические законы таких разделов физики, как механика, оптика и электричество.

Доклад В.Н. Лукина был посвящен стилю программирования, который, по мнению автора, необходим для разработки отечественных конкурентных программных продуктов. А.Б. Бобсуновский рассказал об оригинальной гибридной схеме системы мониторинга, в которой на основе измеренных параметров решается обратная задача по определению деформирования несущих конструкций сооружения. Продемонстрированы оригинальные натурные эксперименты по динамическому нагружению природных материалов, которые стали возможны благодаря мобильной лаборатории «Взрывное нагружение природных материалов».

На пленарном заседании прозвучали также доклады о некоторых компаниях, деятельность которых соответствует тематике конференции: ООО «КузбассСпец-Взрыв», ЗАО «Нижневартовский центр по техническому освидетельствованию оборудования и промышленной экспертизе объектов», ООО «Саровский Инженерный Центр» и ООО «Академкнига».

Одной из основных целей конференции являлось привлечение и закрепление в сфере науки и инноваций молодых исследователей – будущего отечественной науки. Работа конференции проходила в рамках 6 секций:

1. Взрывные, детонационные процессы и свойства вещества при высокоэнергетических воздействиях.

2. Численные методы, алгоритмы, программы и точные решения задач механики сплошных сред.

3. Исследования новых перспективных материалов в приложениях механики сплошных сред.

4. Баллистика и небесная механика.

Предисловие
-------------

5. Математическое и физическое моделирование технических и природных систем.

6. «Математика, физика и информатика» для молодых исследователей и учащихся общеобразовательных школ и лицеев.

На закрытии выступил сопредседатель конференции академик РАН А.М. Липанов. Он рассказал о плодотворной научной работе по решению практически значимых задач для ракетно-космической отрасли и вручил памятные дипломы за лучшие доклады.

До новых встреч!

Сайт конференции: https://ftf.tsu.ru/#

Сопредседатель Программного комитета конференции профессор Глазунов А.А., председатель Организационного комитета конференции к.ф.-м.н. Орлов М.Ю. Том 298

Серия физико-математическая

## PREFACE

25–27 November 2015 was held V-th International Youth Scientific Conference "Currently issues of modern continuum mechanics and celestial mechanics" at the National Research Tomsk State University. The conference participants were young scientists, post-graduate students and students from Tomsk, Moscow, Novosibirsk, Barnaul, Biisk, Nizhny Novgorod, Komsomolsk-on-Amur, Birobidzhan, Novokuznetsk, Nizhnevartovsk. Also were participated young researchers from Kazakhstan, Algeria, Poland, Serbia and Iraq.

Dean of the Faculty of Physics and Technics, prof. E.R. Schrager welcomed the participants and wished them a fruitful scientific work. T.V. Bordovitsyna (Head of the Department of Applied Mathematics and Mechanics Research Institute TSU) reported on secular resonances in the dynamics of near-Earth space objects; L.N. Mukhin (at the Department of Practice and Employment) spoke about the opportunities that are open to graduates of the Tomsk State University; Y.P. Mihaylechenko (director of the physics laboratory) spoke about the physical experiments which demonstrate the physical laws of such branches of physics as mechanics, optics and electricity.

The plenary session also included reports of some companies, the activity of which corresponds to the topics of the conference: "KuzbassSpetsVzryv", "Nizhnevartovsk center for technical inspection of the equipment and expertise of industrial facilities", "Sarov Engineering Center" and "Akadembook".

One of the main goals of the conference was to attract and retain in the field of science and innovations of young researchers - the future of Russian science. The conference was held within the framework of 6 sessions:

1. Explosion and detonation processes and properties of matter under high energy impacts

2. Numerical methods, algorithms, programs and exact solutions of continuum mechanics problems

3. New materials research in application to continuum mechanics

4. Ballistics and celestial mechanics

5. Physical and mathematical modeling of natural and technical systems

6. "Mathematics, physics and computer science" session for schools

At the closing acts as co-chairman of the conference academician Lipanov AM . He spoke about the fruitful scientific work on solving practically important problems for the space industry and awarded diplomas for the best reports.

Until we meet again!

Conference Website is following: https://ftf.tsu.ru/#Until we meet again!

Co-Chairman Program committee of the conference *Professor Glazunov A.A.,* Chairman of the Conference Organizing Committee Ph.D., Orlov M.Yu. Том 298

Серия физико-математическая

## ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

#### DOI: 10.17223/9785751124199/1 ВЕКОВЫЕ РЕЗОНАНСЫ В ДИНАМИКЕ ОКОЛОЗЕМНЫХ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

#### Т.В. Бордовицына

Национальный исследовательский Томский государственный университет tvbord@sibmail.com

## SECULAR RESONANCES IN DYNAMICS OF NEAR-EARTH SPACE OBJECTS

#### T.V. Bordovitsyna

National research Tomsk State University

По данным HACA (http://www.nasa.gov) в настоящее время в околоземном пространстве находится около 20000 объектов размером от 10 см и более. Вся эта масса неуправляемых объектов движется по законам небесной механики в сложном поле сил, определяемом гравитационным влиянием Земли, Луны и Солнца, и постоянно создает опасность столкновения с функционирующими объектами. Важным, но недостаточно изученным возмущающим фактором в движении околоземных объектов являются вековые резонансы. Вековые резонансы – это наличие соизмеримости между скоростями изменения долготы перицентра и долготы восходящего узла спутника с одной из собственных частот третьего тела (Луны или Солнца), к которым относятся среднее движение третьего тела и скорости изменения их долгот перицентра и восходящего узла.

Характерной особенностью влияния ряда вековых резонансов является возрастание эксцентриситета орбиты объекта, что существенным образом меняет положение орбиты в пространстве. В результате орбита отработавшего объекта становится отличной от номинальной, что может приводить к столкновениям отработавших объектов с функционирующими. При наложении резонансов в движении объектов может возникать хаотичность, что делает их движение плохо предсказуемым.

Из всего сказанного можно сделать вывод, что проблема исследования влияния вековых резонансов на долговременную орбитальную эволюцию околоземных объектов является актуальной.

Группой сотрудников НИИ ПММ ТГУ разработана численно-аналитическая методика [1, 2] выявления и исследования влияния вековых резонансов на движение неуправляемых околоземных космических объектов. Проведен обширный численноаналитический эксперимент по исследованию распространенности вековых резонансов в околоземном орбитальном пространстве и их влияния на долговременную орбитальную эволюцию объектов космического мусора. Построены динамические портреты, а также рассмотрена эволюция во времени критических аргументов для всех вековых резонансов, действующих в диапазоне больших полуосей от 8 000 до 55 000 км и в диапазоне наклонений от до, для значений эксцентриситетов орбит 0,01, 0,6 и 0,8.

Показано, что область наибольшего влияния вековых резонансов начинается от значений большой полуоси 20 000 км и наклонений. Причем в области орбитального пространства с большими полуосями от 40000 км и выше и наклонениями на движение объектов одновременно влияет большое количество вековых резонансов. Среди них могут быть как устойчивые резонансы, так и неустойчивые, у которых критический аргумент неоднократно меняет характер изменения с либрационного на циркуляционный и обратно. Движение таких объектов является нерегулярным, а в динамике имеют место долгопериодические колебания эксцентриситета и наклонения с большими амплитудами и стремительная хаотизация. Эволюция приполярных орбит с наклонениями градусов является особенно сложной. Причем орбитальная эволюция объектов с наклонениями градусов является катастрофичной при любых значениях эксцентриситетов. Кроме того, движение таких объектов является хаотичным.

Полученные результаты позволяют выделить несколько общих закономерностей в динамике околоземных объектов, подверженных действию вековых резонансов: а) среди вековых резонансов, связанных со средним движением третьего тела наибольшее влияние на движение объектов оказывают вековые резонансы, связанные со средним движением Солнца; б) наложение нескольких устойчивых вековых резонансов не приводит к возникновению хаотичности, в то же время вхождение объекта в орбитальный резонанс с вращением Земли при наличии вековых резонансов может сопровождаться возникновением хаотичности в движении объектов; в) хаотичность возникает также при наложении устойчивых вековых резонансов одного спектрального класса и нескольких резонансов того же класса, для которых критический аргумент меняет либрационный характер изменения на циркуляционный и обратно.

#### Литература

1. Бордовицына Т.В., Томилова И.В., Чувашов И.Н. Влияние вековых резонансов на долговременную орбитальную эволюцию неуправляемых объектов спутниковых радионавигационных систем в области МЕО // Астрон. вестн. 2012. Т. 46, № 5. С. 356–368.

2. Александрова А.Г., Томилова И.В., Бордовицына Т.В. Анализ влияния вековых резонансов на динамическую эволюцию околоземных объектов, движущихся по почти круговым орбитам в области суперГЕО // Изв. вузов. Физика. 2014. № 10/2. С. 95–102.

#### DOI: 10.17223/9785751124199/2

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЗРЫВНОГО НАГРУЖЕНИЯ ПРИРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ. ЧАСТЬ 1. ВЗРЫВНОЕ НАГРУЖЕНИЕ ИЗВЕСТНЯКА

#### М.Ю. Орлов

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Исследовано поведение известняка при подрыве взрывчатого вещества (ВВ). В качестве ВВ использовались специальная водостойкая взрывная смесь, Эмуласт АС-ФП и аммонит ПЖВ-20. Исследовано состояние известняка после взрыва. Натурные эксперименты проведены совместно с ОАО «КузбассСпецВзрыв».

## STUDY OF EXPLOSIVE LOADING NATURAL MATERIALS. PART 1 EXPLOSIVE LOADING LIMESTONE

#### M.Yu. Orlov

National Research Tomsk State University

Limestone behavior under explosive loading was investigated. Studied in detail the behavior of the limestone by the action of the three types of explosives. including granular explosives (GE), ammonites explosives (AE) and emulsion explosives (EE). The shape and diameter of the explosion craters were obtained. Full-scale experiments were carried out in cooperation with "KuzbassSpetsVzryv" Ltd.

#### Введение

В настоящее время исследование поведения многих природных материалов (известняк, гранит, лед и т.д.) при динамическом нагружении является актуальной и сложнейшей научно-технической задачей. В данном аспекте математическое моделирование выступает удобным теоретическим инструментом, позволяющим без больших материальных и временных затрат выявлять основные механизмы и закономерности процессов ударно-взрывного нагружения природных материалов в труднодоступной области начальных условий. В настоящее время развитие средств математического моделирования невозможно без надежных экспериментальных данных о процессах деформирования и разрушения материалов при динамическом нагружении.

Целью настоящей работы являлось проведение экспериментальных исследований по подрыву известняка различными ВВ. Наиболее удачные эксперименты можно рассматривать как качественные тесты, которые могут использоваться для апробации разрабатываемых средств математического моделирования.

## 1. Мобильная лаборатория «Взрывное нагружение природных материалов»

В НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета более 25 лет ведутся поисковые научные исследовательские работы, объектами исследования которых являются конструкционные, природные и технологические материалы. На базе лаборатории 21 по инициативе автора организована мобильная лаборатория «Взрывное нагружение природных материалов». Основная цель заключается в экспресс-анализе поведения природных материалов при взрывном нагружении. При проведении натурных экспериментов объектами исследования выступали различные природные материалы, в том числе лед и известняк. Работа мобильной лаборатории заключается в проведении натурных экспериментов по взрывному нагружению природных материалов для детального исследования. Очевидной дальнейшей задачей является создание одноименной реляционной базы данных, которая будет интегрирована в разрабатываемый программный комплекс. Постоянные партнеры – ООО «КузбассСпецВзрыв» и МЧС РФ [1].

На сегодняшний день в арсенале мобильной лаборатории имеется сертифицированное измерительное оборудование, в том числе штангенциркуль, линейки и измерительные рулетки, лазерный цифровой ультразвуковой дальномер, строительные алюминиевые уровни и другие меры длины и принадлежности. Состояние объектов исследования после подрыва заряда ВВ фиксируется при помощи цифровой фотокамеры с высоким разрешением матрицы. Все участники экспедиции снабжены индивидуальными средствами защиты [2].

Руководящей идеей мобильной лаборатории является углубление знаний о поведении природных материалов при динамических нагрузках. Другими словами, разрабатывается оригинальный инструмент исследований, который наряду с численным моделированием позволяет выявлять некоторые механизмы процесса разрушения. Наличие данной лаборатории расширяет исследовательские возможности коллектива. Результатами последних десяти экспедиций были: конкретные размеры диаметров и глубин взрывных майн и кратеров, диаметр разлета осколков от эпицентра взрыва, температура объектов исследования. Зафиксировано состояние кромки кратеров с различных ракурсов и определена его форма. Безусловно, этого недостаточно для детального изучения процесса разрушения материалов при взрыве, но достаточно для проведения некоторых качественных тестов.

Запланированные исследования проходили в зимний, весенний и осенний периоды. Данные исследования являются предвестником численных исследований, в которых будут определены наиболее подходящая масса ВВ и глубина ее закладки для наиболее эффективного разрушения известняка. Каждый проведенный эксперимент отличается типом ВВ и глубиной его закладки.

# 2. Экспериментальное исследование процесса взрывного нагружения известняка

Ниже описана схема натурного эксперимента по подрыву известняка, которая являлась общей во всех трех случаях. Эксперименты реализован на площади более 1000 м<sup>2</sup>, поверхность которой была практически гладкой. Объект исследования относится к крепким горным породам, поэтому бурение скважины осуществлено при помощи погружного пневмоударника. Ранние геологоразведочные работы установили, что на глубине 10 м под известняком находится вода в жидкой фазе.

В качестве ВВ использовались гранулит ПС-2, Эмуласт АС-ФП и ПЖВ-2 (Россия). В табл. 1 представлены некоторые характеристики данных веществ.

			Таблица І
Тип взрывчатки	Плотность, г/см <sup>3</sup>	Скорость детонации, м/с	Тротиловый эквивалент
Эмуласт АС-ФП	1,40	4500	0,75
ПЖВ-2	1,20	4000	1,03
Гранулит ПС-2	0,95	2600	1,08

На экспериментальной площадке подготавливались скважины различной глубины, но одинакового диаметра (11 см). Предметом исследования являлось состояние известняка после взрыва, а именно: диаметр и глубина взрывного кратера, разлет осколков под действием продуктов детонации (ПД) и пр. Ниже представлены результаты экспериментов в хронологическом порядке.

2.1. Полномасштабный эксперимент 1. Подрыв известняка взрывной смесью

Вначале реализован эксперимент по подрыву известняка BB со следующими компонентами: гранулит ПС-2, Эмуласт АС-ФП и ПЖВ-20. Такое BB было названо взрывной смесью. Масса BB варьировалась в зависимости от наличия воды на дне

скважины. Масса Эмуласт АС-ФП варьировалась от 8 до 12 кг, а масса ПЖВ-20 – от 0,3 до 0,6 кг. При этом масса Гранулит ПС-2 (смесь селитры и минерального масла) оставалась постоянной и составляла 50 кг. В скважине компоненты располагались снизу вверх. Экспериментальным работам предшествовала относительная теплая погода, а в скважинах присутствовала вода, образованная в результате таяния снега. Глубина скважины – 560 см.





Рис. 1. Результаты эксперимента 1 (до и после подрыва ВВ)

Состояние экспериментальной площадки после взрыва изображено на рис. 1. Фото было сделано с возвышенности (не более 200 см). Видно, что площадка почти полностью покрыта пылью и мелкими осколками. Однако при внимательном осмотре обнаружены осколки больших размеров (от 50 см и более). Качественная оценка высоты разлета осколков составила до 40 м и более. На рис. 1,  $\delta$  можно разглядеть очертания взрывного кратера, сформировавшегося между 5-й и 6-й лунками. При детальном осмотре места эксперимента выявлено несколько кусков известняковой породы в поперечном размере около 150 см. В процессе взрыва незначительная часть известняка превратилась в «песок», но сохранила впоследствии свой первоначальный цвет.

На рис. 1, *в* изображен кратер. Кратер был построен на основе детального изучения авторского видео, сделанного после взрыва. В разрезе кратер имел «стаканообразную» форму. На дне кратера находились осколки различных размеров (схематически – круги и треугольники). Несколько выше находилась мелкодисперсная пыль с небольшими осколками известняка (схематически – черные квадраты, расположенные в шахматном порядке). Точную глубину измерить не удалось. Однако есть все основания полагать, что дно взрывного кратера находится на уровне приблизительно 4 м. После предпринята попытка измерения (качественно) диаметра взрывных кратеров. Установлено, что он изменялся от 120 до 170 см в зависимости от массы взрывчатки (табл. 2).

## 2.2. Полномасштабный эксперимент 2. Подрыв известняка аммонитом

Излагаемые ниже результаты получены после осенней экспедиции. В данном случае площадь для натурного эксперимента была меньше, а рядом находился обрыв. Расстояние от эпицентра взрыва до обрыва было 10 м, т.е. его влияние на формирование кратера взрыва в известняке было минимальным. Глубина скважины была больше, чем в предыдущем случае, и составила 600 см. Температура воздуха около нуля. В скважине присутствовала вода (уровень не более 100 см).





Рис. 2. Результаты эксперимента 2 (до и после подрыва ВВ)

BB – это аммонит марки ПЖВ-20. Использование аммонита в качестве BB является основным отличием от предыдущего эксперимента (т.е. BB было однородным). В скважине присутствовала вода. Масса составила 42 кг (34 кг ТНТ эквивалент), при этом скважина была заполнена полностью. Количество зарядов BB – 140 штук.

Рисунок 2 иллюстрирует результаты эксперимента. Фотография сделана через 5 мин после подрыва ВВ. За спиной ассистента был обнаружен осколок известняка около 100 см в диаметре.

На рис. 2, *в* изображено сечение кратера взрыва, построенного на основе детального анализа фотографий и видео эксперимента. Сравнивая формы кратеров на рис. 1, 2 были выявлены следующие отличия. Во-первых, количество осколков размерами более 50 см в последнем случае замечено намного больше. Во-вторых, вы-

сота горки вблизи кромки кратера была около 100 см. В-третьих, слой мелкодисперсной пыли был расположен под слоем осколков, которые видны на фото.

Форма картера в данном случае была «чашеобразной», а его глубина равнялась ~ 2,3 м. Необходимо отметить, что данная величина получена прямыми измерениями без извлечения остатков известняка со дна кратера. Надо полагать, что реальная глубина будет больше. Внутри кратера находились осколки разного диаметра и глина. Радиус разлета осколков составил более 50 м. Диаметр кратера был ~ 4,5 м.

## 2.3. Полномасштабный эксперимент 3. Подрыв эмульсионным ВВ

В завершение были проведены натурные эксперименты по подрыву известняка эмульсионным ВВ. Как и в предыдущем случае, взрывчатка была однородная. Глубина скважины 200 см. Количество скважин – 6. В качестве ВВ использовался Эмуласт АС-ФП. Общая масса 16 кг, что в тротиловом эквиваленте составило 13,4 кг. Воды внутри скважины не обнаружено.







Рис. 3. Результаты эксперимента 3 (до и после подрыва ВВ)

На рис. 3 представлена одна из скважин до и после подрыва ВВ. На рис. 3, *а* показан состав ВВ перед его помещением внутрь скважины. Нетрудно заметить, что конструкция ВВ после погружения в скважину полностью заполняет пространство. После взрыва были обнаружены осколки различных размеров, как правило, не более 50 см в диаметре. Качественная оценка радиуса разлета осколков составила около 10 м. Причем следует отметить, что на такое расстояние смогли долетать только небольшие известковые осколки. Некоторые закономерности, наблюдаемые в данном эксперименте, были отмечены ранее.

Вид кратера также изображен на рис. 3, *г*. В данном случае он имел «Vобразную» форму. Внутри замечены осколки различных размеров, мелкодисперсная пыль и остатки продуктов детонации (ПД). По мере заглубления кратера отмечено его сужение. В качестве основного результата следует отметить то, что после подрыва в известняке образуется кратер диаметром 1,5–1,7 м. Глубина данного кратера без извлечения осколков составила 1,2 м (см. табл. 2).

## 4. Обсуждение результатов и заключение

Результаты экспериментов суммированы в табл. 2. Из таблицы видно, что основной проблемой являлось установление фактической глубины кратера, так как после взрыва большая часть осколков опустилась назад под действием сил тяжести. При подрыве взрывной смеси последнее было сделать практически невозможно. При подрыве однородного ВВ типа аммонит форма кратера была видна невооруженным глазом. В данном случае кромка кратера была развитой. При подрыве эмульсионного однородного ВВ форму кратера также можно было определить. Упомянутое сужение кратера в отдельных случаях можно объяснить на взорвавшимся зарядом ВВ в донной части скважины. Поэтому данный факт требует тщательной проверки. В дальнейшем планируется использовать ВВ в одной оболочке, физикомеханические свойства которой близки к полиэтилену. Предварительная конструкция такой оболочки уже разработана. Морфология разрушения известняка также требует более тщательного изучения и, прежде всего, необходимо уменьшить массу BB.

	r co, vib rarbi siteirepriseireb							
Номер	Глубина	Уровень	Масса и состав ВВ,	Диаметр	Глубина			
скважины	скважины,	воды,	КГ	кратера,	кратера,			
	СМ	СМ		СМ	СМ			
	Эксперимент	<ol> <li>BB – Эмуласт</li> </ol>	АС ФП + Гранулит ПС-2	+ ПЖВ-20				
1	560	250	50 + 0.3 + 8	120	-			
2	560	280	50 + 0.6 + 12	170	-			
3	560	280	50 + 0.6 + 12	160	-			
4	560	320	50 + 0.6 + 16	-	-			
5	560	250	50 + 0.3 + 8	130	-			
6	560	250	50 + 0.3 + 8	130	-			
7	560	250	50 + 0.3 + 8	140	-			
	Эксі	перимент 2. ВВ -	- Аммонит марки ПЖВ-20					
1	600	100	42	450	230			
	Э	ксперимент 3. В	В – Эмуласт АС ФП -90					
1	200	0	16	150	-			
2	200	0	16	160	-			
3	200	0	16	155	-			
4	200	0	16	170	-			
5	200	0	16	165	-			
6	200	0	16	170	-			

Результаты экспериментов

В работе проведены экспериментальные исследования поведения известняка при взрывном нагружении. Установлено, что после подрыва известняка различными ВВ

Таблииа 2

16

было обнаружено много общего. В частности, во всех трех вариантах обнаружены осколки известняка различных размеров, пыль и остатки ПД. Установлено, что после подрыва известняка были выявлены как общие закономерности, так и отличия в морфологии разрушения известняка. Под действием продуктов детонации в районе экспериментальной площадки формировалось облако осколков разного диаметра. Визуально установлено, наибольшее количество небольших фрагментов (< 15 см) обнаружено после подрыва взрывной смеси. После взрыва ВВ второго типа зафиксировано наибольшее количество больших фрагментов (≥ 50 см). После подрыва ВВ третьего типа, количество больших и мелких осколков было примерно одинаковым. Выявлено, что при подрыве ВВ первого типа в сечении кратер имел «стаканообразную», а в остальных – «чашеобразную» и «V-образную» формы.

#### Литература

1. http://phys.org/news/2016-02-russian-scientists-ice-theories.html

2. Orlov M.Yu., Orlova Yu.N., Tolkachev V.F. Mobile laboratory ``Explosive destruction of natural materials": Investigation of the behavior of ice and limestone under explosive loading Journal of Physics: Conference Series 653 (2015) 012038.

## DOI: 10.17223/9785751124199/3 ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ КОНСТРУКЦИИ УСТРОЙСТВА СВЧ ДИАПАЗОНА К ДИНАМИЧЕСКИМ И СТАТИЧЕСКИМ НАГРУЗКАМ МЕТОДОМ ФИЗИЧЕСКИХ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

## Д.В. Родин, А.А. Трубачев, В.И. Юрченко, В.Г. Бутов, А.Б. Бовсуновский, А.А. Ящук

Проведено сопоставление вычислительного и физического моделирования для решения задач оптимизации перемычек в коаксиально-полосковых переходах и других элементах преобразователя частоты CB4устройства в условиях воздействия климатических и механических воздействий на образцах серийно выпускаемых изделий. Выявлена основная причина разрушения перемычек и факторы, влияющие на их механическую надежность. Обоснован вариант повышения механической надежности конструкции за счет нормирования затяжки различных винтовых креплений основания микрополосковой платы в корпусе устройства.

## INVESTIGATION OF THE MICROWAVE DEVICE STABILITY UNDER DY-NAMIC AND STATIC LOAD CONDITIONS BY THE METHODS OF PHYSICAL AND COMPUTER EXPERIMENT

#### D.V. Rodin, A.A. Trubachev, V.I. Yurchenko, V.G. Butov, A.B. Bovsunovsky, A.A. Yaschuk

The results of the computational and physical experiments for the coaxial-stripline transition jumpers and other elements of the commercially produced microwave device under climatic and mechanical load conditions are presented. The basic cause of the jumpers destruction and the factors influencing their mechanical reliability are discovered. The option to increase the mechanical reliability of the device by different valuation of screw tightening the microstrip board base is presented.

Одним из элементов, который использует радиоэлектронная и связная аппаратура (PCA), являются радиочастотные коаксиально-полосковые переходы (КПП). Они занимают монопольное положение в линиях передачи энергии малой и средней мощности в диапазоне частот до 20 ГГц, а также за последнее время ведущими иностранными фирмами разработаны конструкции КПП, работающие в диапазонах частот до 100 ГГц [1].

Для потребителя необходимо квалифицированное использование существующих КПП для выполнения предъявляемых требований. Для ускорения процесса испытаний конкретных конструкций PCA и повышения их качества, а также в связи с развитием возможностей и повышением быстродействия современной вычислительной техники на первое место выходят задачи использования систем вычислительных экспериментов. Одной из самых перспективных задач является создание точной математической модели на основе данных о геометрии и материалах испытуемого образца PCA для проведения анализа устойчивости конструкции соединителя при различных климатических и механических воздействиях.

Наиболее распространенными элементами, влияющими на электрические параметры PCA, являются ступенчатые неоднородности. Эти неоднородности представляют собой скачкообразное изменение размеров наружного и внутреннего проводников в плоскости, перпендикулярной оси симметрии КПП. Задачам анализа и оптимизации неоднородностей в КПП посвящены десятки работ отечественных и зарубежных авторов [4–5]. Анализируя указанные материалы, видно, что имеется необходимость в разработке достаточно точной инженерной методики как для радиочастотного анализа простых перемычек в КПП, так и для учета влияния конструктивных особенностей РСА на их механическое поведение под действием различных статических и динамических нагрузок.

Целью данной работы является сопоставление вычислительного и физического моделирования для решения задач оптимизации перемычек в КПП и других элементах СВЧ-устройства преобразователя частоты в условиях воздействия климатических и механических воздействий на серийно выпускаемых изделиях.

Исследования основывались на методах экспериментального и математического моделирования, аналитическом аппарате, численных методах расчета и анализа. Моделирование, расчеты и обработка результатов производились с использованием системы инженерного анализа ANSYS Mechanical (лицензии № 1-87358659, 1-87358661, 1-87358675 Tomsk State University)

В ходе проведения комплексных испытаний СВЧ-устройств У501.0301-13 выявляются дефекты, связанные с разрывом и отрывом перемычек от контактов СРГ 50-751ФВ. Наиболее характерные дефекты представлены на рис. 1.



Рис. 1. Фото дефектов перемычек КПП

Для установления причины отказов было проведено физическое моделирование. 1. В соответствии с конструкторской документацией (КД) собран макет СВЧ-устройства.

2. На собранном макете были проведены комплексные испытания:

устойчивость к воздействию циклического изменения температуры;

- устойчивость к воздействию повышенной и пониженной температуры;

– устойчивость к воздействию широкополосной случайной вибрации (ШСВ).

3. Все изделия в процессе производства и контроля, включая периодические испытания, подвергались 5–10 циклам изменения температур, от 3 до 10 раз испытаниям на устойчивость к воздействию повышенной и пониженной температур, а также воздействию ШСВ.

4. С помощью фотокамеры были зафиксированы исходные состояния перемычек до и после каждого типа испытаний (табл. 1).

Также было проведено математическое моделирование механического поведения устройства.

1. В соответствии с КД построена геометрическая и конечно-элементная модель (рис. 2).

2. На математической модели проведены численные эксперименты, соответствующие нормативам комплексных испытаний:

- статический расчет при пониженной температуре;

- статический расчет при повышенной температуре;

- расчет переходного процесса изменения температуры при термоциклировании;

- ШСВ с различными направлениями воздействия.

3. В результате численных экспериментов рассчитаны механические напряжения и относительные деформации конструктивных элементов, получены оценки запасов по прочности материалов.



Рис. 2. Модель преобразователя СВЧ-устройства У501-0301-13: *а* – общий вид с верхней крышкой; *б* – расположение перемычек КПП и винтов крепления основания платы в корпусе преобразователя

Наибольшее внимание в ходе как натурных, так и численных экспериментов уделялось поведению гибких перемычек КПП (рис. 3).

В результате физических экспериментов установлено:

1. После трех циклов изменения температуры у всех рассматриваемых перемычек зафиксированы значительные деформации, усугубляющиеся при дальнейших испытаниях. После девяти циклов на одном из образцов зафиксирован разрыв перемычки контакта X3 (см. табл. 1).

2. После однократного воздействия ШСВ визуально обнаруживаемых дефектов не наблюдалось.



Рис. 3. Гибкая перемычка КПП: *а* – фрагмент чертежа; *б* – фото натурного образца; *в* – геометрия цифровой модели

Результаты вычислительных экспериментов:

1. Моделирование переходного процесса изменения температуры при термоциклировании показало, что максимальная разница температур между корпусом и другими конструктивными элементами преобразователя устройства возникает на второй минуте процесса и не превышает 2,2 °C, а разница температур между корпусом и контактными перемычками не превышает 1,2 °C. Это свидетельствует о допустимости расчета как крайних, так и промежуточных состояний температурного нагружения на основе квазистатической модели.

2. В обоих крайних состояниях режима термоциклирования (повышенная и пониженная температура окружающей среды) вследствие температурного расширения или сжатия материалов наблюдаются смещения микрополосковой платы относительно корпуса, приводящие к значительным пластическим деформациям гибких перемычек КПП (рис. 4).

3. В условиях жесткого закрепления платы в корпусе устройства, при котором обеспечивается фиксация основания без возможности его смещений в зазорах винтовых креплений, относительные деформации перемычек составляют от 1,2 до 4,3 % (табл. 2, рис. 5). В условиях, когда основание платы может смещаться на величину зазоров винтовых креплений, деформация платы уменьшается, однако деформация перемычек может как возрастать, так и убывать в зависимости от расположения ослабленных креплений.

Таблица 1

Стация экспе-	Разъем						
римента	X3	X5	X6	2 <mark>X1</mark>			
После сборки	in the second se	(Aller					
После 3 тер- моциклов							
После 6 тер- моциклов				C.			
После 9 тер- моциклов							

#### Фотоснимки состояния перемычек КПП в ходе термоциклирования (обычная затяжка креплений платы)

Таблица 2

Относительные деформации перемычек КПП в ходе термоциклирования (жесткое крепление основания платы)

Herricanoparina paga ana	Относительные деформации, %				
Паименование разьема	Пониженная температура, °С	Повышенная температура, °С			
X3	2,6	1,3			
X5	2,6	1,3			
X6	3,5	1,2			
.X1	4,3	2,7			

20



Рис. 4. Деформация основания микрополосковой платы в корпусе преобразователя CBЧ-устройства при пониженной температуре (визуальный масштаб увеличен в 29 раз)



Рис. 5. Относительные деформации в перемычках разъемов X6 и Σ X1, %: *а* – пониженная температура; *б* – повышенная температура (без увеличения визуального масштаба)

В ходе физических экспериментов проведено дополнительное исследование влияния усилия затягивания крепежных винтов основания микрополосковой платы к корпусу устройства преобразователя. Для этого был проведен ряд экспериментальных исследований с различным усилием затягивания от 20 Н/м вплоть до границы прочности резьбового соединения. Положительный эффект от уменьшения степени деформации платы путем изменения усилий затяжки винтовых креплений удалось получить при фиксации винтов M2x8 усилием 40 Н/м, и винтов M1.6x4 усилием 14 Н/м (см. рис. 2, б, табл. 3). Критических деформаций перемычек КПП не наблюдалось даже после 20 температурных циклов.

По результатам вычислительных и физических экспериментов могут быть сделаны следующие выводы:

1. Незначительная разница температур между корпусом и другими конструктивными элементами преобразователя СВЧ-устройства, полученная в рамках вычислительного эксперимента на термоциклирование, позволяет считать прогрев или охлаждение устройства практически равномерным.

2. Гибкие контактные перемычки при термоциклировании испытывают значительные пластические деформации, а их разрушение происходит в режиме малоциклового накопления усталостных повреждений.

3. Фиксация определенных уровней усилия для затяжки винтов M2x8 и M1,6x4 позволяет добиться снижения степени деформирования платы преобразователя, при котором и деформация перемычек сводится к минимуму. Однако при этом возникает опасность разрушения резьбы в корпусе устройства преобразователя [6]. Для ее предотвращения могут быть использованы специальные стальные гайки-вставки.

Фотоснимки состояния перемычек КПП в ходе термоциклирования (специальная затяжка креплений платы)

Таблииа 3

Door ov		Стадия эксперимента	
газьсм	После сборки	После 3 термоциклов	После 20 термоциклов
X3			
X5			
X6		R.	A.
. X1			

4. Учитывая характер и величину пластических деформаций контактных перемычек КПП при термоциклировании, для рассматриваемого конструктива можно ожидать частые отказы как при первичном контроле изделия, так и при проведении повторных комплексных испытаний.

22

5. Обрывы перемычек КПП в процессе физических испытаний ряда однотипных изделий носят случайный характер, что может свидетельствовать о влиянии на их разрушение как разброса параметров применяемых материалов, так и допусков на изготовление отдельных конструктивных элементов.

#### Литература

1. Джуринский К.Б. Радиочастотные соединители с предельной частотой 40 ГГц: перспективы применения в отечественных изделиях СВЧ // Современная электроника. 2014. № 5. С. 30–36.

2. Джуринский К.Б. Миниатюрные коаксиальные радиокомпоненты для микроэлектроники СВЧ. М.: Техносфера, 2006.

3. Джуринский К.Б. Миниатюрные коаксиальные СВЧ-вводы для микроэлектроники. Конструирование, расчет параметров, применение // Электроника: НТБ. 2000. № 6. С. 18–22.

4. ГОСТ 20465-85. Соединители радиочастотные коаксиальные. Общие технические условия.

5. Алексеенков В., Верещагин А., Джуринский К. Экспериментальное исследование частотной зависимости КСВН коаксиально-микрополосковых переходов // Компоненты и технология. 2008. № 4. С. 53.

6. ГОСТ Р ИСО 898-7–2009. Механические свойства крепежных изделий. Ч. 7: Испытание на кручение и минимальные крутящие моменты для болтов и винтов номинальных диаметров от 1 до 10 мм.

Том 298

Серия физико-математическая

# доклады

## DOI: 10.17223/9785751124199/4 РАСЧЁТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГОРНЫХ ОБРАЗЦОВ С УЧЁТОМ ИХ СТРУКТУРЫ

#### А.Ж. Ахметов, И.Ю. Смолин, А.С. Кульков

Проведены исследования напряженно-деформированного состояния образцов песчаника на мезоуровне при одноосном сжатии. При явном учете неоднородной структуры образцов выявлены очаги накопления неупругих деформаций и повреждений.

## STRESS AND STRAIN ANALYSIS OF THE ROCK SAMPLES WITH TAKING INTO ACCOUNT THEIR STRUCTURES

#### A.Z. Akhmetov, I.Yu. Smolin, A.S. Kulkov

Stress and strain analysis of the sandstone samples was investigated at the mesoscale in uniaxial tension. With taking into account the samples structure heterogeneity the foci of strain and damage accumulations were identified.

Изучение общих закономерностей эволюции напряженно-деформированного состояния элементов геосреды, а также механизмов формирования в них критических состояний, приводящих к крупномасштабным катастрофическим разрушениям, имеет не только научную значимость, но также и прикладное значение для развития горных технологий и оценки возможных рисков при ведении горных работ. Иерархическое блочное строение элементов земной коры, горных массивов и горных пород приводит к необходимости рассмотрения этих проблем на разных масштабных уровнях. В случае изучения отдельных горных пород неоднородность напряженнодеформированного состояния обусловлена внутренней структурой этих материалов. Эта структура может включать поры и микротрещины, а также отдельные составляющие материала с разными физико-механическими характеристиками. Для изучения особенностей деформирования на мезоуровне все особенности структуры учитываются явным образом.

Для расчета напряженно-деформированного состояния различных сред, включая структурно-неоднородные, используется подход механики сплошной среды [1]. С математической точки зрения задача сводится к решению системы уравнений в частных производных. Для лагранжева описания движения сплошной среды эта система имеет вид

$$\rho V = \rho_0 V_0, \quad \rho \ddot{u}_i = \sigma_{ij,j} + \rho f_i, \quad \rho E = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}, \quad 2 \dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}$$
(1)

Здесь  $\rho 0$ ,  $\rho$  – начальное и текущее значения плотности материала;  $V_0$ , V – начальное и текущее значение объёма некоторой малой области материала;  $u_i$  – компоненты вектора перемещений;  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений;  $f_i$  – компоненты массовых сил;  $\dot{\varepsilon}_{ij}$  – компоненты тензора скорости деформации; E – внутренняя энергия единицы начального объёма; точка над символом означает материальную производную по времени, запятая в нижнем индексе – частную производную по соответствующей пространственной координате.

Чтобы замкнуть систему уравнений (1), требуется задать определяющие соотношения, связывающие компоненты напряжений и деформаций. Будем использовать разбиение тензора напряжений на шаровую (P) и девиаторную части. Упругое поведение среды будем описывать гипоупругим законом (связь между скоростями напряжений и деформаций):

$$\dot{s}_{ij} = 2\mu \left( \dot{\varepsilon}^{e}_{ij} - \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}^{e}_{kk} \delta_{ij} \right) - s_{ik} \dot{\omega}_{kj} + s_{kj} \dot{\omega}_{ik}, \quad \dot{P} = -K \dot{\varepsilon}^{e}_{kk}, \quad (2)$$

где  $\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + s_{ij}$ ,  $s_{ij}$  – компоненты девиатора тензора напряжений; P – давление;  $\delta ij$  – символ Кронеккера, K и  $\mu$  – модули всестороннего сжатия и сдвига соответственно,  $\dot{\varepsilon}_{ij}^{e} = \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^{p}$  – компоненты тензора скорости упругой деформации,  $\dot{\omega}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} - \dot{u}_{j,i})$  – компоненты тензора скорости вращения (спина).

Для описания неупругих деформаций в горных породах будем использовать модель упругопластических деформаций Николаевского [2, 3] с условием пластичности  $f(\sigma_{ij}) = 0$  и пластическим потенциалом  $g(\sigma_{ij})$ , задаваемыми следующими формулами:

$$f(\sigma_{ij}) = -\frac{\alpha}{3}J_1 + \sqrt{J_2} - Y, \quad g(\sigma_{ij}) = J_2 - \frac{\Lambda}{3}J_1(2Y + \alpha P) + \text{const}, \quad (3)$$

где  $\alpha$  – коэффициент внутреннего трения; *Y* – сдвиговая прочность материала или сцепление,  $J_1 = \sigma_{kk} = -3P$  – первый инвариант тензора напряжений,  $J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}$  – второй инвариант девиатора тензора напряжений. Скорость неупругих деформаций определяется законом пластического течения и выражается формулой (4):

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\rm p} = \left(s_{ij} + \frac{2}{3}\Lambda\left(Y - \frac{\alpha}{3}J_1\right)\delta_{ij}\right)\dot{\lambda}.$$
(4)

Таким образом, пластическая деформация имеет не только сдвиговой, но и объёмный характер и между их характеристиками имеется следующая связь:  $\dot{I}_1^p = 2\Lambda \dot{I}_2^{p\,1/2}$ . Возникновение объёмных неупругих деформаций в ходе пластического деформирования связано с возникновением и раскрытием микротрещин.

При пластическом деформировании учтем эффекты упрочнения и разупрочнения геосред, а также накопление повреждений. Для этого запишем, что сдвиговая

прочность материала зависит от накопленной пластической деформации  $e = 2I_2^{p 1/2}$ в виде зависимости

$$Y = Y_0 \left( 1 + 2h \frac{e}{e^*} - 2h \left( \frac{e}{e^*} \right)^2 \right) (1 - D(\sigma)),$$
 (5)

где  $Y_0$  – начальная сдвиговая прочность материала, h – коэффициент упрочнения,  $e^*$  – критическая деформация, после достижения которой преобладает деградация материала. Накопление повреждений с течением времени опишем выражением

$$D(\sigma) = \int \frac{(\sigma - \sigma_o)^2}{(\sigma^*)^2 t^*} dt \quad \text{для } \sigma > \sigma_0,$$
(6)

где  $\sigma$  – эффективное напряжение;  $\sigma_0$ ,  $\sigma^*$ ,  $t^*$  – параметры модели, определяющие пороговое напряжение, начиная с которого накапливаются повреждения, предельное напряжение и скорость процесса накопления повреждений.

В качестве эффективного напряжения были использованы две характеристики напряженного состояния: давление P и интенсивность напряжений  $J_2^{1/2}$ . Вычисленные соответствующим образом параметры поврежденности будем обозначать  $D_P$  и  $D_S$ .

Для проведения расчетов в качестве представителя горных пород были рассмотрены образцы мелкозернистого кварцевого песчаника. Методами петрографического исследования при помощи поляризационного микроскопа AXIOSCOP-40 были выделены значимые структурные составляющие рассмотренных образцов.



Рис. 1. Первая (*a*) и вторая (б) структурные модели песчаника на мезоуровне:  $\circ - \kappa$ варц; • – обломки; • – КПШ: • – плагиоклаз; • – битум; • – кальцит; • – поры

На основе двух фотографий с разным увеличением тонких шлифов образцов песчаника и последующей обработки этих фотографий графической программой GIMP были построены две структурные карты, которые представлены на рис. 1, *а*, *б*.

Эти карты в виде графических файлов в формате РРМ использовались для явного учета структуры образцов в расчетах.

Размер первого образца составил 690×920 мкм<sup>2</sup>, второго – 1575×2100 мкм<sup>2</sup>. Расчетные сетки содержали 300×400 и 525×700 квадратных ячеек соответственно.

Исходя из справочных данных для выявленных структурных составляющих песчаника были определены физико-механические свойства (таблица) [4].

			Ν	Іинералы			
Свойства	Кварц	Обломки	КПШ	Плаги- оклаз	Битум	Кальцит	Поры
μ, ГПа	0,036	0,112	0,111	0,109	0,143	0,0798	0,5
К, ГПа	3,55	5,87	6,9	4,92	2,92	2,42	1,0
<i>Y</i> <sub>0</sub> , МПа	22,4	3,70	12,6	14,6	1000	18,5	1000
3α	0,491	0,346	0,476	0,465	0,	0,396	0
Λ	0,21	0,21	0,21	0,21	0,	0,21	0
<i>h</i> , МПа	4	4	4	4	4	4	0
e*	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
σ <sub>0</sub> , ΜΠa	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	1000
$\sigma^* t^*$	40	40	40	40	40	40	1000
<i>P</i> <sub>0</sub> , МПа	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	1000
$P^*t^*$	40	40	40	40	40	40	0
8 <sub>0</sub>	0,	0,	0,	0,	0,	0,	1
٤*	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
$t_t^*$	1,e4	1,e4	1,e4	1,e4	1,e4	1,e4	0,1

Физико-механические свойства песчаника

Для полученных плоских структурных моделей были проведены расчеты одноосного сжатия соответствующих мезообъемов в постановке плоского деформированного состояния.

Для анализа напряженно-деформированного состояния, полученного в результате расчетов, были использованы следующие параметры: интенсивность пластической деформации  $I_2^{pl/2}$  и значения поврежденности  $D_S$ , когда в качестве эффективного напряжения использована интенсивность напряжений.



Рис. 2. Распределения интенсивности пластической деформации (*a*) и поврежденности (б) для первой структурной модели при общей деформации сжатия 0,9 %



Рис. 3. Распределения интенсивности пластической деформации (*a*) и поврежденности (б) для второй структурной модели при общей деформации сжатия 1,5 %

Из рис. 2 видно, что локализация пластической деформации отмечается в районе кальцитов. Это связано с тем, что прочностные свойства кальцита ниже, чем у обломков пород и кварца. Повышенные значения поврежденности находятся в районе обломков пород, пор, битума и КПШ.

Для первой структурной модели (рис. 3) пластическая деформация сосредоточена на границе кальцитов с обломками пород, кварца, пор, т.е. на границе раздела ослабленных элементов структуры с более прочными структурными составляющими. Поврежденность оказывается значительно более высокой в битуме.

В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы. При сжатии песчаника напряженно-деформированное состояние на мезоуровне является крайне неоднородным, что является следствием неоднородной структуры образцов. Выявлено, что очаги зарождения пластических деформаций и поврежденностей располагаются в местах стыка структурных составляющих с сильно различающимися механическими свойствами. Для исследованных образцов кварцевого песчаника ослабленными составляющими являются кальцит и битум.

Исследование выполнено в рамках проекта РНФ № 14-17-00198.

#### Литература

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1983. 528 с.

2. Николаевский В.Н. Механические свойства грунтов и теория пластичности // Механика твёрдых деформируемых тел. Т. 6: Итоги науки и техники. М.: ВИНИТИ АН СССР, 1972. С. 5–85.

3. Макаров П.В., Смолин И.Ю., Стефанов Ю.П. и др. Нелинейная механика геоматериалов и геосред. Новосибирск: Академическое изд-во «Гео», 2007. 235 с.

4. Справочник (кадастр) физических свойств горных пород / под ред. Н.В. Мельникова, В.В. Ржевского, М.М. Протодьяконова. М.: Недра, 1975. 279 с.

## DOI: 10.17223/9785751124199/5 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВОГО СОСТОЯНИЯ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ СБОРКИ НА СТАЦИОНАРНОМ УРОВНЕ МОЩНОСТИ

#### Г.С. Ахметшина, Г.В. Кузнецов

Проведено численное исследование теплового состояния тепловыделяющей сборки с использованием программного комплекса ANSYS Fluent. Представлены распределения температур материалов тепловыделяющей сборки и скорости теплоносителя, иллюстрирующие неоднородность температурного поля по высоте твэла.

## MATHEMATICAL MODELING OF THE THERMAL STATE OF THE FUEL ASSEMBLY ON THE STATIONARY POWER LEVEL

#### G.S. Akhmetshina, G.V. Kuznetsov

The numerical study of the thermal state of the fuel assembly using the software package ANSYS Fluent. Presents the temperature distribution of the fuel assembly materials and coolant velocity, illustrating the heterogeneity of the temperature field for the height fuel rod.

Введение. Современный этап развития атомной энергетики неразрывно связан с совершенствованием атомных электростанций (АЭС) с целью улучшения их экономических и эксплуатационных характеристик, а также повышения безопасности. Разработка реакторов на быстрых нейтронах Российской Федерации предполагает три объекта исследования: реактор со свинцовым теплоносителем, реактор со свинцово-висмутовым теплоносителем, реактор с натриевым теплоносителем [1].

Свинцово-висмутовые реакторные установки имеют высокую степень пассивной безопасности и внутренней самозащищенности, обладают простотой конструкции, возможностью эксплуатации на разных типах топлива, компактностью и максимальной заводской готовностью реакторной установки [2].

Проекты атомных электростанций с быстрыми реакторами со свинцовым и свинцово-висмутовым теплоносителем, ориентированные на организацию региональных источников электрической энергии разного предназначения и мощности, которые размещаются в энергопотребительных центрах, являются наиболее перспективными для энергосистемы страны и развития экономики малых городов.

Разработка и обоснование систем безопасности требуют проведения значительного комплекса теплофизических исследований ядерных энергетических установок, включая создание экспериментальных моделей, проведение численных исследований, разработку и совершенствование методов численного моделирования [3].

Целью данной работы является численное исследование теплового состояния тепловыделяющей сборки (TBC) и эвтектики свинец-висмут на стационарном уровне мощности TBC.

Постановка задачи. Численные исследования выполнены с помощью программного комплекса ANSYS Fluent V14.0 [4], имеющего широкий спектр возможностей моделирования течений жидкостей и газов с учетом турбулентности, теплообмена, химических реакций [5].

В рамках алгоритма этого пакета построена геометрия расчетной области в препроцессоре GAMBIT V2.4.6, являющемся составной частью программного комплекса ANSYS Fluent. Особое внимание уделено выбору параметров расчетной сетки, которые во многом определяют достоверность результатов численного моделирования. Выбранные геометрия и сетка экспортировались в файл, расширение которого поддерживается программным комплексом ANSYS Fluent. Для упрощения процесса обработки результатов численного моделирования привлекалась стандартная программа OriginPro 9.1 [6].

Рассматривалась задача теплопереноса с учетом турбулентности для области, представленной на рис. 1. Область решения включает тепловыделяющие элементы, участки тракта охлаждения и шестигранного чехла.

В качестве теплоносителя рассматривалась эвтектика свинец–висмут; принималось, что газовый зазор заполнен гелием. Оболочкой ТВС и твэлов служил цирконий, в качестве топлива выбран диоксид урана (UO<sub>2</sub>). Основные свойства материалов принимались зависящими от температуры [7]. Исходные данные для построения расчетной области приведены в табл. 1.



Рис. 1. Область решения задачи: 1 – оболочка ТВС; 2 – источник тепловыделения (твэлы); 3 – теплоноситель

Таблица 1. Исходн	ые данные для	построения	расчетной	модели
-------------------	---------------	------------	-----------	--------

Параметр	Значение
Высота ТВС <i>h</i> , м	2
Диаметр наружной оболочки ТВС $D_{\rm of}$ ,м	0,15
Диаметр внутренней оболочки ТВС $d_{00}$ ,м	0,14
Внутренний диаметр таблетки d <sub>таб</sub> ,мм	0,002
Внешний диаметр таблетки D <sub>таб</sub>	0,008
Внутренний диаметр твэла d <sub>твэла</sub> ,мм	0,01
Внешний диаметр оболочки твэла D <sub>твэла</sub> мм	0,012
Число твэлов N	59

Исходя из условий осевой симметрии, для расчета был выбран сегмент 1/12 части испытательной секции тепловыделяющей сборки, включающий твэлы, участки тракта охлаждения и шестигранного чехла (рис. 2). Вычисления температур теплоносителя, перепада давления, а также скорости теплоносителя проводились в расчетном комплексе ANSYS Fluent.



На рис. 3 представлена геометрия сечения твэла, включающего: центральное отверстие в сердечнике (1); топливную таблетку (сердечник) (2); газовый зазор (3); оболочку твэла (4).



Рис. 3. Геометрия сечения топливного стержня (твэла)

В табл. 2 приведены исходные данные для проведения теплогидравлических расчетов.

Таблица 2. 1	Исходные	данные для	теплогидрав	лических	расчетов
--------------	----------	------------	-------------	----------	----------

Параметр	Значение
Мощность ТВС Q, МВт	1
Теплоноситель	Свинец-висмут
Температура теплоносителя на входе ТВС, К	593,15
Температура теплоносителя на выходе ТВС в установившемся режиме теплообмена, К	771,15

При вычислении теплогидродинамических параметров был проведен расчет распределения энерговыделения ТВС, выполненный на основе приведенного в табл. 2 распределения мощности в твэлах ТВС. Удельное энерговыделение согласно [8] принято:

$$E = \frac{Q}{V} = \frac{1 \cdot 10^6}{0,0048} = 204,1 \,\mathrm{MBt/M^3}\,,\tag{1}$$

где  $V = N \cdot (\pi R_{\text{таб.}}^2 - \pi R_{\text{отв}}^2) \cdot h = 59 \cdot (3,14 \cdot (0,004)^2 - 3,14 \cdot (0,001)^2 \cdot 2 = 0,0048 \text{ м}^3$ . (2) Здесь  $R_{\text{таб.}}$  – радиус топливной таблетки;  $R_{\text{отв.}}$  – радиус центрального отверстия сердечника; N – число твэлов; h – высота ТВС.

Распределение температуры получено из решения уравнения энергии:

$$c_{TH}\left(\frac{\partial(\rho_{TH}T_{TH})}{\partial\tau} + div(\rho_{TH}\vec{\upsilon}T_{TH})\right) = -div(\vec{q}) + q_{V}.$$
(3)

Здесь  $\rho_{TH}$  и  $c_{TH}$  – плотность и теплоемкость теплоносителя соответственно;  $T_{TH}$  – температура теплоносителя;  $\tau$  – время;  $\vec{v}$  – вектор скорости теплоносителя;  $\vec{q}$  – вектор теплового потока за счет теплопроводности;  $q_V$  – эффективная плотность энерговыделения.

Расход эвтектики свинец–висмут в ТВС, необходимый для поддержания заданного перепада температуры, равного 178 К, обеспечивает турбулентное течение теплоносителя в тракте охлаждения (число Рейнольдса превышает 10 000).

$$\operatorname{Re} = \frac{\rho_{TH} \upsilon d_{\Gamma}}{\mu} = \frac{10215 \cdot 0.511 \cdot 0.15}{0.0018} = 4.2 \cdot 10^5, \tag{4}$$

где v – средняя скорость теплоносителя;  $d_{\Gamma}$  – гидравлический диаметр;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости.

Учет турбулентности потока проводился с использованием стандартной k- є модели (5) [9], описывающей массовую плотность турбулентной энергии k и скорость диссипации турбулентной энергии є.

$$\begin{cases}
\frac{\partial}{\partial \tau}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}(\rho k u_{i}) = \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left[\left(\nu + \frac{\nu_{i}}{\sigma_{k}}\right)\frac{\partial k}{\partial x_{j}}\right] + P_{k} + G_{k} - \rho\varepsilon - Y_{M} + S_{k}, \\
\frac{\partial}{\partial \tau}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}(\rho\varepsilon u_{i}) = \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left[\left(\nu + \frac{\nu_{i}}{\sigma_{\varepsilon}}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_{j}}\right] + c_{1\varepsilon}\left(P_{k} + c_{3\varepsilon}G_{k}\right)\frac{\varepsilon}{k} - c_{2\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon^{2}}{k} + S_{\varepsilon}.
\end{cases}$$
(5)

Здесь u, v – компоненты скорости движения теплоносителя;  $v_t$  – кинематический коэффициент турбулентной вязкости; k – кинетическая энергия турбулентности,  $\varepsilon$  – скорость диссипации кинетической энергии турбулентности;  $P_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$  – слагаемое, характеризующее порождение турбулентности;  $G_k$  – слагаемое, описывающее диссипацию турбулентной кинетической энергии, S – инвариант тензора деформаций;  $Y_M$  – вклад переменного расширения при турбулентности сжатия в общую скорость диссипации.

Параметры стандартной *k* – є модели турбулентности [10]:

$$c_{\mu} = 0,09, c_{1s} = 1,44, c_{2s} = 1,92, c_{3s} = 0,8, Pr_{k} = 1,0, \sigma_{k} = 1,0, \sigma_{s} = 1,3.$$

В расчетах учитывалась лучистая составляющая теплообмена в зазорах между топливом и оболочками твэлов, при этом степень черноты материалов принималась равной 0,6.

В ANSYS Fluent используется ряд стандартных граничных условий. На границах входа в тракт охлаждения принята постоянная температура теплоносителя и его массовый расход:

$$z = 0$$
:  $\overline{V} = \overline{V_0}$ ;  $T = T_{\text{BX}}$ 

На боковых стенках канала задавались условия симметрии – скорость и ее градиент равны нулю:

$$u_n = 0; \quad \frac{du_n}{dx} = 0.$$

Поскольку скорость симметрична относительно данных границ, то

$$\frac{du_{\tau}}{dx} = 0$$

Температура эвтектики свинец-висмут, подаваемой на вход ТВС, принималась равной 593,15 К. Расход эвтектики свинец-висмут по тракту охлаждения ТВС рассчитан с использованием значения мощности, приведеной в табл. 2, а также с учетом подогрева теплоносителя.

Расход эвтектики свинец–висмут в тракте охлаждения энергетической установки (ЭУ) составлял 3,18 кг/с. Расход теплоносителя для сегмента 1/12 части испытательной секции ЭУ согласно [8] принят

$$G = \frac{Q}{\Delta T \cdot C_p} = \frac{1 \cdot 10^6}{178 \cdot 147} = \frac{22,83}{12} = 3,18 \text{ km/c}$$
(6)

Результаты и обсуждение. В результате численного исследования получены поля основных параметров в тракте охлаждения ТВС и тепловыделяющих элементах (температура, скорость и давление). Результаты расчетов приведены в виде распределений соответствующих термодинамических параметров (рис. 4–7). Основные результаты исследования также представлены в табл. 3. На основании проведенного математического моделирования можно сделать вывод, что максимальная температура твэлов ТВС при заданных энергетических параметрах не превышает 2026,23 К, что находится в допустимых пределах. В ТВС установлена радиальная неравномерность температуры теплоносителя по тракту. По результатам численного анализа также получены распределения температуры по высоте твэла в центре таблетки, которые иллюстрирует рис. 4 (видно, что оно линейное).



Рис. 4. Распределение температуры по высоте твэлов (№ 1–9) при работе на стационарном уровне мощности



Рис. 5. Распределение температуры теплоносителя в центре (1) и на периферии (2) ТВС по высоте твэла

Рисунок 5 показывает, что температура теплоносителя распределяется достаточно неравномерно. Видно, что выше температура в области источника тепловыделения, это объясняется интенсификацией процесса теплопереноса у нагретого участка.

На рис. 5 представлено изменение скорости теплоносителя по высоте ТВС.



Рис. 6. Распределение температуры по высоте твэла в центре (1) таблетки, на периферии таблетки (2), внутренней (3) и наружной (4) стенках оболочки твэла для максимального тепловыделения



Рис. 7. Распределение скорости теплоносителя в тракте охлаждения ЭУ при работе на стационарном уровне мощности расходе эвтектики свинец–висмут 3,18 кг/с

36

Таблица 3.	Результаты	численного	исследования	ТВС при	работе на	стационарном	уровне
			мощност	И			

Параметр	Значение
Удельное энерговыделение в топливном столбе, MBт/м <sup>3</sup>	2,86
Температура на входе в ТВС, К	593,15
Температура на выходе из ТВС, К	771,15
Расход теплоносителя на канал, кг/с	3,18
Скорость теплоносителя на входе в ТВС, м/с	0,338
Скорость теплоносителя на выходе из ТВС, м/с	0,499
Перепад давления (без учета атмосферного давления) по высоте канала, Па	1526,44
Т <sub>макс</sub> оболочки твэлов, К	1102,92
Т <sub>макс</sub> топлива, К	2026,23
Т <sub>макс</sub> газа в зазоре твэлов, К	1345,94
Т макс на стенке ТВС, К	786,66
Т макс теплоносителя, К	1076,62

В заключение следует отметить, что проведен численный анализ турбулентного теплопереноса в тракте энергетического оборудования с тепловыделяющим элементом средствами программы GAMBIT и проведения расчетов в программе ANSYS Fluent.

Полученные результаты позволяют сделать вывод об эффективности использования CFD-моделирования для выяснения закономерностей теплофизических процессов в тепловыделяющей сборке.

Проведенные расчеты показали физическую адекватность принятой математической модели. Получены тепломассообменные параметры и скорости движения, которые могут быть использованы в качестве производственных оценок при проектировании инженерного обеспечения и ведении расчетно-конструкторских работ.

#### Литература

1. Постановление Правительства РФ от 3 февраля 2010 г. № 50 «О федеральной целевой программе «Ядерные энерготехнологии нового поколения на период 2010–2015 годов и на перспективу до 2020 года».

2. Зродников А.В., Тошинский Г.И., Комлев О.Г. СВБР-100 модульный быстрый реактор IV поколения для региональной энергетики. IAEA-CN-A3: доклад на международной конференции «Fast Reactors and Related Fuel Cycles – Challenges and Opportunities» (FR09). Kyoto, Japan, 7–11 December 2009.

3. Сорокин А.Л., Зарюгин Д.Г. Состояние и перспективы работ по модернизации экспериментальной теплофизической и материаловедческой базы ФГУП «ГНЦ РФ–ФЭИ» // Сборник тезисов докладов научно-технической конференции «Теплофизика –2012». Обнинск, 2012. С. 10–12.

4. www.ansys.com

5. Батурин О.В. Расчет течений жидкостей и газов с помощью универсального комплекса Fluent: учеб. пособие. Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2009. 151 с.

6. www.originlab.com

7. Чиркин В.С. Теплофизические свойства материалов ядерной техники. М.: Атомиздат, 1968. 484 с.

8. Дементьев Б.А. Ядерные энергетические реакторы: учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1990. 352 с.

9. Смирнов Е.М., Габарчук А.В. Течения вязкой жидкости и модели турбулентности: методы расчета турбулентных течений: конспект лекций / Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. М., 2010. 127 с.

10. Launder B.E., Spalding D.B., The numerical computation of turbulent flow // Computer methods in applied mechanics and engineering. 1974. Vol. 3. P. 269–289.
## DOI: 10.17223/9785751124199/6 ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ ВБЛИЗИ ЛОКАЛЬНОГО ИСТОЧНИКА ТЕПЛА

## В.Д. Бармакина

Проведено исследование по влиянию критерия Грасгофа на распределение полей температуры и вектора скорости в расчётной области.

# NUMERICAL MODELING OF NATURAL CONVECTION NEAR A LOCAL HEAT SOURCE

## V.D. Barmakina

The research concentrated on the influence of the criterion of Grashof on the distribution of fields of temperature and velocity vector in the computational domain.

Задача сохранения лесных покровов Земли как производителей необходимого для жизни кислорода атмосфере является сегодня как никогда актуальной. Наряду с вырубкой лесов наиболее сильный ущерб лесным массивам наносят пожары. В России в силу обширности покрытых лесом территорий и недостатка средств по ликвидации пожаров проблема борьбы с пожарами стоит особенно остро. Ежегодно на территории страны в пожароопасный период возникают тысячи лесных пожаров, в результате чего огнём уничтожаются миллионы гектаров леса. Для оптимизации борьбы с лесными пожарами, повышения качества управленческих решений требуется прогноз динамики их развития. Такой прогноз может быть получен при проведении моделирования лесных пожаров.

Содержательный обзор исследований по проблеме моделирования распространения лесных пожаров сделан в [1]. Для исследования природных пожаров приме-

няют методы математического моделирования и проводят эксперименты в природных и лабораторных условиях. Натурные эксперименты довольно трудно провести и невозможно повторить. К тому же они являются ресурсозатратными. Математические модели позволяют осуществлять прогнозирование и мониторинг природных пожаров. Меняя входные данные и граничные условия, можно получать характеристики пожара в широком диапазоне.

В работе рассматривается численное моделирование естественной конвекции воздуха в плоской постановке. На нижней границе присутствует постоянный источник тепла T1. Движение воздуха под



действием источника тепла T1 происходит, как показано на рис. 1.

Течение газа, в котором имеет место процесс естественной конвекции, может быть описано уравнениями Навье–Стокса (1)–(2), уравнением переноса тепла (3) и уравнением неразрывности (4).

$$\frac{\partial U_x}{\partial t} + U_x \frac{\partial U_x}{\partial x} + U_y \frac{\partial U_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} \right), \tag{1}$$

$$\frac{\partial U_{y}}{\partial t} + U_{x}\frac{\partial U_{y}}{\partial x} + U_{y}\frac{\partial U_{y}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^{2}U_{y}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}U_{y}}{\partial y^{2}}\right) + \beta (T - T_{0})g, \quad (2)$$

$$\rho c \left( \frac{\partial T}{\partial t} + U_x \frac{\partial T}{\partial x} + U_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \tag{3}$$

$$\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} = 0.$$
(4)

Для описания явления свободного конвективного течения использовалось приближение Буссинеска, согласно которому можно принять жидкость несжимаемой, а изменение плотности учитывать только в члене, описывающем выталкивающую силу. Зависимость плотности от температуры в соответствии с приближением Буссинеска записывается в следующем виде [2]:

$$\rho - \rho_0 = -\rho_0 \beta \left( T - T_0 \right). \tag{5}$$

Для получения безразмерной системы уравнений (1)–(4) в качестве основных масштабов были выбраны вязкость v, плотность  $\rho$ , характерный размер L и перепад температур  $\Delta T = T_1 - T_0$ . Система уравнений, описывающая процесс естественной конвекции в безразмерном виде (6)–(9):

$$\frac{\partial \overline{U_x}}{\partial \overline{t}} + \overline{U_x} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial \overline{x}} + \overline{U_y} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial \overline{y}} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{x}} + \left(\frac{\partial^2 \overline{U_x}}{\partial \overline{x^2}} + \frac{\partial^2 \overline{U_x}}{\partial \overline{y^2}}\right)$$
(6)

$$\frac{\partial \overline{U_y}}{\partial \overline{t}} + \overline{U_x} \frac{\partial \overline{U_y}}{\partial \overline{x}} + \overline{U_y} \frac{\partial \overline{U_y}}{\partial \overline{y}} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{y}} + \left(\frac{\partial^2 \overline{U_y}}{\partial \overline{x^2}} + \frac{\partial^2 \overline{U_y}}{\partial \overline{y^2}}\right) + Gr\overline{\theta}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial\overline{t}} + \overline{U_x}\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial\overline{x}} + \overline{U_y}\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial\overline{y}} = \frac{1}{\Pr}\left(\frac{\partial^2\overline{\theta}}{\partial\overline{x^2}} + \frac{\partial^2\overline{\theta}}{\partial\overline{y^2}}\right),\tag{8}$$

$$\frac{\partial \overline{U_x}}{\partial \overline{x}} + \frac{\partial \overline{U_y}}{\partial \overline{y}} = 0.$$
<sup>(9)</sup>

Решение данной задачи удобно искать в переменных вихрь-функция тока. В результате получаем три скалярных уравнения относительно переменных вихря  $\Omega$ , функции тока  $\Psi$  и температуры  $\theta$ , которые описывают процесс естественной конвекции (10)–(12):

$$\frac{\partial\Omega}{\partial t} + \frac{\partial(U_x\Omega)}{\partial x} + \frac{\partial(U_y\Omega)}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2\Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Omega}{\partial y^2}\right) - Gr\frac{\partial\theta}{\partial x}$$
(10)

$$\Delta \psi = \Omega \tag{11}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial (U_x \theta)}{\partial x} + \frac{\partial (U_y \theta)}{\partial y} = \frac{1}{\Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right).$$
(12)

В начальный момент времени вихрь  $\Omega$ , температура  $\theta$ , функция тока  $\Psi$  принимают нулевые значения. Граничные условия в переменных «вихрь-функция тока» задаются следующим образом (13)–(17):

$$\Gamma_1: \frac{\partial \Omega}{\partial x} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0, \psi = 0.$$
 (13)



Рис. 2. Граничные условия

$$\Gamma_2: \frac{\partial \Omega}{\partial y} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0, \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, \tag{14}$$

$$\Gamma_3: \Omega = 0, \theta = 0, \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0,$$
 (15)

$$\Gamma_4: \Omega = \frac{2(\psi_1 - \psi_0)}{\Delta x^2}, \theta = 0, \psi = 0 \text{ при } 0, 1 < L \le 1, \text{ где } 0 \le L \le 1,$$
(16)

$$\Gamma_5: \Omega = \frac{2(\psi_1 - \psi_0)}{\Delta x^2}, \theta = 1, \psi = 0$$
 при  $L \le 0, 1$ , где  $0 \le L \le 1.$  (17)

Решение задачи проводилось методом Мак-Кормака. В результате численного решения задачи о естественной конвекции методом в переменных вихрь-функция

тока были получены линии тока и температуры в расчетной области для различных значений числа Gr. Сетка для всех рассмотренных случаев имеет размерность 80×80, Pr=1.



На примере данной задачи рассмотрено влияние числа Gr. Из графиков видно, что при увеличении числа Gr интенсивность процесса естественной конвекции увеличивается.

#### Литература

1. *Кулешов А.А.* Математические модели лесных пожаров // Математическое моделирование. М.: Институт мат. моделирования РАН, 2002. Т. 14, № 11. С. 33–42.

2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. М.: Наука, 1987. 840 с.

3. Шваб А.В. Теория конвективного теплообмена / А.В. Шваб. Томск: Изд-во НТЛ, 2007. 188 с.

4. *Андерсон Д.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен / Д. Андерсон, Дж. Таннехилл, Р. Плетчер. М.: Мир, 1990. Т. 2: Россия. 337 с.

# DOI: 10.17223/9785751124199/7 УТОЧНЕНИЕ КООРДИНАТ, ПОЛУЧАЕМЫХ ПО ДАННЫМ СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ, С ПОМОЩЬЮ ВВЕДЕНИЯ СТЕПЕНЕЙ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

## А.П. Батурин, А.А. Аксенов

Рассмотрены два способа назначения весовых коэффициентов в задаче определения координат наземных пунктов по данным наблюдений навигационных спутников: стандартный способ, когда веса назначаются с использованием остаточных невязок, и новый способ, основанный на построении так называемого разброса возможных решений. В обоих способах применяется возведение весов в некоторую степень. С помощью решения ряда модельных задач выполнено сравнение точности способов, а также выведен возможный критерий подбора оптимальных степеней весовых коэффициентов.

# REFINEMENT OF COORDINATES OBTAINED FROM OBSERVATION OF NAVIGATIONAL SATELLITES BY MEANS OF IMPLEMENTATION OF POWERS OF WEIGHT COEFFICIENTS

#### A.P. Baturin, A.A. Axenov

Two ways of setting of weight coefficients in the problem of calculation of coordinates of ground-based points from the observations of navigational satellites have been considered. The first way is a standard one, it uses residuals for the setting of the weights. The second way is a new one, it is based on the construction of so called set of possible solutions. In both ways some powers of weights have been implemented. By solving of several simulational examples the comparison of the accuracy of the ways has been done and a possible method of choosing of optimal powers of the weights has been elaborated.

Задача определения координат наземного пункта по данным наблюдений навигационных спутников (системы ГЛОНАСС или GPS) в рамках метода наименьших квадратов (МНК) является [1, 2] задачей минимизации вида

$$\sum_{i=1}^{n} w_i^{2p} \left( \sqrt{(X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2 + (Z - z_i)^2} - d_i - c\Delta t \right)^2 \to \min,$$
(1)

где X, Y, Z – координаты определяемого пункта (GPS-приемника);  $x_i, y_i, z_i$  (i = 1, ...n) – координаты наблюдаемых навигационных спутников; n - их число;  $d_i$  – измеренные дальности до спутников;  $\Delta t$  – ошибка часов приемника; c – скорость света;  $w_i$  – веса отдельных измерений; p – некоторые степени, в которые возводятся веса. Данная задача решается путем приравнивания нулю производных от левой части (1) по определяемым параметрам X, Y, Z,  $\Delta t$  и решения полученной системы нелинейных уравнений итерационным методом Ньютона.

Весовые коэффициенты  $w_i$  должны задаваться как величины, обратные точности отдельных измерений, которая, как правило, неизвестна и может лишь оцениваться из каких-либо сторонних соображений. Поэтому часто эти коэффициенты задаются как величины, обратные остаточным невязкам, полученным в результате решения задачи (1) с единичными весами, и задача (1) решается второй раз с этими коэффициентами. Будем называть такой способ задания весов  $w_i$  «стандартным» или способом I. В работе рассматривается еще один способ (способ II) задания весов  $w_i$  с помощью построения так называемого разброса возможных решений, в котором каждому наблюдаемому спутнику соответствует одно возможное решение. При построении разброса для каждого из наблюдаемых спутников моделируются положения еще трех спутников, образующих вместе с ним вершины тетраэдра. Положения этих модельных спутников вычисляются на основе МНК-оценки  $\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}$  координат определяемого пункта, полученной с единичными весами (МНК-оценка является центром тетраэдра). Далее по каждой четверке спутников, состоящей из одного наблюдаемого и трех модельных, определяется возможное решение, соответствующее этому спутнику, путем решения методом Ньютона системы четырех уравнений

$$(\tilde{X}_i - \tilde{x}_k)^2 + (\tilde{Y}_i - \tilde{y}_k)^2 + (\tilde{Z}_i - \tilde{z}_k)^2 = (\tilde{d}_k + c\Delta t)^2 \quad (k = 1, ..4),$$
(2)

где  $\tilde{x}_k, \tilde{y}_k, \tilde{z}_k$  (k = 2, 3, 4) – координаты модельных спутников;  $\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{z}_1 = x_i, y_i, z_i$  – координаты наблюдаемого *i*-го спутника, для которого определяется возможное решение;  $\tilde{d}_1 = d_i$  – измеренная дальность до него;  $\tilde{d}_k^2 = (\tilde{x}_k - \hat{X})^2 + (\tilde{y}_k - \hat{Y})^2 + (\tilde{z}_k - \hat{Z})^2$  (k = 2, 3, 4). Веса  $w_i$  в рамках способа II назначаются как величины, обратные расстояниям от соответствующих возможных решений до МНК-оценки, полученной с единичными весами:

$$w_i = 1/\sqrt{(\tilde{X}_i - \hat{X})^2 + (\tilde{Y}_i - \hat{Y})^2 + (\tilde{Y}_i - \hat{Y})^2}.$$

Описанные способы были применены при решении ряда модельных задач, в которых координаты  $x_i$  и  $y_i$  наблюдаемых спутников задавались как случайные числа, равномерно распределенные на интервале [-26000 км; 26000 км];  $z_i$  – на интервале [20000 км; 26000 км]. «Точные» координаты  $X_T, Y_T, Z_T$  определяемого пункта полагались равными нулю. «Измеренные» дальности моделировались в виде  $d_i = \sqrt{(x_i - X_T)^2 + (y_i - Y_T)^2 + (z_i - Z_T)^2} + c_\Delta t + c\sigma_i$ , где  $\sigma_i$  – ошибки измерений, задаваемые как случайные нормально распределенные числа с нулевым математическим ожиданием и стандартным отклонением  $10^{-9}$  с. Величина  $\Delta t$  задавалась таким же образом, но со стандартным отклонением  $10^{-7}$  с. Моделирование повторялось  $N = 100\ 000\ 200$  раз с применением обоих способов назначения весов при решении задачи (1). Кроме того, для обоих способов выполнялось варьирование показателя степени p в (1). Для каждого из модельных вариантов вычислялись разности полученных решений, обозначаемых  $X_j^I, Y_j^I, Z_j^I$  и  $X_j^{II}, Y_j^{II}, Z_j^{II}$  (j = 1, ..N) для способов I и II соответственно, и «точного» решения  $X_T, Y_T, Z_T$  по формулам

$$\begin{split} \Delta r_j^{\rm I} &= \sqrt{\left(X_j^{\rm I} - X_T\right)^2 + \left(Y_j^{\rm I} - Y_T\right)^2 + \left(Z_j^{\rm I} - Z_T\right)^2}, \ \Delta r_j^{\rm II} = \\ &= \sqrt{\left(X_j^{\rm II} - X_T\right)^2 + \left(Y_j^{\rm II} - Y_T\right)^2 + \left(Z_j^{\rm II} - Z_T\right)^2}. \end{split}$$

Вычислялись также разности МНК-оценок  $\hat{X}_j, \hat{Y}_j, \hat{Z}_j$ , полученных в результате решения задачи (1) с единичными весами и «точного» решения по аналогичной формуле

$$\Delta r_j^0 = \sqrt{(\hat{X}_j - X_T)^2 + (\hat{Y}_j - Y_T)^2 + (\hat{Z}_j - Z_T)^2}.$$

Показателями относительной точности способов I и II по сравнению со способом, использующим в (1) единичные веса, в каждом модельном варианте являются отношения  $\Delta r_j^{\rm I} / \Delta r_j^0$  и  $\Delta r_j^{\rm II} / \Delta r_j^0$  (j = 1,...N). Наконец, окончательными показателями относительной точности способов I и II являются значения этих отношений, усредненные для всех *N* модельных вариантов:

$$\overline{\Delta r_{\mathrm{I}} / \Delta r_{0}} = N \sqrt{\prod_{j=1}^{N} \Delta r_{j}^{\mathrm{I}} / \Delta r_{j}^{0}}, \quad \overline{\Delta r_{\mathrm{II}} / \Delta r_{0}} = N \sqrt{\prod_{j=1}^{N} \Delta r_{j}^{\mathrm{II}} / \Delta r_{j}^{0}}.$$

В таблице приведены результаты описанного моделирования в случае 7, 8, 9 и 10 наблюдаемых спутников.

	n	= 7	n	= 8	n	= 9	<i>n</i> =	= 10
р	$\overline{\Delta r_{\mathrm{I}} / \Delta r_{\mathrm{0}}}$	$\overline{\Delta r_{\mathrm{II}} / \Delta r_{\mathrm{0}}}$	$\overline{\Delta r_{\mathrm{I}} / \Delta r_{\mathrm{0}}}$	$\overline{\Delta r_{\mathrm{II}} / \Delta r_{\mathrm{0}}}$	$\overline{\Delta r_{\mathrm{I}} / \Delta r_{\mathrm{0}}}$	$\overline{\Delta r_{\mathrm{II}} / \Delta r_{\mathrm{0}}}$	$\overline{\Delta r_{\mathrm{I}} / \Delta r_{\mathrm{0}}}$	$\overline{\Delta r_{\mathrm{II}} / \Delta r_{\mathrm{0}}}$
1	0,640	0,884	0,641	0,888	0,636	0,879	0,634	0,885
2	0,550	0,805	0,550	0,805	0,557	0,815	0,551	0,806
3	0,467	0,734	0,464	0,724	0,457	0,726	0,467	0,737
4	0,400	0,660	0,398	0,657	0,400	0,667	0,395	0,664
5	0,345	0,596	0,348	0,602	0,345	0,600	0,346	0,603
6	0,284	0,533	0,301	0,548	0,294	0,541	0,297	0,549
7	0,247	0,480	0,262	0,503	0,256	0,489	0,260	0,492
8	0,226	0,446	0,223	0,456	0,225	0,458	0,225	0,454
9	0,191	0,401	0,201	0,407	0,199	0,416	0,198	0,413
10	0,176	0,371	0,175	0,373	0,171	0,367	0,180	0,384
11	0,154	0,337	0,157	0,341	0,163	0,351	0,163	0,347
12	0,137	0,312	0,146	0,319	0,147	0,325	0,148	0,327
13	0,124	0,289	0,122	0,283	0,130	0,295	0,131	0,301
14	0,116	0,267	0,116	0,271	0,117	0,273	0,118	0,275
15	0,102	0,242	0,104	0,247	0,110	0,252	0,107	0,252
16	0,096	0,230	0,093	0,227	0,104	0,241	0,097	0,231
17	0,087	0,212	0,090	0,213	0,088	0,214	0,090	0,214
18	0,078	0,189	0,084	0,201	0,082	0,204	0,082	0,202
19	0,072	0,179	0,074	0,183	0,077	0,190	0,079	0,190
20	0,064	0,163	0,072	0,174	0,069	0,170	0,072	0,174
21	0,060	0,148	0,062	0,156	0,062	0,155	0,064	0,162
22	0,061	0,148	0,059	0,147	0,058	0,148	0,061	0,155
23	0,053	0,134	0,054	0,137	0,056	0,142	0,056	0,142
24	0,050	0,126	0,050	0,127	0,052	0,133	0,051	0,131
25	0,044	0,116	0,046	0,120	0,047	0,119	0,048	0,124

Таблица. Результаты оценивания точности способов I и II

Как видно из таблицы, значения  $\overline{\Delta r_{\rm II} / \Delta r_0}$  примерно вдвое больше значений  $\overline{\Delta r_1 / \Delta r_0}$ , что означает во столько же раз большую точность способа I по сравнению со способом II. Из таблицы также видно, что точность обоих способов возрастает при увеличении показателя степени *p*, в которую возводятся весовые коэффициенты. Так, если при *p* = 1 относительная точность способов I и II составляет 0.6 и 0.9 соответственно, то при *p* = 25 она равна примерно 0.05 и 0.1, т.е. увеличивается на порядок. Кроме того, возрастание точности обоих способов, как это видно из таблицы, замедляется при возрастании показателя *p*. Поэтому значение *p*, при котором возрастание точности станет практически незаметным, можно считать оптимальным.

Проведенное исследование позволяет сделать выводы, что, во-первых, точность определения координат наземных пунктов по данным спутниковых навигационных систем значительно возрастает при использовании в задаче (1) весовых коэффициентов, обратных как остаточным невязкам, так и расстояниям от возможных решений до МНК-оценки, полученной с единичными весами; во-вторых, точность заметно возрастает при возведении весов в достаточно большую степень; и, в-третьих, оптимальным значением показателя этой степени является такое, в окрестности которого полученные решения становятся неразличимо близки друг к другу.

Данное научное исследование (проект 8.1.54.2015) выполнено при поддержке Программы «Научный фонд им. Д.И. Менделеева Томского государственного университета» в 2015 г.

#### Литература

1. Инженерная геодезия: учебник для вузов / под ред. Д.Ш. Михелева. М.: Высш. шк., 2000. 464 с.

2. *Антонович К.М.* Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии: в 2 т. Т. 2. М.: ФГУП «Картгеоцентр», 2006. 360 с.

## DOI: 10.17223/9785751124199/8 ВЛИЯНИЕ ДИАМЕТРА ПОР НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛА ПРИ ПОСТОЯННОЙ ПОРИСТОСТИ

## С.В. Воронин, М.Е. Ледяев, П.С. Лобода

Проведено компьютерное моделирование испытаний на одноосное растяжение пористых образцов. Получены диаграммы растяжения образцов с различным диаметром пор. Установлено влияние диаметра пор на механические свойства материала при постоянной пористости.

# THE EFFECT OF PORE DIAMETER ON THE MECHANICAL PROPERTIES OF THE MATERIAL AT THE CONSTANT POROSITY

## S.V. Voronin, M.E. Ledyaev, P.S. Loboda

Computer simulation was made for testing uniaxial tensile tests on porous samples. The strain diagrams of the samples with different pore diameter has been obtained. The influence of pore diameter on the mechanical properties of the material at the constant porosity has been found.

В настоящее время появляется все больше разработок в области пористых материалов [1, 2]. Это связано с их высоким уровнем удельных механических свойств.

Тем не менее данных о влиянии размера пор и типа пористой структуры на свойства материала недостаточно для разработки новых материалов. Согласно ранее проведенным исследованиям было качественно установлено влияние диаметра пор и типа пористой структуры на механические свойства материала [3]. Однако модели образцов обладали различной пористостью, а следовательно, и массой. Целью данной работы было установить количественное влияние диаметра пор на механические свойства модели образца из алюминиевого сплава при постоянной пористости методом компьютерного моделирования. Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Построить конечно-элементные модели (КЭМ) образцов с диаметрами пор 7, 8, 9, 10 мкм, с пористостью 4 % и шестигранным типом пористой структуры.

2. Провести конечно-элементный анализ процесса одноосного растяжения моделей образцов.

3. Построить диаграммы растяжения КЭМ образцов.



Рис. 1. КЭМ шестигранной пористой структуры

В качестве объектов исследования были выбраны КЭМ образцов, представляюсобой прямоугольные пластины геометрическими шие с размерами 2,77×0,37×0,01 мм. Был выбран шестигранный тип пористой структуры, при котором поры располагаются в вершинах воображаемого шестигранника с порой в центре (рис. 1).

По ширине образца были созданы буферные зоны из компактного материала, размер которых превышал межцентровые расстояния пор (рис. 2). Это было сделано с целью устранения неоднородности пластических деформаций на краях образца (рис. 3).



Рис. 2. Внешний вид КЭМ пористого образца с буферными зонами



Рис. 3. Деформированное состояние КЭМ пористого образца: a - 6ез буферной зоны,  $\delta - c$  буферной зоной

Диаметр пор задавался равным 7, 8, 9 и 10 мкм. Планируемая пористость для всех образцов составляла 4 %. Однако при построении пористых КЭМ было установлено, что в рабочую зону образца в зависимости от диаметра размещается различное количество пор. Вследствие этого пористость при различном диаметре пор имеет незначительные отклонения от номинального значения. Для определения пластических свойств материала, КЭМ образцов подвергались растяжению с усилием, вызывающим напряжение 50 МПа, что выше предела текучести, но ниже предела прочности для сплава АД1. Исследования проводились с применением компьютерной системы инженерного анализа и моделирования MSC Marc, основанной на методе конечных элементов.



Рис. 4. Диаграммы растяжения КЭМ образцов с диаметром пор 7, 8, 9 и 10 мкм

Для построения геометрии конечно-элементной сетки и задания свойств образцов использовалась программа-приложение, разработанная нами с применением языка Python.

Анализ полученных диаграмм растяжения показал, что при уменьшении диаметра пор с 10 (пористость 3,97 %) до 9 мкм относительное удлинение образца увеличилось на 3,06 %; с 9 (пористость 4,14 %) до 8 мкм – на 2,43 %; с 8 (пористость 4,26 %) до 7 мкм (пористость 4,35 %) – на 1,99 % (рис. 4). Это связано с тем, что пористость моделируемых образцов имела незначительные отклонения от номинального значения. В результате проведенных исследований установлено, что в исследуемом диапазоне диаметр пор оказывает незначительное влияние на механические свойства КЭМ образцов при одинаковой пористости.

#### Литература

1. Бутарович Д.О., Смирнов А.А. Расчетное исследование механических свойств пеноалюминия // Материалы международной научно-технической конференции «Проектирование колесных машин», посвященной 70-летию кафедры «Колесные машины» МГТУ им. Н.Э. Баумана. М., 2006. С. 56–61.

2. Финкельштейн А.Б. Получение пропиткой пористых отливок из алюминиевых сплавов // Литейное производство. СПб., 2010. № 5. С. 13–15.

3. Воронин С.В., Юшин В.Д., Бунова Г.З., Ледяев М.Е. Исследование влияния объемной доли пор на напряженно-деформированное состояние и механические свойства материала методом конечноэлементного моделирования // Материалы XXII Всероссийской школы-конференции молодых ученых и студентов «Математическое моделирование в естественных науках». Пермь: Изд-во Перм. политех. унта, 2013. С. 39–41.

## DOI: 10.17223/9785751124199/9 ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗНОСА КАНАЛА СТВОЛА ЛАБОРАТОРНОЙ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ

## А.С. Дьячковский, Н.М. Саморокова, А.Д. Сидоров

Проведено количественное измерение износа ствола. Приведены анализ и сравнение износа ствола с использованием различных топлив.

# THE RESEARCH OF THE WEAR OF THE BARREL OF THE BALLISTIC LABORATORY INSTALLATION

### A.S. Diachkovsky, N.M. Samorokova, A.D. Sidorov

In this paper a quantitative measurement of the wear of the barrel. The analysis and comparison of the wear of the barrel by using various fuels.

Каждый артиллерийский ствол в процессе стрельбы постепенно изнашивается и перестает удовлетворять тактико-техническим требованиям [1]. Поэтому к стволам артиллерийского оружия предъявляются следующие требования: прочность, живучесть, жёсткость, износостойкость, коррозионная и эрозионная стойкость. В связи с этим к материалам для изготовления стволов также предъявляются определённые требования: высокие значения прочности, пластичности, вязкости, износостойкости, жаропрочности, коррозионной и эрозионной стойкости.

Изучать процессы износа актуально в лабораторных условиях. Особую актуальность проблема износа канала ствола приобретает при переходе на новые нетрадиционные схемы артиллерийского выстрела с использованием новых топлив.





Рис. 1. Нарезной канал ствола, слева – 20 см от казенного среза, справа – 40 см

Разделим причины износа канала ствола на две группы [2]: воздействие снаряда (метаемой сборки) и воздействие газа на внутреннюю поверхность ствола. Все явления в той или иной мере были обнаружены на установках НИИ ПММ ТГУ.

Метаемая сборка:

• Трение ведущих устройств метаемых сборок о внутреннюю поверхность канала ствола (рис. 1), в том числе омеднение канала ствола (трение медного ведущего пояска снаряда о внутреннюю поверхность ствола).

Газ (смесь продуктов сгорания заряда, в том числе и К-фаза):

• Термическое воздействие газа (кратковременное воздействие раскаленных газов (T<sub>газ</sub> около 3 000 K) на орудийную сталь 38ХНЗМФА (Т<sub>плав</sub> около 1700 K) оплавляет внутреннюю поверхность ствола, она становится пластичной).

• Механическое воздействие газа. Газ имеет высокое давление (рабочий режим установки при давлении до 600 МПа) и высокую скорость, он «раздувает», «обдирает» и «вымывает» поверхность ствола (рис. 2). Чем выше скорость и давление газа, тем интенсивнее идет износ.

• Химическое воздействие газа. Он может как обогащать, так и обеднять поверхностный слой канала ствола углеродом. Это приводит к уменьшению пластичности и повышению хрупкости (рис. 3). Появляется вероятность возникновения трещин при растяжении ствола в момент метания.



Рис. 2. Зависимость внутреннего диаметра ствола от координаты, *I* – перед опытом; *2* – после опыта (давление свыше 600 МПа)



Рис. 3. Поверхности ствола казенной части;:слева – без настрела, справа – ствол спустя *п* выстрелов

В данной работе было рассмотрено изменение внутреннего диаметра как одного из критериев износа гладкоствольной баллистической установки калибра 30 мм с казенной стороны от начала ее эксплуатации до выхода из строя. Было проведено 234 опыта различных схем заряжания, в том числе и нетрадиционных. Отдельно была рассмотрена нетрадиционная схема метания с использованием быстрогорящего пастообразного артиллерийского заряда (БПАЗ). В качестве БПАЗ исследованы топлива без содержания К-фазы в продуктах сгорания (T1, T2, T3) и топливо с содержанием К-фазы в продуктах сгорания (T4).



Рис. 4. Зависимость внутреннего диаметра канала ствола от настрела

Практически перед каждым опытом был измерен внутренний диаметр ствола с казенной стороны на расстоянии 5, 10 мм и с шагом от 20 до 190 мм с помощью микрометрического нутрометра фирмы TESA IMICRO. Это дало возможность определить изменение внутреннего диаметра в конкретном опыте.

В сечении 5 мм износ идет наибольший (рис. 4, кривая 1). Чтобы уменьшить случайную погрешность измерений, была приведена кривая износа, усредненная по всем измеряемым сечениям (рис. 4, кривая 2). Для каждого эксперимента в виде гистограммы показано значение максимального давления в камере сгорания.

Рассмотрено влияние способа воспламенения заряда – с помощью электрокапсюльной втулки (ЭКВ) и при помощи электротермохимического воспламенения (ЭТХ). Результаты показали, что наличие высокотемпературной плазмы не вносит значительного вклада в изменение внутреннего диаметра канала ствола.

Проведена систематизация полученных данных в зависимости от типа БПАЗ, его температуры горения. Рассмотрены влияния конкретного топлива: Т1 (рис. 5, слева) и с Т4 (рис. 5, справа) при воспламенении с помощью ЭКВ.



Рис. 5. Зависимости суммарного изменения среднего значения внутреннего диаметра ∆*d* ствола от количества экспериментов

Для T1 отсутствие износа (изменение меньше, чем дискрета измерения) для серии опытов объясняется тем, что в них использовался БПАЗ с начальной температурой –50 °C, которое загорается вне исследуемого участка ствола. Топливо T4 загорается внутри исследуемого диапазона канала ствола. Начало горения топлива было определено на основании расчета внутрибаллистических параметров выстрела.

Было оценено интегральное влияние некоторых типов БПАЗ (T1-4) и классической схемы заряжания (без БПАЗ) на износ канала ствола (рис. 6) при начальной температуре заряда + 20 °C. На рисунке цифрами указан тип топлива, используемого в выстреле. Для выстрелов без БПАЗ  $\Delta d = 0$ .



Рис. 6. Зависимость суммарного изменения усредненного значения диаметра канала ствола от количества экспериментов

Если износ  $\delta$  от T4 обозначить за 1, то в перерасчете на одинаковое количество экспериментов можно построить зависимость, показанную на рис. 7.



Рис. 7. Диаграмма уровня износа ствола с учетом типа топлива и температуры горения

Видно, что больший износ ствола идет при использовании топлив с более высокой температурой горения. Топливо Т4 содержит К-фазу в продуктах сгорания, что также увеличивает износ ствола. В данной работе не было произведено разделение влияния на износ ствола типа топлива и температуры его горения, а также не были описаны методы, дающие меньший износ ствола, поскольку в данных исследованиях эта задача не приоритетна.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания № 2014/223 (код проекта 1362).

#### Литература

2. *Карюкин С*. Подход к обеспечению живучести стволов артиллерийских орудий / С. Карюкин, О. Митрохин // Военная мысль. 2012. № 1. С. 72–78.

<sup>1.</sup> *Орлов Б.В.* Устройство и проектирование стволов артиллерийских орудий. Б.В. Орлов, Э.К. Ларман, В.Г. Маликов. М.: Машиностроение, 1976. 432 с.

## DOI: 10.17223/9785751124199/10 ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОИЗВОДСТВА НАНОРАЗМЕРНЫХ ПОРОШКОВ ПЛАЗМОХИМИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

## И.А. Жуков, И.С. Бондарчук, С.С. Бондарчук, В.В. Промахов

Представлены результаты вычислений, позволяющие оценивать комплексное воздействие параметров режимов работы плазмотрона, свойств теплоносителя на формирование и эволюцию капельной среды инжектируемого раствора.

# IMPROVING THE EFFICIENCY OF PRODUCTION OF NANOPOWDERS BY PLASMA-CHEMICAL METHOD

## I.A. Zhukov, I.S. Bondarchuk, S.S. Bondarchuk, V.V. Promakhov

The results of the calculations by which to measure the combined effect of the parameters of the plasma torch modes, properties of the coolant on the formation and evolution of the droplet medium injected solution is presented.

Преимуществом и особенностью плазмохимических систем является высокая энергонапряженность теплового потока: температура плазменных теплоносителей достигает ~  $10^4$  K, значения их энтальпии составляют  $(1-2) \times 10^2$  ккал/моль [1], что обеспечивает большую удельную производительность оборудования. Благодаря этому применение плазмохимического метода целесообразно для осуществления эндотермических процессов, например получения нанооксидов металлов из растворов солей [2, 3].

Аппаратная часть плазмохимического метода и технологии синтеза нанопорошков базируются на высокочастотном способе генерации теплоносителя, подаваемого в реакторную часть установки совместно с раствором прекурсора. Нанопорошки в данном способе синтезируются путем термохимического разложения жидких распыленных реагентов в высокотемпературном теплоносителе, а сам процесс проходит в цилиндрическом реакторе вертикального типа.

Одним из направлений повышения эффективности промышленных установок, позволяющим организовать оптимальный режим высокопроизводительного процесса получения широкого класса материалов с заданными свойствами, является применение развитого аппарата математического моделирования рабочих процессов в реакторе.

Разработка математического аппарата предполагает многофакторный анализ задачи расчета параметров течения многокомпонентной двухфазной химически реагирующей среды при детальном исследовании явлений тепломассопереноса в капле распыленного реагента и при ее взаимодействии с несущей газовой фазой. Многофакторная оптимизация по всему спектру рассматриваемых процессов является условием создания технологии контролируемого синтеза порошков.

Процесс плазмохимического синтеза является многостадийным и включает распыливание жидкого прекурсора с образованием полидисперсных капель в объеме реактора, движение капель в потоке газообразного теплоносителя, нагрев и испарение капель, сопровождающиеся диффузией и кристаллизацией соли металла в объеме капли, термолизом соли с образованием микропористой пленки при повышении температуры и ее спеканием в форме твердой частицы.

В частности, при использовании в качестве прекурсора водного раствора нонагидрата азотнокислой соли алюминия Al(NO<sub>3</sub>)<sub>3</sub>·9H<sub>2</sub>O процесс термолиза кристаллизованной в объеме капли соли начинается при ее нагревании свыше 135 °C. При этом первоначально образуется основная соль  $Al(OH)_2NO_3 \cdot 1,5H_2O$ , а при более высоких температурах (свыше 200 °C) происходит ее разложение до аморфного оксида алюминия в соответствии с реакцией

$$4Al(NO_3)_3 = 2Al_2O_3 + 12NO_2\uparrow + 3O_2\uparrow$$
.

Анализ отдельных стадий плазмохимического синтеза показал, что формирование морфологии частиц порошка происходит на стадии испарения капли.

Модель формулируется для процессов, происходящих в вертикальном реакторе. В качестве исходного реагента (прекурсора) используется водный раствор  $Al(NO_3)_3 \times 9H_2O$  (массовая доля прекурсора в растворе равна 0,04). Подача раствора в камеру реактора происходит через центробежную форсунку, обеспечивающую получение капель распыленного реагента с заданной дисперсностью. В качестве генератора высокотемпературного теплоносителя используется высокочастотный плазмотрон.

Рассматривается следующая физическая картина развития процесса. В начальные моменты времени вследствие нагрева капли происходит испарение растворителя через ее поверхность; диаметр капли, естественно, уменьшается, а концентрация растворенной соли в приповерхностных зонах по очевидным причинам увеличивается. После того как температура раствора достигает температуры кипения, формируется соответствующая подвижная граница фронта парообразования  $R_K(t,r)$ . В то же время достижение концентрацией раствора в каком-либо месте величины  $K_n$  – концентрации равновесного насыщения – считается условием выпадения соли раствора в осадок, который, в свою очередь, при достижении эффективной температуры протекания реакции образует пористую структуру оксида.

Уравнения записываются для элементарного объема dV, ограниченного движущейся, в общем случае, со скоростью **и** поверхностью dS с направлением внешней нормали, заданным единичным вектором **n** (рис. 1). Текущие размеры капли и положение фронта кипения определяются соответствующими радиусами  $R_S$  и  $R_K(t)$ .



Рис. 1. Расчетная область

С учётом сделанных допущений уравнение теплопереноса (изменения температуры  $T_K$ ) в растворе имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \rho_{K} c_{K} T_{K} dV - \int_{S} \left[ \lambda_{K} \frac{\partial T_{K}}{\partial n} + \rho_{K} c_{K} (u, n) T_{K} \right] dS + \frac{\partial m_{K}}{\partial t} c_{K} T_{K} = 0,$$
(1)

где t – время;  $\rho$ , c,  $\lambda$  – плотность, теплоемкость и коэффициент теплопроводности; индекс K указывает на раствор.

До момента начала выпадения солевого остатка граничное условие для уравнения (1) имеет вид

$$\alpha (T-T_{\kappa}) + \sigma \varepsilon (T^{4}-T_{\kappa}^{4}) = -\lambda_{\kappa} \left. \frac{\partial T_{\kappa}}{\partial r} \right|_{R=R_{\kappa}} + \frac{1}{4 \pi R_{\kappa}^{2}} \frac{dm}{dt} \Big[ q_{\kappa} + C_{p} \left( T - T_{\nu} \right) \Big],$$
(2)

где T – локальная температура теплоносителя;  $\sigma$  – постоянная Стефана–Больцмана; ε – коэффициент спектральной прозрачности системы газ – поверхность капли; *q<sub>K</sub>*,*C<sub>p</sub>* – теплота испарения и изобарическая теплоемкость пара.

Коэффициент теплоотдачи α за счет вынужденной конвекции определяется через значение числа Нуссельта Nu, рассчитываемого по параметрам потока [3].

После выпадения солевого осадка граничное условие связывает тепловые потоки раствора и осадка, а также их температуры  $T_K$ ,  $T_S$  с равновесной температурой парообразования  $T_V$ :

$$-\lambda_{S}\frac{\partial T_{S}}{\partial r}\Big|_{R=R_{K}} = -\lambda_{K}\frac{\partial T_{K}}{\partial r}\Big|_{R=R_{K}} + \frac{q_{K}}{\pi R_{K}^{2}}\frac{dm}{dt}, \ T_{K}\Big|_{r=R_{K}} = T_{S}\Big|_{r=R_{K}} = T_{V}.$$
 (3)

Из граничных условий (2) и (3) определяется массовая скорость испарения dm/dt и соответственно линейные скорости движения границы раствора  $u_0$  и «сеточной» внутрикапельной и

$$u_0 = \frac{1}{\mathrm{p}R_K^2 \mathrm{c}_K} \frac{dm}{dt}, \ u = \frac{r}{R_K} u_0.$$

Уравнение для изменения температуры T<sub>S</sub> выпавшего солевого остатка (параметры помечены индексом S) имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \rho_{S} c_{S} T_{S} dV - \int_{S} \left[ \lambda_{S} \frac{\partial T_{S}}{\partial n} \right] dS + \left(1 - \phi\right) \frac{\partial m_{S}}{\partial t} H_{S} = \frac{\partial m_{K}}{\partial t} c_{K} T_{K}, \qquad (4)$$

где *H*<sub>S</sub> – энтальпия фазового перехода соли в оксид.

.

На поверхности солевого осадка для решения уравнения (4) используется балансное энергетическое соотношение

$$\alpha(T-T_{K})+\sigma\left(T^{4}-T_{K}^{4}\right)=-\lambda_{S}\frac{\partial T_{S}}{\partial r}\Big|_{R=R_{S}}+\frac{C_{p}\left(T-T_{V}\right)}{\pi D^{2}}\frac{dm}{dt}.$$

Изменение доли ф оксида в составе солевого остатка определяется соотношением

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \phi \rho_{S} dV = (1 - \phi) \frac{\partial m_{S}}{\partial t},$$

а массовая скорость трансформации соли в оксид  $dm_S/dt$  определяется достижением температуры «перехода»  $T_{ox}$ :

$$(T - T_{ox})c_S \rho_S dV = H_S dm_S.$$

При описании процесса внутрикапельной диффузии перенос массы в капле в соответствии с законом Фика записываются в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} K dV - \int_{S} \left[ D \frac{\partial K}{\partial n} + (u, n) K \right] dS + \frac{1}{\rho_{K}} \frac{\partial m_{K}}{\partial t} = 0, \quad 0 \le r \le R_{K}(t),$$

где *D* – коэффициент диффузии растворенной соли.

Массовая скорость выпадения осадка  $dm_K/dt$ , определяемая предельной концентрацией насыщения  $K_n$ , рассчитывается из уравнения

$$(K - K_n) \rho_K dV = dm_K$$







Рис. 4. Распределение массовой доли соли в растворе в момент начала выпадения осадка



Рис. 3. Зависимости размеров частицы от начальной массовой доли соли



Рис. 5. Изменение массы выпавшего осадка от времени теплового воздействия

На рис. 2 и 3 представлены зависимости размера частицы и ее жидкого ядра как функции от темпа нагрева (значения числа Nu) для частицы в потоке (см. рис. 2) и в зависимости от начальной массовой доли растворенной соли  $K_0$  (см. рис. 3). Необходимо отметить, что до достижения концентрацией величины критического перенасыщения  $K_n$  кривизна ее распределения по радиусу капли определяется, главным образом, значением безразмерного параметра  $u_0 R_K / D$  (рис. 4). На рис. 5 показано изменение массы выпавшего осадка относительно полного времени теплового воздействия на частицу.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ № 16-38-60031 (мол\_а\_дк)

## Литература

1. Полак Л.С., Овсянников А.А., Словецкий Д.И., Вурзель Ф.Б. Теоретическая и прикладная плазмохимия. М.: Наука, 1975. 304 с.

2. Vorozhisov S.A, Promakhov V.V., Zhukov I. et al. The use of alumina and zirconia nanopowders for optimization of the Al-based light alloys // TMS Annual Meeting 144, Connecting the Global Minerals, Metals, and Materials Community. 2015. P. 25–32.

3. Vorozhtsov S., Zhukov I., Vorozhtsov A. et al. Synthesis of micro-and nanoparticles of metal oxides and their application for reinforcement of Al-based alloys. // Advances in Materials Science and Engineering, 2015. Vol. 2015. P. 718207.

4. Жуков А.С., Бондарчук С.С. Тепломассоперенос при получении оксидов металлов плазмохимическим методом // Изв. вузов. Физика. 2010. Т. 53, №12/2. С. 96–101.

## DOI: 10.17223/9785751124199/11

## МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА ПРИ СОВМЕСТНОМ ДЕЙСТВИИ ВЫНУЖДЕННОЙ И СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ В РАБОЧЕЙ КАМЕРЕ РЕАКТОРА

## Е.Д. Завьялов, Р.В. Брендаков

Проведено исследование по влиянию геометрии, режимных параметров, а также критериев Прандтля, Рейнольдса и Грасгофа на распределение полей температуры, вектора скорости и давления в рабочей камере реактора.

# MODELING OF AERODYNAMICS AND HEAT TRANSFER IN THE JOINT ACTION OF FORCED AND NATURAL CONVECTION IN THE CHAMBER OF THE REACTOR

#### E.D. Zavyalov, R.V. Brendakov

The present research concentrated on the influence of geometry, operating parameters, and criteria of Prandtl, Reynolds and Grashof on the distribution of fields of temperature, velocity vector and pressure in the working chamber of the reactor.

Интенсификация производства и технологическая модернизация российской экономики невозможны без передовых прикладных научных исследований и экспериментальных разработок, направленных на создание новых видов продукции и технологий, востребованных современными отраслями экономики. Широкое использование изделий из металлического вольфрама в различных отраслях народного хозяйства обусловлено уникальными свойствами этого металла.

В химической технологии для получения чистых металлов применяется реакция восстановления водородом путем нагрева смеси газов в рабочей камере химического реактора. Гидродинамика этого процесса определяется эффектами взаимодействия свободной и вынужденной конвекции.

В работе рассматривается течение газа в химическом реакторе, в котором существенное значение имеет место процесс естественной и вынужденной конвекции [1].



Рис. 1. Схема расчётной области

Течение газа, в котором имеет место процесс естественной и вынужденной конвекции, может быть описано уравнениями Навье–Стокса и уравнением переноса тепла [2].

$$\frac{\partial \overline{U_r}}{\partial \overline{t}} + \overline{U_r} \frac{\partial \overline{U_r}}{\partial \overline{r}} + \overline{U_z} \frac{\partial \overline{U_r}}{\partial \overline{z}} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{r}} + \frac{1}{\operatorname{RePr}} \left( \frac{\partial^2 \overline{U_r}}{\partial \overline{r^2}} + \frac{\partial^2 \overline{U_r}}{\partial \overline{z^2}} + \frac{1}{\overline{r}} \frac{\partial \overline{U_r}}{\partial \overline{r}} - \frac{\overline{U_r}}{\overline{r^2}} \right); \quad (1)$$

$$\frac{\partial \overline{U_z}}{\partial \overline{t}} + \overline{U}_r \frac{\partial \overline{U}_z}{\partial \overline{r}} + \overline{U}_z \frac{\partial \overline{U}_z}{\partial \overline{z}} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{z}} + \frac{1}{\operatorname{Re}\operatorname{Pr}} \left( \frac{\partial^2 \overline{U}_z}{\partial \overline{r^2}} + \frac{\partial^2 \overline{U}_z}{\partial \overline{z^2}} + \frac{1}{\overline{r}} \frac{\partial \overline{U}_z}{\partial \overline{r}} \right) + \frac{Gr}{\operatorname{Re}^2} \overline{\theta} + \frac{Gr_c}{\operatorname{Re}^2} \overline{C}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial\overline{\partial}}{\partial t} + \overline{U}_r \frac{\partial\overline{\partial}}{\partial r} + \overline{U}_z \frac{\partial\overline{\partial}}{\partial \overline{z}} = \frac{1}{\Pr} \left( \frac{\partial^2\overline{\partial}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2\overline{\partial}}{\partial \overline{z}^2} + \frac{1}{\overline{r}}\frac{\partial\overline{\partial}}{\partial \overline{r}} \right);$$
(3)

$$\frac{\partial \overline{U}_r}{\partial \overline{r}} + \frac{\partial \overline{U}_z}{\partial \overline{z}} + \frac{\overline{U}_r}{\overline{r}} = 0, \tag{4}$$

Для получения безразмерной системы уравнений (1)–(4) в качестве основных масштабов были выбраны:  $\rho$  – постоянное значение плотности,  $U_0$  – скорость во входном сечении, L – ширина входного канала и  $\Delta T = T_1 - T_0$  – перепад температур, причем в системе уравнений (1)–(4) имеют место критерии Рейнольдса, Грасгофа и Прандтля

$$\operatorname{Re} = \frac{U_0 L}{v}, \ \operatorname{Gr} = \frac{g\beta\Delta TL^3}{v^2}, \ \operatorname{Pr} = \frac{v}{\lambda}.$$

Для получения единственного решения ставятся следующие граничные условия: на входе задаются концентрация, скорость, температура. На стенках – условия непроникания газа. На стержне CD задается температура. На выходе выполняется условие Неймана [3].

Численное решение полученной системы уравнений проводилось двумя способами. Решение задачи первым способом основывается на методе физического расщепления полей скорости и давления. В результате расщепления имеем следующую систему уравнений:

$$\begin{split} \frac{\partial \overline{U_r}}{\partial \overline{t}} + \frac{\partial \overline{U_r}^2}{\partial \overline{r}} + \frac{\partial \overline{U}_r \overline{U}_z}{\partial \overline{z}} &= -\frac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{r}} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \left( \frac{\partial^2 \overline{U}_r}{\partial \overline{r}^2} + \frac{\partial^2 \overline{U}_r}{\partial \overline{z}^2} + \frac{1}{\overline{r}} \frac{\partial \overline{U}_r}{\partial \overline{r}} - \frac{\overline{U}_r}{\overline{r}^2} \right) - \frac{\overline{U_r}^2}{\overline{r}^2}; \\ \frac{\partial \overline{U_z}}{\partial \overline{t}} + \frac{\partial \overline{U}_z \overline{U}_r}{\partial \overline{r}} + \frac{\partial \overline{U_z}^2}{\partial \overline{z}} &= -\frac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{z}} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \left( \frac{\partial^2 \overline{U}_z}{\partial \overline{r}^2} + \frac{\partial^2 \overline{U}_z}{\partial \overline{z}^2} + \frac{1}{\overline{r}} \frac{\partial \overline{U}_z}{\partial \overline{r}} \right) + \frac{Gr}{\mathrm{Re}^2} \overline{\theta} + \frac{Gr_c}{\mathrm{Re}^2} \overline{C} - \frac{\overline{U}_z \overline{U}_r}{\overline{r}}; \\ \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial \overline{t}} + \frac{\partial \overline{U}_r \overline{\theta}}{\partial \overline{r}} + \frac{\partial \overline{U}_z \overline{\theta}}{\partial \overline{z}} &= \frac{1}{\mathrm{Pr}\mathrm{Re}} \left( \frac{\partial^2 \overline{\theta}}{\partial \overline{r}^2} + \frac{\partial^2 \overline{\theta}}{\partial \overline{z}^2} + \frac{1}{\overline{r}} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial \overline{r}} \right); \\ \frac{\partial (\delta p)}{\partial \tau_1} &= \nabla^2 (\delta p) - \frac{\nabla \cdot \overline{u}}{\Delta \tau}. \end{split}$$

Для решения задачи в переменных вихрь-функция тока использовалась следующая система уравнений [4]:

Для определения вихря на стенке использовались условия Тома.

Решение задачи в переменных скорость-давление и в переменных вихрьфункция тока, окружная скорость проводились обобщенным неявным методом переменных направлений с использованием экспоненциальной схемы.

В результате численного решения задачи о естественной и вынужденной конвекции были получены распределения линий тока и температуры в расчетной области для различных значений Gr, Pr, Re и для различной геометрии реактора.



Рис. 2. Распределение линий тока в расчетной области

Рис. 3. Распределение температуры в расчетной области



Рис. 4. Сравнение аналитического и численного решений

Для примера приведены графики распределений функций тока (рис. 2), температуры (рис. 3). На рис. 4 представлено сравнение известного аналитического решения для кольцевого канала с данными расчета. Также на рис. 5 и 6 приведены результаты сравнения двух способов решения задачи: в переменных скорость-давление и функция тока-вихрь.



Рис. 5. Сравнение осевой составляющей вектора скорости для двух способов решения

Рис. 6. Сравнение радиальной составляющей вектора скорости для двух способов решения

На примере данной задачи рассмотрено влияние чисел Pr, Re, Gr. Из численных результатов видно, что при уменьшении числа Re вихри в течении становятся меньше, а при определенных значениях Re вихри отсутствуют. При уменьшении числа Pr из-за уменьшения вязкости интенсивность процесса естественной конвекции увеличивается.

## Литература

1. Брендаков Р.В., Завьялов Е.Д. Статическая оценка параметров процесса фторирования металлического вольфрама // VI школа-конференция молодых атомщиков Сибири: сб. тезисов и докладов, 14-16 октября 2015 г. Томск: Изд-во СТИ НИЯУ МИФИ, 2015. 147 с.

2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа: учебник для вузов / Л.Г. Лойцянский. М.: Наука, 1987. 840 с.

3. Патанкар С.В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С.В. Патанкар; пер. с англ. под ред. В.Д. Виленского. М.: Энергоатомиздат, 1984. 149 с.

4. Роуч П. Вычислительная гидромеханика / П. Роуч. М.: Мир, 1977. 618 с.

## DOI: 10.17223/9785751124199/12 ИССЛЕДОВАНИЕ ГОРЕНИЯ СМЕСЕВЫХ КОМПОЗИЦИЙ, СОДЕРЖАЩИХ СМЕШАННОЕ МЕТАЛЛИЧЕСКОЕ ГОРЮЧЕЕ

#### Н.Н. Золоторёв

Представлены результаты экспериментального исследования характеристик воспламенения и горения высокоэнергетических материалов, содержащих смешанное металлическое горючее алюминий/бор.

# INVESTIGATION OF COMBUSTION OF COMPOSITE COMPOSITIONS CON-TAINING MIXED METAL FUEL

# N.N. Zolotorev

The results of experimental studies of the characteristics of high-energy ignition and combustion of materials containing mixed metal fuel aluminum/boron.

Одним из основных направлений при создании газогенераторов и двигательных установок широкого назначения является поиск новых высокоэффективных энергетических материалов. По мере развития техники все более широкое применение находят газогенераторы, работающие на смесевых композициях (СК), содержащих металлическое горючее. Известно, что применение металлического горючего значительно улучшает энергетические характеристики СК [1]. Одним из путей повышения энергетических характеристик СК является использование в их составе металлов в виде порошков с различной степенью измельчения.

Металлическое горючее представляет собой по существу восстановитель, при окислении которого выделяется большое количество тепловой энергии. Наибольшее распространение в энергетических установках получили алюминий, магний, бериллий, бор, цирконий и другие металлы.

Температура плавления окиси алюминия Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> находитсяв пределах 2010–2050 °C, а температура кипения – 2980 °C [2]. Температура кипения окиси алюминия выше температуры кипения металла, металл испаряется, и пары его, диффундируя через окисел, смешиваются с кислородом и сгорают.

Добавка бора в пиротехнические составы и топлива облегчает их воспламенение, поэтому он находит широкое применение в воспламенительных составах, реже – в безгазовых и твердых топливах. Применение бора сдерживается значительной агломерацией частиц при горении состава, низкой полнотой сгорания и невысокой температурой горения, что объясняется низкой температурой плавления образующейся на частицах бора плёнки оксида бора и значительными затратами тепла на его плавление и испарение [3]. Температура плавления оксида бора  $B_2O_3$  составляет 450 °C. В связи с этим образующаяся на поверхности частицы оксидная пленка обладает защитными свойствами. В работе [4] отмечается, что согласно экспериментальным данным температура частиц бора в момент воспламенения находится между температурой плавления 2200 °C и температурой кипения бора 3658 °C.

Изучение конденсированных систем при субатмосферных давлениях имеет важное практическое значение. При понижении давления химические реакции идут медленнее, что способствует более яркому проявлению влияния соотношения компонентов, добавок на характеристики горения. Более точное представление о механизме горения СК необходимо при разработке новых рецептур высокоэнергетических материалов (ВЭМ), а также важно при поиске путей расширения области применения.

Основной функцией при расчете внутрибаллистических характеристик энергетических систем является зависимость скорости горения от давления u(p).

Исследовали горение СК на основе перхлората аммония (ПХА) дисперсностью меньше 50 мкм, инертного горючего-связующего СКДМ-80 и металлического горючего алюминий/бор, при субатмосферных давлениях. Коэффициент избытка окислителя смесевой композиции α=0,5.



Рис. 1. Зависимость скорости горения от давления

Экспериментально получен степенной закон скорости горения для систем ПХА/СКДМ-80/Alex/В и ПХА/СКДМ-80/АСД-6/В при α=0,5, в диапазоне давлений 0,02–0,07 МПа (таблица).

Comp	Параметры					
Состав	<i>а</i> , мм/с	ν				
ПХА/СКДМ-80/Alex/B	1,79	0,54				
ПХА/СКДМ-80/АСД-6/В	1,25	0,78				

Скорость горения при α=0,5

Для СК на основе ПХА/СКДМ-80/Alex/B, α=0,5 в диапазоне давлений 0,02– 0,07 МПа исследуемые образцы горели устойчиво. При давлении ниже 0,02 МПа устойчивого горения образцов не наблюдалось. СК не способна поддерживать самостоятельное горение при субатмосферных давлениях. Зажигание производили электрозапалом, образец воспламенялся и в течение 1–2 с происходило затухание.

Проведение экспериментов при субатмосферном давлении показало, что для СК на основе ПХА/СКДМ-80/АСД-6/В, α=0,5 в диапазоне давлений 0,02–0,07 МПа исследуемые образцы горели устойчиво. При давлении ниже 0,02 МПа устойчивого

горения образцов не наблюдалось. СК не способна поддерживать самостоятельное горение при субатмосферных давлениях.

Анализ результатов показал, что в исследованных смесевых композициях замена порошка алюминия микронных размеров АСД-6 на ультрадисперсный алюминий (УДП), при прочих равных условиях, приводит к тому, что в диапазоне давлений 0,02–0,07 МПа (рис. 1) скорость горения образцов ПХА/СКДМ-80/Alex/В увеличивается в 1,4 раза, а показатель степени v в законе скорости горения снижается от 0,78 до 0,54.

Экспериментально показано, что замена микроразмерного алюминия марки ACД-6 на ультрадисперсный алюминий марки Alex приводит к тому, что плотность образца ПХА/СКДМ-80/Alex/В уменьшается, а скорость горения при давлении 0,1–1,0 МПа увеличивается, что совпадает с результатами других авторов [5]. Дальнейшее повышение давления до 1,0 МПа увеличивает скорость горения.

Важное значение при изучении СК является определение констант формальной кинетики – энергии активации и предэкспонента [6]. В работе эти параметры были определены после проведения экспериментов по зажиганию на нагретой поверхности. Замена промышленного алюминия АСД-6 на ультрадисперсный порошок с добавлением бора сокращает время задержки воспламенения и повышает эффективность горения алюминия в СК. Механизм влияния ультрадисперсного алюминия на процесс горения СК определяется возможностью интенсивного окисления алюминия на поверхности горения или в непосредственной близости от нее. Если этот процесс происходит в прогретом слое, то возможен режим взрывного зажигания. Такой аномальный режим был обнаружен при исследовании зажигания топливных композиций с ультрадисперсным порошком алюминия в условиях подвода тепла от нагретого блока [7], когда появление пламени сопровождается резким звуковым эффектом. Согласно [4] для смесей, содержащих УЛП алюминия, переход во взрыв обусловлен не столько увеличением суммарной энергии горения, сколько способностью проникновения газообразных продуктов горения на большую глубину внутрь конденсированной фазы. Известно [8], что для УДП алюминия характерно двухстадийное окисление, когда при температуре порядка 297 °C низкотемпературное окисление может перейти в высокотемпературное с быстрым повышением температуры до 1 997 °С. Если этот переход происходит в прогретом слое образца, а не в зоне пламени, то вероятность развития конвективного горения резко возрастает.

**Вывод.** Замена смешанного металлического горючего с добавлением бора в СК приводит к увеличению скорости горения, а также сокращает время задержки воспламенения и повышает эффективность горения алюминия в СК.

Работа проведена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы», соглашение № 14.578.21.0034, уникальный идентификатор ПНИ RFMEFI57814X0034.

#### Литература

1. Лемперт Д.Б., Ничипоренко Г.Н., Манелис Г.Б. Энергетические возможности высокоплотных смесевых твердых ракетных топлив, содержащих цирконий или его гибрид // Физика горения и взрыва. 2011. Т. 47, № 1. С. 52–61.

2. Чалый В.П. Гидроокиси металлов. Киев: Наукова думка, 1972.

3. Жуков Б.П. Энергетические конденсированные системы. Краткий энциклопедический словарь. М.: Янус-К, 2000.

4. Похил П.Ф., Беляев А.Ф., Фролов Ю.В. и др. Горение порошкообразных металлов в активных средах. М.: Наука, 1972.

5. Пестерев А.В. Влияние смешанного металлического горючего на скорость горения высокоэнергетических материалов // Химия, технология и применение высокоэнергетических соединений. Бийск: Изд-во Алт. гос. техн. ун-та, 2011. С. 82–83.

6. Вилюнов В.И. Теория зажигания конденсированных веществ. Новосибирск: Наука, 1984.

7. Коротких А.Г., Кузнецов В.Т. О возможности взрывного режима при зажигании гетерогенных систем // Материалы междунар. конф. «Сопряженные задачи механики, информатики и экологии». Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. С. 108–109.

8. Ильин А.П., Проскуровская Л.Т. Двухстадийное горение ультрадисперсного порошка алюминия на воздухе // Физика горения и взрыва. 1990. Т. 26, № 2. С. 71–74.

#### DOI: 10.17223/9785751124199/13

# ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЗАКРУЧЕННОЙ ЖИДКОСТИ В ВОЗДУШНО-ЦЕНТРОБЕЖНОМ КЛАССИФИКАТОРЕ

### К.К. Исмаилов, А.В. Шваб

Исследуется аэродинамика воздушно-центробежного классификатора. Были написаны две программы на языке Fortran для решения задачи в переменных скорость–давление и переменных вихрь–функция тока, окружная скорость. Исследовано влияние параметров закрутки газа и входных скоростей.

## NUMERICAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF VISCOUS SWIRLING FLOW IN AN AIR-CENTRIFUGAL CLASSIFIER

#### K.K. Ismailov, A.V. Shvab

This paper presents numerical investigation of aerodynamics in an air-centrifugal classifier. To solve the problem were used two own Fortran code programs in variables velocity-pressure and vortcity-stream function, circumferential velocity. The rotation effects and effects of entering flow velocities are tested.

Классификатор (рис. 1) представляет собой систему коаксиальных цилиндров и дисков. Через входной канал вблизи оси жидкость с дисперсными частицами поступает в вихревую камеру. Закрутка потока, положительная радиальная скорость и поддув с периферии, который способствует разъединению слипшихся частиц, служат своего рода ловушкой для крупных частиц. Мелкодисперсные частицы уносятся потоком и вместе с жидкостью покидают аппарат [1, 2].

Движение закрученного потока в силу небольших скоростей описывается уравнениями Навье-Стокса в цилиндрической системе координат. Рассматриваемая задача является симметричной относительно окружной координаты, поэтому производные по  $\varphi$  равны нулю. В этом случае уравнения Навье–Стокса имеют вид



Рис. 1. Схема расчетной области

$$\frac{\partial u_r}{\partial \tau} + \frac{\partial u_r^2}{\partial r} + \frac{\partial u_r u_z}{\partial z} + \frac{u_r^2}{r} - \frac{u_{\varphi}^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\operatorname{Re}} \left( \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right);$$
(1)

$$\frac{\partial u_{\varphi}}{\partial \tau} + \frac{\partial (u_{\varphi}u_r)}{\partial r} + \frac{\partial (u_{\varphi}u_z)}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u_{\varphi}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_{\varphi}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial r} - \frac{u_{\varphi}}{r^2} \right) - \frac{2u_{\varphi}u_r}{r}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial \tau} + \frac{\partial u_z u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z^2}{\partial z} + \frac{u_z u_r}{r} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} \right);$$
(3)

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r} = 0.$$
(4)

Безразмерная форма системы (1)–(4) получалась с использованием масштаба длины H (расстояние между дисками) и масштаба скорости  $U_0$  (значение входной скорости вблизи оси вращения), где Re =  $U_0 H / \nu$  – число Рейнольдса.

Для получения единственного решения уравнений ставятся граничные условия. Граничные условия были заданы исходя из типа границы: на стенке реализуется условие прилипания, т.е. все компоненты скорости равны нулю; на выходах выполняется условие Неймана [3]; на входе у оси и на периферии радиальная компонента скорости является заданной и равна входной скорости (безразмерной). Для окружной составляющей использовались параметры закрутки газа – обратный критерий Росби.

Задача решалась в переменных скорость-давление методом физического расщепления полей скорости и давления. В результате расщепления получили следующую систему:

$$\begin{split} \frac{\partial u_r}{\partial \tau} + \frac{\partial u_r^2}{\partial r} + \frac{\partial u_r u_z}{\partial z} + \frac{u_r^2}{r} - \frac{u_{\varphi}^2}{r} &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \bigg( \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \bigg); \\ \frac{\partial u_z}{\partial \tau} + \frac{\partial u_z u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z^2}{\partial z} + \frac{u_z u_r}{r} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \bigg( \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} \bigg); \\ \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial \tau} + \frac{\partial (u_{\varphi} u_r)}{\partial r} + \frac{\partial (u_{\varphi} u_z)}{\partial z} &= \frac{1}{\mathrm{Re}} \bigg( \frac{\partial^2 u_{\varphi}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_{\varphi}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial r} - \frac{u_{\varphi}}{r^2} \bigg) - \frac{2u_{\varphi} u_r}{r}; \\ \frac{\partial (\delta \mathbf{p})}{\partial \tau_1} &= \nabla^2 (\delta \mathbf{p}) - \frac{\nabla \cdot \vec{u}}{\Delta \tau}. \end{split}$$

Для получения единственного решения ставим граничные условия, которые для поля скорости были уже описаны выше, для поля давления применяется условие Неймана.

В целях проверки достоверности получаемого решения была построена схема для решения данной задачи в переменных вихрь-функция тока, окружная скорость. Для решения задачи в переменных вихрь-функция тока, окружная скорость

$$\begin{split} \frac{\partial\Omega}{\partial\tau} + \frac{\partial u_r \Omega}{\partial r} + \frac{\partial u_z \Omega}{\partial z} &= \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial\Omega}{\partial r} - \frac{\Omega}{r^2} \right) + \frac{2u_{\varphi}}{r} \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial z}; \\ \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial\tau} + \frac{\partial (u_{\varphi}u_r)}{\partial r} + \frac{\partial (u_{\varphi}u_z)}{\partial z} &= \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u_{\varphi}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_{\varphi}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial r} - \frac{u_{\varphi}}{r^2} \right) - \frac{2u_{\varphi}u_r}{r}; \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} &= -r\Omega \,. \end{split}$$

Для определения вихря на стенке использовались условия Тома, а в угловых точках применялись различные способы, предложенные П. Роучем [4].



Рис. 2. Изолинии функции тока: Re = 1;  $Rg_0$  = 1;  $Rg_1$  = 0, 1; Rg = 0, 7



Рис. 3. Распределение изолиний окружной скорости:



Рис. 4. Профили радиальной компоненты скорости в указанных сечениях вихревой камеры



Рис. 5. Профили радиальной компоненты скорости в указанных сечениях вихревой камеры

**4**1

민

Решение задачи в переменных скорость-давление и в переменных вихрьфункция тока, окружная скорость проводилось обобщенным методом переменных направлений с использованием экспоненциальной схемы.

В результате численного расчета были получены решения для различных коэффициентов закрутки, чисел Рейнольдса, способов описания угловых точек для вихря.

Для примера на рис. 2 и 3 показаны распределения изолиний функции тока и окружной компоненты скорости. На рис. 4 и 5 представлены распределения радиальных скоростей в сечениях вихревой камеры, которые представляют наибольший интерес в процессе классификации. На рис. 6 приведено сравнение способов решения задачи в переменных скорость-давление и вихрь-функция тока, окружная скорость, и на этом же графике приведено известное аналитическое решение для кольцевого канала. На рис. 7 представлены распределения радиальной скорости при различных разностных аппроксимациях вихря в угловой точке.





Рис. 6. Сравнение полученных решений между собой и с аналитическим решением

Рис. 7. Профили радиальной компоненты скорости. Сравнение способов описания угловых точек для Щ

В результате численного исследования аэродинамики в воздушно-центробежном классификаторе показано влияние режимных и геометрических параметров на распределение полей скорости и давления. Как показали численные результаты, существенное влияние на динамику несущего потока оказывает значение критериев закрутки газа на входе в вихревую камеру и ее стенок, а также значение входных скоростей газа на входе и на периферии центробежного аппарата.

#### Литература

1. Патент РФ №2407601. Способ воздушно-центробежной классификации порошков и устройство для его осуществления / П.Н. Зятиков, А.Т. Росляк, И.М. Васенин и др. // Опубл. Б.И. № 36, 27.12.10.

2. Шваб А.В., Хайруллина В.Ю. Исследования закрученного турбулентного течения между вращающимися профилированными дисками. ТОХТ. 2011.Т. 45. № 5.С. 557–565.

3. Патанкар С.В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С.В. Патанкар; пер. с англ. под ред. В.Д. Виленского. М.: Энергоатомиздат, 1984. 149 с.

4. Роуч П. Вычислительная гидромеханика / П. Роуч. М.: Мир, 1977. 618 с.

66

## DOI: 10.17223/9785751124199/14 АНАЛИЗ ДОЛГОВРЕМЕННОЙ ОРБИТАЛЬНОЙ ЭВОЛЮЦИИ ОТРАБОТАВШИХ ОБЪЕКТОВ ГНСС

#### М.В. Каширин, И.В. Томилова, Т.В. Бордовицына

Представлены результаты MEGNO-анализа орбитальной эволюции отработавших объектов ГНСС. Выявлены все действующие на объекты орбитальные и вековые резонансы. Установлена взаимосвязь возникновения хаотичности в движении объектов с совместным действием резонансов различных типов: орбитального и вековых или нескольких вековых, среди которых есть резонансы, меняющие в процессе движения устойчивую конфигурацию на неустойчивую и обратно.

# ANALYSIS OF LONG-TERM ORBITAL EVOLUTION OF EXHAUST GNSS OBJECTS

## M.V. Kashirin, I.V.Tomilova, T.V. Bordovitsina

The results of the analysis MEGNO-orbital evolution of exhaust facilities GNSS are presenteed. All the orbital and secular resonances in the motion of the objects have been revealed. The interrelation of occurrence of chaotic motion of objects in a joint action of the resonances of different types: the orbital and the secular, or several centuries, among which there are resonances that change in motion a stable configuration on an unstable and back have been fixed.

#### Введение

Глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) функционируют в настоящее время в области MEO (mediumEarthorbits) околоземного космического пространства, на наклонных *почти* круговых орбитах со средними периодами обращения 40544 с для спутников системы ГЛОНАСС и 43080 с для объектов системы GPS. Система ГЛОНАСС состоит из 24 действующих объектов, а система GPS. – из 32. Особенностью орбит объектов всех современных ГНСС является наличие наклонений, приводящих к появлению вековых резонансов в движении объектов. Это в свою очередь может приводить к возрастанию эксцентриситетов орбит объектов и даже к возникновению хаотичности в их движении [1, 2]. Знание будущей орбитальной эволюции отработавших объектов необходимо для решения проблемы их утилизации и обеспечения безопасности функционирующих спутников.

В работах [1, 2] особенности эволюции отработавших КА систем ГЛОНАСС и GPS рассматривались на модельных объектах. Получен ряд интересных результатов относительно влияния вековых резонансов на орбитальную эволюцию модельных объектов систем ГЛОНАСС и GPS. В работе [3] дано описание долговременной орбитальной эволюции ныне существующих объектов этих систем в предположении, что все они потеряли управление 8.01.2015 г.

В настоящей работе на основе данных численного эксперимента, приведенных в [3], дается анализ долговременной эволюции неуправляемых объектов ГНСС с точки зрения влияния на них вековых резонансов различных типов.

## Методика исследования

Аналитическая методика выявления *вековых* резонансов [1] состоит в вычислении условий возникновения резонансов. Будем считать, что спутник подвержен влиянию сжатия Земли, описываемого второй зональной гармоникой геопотенциала, а также притяжения Луны и Солнца, которые рассматриваются как материальные точки, движущиеся по эллипсам с вращающимися линиями апсид и узлов. При сделанных предположениях аргумент разложения возмущающей функции в однократно осредненной задаче трех тел будет иметь следующий вид:

$$\underline{\Psi} = (l - 2p' + q')M' - (l - 2p)\omega + (l - 2p')\omega' - \overline{m}(\Omega - \Omega'), \qquad (1)$$

а в двукратно осредненной задаче запишется как

$$\underline{\Psi} = (l - 2p')\omega' - (l - 2p)\omega - \overline{m}(\Omega - \Omega'), \qquad (2)$$

причем

$$M' = M'_{0} + \bar{n}'(t - t_{0}), \quad \omega' = \omega'_{0} + \dot{\omega}'(t - t_{0}), \quad \Omega' = \Omega'_{0} + \dot{\Omega}'(t - t_{0}), \omega = \omega_{0} + \dot{\omega}(t - t_{0}), \quad \Omega = \Omega_{0} + \dot{\Omega}(t - t_{0}).$$
(3)

Используются стандартные обозначения элементов орбит объектов. Вековые частоты в движении спутника

$$\dot{\Omega} = \dot{\Omega}_{J_{\gamma}} + \dot{\Omega}_{L} + \dot{\Omega}_{S}, \ \dot{\omega} = \dot{\omega}_{J_{\gamma}} + \dot{\omega}_{L} + \dot{\omega}_{S}$$

вычисляются по известным формулам [4].

Условие возникновения резонанса можно представить в виде

$$\underline{\dot{\psi}} \approx 0, \ \underline{\dot{\psi}} \approx 0. \tag{4}$$

В работе [2] для значений индексов: l = 2, p, p',  $\overline{m} = 0$ , 1, 2, q, q' = -1, 0, 1 было получено 29 резонансных соотношений (4) низких порядков.

Алгоритм выявления вековых резонансов сводится к проверке выполнения условий (4). Если условие выполняется, для тех же значений индексов рассматривается эволюция во времени соотношения (1) или (2), которые называются критическими аргументами. Это делается для того, чтобы установить, какой характер имеют резонансные конфигурации: устойчивый при либрационном изменении соотношений (1), (2) или неустойчивый при циркуляционном изменении.

Численное моделирование долговременной орбитальной эволюции рассматриваемых объектов осуществляется с помощью программного комплекса «Численная модель движения систем ИСЗ» [5], дополненного программой MEGNOанализа орбитальной эволюции объектов [6]. Параметр MEGNO [7] представляет собой взвешенную по времени интегральную форму ляпуновского характеристического числа и обладает рядом интересных свойств.

Известно, что для квазипериодических (регулярных) орбит параметр осциллирует около 2. Более того, его усредненное значение для квазипериодических орбит всегда стремится к 2, а для устойчивых орбит типа гармонического осциллятора равно нулю.

## Результаты анализа

Исследование долговременной (на 100-летнем интервале времени) орбитальной эволюции рассматриваемых объектов ГНСС ГЛОНАСС и GPS в предположении, что все они потеряли управление 8.01.2015 г., описанное в работе [3], позволяет выделить ряд особенностей движения объектов. Главной особенностью эволюции является возрастание эксцентриситетов орбит большинства рассмотренных объектов. Движение всех объектов системы ГЛОНАСС является регулярным на рассматриваемом интервале времени, а движение значительной части объектов системы GPS подвержено хаотизации с быстрым ростом осредненного параметра MEGNO. Полученные в данной работе результаты позволяют связать особенности эволюции объектов с действием вековых резонансов различных типов.

Для всех объектов той и другой систем ГНСС и для всех 29 резонансов было проверено выполнение условий (4). В тех случаях, когда выполнение условий имело место, была рассмотрена эволюция во времени соответствующих критических аргументов (рис. 1).



Рис. 1. Типичный пример орбитальной эволюции объекта ГЛОНАСС (левый график) и изменение во времени его резонансных соотношений и критических аргументов (графики справа)

Результаты показали, что для всех объектов системы ГЛОНАСС характерно действие двух резонансов, связанных со средним движением Солнца:  $\underline{\dot{\psi}}_8 = \dot{M}'_S - 2\dot{\omega} + 2\dot{\omega}'_S \ \underline{\dot{\psi}}_9 = \dot{M}'_S - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_S$  и геометрического резонанса Лидова– Козаи  $\underline{\dot{\psi}} = \dot{\omega}$ . Используется нумерация резонансов, принятая в работе [2].

Приведенный на рис. 2 пример говорит о том, что все действующие резонансы имеют устойчивую конфигурацию, причем действие вековых резонансов, связанных со средним движением Солнца, меньше, чем действие резонанса Лидова–Козаи, так как в отличие от последнего резонансные соотношения для  $\psi_8$  и  $\psi_9$  не переходят через нулевое значение. Движение является регулярным, неосредненный параметр MEGNO колеблется около 2. Имеет место типичное для действия резонанса Лидова–Козаи возрастание эксцентриситета. На столетнем интервале времени эксцентриситет возрастает в 16 раз.

Орбитальная эволюция объектов системы GPS не столь однотипна, хотя главным фактором эволюции является апсидально-нодальный резонанс

$$\underline{\dot{\Psi}}_{12} = \left( \dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S \right) + 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega}'_S$$

Эксперимент показывает, что возможны два случая орбитальной эволюции, когда действие устойчивого резонанса  $\dot{\psi}_{12} \approx 0$  сопровождается регулярным движени-

ем при осредненном параметре MEGNO, равном 2. Наблюдается либо рост эксцентриситета, как показано на рис. 2, либо долгопериодические колебания эксцентриситета с большой амплитудой (рис. 3).



Рис. 2. Регулярное движение с возрастанием эксцентриситета



Рис. 3. Регулярное движение с долгопериодическими колебаниями эксцентриситета

Однако наиболее распространенным типом орбитальной эволюции является хаотизация движения при действии одного устойчивого апсидально-нодального резонанса  $\dot{\psi}_{12}$ . Из 34 объектов 22 показывают хаотизацию движения на 100-летнем интервале времени. Для 10 объектов из этих 22 хаотизация движения имеет место уже на интервале 30–40 лет. На рис. 4–6 приведены примеры орбитальной эволюции с различной скоростью хаотизации движения.











Рис. 6. Орбитальная эволюция со стремительной хаотизацией движения

У объекта, представленного на рис. 6, параметр MEGNO растет так быстро, что интегрирование останавливается на середине интервала прогнозирования.

Особенностью апсидально-нодального резонанса, как отмечено в работе [8], является наличие целого спектра возможных конфигураций, приводящих к появлению этого резонанса. В обозначениях работы [2] это резонансы с номерами 10–14. Во всех рассмотренных здесь случаях все резонансные соотношения из апсидальнонодального спектра, кроме 12-го, не переходят через нулевое значение, хотя колеблются очень близко около него. Устойчивую конфигурацию имеет только 12-й резонанс. Резонанс с номером 10 в некоторых случаях имеет критический аргумент с либрационно-циркуляционным характером изменения. Как следует из работы Б.В. Чирикова [9], наложение близких по спектру резонансов способно вызывать хаос в движении объекта.

Нетипичный пример долговременной эволюции неуправляемого объекта системы GPS приведен на рис. 7. На объект действуют три резонанса с устойчивыми конфигурациями, но действие их является слабым, так как ни одно резонансное соотношение на интервале времени 100 лет не переходит через нулевое значение, хотя и приближается к нему.



Рис. 7. Нетипичный пример орбитальной эволюции объекта системы GPS

#### Заключение

Таким образом, анализ долговременной орбитальной эволюции показал, что, несмотря на близость орбитальных параметров объектов обоих ГНСС, движущихся в области МЕО, объекты могут иметь совершенно разную орбитальную эволюцию. Это связано со спецификой действия на них вековых резонансов.

Заслуживает дальнейшего тщательного рассмотрения вопрос обо всем спектре резонансов типа  $\underline{\psi}_{12} \approx 0$ . Это позволит установить реальные причины возникнове-

ния хаотичности в динамике неуправляемых объектов системы GPS.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 15-02-02868 а.

#### Литература

1. Бордовицына Т.В., Томилова И.В., Чувашов И.Н. Влияние вековых резонансов на долговременную орбитальную эволюцию неуправляемых объектов спутниковых радионавигационных систем в области МЕО // Астрон.вестн. 2012. Т. 46, № 5. С. 356–368.
2. Бордовицына Т.В., Томилова И.В., Чувашов И.Н. Вековые резонансы как источник возникновения динамической хаотичности в долговременной орбитальной эволюции неуправляемых объектов спутниковых радионавигационных систем // Астрон. вестн. 2014. Т. 48, № 4. С. 280–289.

3. Томилова И.В., Каширин М.В., Бордовицына Т.В. Описание долговременной орбитальной эволюции неуправляемых объектов ГНСС ГЛОНАСС и GPS // Изв. вузов. Физика. 2015. Т. 58, вып. 10/2.

4. Бордовицына Т.В., Авдюшев В.А. Теория движения ИСЗ. Аналитические и численные методы. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2007. 105 с.

5. Бордовицына Т.В, Авдюшев В.А., Чувашов И.Н. и др. Численное моделирование движения систем ИСЗ в среде параллельных вычислений // Изв. вузов. Физика. 2009. № 10/2. С. 5–11.

6. Бордовицына Т.В., Александрова А.Г., Чувашов И.Н. Комплекс алгоритмов и программ для исследования хаотичности в динамике искусственных спутников Земли // Изв. вузов. Физика. 2010. № 8/2. С. 14–21.

7. Cincotta P.M., Girdano C.M., Simo C. Phase space structure of multi-dimensional systems by means of the mean exponential growth factor of nearby orbits // Physica D. 2003. Vol. 182. P. 151–178.

8. Rosengren A.J., Alessi E.M., Rossi A., Valsecchi G.B. Chaos in navigation satellite orbits caused by the perturbed motion// MNRAS. 2015. Vol. 449, Is. 4. P. 3522–3526.

9. Chirikov B.V. A universal instability of many-dimensional oscillator systems // Phys. Rep. 1979. Vol. 52. P. 263.

# DOI: 10.17223/9785751124199/15 МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРЕНИЯ БЕДНЫХ МЕТАНОВОЗДУШНЫХ СМЕСЕЙ В ЩЕЛЕВОЙ ГОРЕЛКЕ С ПРЕДВАРИТЕЛЬНО РАЗОГРЕТОЙ ВНУТРЕННЕЙ ВСТАВКОЙ

#### А.Ю. Крайнов, Л.Л. Миньков, К.М. Моисеева

Выполнено теоретическое исследование горения бедной метановоздушной смеси в щелевой горелке при инициировании горения предварительно разогретой внутренней вставкой в двухмерном приближении с использованием пакета AnsysFluent. Определена граница устойчивого горения метановоздушной смеси в зависимости от расхода газа и содержания горючей компоненты в смеси. Проведено сопоставление с результатами численного исследования задачи в одномерной постановке.

# THE SIMULATION OF THELEAN METHANE-AIR MIXTURES COMBUSTION IN A SLOT BURNER WITH PREHEATED INERT INTERNAL

### A.Yu. Krainov, L.L. Minkov, K.M. Moiseeva

The theoretical study of the lean methane-air mixture combustion initiated by the preheated internal insert in the slot burner was performed in the two-dimensional approximation using package Ansys Fluent. The boundary of stable combustion of methane-air mixture was defined depending on the gas flow rate and the combustible component in the mixture. The comparison of 1-D and 2-D approaches for the problem under consideration was carried out.

Задача о горении бедных газовых смесей в устройствах с рекуперацией тепла представляет собой одно из актуальных направлений в задачах о горении и взрыве. За счет рекуперации тепла, как показано, в частности, в [1–4], становится возможным инициировать и поддержать горение смесей, не горящих в обычных условиях. Обширный обзор по вопросам горения газовых смесей в устройствах с рекуперацией тепла дан в работе [1]. Представлены результаты теоретических и экспериментальных работ по горению газов в горелках типа Swissroll, U-образных каналах, противоточных горелках [1]. В работе [2] для задачи горения пропановоздушной смеси в горелке с рекуперацией тепла, состоящей из симметричных U-образных каналов, объединенных общей стенкой, показано влияние входной скорости течения и теплообмена газа со стенками горелки на устойчивость устанавливающегося режима горения. В [3] проведено экспериментальное исследование горения метановоздушной смеси (MBC) в противоточной горелке с пористыми стенками и четырьмя па-

раллельными каналами. Определено влияние стехиометрического состава смеси на устойчивость горения, показано, что для обедненных смесей устойчивое горение реализуется в узком диапазоне скорости подачи газа на входе в горелку. В работе [4] предложена физико-математическая модель горения MBC в щелевой горелке с внутренней вставкой. Показано влияние скорости течения газа на устойчивость горения. Малое изменение скорости течения газа на входе в горелку приводит к переходу от устойчивого высокотемпературного режима к срыву горения.

В настоящей работе на основе физико-математической модели [4] представлены результаты исследования горения бедной MBC в щелевой горелке с инертной вставкой. Основной целью исследования является определение границы устойчивого горения бедной MBC в зависимости от объемного содержания метана в смеси и скорости подачи газа на входе в горелку. Задача рассматривается в двухмерной постановке с целью учета двухмерных эффектов, возникающих при горении смеси в узких каналах и тонких трубках.

Холодная метановоздушная смесь со скоростью  $u_{vh}$ , температурой  $T_{vh}$ , концентрацией горючей компоненты  $Y_{vh,CH4}$  подается в узкую щелевую горелку с внутренней вставкой (рис. 1). Ширина проходного канала горелки больше толщины инертной вставки,  $d > d_1$ . Смесь поступает в горелку со стороны x = 0,  $y \in (d_{1t}, d_t)$ , (область I на рис. 1). В области поворотной части горелки,  $x \in (L_1, L)$ ,  $y \in (d_t, d_b)$ , газ изменяет направление движения (область II на рис. 1). На границе x = 0,  $y \in (d_{1b}, d_b)$ газ вытекает (область III на рис. 1). Инертная вставка на рис. 1 отмечена индексом IV и определяется областью  $x \in (0, L_1)$ ,  $y \in (d_{1b}, d_{1t})$ . Полагается, что внутренняя вставка равномерно разогрета перед началом процесса до температуры  $T_{1v}$ . На границе между внутренней вставкой и газом предполагается идеальный контакт.



Рис. 1. Модель щелевой горелки: I – входной канал; II – область поворота; III – выходной канал; IV – внутренняя вставка

При постановке задачи приняты следующие допущения: внешние стенки горелки теплоизолированы; рассматривается ламинарное течение вязкого несжимаемого газа; коэффициенты диффузии D, теплопроводности  $\lambda$  газа зависят от температуры; химический процесс определяется одностадийной необратимой химической реакцией:

$$v_{\text{CH4}} \text{ CH}_4 + v_{02} \text{ O}_2 = v_{\text{CO2}} \text{ CO}_2 + v_{\text{H2O}} \text{ H}_2 \text{ O}.$$

Математическая постановка задачи при заданных допущениях содержит уравнения энергии для реакционной смеси и инертной вставки; уравнения для массовых долей компонентов смеси, а также уравнения неразрывности, сохранения импульса и состояния газа.

На входной границе задавались температура газа, равная  $T_{vh} = 300$  K, относительные массовые концентрации метана –  $Y_{vh,CH4} = 0,035-0,0143$  (соответствующее

объемное содержание –  $a_{CH4}$  6–2,5 %), кислорода –  $Y_{vh,O2} = 0,23$  и продуктов реакции  $Y_{vh,CO2} = 0$ ,  $Y_{vh,H2O} = 0$ . На всех стенках щелевой горелки для газа задавались условия непротекания, а также нулевой тепловой поток на внешних стенках. На поверхности внутренней вставки ставились граничные условия IV рода. На выходе из щелевой горелки ставилось условие свободного вытекания газовой смеси.

Расчеты проводились для следующих основных теплофизических и кинетических параметров [4]: c = 1065 Дж/(кг-K) – теплоемкость газа; E = 239 кДж/моль – энергия активации;  $k_0 = 2,1\cdot10^{10} c^{-1}$  – предэкспоненциальный множитель;  $\lambda_{st} = 0,025 \text{ Вт/(м-K)}$  – коэффициент теплопроводности газа; R = 8,31 Дж/(моль-K) – универсальная газовая постоянная;  $\rho_{st} = 1,179 \text{ кг/м}^3$  – плотность газа при температуре  $T_{st} = 300 \text{ K}$ ;  $D_{st} = 1,992\cdot10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$  – коэффициент диффузии смеси при температуре  $T_{st} = 300 \text{ K}$ ;  $\eta = 2\cdot10^{-5} \text{ Па-с}$  – динамическая вязкость смеси.

Характеристики щелевой горелки: размер щели  $d_t - d_{1t} = d_b - d_{1b} = 6 \cdot 10^{-3}$  м, толщина вставки  $d_{1t} - d_{1b} = 2 \cdot 10^{-4}$  м, протяженность канала  $L = 5 \cdot 10^{-2}$  м, протяженность инертной вставки  $L_1 = 4,4 \cdot 10^{-2}$  м.

Теплофизические параметры инертной вставки:  $c_1 = 687 \text{ Дж/(кг·K)} - \text{теплоем-кость}, \lambda_1 = 30 \text{ Вт/(м·K)} - коэффициент теплопроводности, <math>\rho_1 = 7500 \text{ кг/м}^3 - \text{плот-ность материала вставки (термоустойчивая сталь).}$ 

Значения стехиометрических коэффициентов, удельной энтальпии образования, а также молярные массы компонентов смеси соответствовали общепринятым; v<sub>CH4</sub>=1, v<sub>O2</sub> = 2, v<sub>CO2</sub> = 1, v<sub>H2O</sub> = 2;  $M_{CH4} = 16 \cdot 10^{-3}$  кг/моль,  $M_{O2} = 32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль,  $M_{CO2} = = 44 \cdot 10^{-3}$  кг/моль,  $M_{H2O} = 18 \cdot 10^{-3}$  кг/моль;  $h^0_{O2} = 0$  кДж/моль,  $h^0_{CH4} = -74,81 \cdot 10^{-3}$  кДж/моль,  $h^0_{CO2} = 393,51 \cdot 10^{-3}$  кДж/моль,  $h^0_{H2O} = -241,82 \cdot 10^{-3}$  кДж/моль.

Зависимость коэффициентов диффузии и теплопроводности от температуры определялась уравнениями [5]:

$$\lambda = \lambda_{st} \left( \frac{T}{T_{vh}} \right)^{s}, \ \tilde{D}_{m} \left( T \right) = D_{st} \rho_{st} \left( \frac{T}{T_{vh}} \right)^{s},$$

где s = 2/3.

Расчеты проводились методом SIMPLE со вторым порядком точности. Шаг по времени выбирался равным  $10^{-5}$  с, влияние пограничного слоя учитывалось путем измельчения сетки в окрестности стенок, максимальный шаг по пространству составлял  $5 \cdot 10^{-6}$  м. В расчетах контролировалось сохранение баланса массы и энергии. Полагалось, что расчет завершен, если выполнялись балансные соотношения, а величина невязок для рассчитываемых уравнений была меньше или равна  $10^{-5}$ .

В расчетах варьировалось значение продольной компоненты скорости газа на входе в горелку в диапазоне  $u_{x,vh} = 0,01-0,3$  м/с. Поперечная компонента скорости газа на входе  $u_{y,vh}$  полагалась равной нулю. Варьирование продольной компоненты скорости проводилось для определения максимального значения скорости подачи газа, при котором возможно установление устойчивого горения в заданных условиях. Результаты расчетов представлены на рис. 2–3.

На рис. 2 представлены поля температуры для установившихся режимов горения. Рисунок 2, *a* соответствует установившемуся горению 6 % MBC при  $u_{x,vh} = 0,25$  м/с; рис. 2, *b* соответствует горению 3% смеси при  $u_{x,vh} = 0,07$  м/с. Согласно рис. 2 максимальная температура газа в установившемся режиме горения зависит от содержания горючей компоненты в смеси. Максимальная температура газа при  $a_{CH4} = 6\%$  равна  $T_{max} = 2353$  K (см. рис. 2, *a*); максимальная температура, соответствующая  $a_{CH4} = 3$  %, равна  $T_{max} = 1856$  K (см. рис. 2, *b*). Согласно рис. 2, *b*  фронт горения способен устанавливаться на изгибе входного канала. Представленный на рис. 2, *в* случай является предельным по скорости течения газа на входе в горелку для заданной концентрации метана в смеси. Небольшое увеличение скорости газа на входе в горелку приводит к срыву горения: фронт пламени постепенно вытеснялся из области поворота (область III на рис. 1) и далее выносился за пределы горелки вместе с потоком. Этот результат качественно соответствует [4], где для 6 % MBC показано, что увеличение скорости газа на входе в горелку на величину порядка 10<sup>-3</sup> м/с приводило к переходу от устойчивого горения к срыву пламени.



Рис. 2. Поля установившейся температуры.  $a - U_{x,vh} = 0,25$  м/с;  $a_{CH4} = 6$  %: 1 - 500 К, 2 - 900 К, 3 - 1300 К, 4 - 1700 К, 5 - 1900 К, 6 - 2100 К, 7 - 2300 К;  $b - U_{x,vh} = 0,07$  м/с;  $a_{CH4} = 3\%$ ; 1 - 500 К, 2 - 700 К, 3 - 900 К, 4 - 1100 К, 5 - 1300 К, 6 - 1500 К, 7 - 1700 К

Результаты исследования для  $u_{x,vh} = 0,01-0,3$  м/с и  $a_{CH4} = 2,5-6$ % позволили определить границу области устойчивого горения MBC в координатах ( $a_{CH4}$ ,  $u_{vh}$ ). Области устойчивого горения соответствует область под кривой *l* (рис. 3). Для определения влияния двухмерных эффектов на устойчивость горения MBC была решена задача горения бедной MBC в одномерной математической постановке [4] с параметрами, соответствующими настоящей работе. Система уравнений [4] решалась численно по неявной разностной схеме методом прогонки с конечными разностями против потока. Результат численного исследования для одномерного приближения представлен кривой *2* на рис. 3.

Как видно из рис. 3, граница области устойчивого горения для одномерного приближения выше, чем граница области устойчивости для исследования в двухмерной постановке. Максимальный расход газа для одномерного приближения выше максимального расхода газа для двухмерной постановки в 1,5~2 раза. Завышение результатов расчета по одномерной модели по сравнению с результатами исследования по двухмерной модели могут быть связаны со следующими двухмерными эффектами: двухмерная постановка учитывает пограничный слой; газ по центру движется быстрее и не успевает прогреваться при высоких скоростях движения; в области поворота формируется вихревое течение с резким ускорением газа.



Рис. 3. Граница области устойчивого горения: *I* – двухмерное приближение; *2* – одномерное приближение

#### Выводы

Выполнено параметрическое исследование задачи горения бедной MBC в щелевой горелке с инертной внутренней вставкой в двухмерной постановке задачи. Получены результаты, качественно совпадающие с результатами расчета задачи в одномерном приближении и с экспериментальными данными. Показано влияние двухмерных эффектов на устойчивость горения бедной MBC.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания № 2014/223 (код проекта 1943).

#### Литература

1. Ju Y., Maruta K. Microscale combustion: Technology development and fundamental research // Progress in Energy and Combustion Science. 2011. Vol. 37. P. 669–715.

2. *Federici J.A., Vlachos D.G.* A computational fluid dynamics study of propane/air microflame stability in a heat recirculation reactor // Combustion and Flame. 2008. Vol. 153. P. 258–269

3. Belmont E.L., Schoegl I., Ellzey J.L. Experimental and analytical investigation of lean premixed methane/air combustion in a mesoscale counter-flow reactor // Proceedings of the Combustion Institute. 2013. №2 (34). P. 3361–3367.

4. Крайнов А.Ю., Моисеева К.М. Влияние скорости подачи газа на устойчивость горения метановоздушной смеси в щелевой горелке с внутренней вставкой // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2015. № 1 (33). С. 63–71.

5. Шкадинский К.Г., Барзыкин В.В. Закономерности зажигания газов накаленной поверхностью с учетом диффузии и гидродинамики // Физика горения и взрыва. 1968. № 2 (4). С. 176–181.

6. Дементьев А.А., Крайнов А.Ю. К вопросу о распространении ламинарного пламени в газе с инертной пылью // Физика горения и взрыва. 2011. № 4 (47). С. 70–75.

# ,

# DOI: 10.17223/9785751124199/16 ИССЛЕДОВАНИЕ САМОВОСПЛАМЕНЕНИЯ ВЗВЕСИ ПОЛИДИСПЕРСНОЙ УГОЛЬНОЙ ПЫЛИ В МЕТАНОВОЗДУШНОЙ СМЕСИ ДЛЯ ДВУХ КИНЕТИЧЕСКИХ СХЕМ РЕАКЦИИ

### А.Ю. Крайнов, К.М. Моисеева

Решена задача самовоспламенения взвеси полидисперсной угольной пыли в метановоздушной смеси, находящейся в замкнутом сферическом объеме. Исследование выполнено для двух наборов формальнокинетических параметров задачи. Выявлено влияние инертных частиц и размеров кластерных частиц на величину максимального давления, достигаемого в сферическом объеме при самовоспламенении полидисперсной реагирующей газовзвеси.

# THE STUDY OF SELF-IGNITION OF COAL DUST POLYDISPERSE SUSPEN-SION IN THE METHANE-AIR MIXTURE FOR THE TWO KINETIC REACTION SCHEMES

#### A.Yu. Krainov, K.M. Moiseeva

The problem of self-ignition of coal dust polydisperse suspension in methane-air mixture in a closed spherical volume was solved. The study was performed for two sets of formal kinetic parameters of the problem. It was shown the influence of inert particles and particle size of the cluster on the maximum pressure reached in a spherical volume with the self-ignition polydisperse reactive gas suspension.

Задача о самовоспламенении угольной пыли в газовой смеси имеет практическое приложение, касающееся безопасности угледобычи в шахтах. Для оценки взрывобезопасности горных выработок ведутся интенсивные исследовательские работы, связанные с определением механизмов воспламеняемости и влияния угольных частиц на процессы горения газовых смесей. Одной из последних работ в этом направлении является работа [1], где было выполнено экспериментальное исследование воспламеняемости угольной пыли, содержащей наноразмерную фракцию, в метановоздушной смеси, находящейся в замкнутом сферическом объеме. Основной упор в работе сделан на выявление роли наноразмерной фракции и определение фракционного состава угольной пыли, образующейся при дроблении углей Кузбасса. Угольная пыль в [1] была получена дроблением угля и использована в экспериментах по сжиганию 6,5 % MBC, перемешанной с частицами угольной пыли, в сферическом объеме. Из результатов работы [1] было определено, что присутствие частиц инертной пыли приводит к увеличению максимального давления в сферическом объеме по сравнению с самовоспламенением чистой метановоздушной смеси.

Постановка задачи в настоящей работе основывалась на данных о размерах и концентрации частиц из [1]. Основной целью работы являлось исследование характеристик воспламеняемости газовзвеси угольной пыли, выделяющей летучие компоненты и состоящей из инертных и реагирующих частиц. Расчеты в размерных переменных требуют знания формально-кинетических параметров гетерогенной реакции на частицах и гомогенной реакции в газовой фазе. В связи с этим были выбраны две кинетические схемы реакции из [2, 3] и проведено сопоставление между полученными результатами.

Физико-математическая постановка задачи учитывает выход летучих компонентов из частиц при их нагреве, излучение от частиц в окружающую среду, теплоотдачу от газа в окружающую среду через боковую поверхность сферического объема. Коэффициент массоотдачи частиц соответствует [4], учитывается зависимость коэффициента теплопроводности газа от температуры [5]. Учитывается полидисперсность угольной пыли: задается число фракций – *N*, которое определяет количество решаемых уравнений для частиц угольной пыли. В уравнении изменения плотности окислителя учитывается расход окислителя на две реакции: гетерогенную на поверхности частиц и гомогенную в газе. Экзотермические химические реакции в газе определяются Аррениусовской кинетикой второго порядка. Гетерогенная реакция на частицах задается реакцией первого порядка. Для заданных допущений математическая постановка имеет вид (1)–(10).

$$c_{g}\rho_{g}\frac{dT_{g}}{dt} = \sum_{i=1}^{N_{ch}} \begin{bmatrix} \alpha_{k,i}S_{k,i}n_{i} \ (T_{k,i} - T_{g}) - \\ n_{i} \ (c_{k}T_{k_{i}} - c_{g}T_{g})\frac{d}{d} \ m_{k_{i}} \end{bmatrix} + \frac{\alpha_{S}S}{V}(T_{S} - T_{g}) + Q_{1}\rho_{1}\rho_{2}k_{01}\exp\left(\frac{-E_{1}}{RT_{g}}\right).$$
(1)

$$c_{k}\rho_{k,i}V_{k,i}\frac{dT_{k_{i}}}{dt} = \left[Q_{2}S_{k,i}j_{1,i} - Q_{3}V_{k,i}j_{2,i}\right] - \alpha_{k,i}S_{k,i}\left(T_{k,i} - T_{g}\right) + \frac{\alpha_{iz,i}}{V}\frac{S}{n_{i}}\left(T_{S} - T_{k,i}\right), \quad i = 1...N_{ch}.$$
(2)

$$\frac{dm_{k,i}}{dt} = 4\pi r_{k,i}^2 \rho_{k,i} \frac{dr_{k,i}}{dt} + \frac{4}{3}\pi r_{k,i}^3 \frac{d\rho_{k,i}}{dt}, \ i = 1...N_{ch}.$$
(3)

$$\frac{d r_{k,i}}{dt} = -\frac{j_{1,i}}{\rho_k}, \ i = 1...N_{ch}.$$
 (4)

$$\frac{d\rho_{k,i}}{dt} = j_{2,i}, \ i = 1...N_{ch}.$$
 (5)

$$\frac{d\rho_1}{dt} = -\alpha_1 \rho_1 \rho_2 \ k_{01} \ \exp\left(-\frac{E_1}{RT_g}\right) - \sum_{i=1}^{N_{ch}} \alpha_2 S_{k,i} j_{1,i} n_i \ . \tag{6}$$

$$\frac{d\rho_2}{dt} = -\alpha_3 \rho_1 \rho_2 \ k_{01} \ \exp\left(-\frac{E_1}{RT_g}\right) - \sum_{i=1}^{N_{ch}} \alpha_4 V_{k,i} j_{2,i} n_i \ . \tag{7}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N_{ch}} n_i \ m_{k,i} + \rho_g\right) = 0.$$
(8)

$$P = \rho_g T_g \frac{R}{\mu_g}.$$
 (9)

$$T_{g}(0) = T_{g,st}, \qquad T_{k,i}(0) = T_{k,st}, \qquad m_{k,i}(0) = \frac{4}{3}\pi r_{st,i}^{3} \rho_{k,st}, \qquad \rho_{k,i}(0) = \rho_{k,st} ,$$
  

$$\rho_{g}(0) = \rho_{g,st}, \qquad r_{k,i}(0) = r_{st,i}, \qquad \rho_{1}(0) = \rho_{1,st}, \qquad \rho_{2}(0) = \rho_{2,st}, \qquad (10)$$
  

$$P(0) = \rho_{g,st} T_{g,st} R/\mu_{g}.$$

В уравнениях (1)–(10)  $\alpha_s = \lambda_g(T) Nu/r_s$  – коэффициент теплообмена газа с боковой поверхностью «бомбы»;  $\alpha_{k,i} = \lambda_g(T) Nu/r_{k,i}$  – коэффициент теплообмена газа с *i*-й частицей;  $\alpha_{iz,i} = \sigma \varepsilon (T_{k,i}^2 + T_s^2) (T_{k,i} + T_s)$  – коэффициент теплообмена излучением от общей массы *i*-х частиц в окружающую среду;  $j_{1,i} = \rho_1 \frac{\beta_{m,i} k_{02} \exp(-E_2/(RT_{k,i}))}{\beta_{m,i} + k_{02} \exp(-E_2/(RT_{k,i}))}$  – скорость гетерогенной реакции *i*-й частицы;  $j_{2,i} = -(\rho_{k,i} - \rho_T) k_{03} \exp(-E_3/(RT_{k,i}))$  – скорость гомогенной реакции газификации летучей компоненты *i*-й частицы;  $\beta_{m,i} = \frac{\lambda_g(T)}{c_g \rho_g} \frac{Nu_D}{r_{k,i}}$  – коэффициент массоотдачи *i*-х частиц [4];  $\lambda_g(T) = \lambda_{g,st} (T_g/T_{g,st})^{2/3}$  – коэффициент теплопроводности

газа, определяемый из [5].

В постановке задачи использованы следующие обозначения: T – температура; c – теплоемкость; m – масса; n – количество частиц в единице объема; R – универсальная газовая постоянная; r – радиус; V – объем; S – площадь поверхности;  $j_1$  – скорость гетерогенной реакции;  $j_2$  – скорость гомогенной реакции газификации летучих компонентов; Q – тепловой эффект реакции; E – энергия активации;  $k_0$  – предэкспонент в законе Аррениуса;  $\rho_g$  – плотность газа;  $\rho_k$  – суммарная плотность частиц *i*-й фракции;  $\rho_1$  – парциальная плотность окислителя в смеси;  $\rho_2$  – парциальная плотность гомогенной и гетерогенной реакций;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $\sigma$  – постоянная Стефана–Больцмана;  $\varepsilon$  – степень черноты в законе Стефана–Больцмана;  $\varepsilon$  – степень частиц; S – параметры окружающей среды и реактора; iz – излучение; st – начальные параметры.

Задача (1)–(10) решалась методом Рунге–Кутта–Мерсона с автоматическим выбором шага. Достоверность расчетов проверялась путем решения частных постановок задачи. Согласно проверке на достоверность погрешность расчета составляет не более 3 %.

Расчеты проводились для следующих значений параметров:  $Q_1 = 50 \text{ МДж/кг}$ ; Nu = 1; R = 8,31 Дж/(кг·K);  $\alpha_1 = 4$ ,  $\alpha_2 = 1$ ,  $\alpha_3 = 1$ ,  $\alpha_4 = 0$ ;  $c_k = 1464,4 \text{ кДж/(кг·K)}$ ;  $V = 10^{-2} \text{ m}^3$ ;  $c_g = 1150 \text{ кДж/(кг·K)}$ ;  $\rho_{k,st} = 1400 \text{ кг/(m}^3)$ ;  $\rho_{g,st} = 1,187 \text{ кг/m}^3$ ;  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ;  $\varepsilon = 0,95$ . Содержание летучей компоненты в угольной пыли считалось равным 40% массы частиц. Кинетические параметры реакций для частиц были взяты из [2]:  $Q_2 = 29 \text{ МДж/кг}$  – тепловой эффект гетерогенной реакции на частицах;  $Q_3 = 2 \text{ МДж/кг}$  – тепловой эффект от реакции выделения летучей компоненты из частиц;  $k_{02} = 79 \cdot 10^3 \text{ м/c}$ ,  $k_{03} = 14,2 \text{ c}^{-1}$  – предэкспонент для гетерогенной реакции на частицах и реакции выделения летучей компоненты;  $E_2 = 135 \text{ кДж/моль}$ ,  $E_3 = 29,3 \text{ кДж/моль}$  – энергия активации для гетерогенной реакции на частицах и реакции выделения летучей компоненты. Для частиц угольной пыли полагалось, что наноразмерная фракция составляет около 90% всей счетной концентрации частиц, общая счетная концентрация частиц взята равной  $10^{12}$  частиц на объем V [1]. Измеренный в [1] спектр размеров частиц имел два пика с максимумами при радиусах частиц  $r_k = 10$  нм и  $r_k = 75$  нм. Исходя из этих результатов, при расчетах настоящей задачи полагалось, что на долю частиц радиуса 75 и 10 нм приходится 50 и 40% счетной концентрации частиц соответственно. Согласно [1] помимо наноразмерной фракции в объеме присутствовало некоторое количество крупных образований («кластеров»). Размеры «кластеров», как и содержание инертных частиц, варьировались для определения основных закономерностей воспламеняемости смеси реагирующего газа и частиц угольной пыли.

Первая часть расчетов была выполнена для  $E_1 = 103,8$  кДж/моль,  $k_{01} = 2,1 \cdot 10^{13}$  м<sup>3</sup>/(кг·с) [4]. Выбранная кинетика реакции позволила подробно пронаблюдать и описать процесс разогрева частиц. В расчетах полагалось, что пыль состоит из  $N_{ch} = 6$  фракций – трех реагирующих и трех инертных. Это значит, что частицы каждого размера (75 нм, 10 нм и кластерные, размер которых обозначим  $r_{kl}$ ) подразделялись на реагирующие и инертные в заданной пропорции. Для удобства дальнейшего описания обозначим температуры реагирующих частиц:  $T_{k,1}$  ( $r_{st,1} = 75$  нм),  $T_{k,2}$  ( $r_{st,2} = 10$  нм),  $T_{k,3}$  ( $r_{st,3} = r_{kl}$ ), температуры инертных частиц:  $T_{k,4}$  ( $r_{st,4} = 75$  нм),  $T_{k,2}^{(r)}$  (rst,2 - 10 нм),  $T_{k,3}^{(r)}$  (rst,3 - rk), колтературы шертные тыста та, с за, т  $T_{k,5}$  (rst,5 = 10 нм),  $T_{k,6}$  (rst,6 = rk). Согласно полученным результатам при самовоспламенении метановоздушной смеси быстрее всего разогреваются частицы радиуса 10 и 75 нм, разогрев кластерных частиц происходит медленнее в силу большего размера частиц. Наноразмерные реагирующие частицы быстро выгорают. Кластерные частицы нагреваются от горячего газа и начинают реагировать с оставшимся окислителем. За счет реакции температура кластерных частиц повышается, что приводит к повышению температуры газа. Пример самовоспламенения взвеси угольных частии в метановозлушной смеси представлен на рис. 1. Двухступенчатый разогрев газа соответствует двум пикам давления, достигаемым в бомбе в разные моменты времени (рис. 2). Из полученных результатов следует, что максимальное давление смеси в присутствии частиц угольной пыли выше максимального давления чистой МВС. Этот результат качественно соответствует результатам [1].



Рис. 1. Изменение во времени температур газа и частиц на этапе самовоспламенения MBC. Кривые:  $1 - T_g(t)$ ;  $2 - T_{k,3}(t)$  (*a*);  $1 - T_{k,4}(t)$ ;  $2 - T_{k,5}(t)$ ;  $3 - T_{k,6}(t)$  (*b*)



Рис. 2. Изменение во времени давления в бомбе на этапе самовоспламенения: *I* – «запыленная» смесь; *2* – MBC

Для определения зависимости максимального давления, а также времени достижения максимального давления от размеров кластерных частиц и процентного содержания инертных частиц в пыли была проведена серия расчетов, в которых величина процентного содержания инертных частиц варьировалась от 10 до 70%, размер кластерных частиц варьировался в диапазоне  $r_{kl} = 1-10$  мкм. Результаты расчета представлены на рис. 3.



Рис. 3. Максимальное давление в бомбе. Содержание инертных частиц в пыли: I-10~%;~2-20~%;~3-30~%;~4-40~%;~5-50~%;~6-60~%;~7-70~%

Согласно полученным результатам увеличение процентного содержания инертных частиц в смеси приводит к уменьшению максимального давления, достигаемого в объеме. Было определено, что существует экстремальное значение радиуса кластерных частиц  $r_{kl}$ , для которого достигается наибольшее давление в объеме, увеличение  $r_{kl}$  приводит к уменьшению величины максимального давления. Это связано с тем, что большие кластерные частицы не сгорают полностью и после полного выгорания окислителя начинают вести себя как инертные, забирая тепло от газа и остывая вместе с ним за счет теплообмена объема V с окружающей средой. Очевидно, что существование экстремального значения радиуса кластерных частиц определяется стехиометрическим составом полидисперсной реагирующей газовзвеси – наибольшее давление достигается для состава, близкого к стехиометрии. Для реагирующей газовзвеси стехиометрический состав определяется количеством окислителя и горючего в газе и количеством реагирующей массы частиц угольной пыли.

Вторая часть расчетов выполнена для  $E_1 = 132 \text{ кДж/моль}, k_{01} = 2,2 \cdot 10^{10} \text{ м}^3/(\text{кr}\cdot\text{c})$ [3]. В расчетах, аналогично предыдущему варианту, полагалось, что пыль состоит из  $N_{ch} = 6$  фракций – трех реагирующих и трех инертных. Механизм воспламенения для выбранной кинетики представлен на рис. 4. Согласно рис. 4 быстрее всего реакция идет в газе, от газа греются наноразмерные частицы (причем большие частицы запаздывают по сравнению с маленькими), от прореагировавшего газа воспламеняются кластеры. Эти результаты аналогичны результатам, представленным выше для кинетики из [2].



Рис. 4. Изменение во времени температур газа и частиц на этапе самовоспламенения MBC. Кривые: *1* – газ; *2* – кластеры; *3*, *4* – наноразмерные частицы

Для кинетики из [3] было выполнено параметрическое исследование задачи (1)-(10). В расчетах варьировались величина процентного содержания летучих компонент в угольной пыли от 20 до 50 % и размер кластерных частиц в диапазоне  $r_{kl} = 1 -$ 10 мкм. Процентное содержание инертных частиц в смеси полагалось равным 10 %. Результаты показали, что в случае, когда масса пыли меньше чем 0,13 кг, увеличение процента летучих в угольной пыли приводит к увеличению максимального давления в бомбе, и, наоборот, уменьшение процентного содержания летучих приводит к уменьшению максимального давления в бомбе. При массе сжигаемой пыли большей чем 0,13 кг наблюдалась обратная тенденция, что, по всей видимости, объясняется стехиометрией сжигаемой смеси. Под стехиометрией понимается соотношение между метаном, воздухом и реагирующими частицами угольной пыли, для которого полностью выгорают компоненты реакций в газовой фазе и на поверхности частиц. Для 10 %-ного содержания инертных частиц в взвеси максимальное давление в бомбе достигается в окрестности массы частиц угольной пыли  $m_{pvl} = 0,13$  кг. Увеличение массы приводит к недогоранию частиц и неполному выделению летучих. Это в свою очередь приводит к изменениям характерного поведения максимального давления в бомбе.

### Выводы

Выполнено численное исследование самовоспламенения полидисперсной угольной пыли, состоящей из инертных и реагирующих частиц, в 6 % метановоздушной смеси, находящейся в замкнутом сферическом объеме. Определено максимальное давление, достигаемое в объеме в зависимости от размеров частиц и процентного содержания инертных частиц в пыли. Показано, что наибольшее значение давления достигается для состава смеси, близкого к стехиометрическому.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 15-03-02578 а.

### Литература

1. Бакланов А.М., Валиулин С.В., Дубцов С.Н. и др. Наноаэрозольная фракция в техногенной угольной пыли и ее влияние на взрывоопасность пылеметановоздушных смесей // Доклады Академии наук. 2015. № 3 (461). С. 295.

2. Основы практической теории горения: учеб. пособие для вузов / В.В. Померанцев, К.М. Арефьев, Д.Б. Ахмедов и др.; под ред. В.В. Померанцева. 2-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1986. 312 с.

3. Шмелев В.М., Мохин Г.Н., Николаев В.М. Моделирование воспламенения бедной метановоздушной смеси при ее сжатии и тепловой активации // Химическая физика. 2014. № 1 (33). С. 25–31.

4. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987.

5. Крайнов А.Ю., Моисеева К.М. Горение бедных метановоздушных смесей в щелевой горелке с адиабатическими внешними стенками // Физика горения и взрыва. 2016. №1 (52) (в печати).

# DOI: 10.17223/9785751124199/17 ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ ПЛОСКОЙ И ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ФОРМЫ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ

### Е.А. Маслов, И.К. Жарова, В.В. Фарапонов, В.В. Мацкевич, С.Ю. Чижов

Представлены результаты экспериментального исследования структуры течения и параметров воздушного потока при обтекании плоской и осесимметричной моделей.

# PHYSICAL MODELING OF FLOW AROUND BODIES OF PLANE AND AXISYMMETRIC FORMS TO SUPERSONIC FLOW

## E.A. Maslov, I.K. Zharova, V.V. Faraponov, V.V. Mackiewicz, S.Yu. Chizov

The results of experimental researches of the structure and of the basic parameters of the air when flow around flat and axisymmetric models are presented.

В практике проектирования и эксплуатации технического оборудования, в частности, двигательных установок различного назначения важно знать закономерности аэродинамических процессов. В связи с этим важным этапом при разработке двигателей является определение полей температуры, давления и скорости обтекающего потока [1, 2]. Одной из важнейших является задача определения основных характеристик процесса, к числу которых относится коэффициент сопротивления тела сложной формы при обтекании сверхзвуковым потоком. Определение значений коэффициента сопротивления в диапазоне чисел Маха обтекающего потока M >> 1 в условиях натурных испытаний двигательных установок связано с большими материальными затратами. Более целесообразно для получения объективной экспериментальной информации проводить исследования на модельных двигательных установках.

В настоящей работе представлены результаты экспериментального исследования параметров сверхзвукового потока в диапазоне чисел М = (2–5) при обтекании тела сложной формы.

Эксперименты по определению коэффициента сопротивления тела сложной формы при обтекании сверхзвуковым потоком проводились на модельной аэроди-

намической установке (МАУ) [2, 3] на открытом воздухе при атмосферном давлении с измерениями давления, температуры и визуализацией структуры потока. Для создания сверхзвукового потока в аэродинамической установке использовались стальные осесимметричные профилированные сопла с диаметром выходного сечения 100 мм. Для контроля значения числа Маха в испытаниях на МАУ дополнительно применялся пневмометрический метод, который заключается в измерении полного, статического давлений потока и давления в форкамере с последующим вычислением числа Маха.

Исследование проводилось при обтекании моделей в виде клина и в виде конуса. На рис. 1 приведены фотографии исследуемой модели, выполненной в виде конуса, установленной на тензометрических весах (рис. 1, a) и в рабочей камере МАУ (рис. 1,  $\delta$ ).



Рис. 1. Вид модели в виде конуса (а) и модель, установленная в рабочей камере МАУ(б)

В процессе экспериментов с помощью тензометрических весов непрерывно измерялась сила, действующая на поверхность модели при обтекании сверхзвуковым потоком. При значениях M = (2-5) на каждой модели – в виде конуса и в виде клина – было поставлено по три эксперимента. Результаты экспериментов обрабатывались численно. На основании полученных данных вычислялось статическое давление на поверхности модели. Далее при известном статическом давлении при каждом значении числа Маха определялось значение коэффициента сопротивления. На рис. 2 приведены результаты, полученные для модели в виде конуса, и данные работ [4, 5].

Сравнение полученных результатов с данными других авторов показало удовлетворительное согласование: в диапазоне M = (2-4) максимальное отличие от данных [4] составило < 15 % максимальное отличие от данных [5] – < 8 %.



■ – результаты экспериментов; ● – данные [4]; ▲ – данные [5]



# с установленной моделью конуса



Рис. 4. Модель в виде клина, установленная на МАУ (вид сверху)

Также были проведены дренажные испытания на двух видах моделей – в виде клина и конуса. Угол полураствора составлял 15°. Модели с помощью державки крепились на штативе, позволяющем варьировать угол тангажа. На рис. 3 приведены фотографии моделей. На рис. 4 приведена фотография модели в виде клина, установленной на МАУ.

В процессе экспериментов измерялось давление в форкамере и в проточном тракте МАУ. Также контролировалось давление в баллонах со сжатым воздухом. В форкамере давление измерялось с помощью датчика типа ДМ 5007А – ДИ У2. Для контроля режима работы МАУ в процессе испытаний измерялось давление вблизи задней стенки рабочей камеры с помощью двух блоков датчиков давления, каждый из которых содержит пять тензомодулей типа ТДМ2-А. Все датчики давления подключены к цифровой регистрирующей системе. Регистрация сигналов производилась в файл данных на компьютере. Для обработки полученных данных использовалась разработанная авторами программа, позволяющая пересчитывать полученные значения напряжений в значения давления (в атмосферах). Для измерения полного и статического давления в серии опытов в сверхзвуковом воздушном потоке в рабочей камере МАУ применялись разработанные в ЦАГИ комбинированные датчики давления, которые дают возможность измерять оба давления одновременно (трубка Пито–Прандтля). По измеренным значениям давления вычислялось число Маха воздушного потока в рабочей камере МАУ.

Статическое давление измерялось с помощью отборной трубки, соединяющей отверстие на поверхности исследуемой модели с тензомодулем. Для отбора газа на боковой поверхности моделей были выполнены отверстия (рис. 3, *a*). Отверстия на поверхности выполнялись в характерных фиксированных точках в вертикальной плоскости. В экспериментах отбор давления в двух противоположных точках необходим для контроля точности определения угла тангажа.

На рис. 5 приведены результаты серий экспериментов при обтекании плоской (клин) и осесимметричной (конус) моделей воздушным потоком в диапазоне чисел Маха M = (2-5) при угле тангажа 0°.

Анализ полученных результатов показал различие значений давления на поверхности клина и конуса в рассматриваемом диапазоне скоростей обтекания. Отмеченный эффект объясняется тем, что обтекание конуса носит пространственный характер. Это способствует более плавному изменению направления течения газа по сравнению с обтеканием клина [6]. Следует отметить, что различие значений давлений при обтекании плоской и осесимметричной моделей уменьшается с ростом скорости обтекающего потока.



Верификация экспериментально полученных значений коэффициентов сопротивления тел в виде конуса и клина при обтекании воздушным потоком в диапазоне чисел Маха M = (2-5) путем сравнения с данными других авторов подтверждает достоверность результатов исследования. Анализ результатов экспериментального исследования показал, что при математическом моделировании газодинамических процессов в двигательных установках в диапазоне M = (2-5) необходимо учитывать пространственный характер течения при обтекании тел.

Статья написана в рамках научного проекта № 8.2.46.2015, выполненного при поддержке Программы «Научный фонд Томского государственного университета им. Д.И. Менделеева» в 2015 г.

#### Литература

1. *Terekhov V.I., Kalinina S.V., Mshvidobadze Yu.M., Sharov K.A.* Impingement of an impact jet onto a spherical cavity: Flowstructure and heat transfer // Int. J. Heat Mass Transfer. 2009. Vol. 52, No. 11–12. P. 2498–2506.

2. *Maslov T.A., Klochikhin V.V., Zharova I.K.* Experimental research of supersonic flow around simulating rocket-ramjet // MATEC Web of Conferences **23**,01026 (2015) DOI: 10.1051 / matecconf/20152301026 © Owned by the authors, published by EDP Sciences, 2015.

3. Звегинцев В.И. Газодинамические установки кратковременного действия. Ч. 1. Установки для научных исследований. Новосибирск: Параллель, 2014. 551 с.

4. Артонкин В.Г., Леутин П.Г., Петров К.П. и др. Аэродинамические характеристики острых и притупленных конусов при дозвуковых и сверхзвуковых скоростях // Тр. ЦАГИ. 1972. Вып. 1413. 92 с.

 Шелудько Ю.В. Измерение донного давления осесимметричных тел малого удлинения // Физико-газодинамические баллистические исследования / под ред. Г.И. Мишина. Л.: Наука, 1980. С. 68–77.

6. Краснов Н.Ф., Кошевой В.Н., Данилов А.Н. и др. Аэродинамика в вопросах и задачах. М.: Высш. школа, 1985. 759 с.

# ЧИСЛЕННОЕ ИЗУЧЕНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ХРУПКИХ ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ РАЗНОМ ТИПЕ ОРГАНИЗАЦИИ ПОРОВОГО ПРОСТРАНСТВА И ВИДАХ НАГРУЖЕНИЯ

### К.С. Матыко, И.Ю. Смолин

С помощью численного моделирования методом конечных разностей в трехмерной постановке исследовано влияние формы пор на деформацию и разрушение хрупких пористых твердых тел. Особое внимание уделено влиянию параметров организации поровой структуры на эффективные характеристики материалов при одноосном сжатии и простом сдвиге.

# NUMERICAL STUDY OF FEATURES OF DEFORMATION AND FRACTURE OF BRITTLE POROUS MATERIALS WITH DIFFERENT TYPES OF PORE SPACE ORGANIZATION AND LOADING

# K.S. Matyko, I.Yu. Smolin

The influence of pore shape on the deformation and fracture of brittle porous solids was investigated by 3D numerical modeling based on the finite difference method. The features of pore structure morphology were of special interest with respect to their impact on changing the effective properties of materials in uniaxial compression and simple shear.

Пористый материал – это твердое тело, содержащее в своем объёме свободное пространство в виде полостей, каналов или пор. Хрупкие пористые материалы широко встречаются в природе и технике. Одним из представителей данного класса является спеченная керамика на основе нанокристаллических оксидов металлов (в частности, алюминия и циркония). В силу большого разнообразия технологических режимов получения керамики в ее структуре присутствуют поры различных размеров и формы. Именно сочетание механических свойств и параметров поровой структуры материала в значительной степени определяют область его функционального применения (теплозащита, катализаторы, импланты, фильтры).



Рис. 1. Схема одноосного нагружения



Рис. 2. Схема простого сдвига

Большое влияние на механические свойства оказывает не только значение общей пористости, но и морфология пор (форма и характер распределения пор в теле). Поэтому одной из актуальных задач является изучение влияния размера и формы пор на механические свойства пористых керамик как экспериментальными, так и численными методами. Важное значение имеет также вид нагружения пористого материала. Для материалов на основе оксида циркония и оксида алюминия представляет интерес изучение влияния размера и форм пор на их механическое поведение при одноосном сжатии и простом сдвиге (рис. 1, 2).

Современное развитие компьютерных технологий идет высокими темпами, что открывает большие возможности для научных исследований. Многопроцессорные вычислительные системы позволяют производить сложнейшие расчеты за приемлемое время. Эти технологии нашли широкое применение в исследованиях деформации и разрушения различных материалов и сред методами численного моделирования. Чтобы решать такие задачи на ЭВМ, необходимо построить математическую модель этого физического процесса. Такой подход позволяет избежать многочисленных натурных экспериментов, что ускоряет и удешевляет процесс исследования.

Математическое моделирование является неотъемлемой частью численного эксперимента. Эффективным и часто применяемым подходом для моделирования деформации и разрушения материалов является использование модели сплошной среды. При этом одной из фундаментальных проблем при моделировании сред со сложной неоднородной структурой является построение определяющих уравнений, описывающих все аспекты механического поведения, включая деформационный отклик и особенности разрушения этих систем [1, 2]. Полная система уравнений в таком подходе представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных.

Для описания механического отклика мезообъемов хрупких пористых материалов в данной работе применен эволюционный подход [1], в рамках которого определяющие нелинейные соотношения описывают накопление повреждений и их влияние на деградацию прочностных свойств упругого каркаса. Пористость мезоскопического масштаба учтена явным образом с использованием статистических методов. Для этого разработаны компьютерные программы и построены трехмерные модели мезообъемов пористых материалов, основанные на двух типах морфологии пор: перекрывающиеся сферические поры (ПСП) и перекрывающиеся сферические тела (ПСТ) [3]. Так как в работе [1] был сделан вывод, что ПСТ-структура лучше воспроизводит морфологию пор в спеченных керамических материалах, в данной работе будет рассмотрена только ПСТ-структура.



Рис. 3. Модели мезообъемов пористых тел с морфологией «перекрывающиеся сферические тела» пористостью 20 % и размером сфер 7–10 вокселов (*a*), 5–20 вокселов (б), пример пористой структуры в керамике из диоксида циркония (*в*)



Рис. 4. Рассчитанные усредненные диаграммы сжатия пористых образцов

Были созданы модельные структуры для пористости в диапазоне от 10 до 70 %. При построении моделей мезообъемов также варьировались характерные размеры пор. Насколько эти модельные структуры соответствуют реальным пористым кера-

мическим матералам, можно увидеть, сравнив примеры модельных структур с фотографией поверхности образца пористой циркониевой керамики, представленные на рис. 3.

Для численного решения использован метод конечных разностей, подробно описанный в [4]. По результатам моделирования механического поведения пористых материалов в условиях одноосного сжатия для оксида циркония и простого сдвига для оксида алюминия были проанализированы усредненные упругие и прочностные характеристики, полученные из усредненных диаграмм нагружения (рис. 4–7).



Рис. 5. Зависимость приведенного модуля Юнга от пористости: *1* – экспоненциальная аппроксимация экспериментальных данных для пористой керамики ZrO<sub>2</sub>(Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) [1]; 2 – степенная аналитическая зависимость *E*/*E*<sub>d</sub> = (1 − *p*)<sup>4</sup>; точками отмечены данные для мезообъемов, составленных из сфер разных размеров (в вокселах): **■** – 7–10; \* – 20–30; • – 5–20, □ – 40–50

По наклону диаграммы на начальном участке рассчитывался модуль упругости *E* (модуль Юнга) для одноосного сжатия и модуль сдвига *G* при простом сдвиге. Для этого начальный участок диаграммы аппроксимировался линейной зависимостью.

Для анализа зависимости модуля Юнга от общей пористости использовался не сам модуль, а безразмерная величина – приведенный модуль, равный отношению размерного модуля Юнга E к модулю Юнга плотного (беспористого) материала  $E_d$ . Полученная зависимость приведена на рис. 5.

Несмотря на то, что большая часть результатов демонстрирует лучшее совпадение с аналитической и экспериментальной зависимостями для минимальных размеров материальных сфер (7–10), для некоторых значений общей пористости ближе к эксперименту оказались данные для материальных сфер размером 20–30 вокселов. Неодинаковым для разных значений пористости оказался и разброс значений приведенного модуля при варьировании размеров материальных сфер. Максимальное значение разброса получилось для пористости 35 %, оно составляет 0,2 (т.е. почти 40 % от среднего значения). Возможной причиной этого является случайный разброс при построении структурных моделей.

Полученные в результате аналогичной обработки рассчитанных данных зависимости для простого сдвига приведены на рис. 6 и 7.



Рис. 6. Рассчитанные усредненные диаграммы сдвига пористых образцов



Рис. 7. Зависимости приведенного модуля сдвига от пористости. Точками отмечены данные для мезообъемов, составленных из сферических тел разных размеров (размеры указаны в вокселах): *I* – экспоненциальные аппроксимации экспериментальных данных для керамик из оксидов алюминия; *2* – циркония [5]

Сравнение расчетных данных с экспериментальными для сдвигового нагружения показывает, что так же, как и в случае одноосного сжатия, расчетные данные лежат выше экспериментальной кривой. Разброс полученных значений в случае сдвига также соответствует разбросу при сжатии. Вместе с тем подтверждается вывод о том, что с уменьшением материальных сфер расчетные данные находятся ближе к экспериментальным данным.

**Выводы.** Для пористых керамических материалов, полученных спеканием наноструктурных порошков, хорошо проявили себя модельные структуры, созданные объединением перекрывающихся сферических тел. Они хорошо соответствуют реальным образцам пористой циркониевой керамики по морфологии пор и получаемой в моделировании механического поведения зависимости эффективных упругих модулей при сжатии и сдвиге от общей пористости. При уменьшении размеров материальных сфер значения рассчитанных эффективных упругих модулей оказываются ближе к экспериментальным данным.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013-2020 годы, проект III.23.2.3.

#### Литература

1. Смолин И.Ю., Еремин М.О., Макаров П.В. и др. Численное моделирование механического поведения модельных хрупких пористых материалов на мезоуровне // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 5(25). С. 78–90.

2. Евтушенко Е.П., Еремин М.О., Костандов Ю.А. и др. Моделирование разрушения хрупких и квазихрупких тел и геосред // Физ. мезомех. 2012. Т. 15, № 3. С. 35–44.

3. Bruno G., Efremov A.M., Levandovskyi A.N., Clausen B. Connecting the macro- and microstrain responses in technical porous ceramics: modeling and experimental validations // J. Mater. Sci. 2011. Vol. 46. P. 161–173.

4. Wilkins M.L. Computer Simulation of Dynamic Phenomena. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1999. 246 p.

5. Savchenko N.L., Sevostyanova I.N., Sablina T.Yu. et al. The Influence of Porosity on the Elasticity and Strength of Alumina and Zirconia Ceramics // AIP Conf. Proc. 2014. Vol. 1623. P. 547–550.

# DOI: 10.17223/9785751124199/19 САМОРАСПРОСТРАНЯЮЩИЙСЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫЙ СИНТЕЗ БОРИДОВ

## В.В. Промахов, И.А. Жуков, С.А. Ворожцов, М.Х. Зиатдинов

Показано, что перспективным направлением в области разработки новых энергетических материалов и лигатур для легких сплавов представляется синтез боридов. Для этих целей наиболее подходящим является самораспространяющийся высокотемпературный синтез. СВС позволяет получать высокочистый продукт заданного химического и фазового состава путем варьирования параметров синтеза. Предварительные исследования показали возможность получения боридов с высоким содержанием целевой фазы.

# SELF-PROPAGATED HIGH-TEMPERATURE SYNTHESIS OF BORIDES

## V.V. Promakhov, I.A. Zhukov, S.A. Vorozhtsov, M.H. Ziatdinov

This paper describes a laboratory technology synthesis of new energy materials and master alloys for light alloy is boride. Elemental boron, boron carbide, iron boride were used as boron source. Preliminary studies have shown the possibility of borides with high target phase.

Бориды являются перспективными материалами для применения в качестве упрочняющих добавок к легким сплавам [1–3] и добавок в топлива ракетных двигателей [4]. В части энергетических материалов потенциал применения металлических порошков (Ті, Al, Mg и др.) на сегодня практически исчерпан. Требуются новые, более энергоемкие добавки. Здесь наиболее перспективным является бор. Тепловой эффект его сгорания почти вдвое превышает аналогичный показатель для алюминия. Производство бора и его соединений, хорошо освоенные технологии. Кроме того, бор не токсичен, он в достаточном количестве имеется в природе и добывается в промышленных масштабах. Вместе с тем из-за специфических свойств оксида бора ( $B_2O_3$ ) – низкая температура плавления (до 450 °C) при высокой температуре испарения (2250 °C) – эффективность его применения снижается. Изменить эту ситуа-

цию позволяет переход на применение боридов. Причем естественными кандидатами на эту роль являются бориды металлов, теплота сгорания которых максимальна: Ti, Al, Mg и некоторые другие.

Для синтеза боридов обычно используют вакуумтермическую технологию. Вместе с тем образование боридов сопровождается выделением большого количества тепла. Часто этой энергии бывает достаточно для осуществления процесса в режиме горения (СВС-процесс). При синтезе горением отпадает необходимость использования громоздкого печного оборудования и, что наиболее важно, синтезированные материалы обладают более высокими эксплуатационными характеристиками.

Известно множество систем, в том числе и боридных, тепловыделение в которых недостаточно для реализации в них самоподдерживающихся процессов синтеза. Для организации СВС-процесса в таких случаях возможно два варианта: накачка энергии извне либо рекуперация имеющейся энергии [5]. Внешняя энергия может вводиться в виде физического или химического тепла. Для физического нагрева исходная СВС-шихта обычно помещается в электропечь, нагревается до требуемой температуры и далее инициируется СВС-реакция. При таком варианте синтеза горение можно реализовывать как в послойном режиме, так и в объемном.

Для получения образцов диборида титана были использованы порошки титана марок ПТОМ-1, ПТМ-1, ПТС-1.

Анализ порошков титана различной дисперсности с использованием растровой электронной микроскопии (РЭМ) показал, что порошки марки ПТОМ-1 содержали частицы титана сферической и неправильной формы. Максимальный размер частиц не превышал 40 мкм. Элементный анализ порошков показал, что содержание титана составляет ~ 100 %. Результаты аналогичных исследований порошка титана марки ПТМ-1 показали меньшее содержание частиц сферической формы по сравнению с порошком марки ПТОМ-1. Установлено, что в этом порошке содержатся агломераты частиц, максимальный размер частиц и их агломератов не превышал 100 мкм. Примесей в исходном порошке марки ПТМ-1 не обнаружено. Анализ результатов исследования характеристик порошка марки ПТС-1 показал, что максимальный размер частиц не превышал 280 мкм, что соответствует маркировке поставщика. При этом на микрофотографиях наблюдались крупные «спеки» и агломераты частиц титана. Содержание сферических частиц незначительно. Посторонних примесей не обнаружено.

Процесс подготовки шихты для изготовления образцов борида титана включал получение стехиометрических смесей. В стехиометрической системе титан–бор содержится 69 мас. % титана и 31 мас. % бора.

Оптимальные параметры формования порошковых смесей определены на основании экспериментальных исследований. При этом измерялись плотность образцов и скорость их горения в зависимости от компонентного состава, усилия прессования и добавки органического связующего в шихту.

По результатам предварительного анализа выбраны четыре композиции (A1–A4) для дальнейших исследований. Компонентные составы композиций A1–A4 приведены в таблице.

Состав	ПТОМ-1	ПТМ-1	ПТС-1	Аморфный бор	Связующее
Al	69 %	-	-	31 %	-
A2	69 %	-	-	31%	+
A3	-	69 %		31 %	-
A4	-	-	69 %	31 %	-

Компонентные составы композици	Й
--------------------------------	---

Проведены измерения плотности композиций A1–A4 в зависимости от давления прессования. Выявлено, что с уменьшением дисперсности порошков титана уменьшается предельно достигаемая до перепрессовки плотность. Для порошка марки ПТС-1 значение давления прессования, при котором образцы разрушаются, не достигнуто. По-видимому, такая зависимость обусловлена увеличением содержания агломератов частиц титана (в случае порошков марки ПТС-1 – присутствием «спеков» частиц), что естественным образом увеличивает плотность порошков.

Основным критерием при выборе дисперсности порошков титана является равномерность распределения частиц в шихте. В образцах из порошков марок ПТМ-1 и ПТС-1 наблюдались области с повышенным содержанием частиц титана (за счет большого содержания агломератов). Это приводит к структурным неоднородностям. В результате проведенных исследований в качестве базового был выбран наиболее тонкодисперсный порошок титана марки ПТОМ-1. Более подробно были исследованы составы, содержащие порошок титана марки ПТОМ-1 и порошок аморфного бора.

В серии экспериментов измерялась линейная стационарная скорость горения образцов НФО диаметром 10 мм. Зажигание образцов осуществлялось с помощью нихромовой спирали, которую помещали на торцевую поверхность образца. Измерение скорости горения проводили в среде аргона при давлении 0,6 МПа.

Скорость горения измеряли по видеозаписям процесса горения. Процесс горения регистрировался скоростной видеокамерой CITIUS IMAGING C100 CENTURIO (скорость видеосъемки – 1600 кадров в секунду). Для каждого состава было проведено не менее трех дублирующих опытов. Среднеквадратичное отклонение измеренных значений скорости горения не превышает ± 0,35, значений плотности образцов – ± 0,25. На рис. 1 и 2 приведены зависимости скорости горения от плотности образцов на основе порошков титана без добавления и при наличии пластификатора, соответственно.



Рис. 1. Зависимость скорости горения от плотности образцов на основе различных порошков Ті без добавления пластификатора



Рис. 2. Зависимость скорости горения от плотности образцов состава A2 с добавлением пластификатора

Установлено, что при наличии пластификатора вследствие увеличения плотности образцов скорость горения возрастает от 7,9 до 8,6 см/с. Несмотря на увеличение плотности, однозначной зависимости плотности от скорости горения для различных порошков титана не установлено. При этом следует отметить незначительный разброс скорости горения (7–8) см/с в зависимости от марки порошков титана.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-38-60028 мол\_а\_дк.

#### Литература

1. Vorozhtsov S.A., Eskin D.G., Tomayo J. et al. The Application of External Fields to the Manufacturing of Novel Dense Composite Master Alloys and Aluminum-Based Nanocomposites // Metallurgical and Materials Transactions A: Physics and Materials Science. 2015. Vol. 46(7), № 2850. P. 2870–2875.

2. Vorozhtsov S.A., Promakhov V.V., Zhukov I. et al. The use of alumina and zirconia nanopowders for optimization of the Al-based light alloys // TMS Annual Meeting 144, Connecting the Global Minerals, Metals, and Materials Community. 2015. P. 25–32.

3. Жуков И.А., Гаркушин Г.В., Ворожцов С.А. и др. Особенности механических характеристик композитов Al–Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, полученных взрывом, при ударно-волновом деформировании // Изв. вузов. Физика. 2015. Т. 58, № 9. С. 141–144.

4. Merzhanov A.G. SHS-process: combustion theory and practice // Arch. Combust. 1981. Vol. 191, № 1/2. P. 23–48.

5. Merzhanov A.G. Combustion processes that synthesize materials // J. Mater. Proc. Technol. 1996. Vol. 56. P. 222-241.

# DOI: 10.17223/9785751124199/20 ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КУБИЧЕСКОЙ КАВЕРНЕ

### И.А. Рыльцев

Решена задача о течении вязкой несжимаемой жидкости в кубической каверне. Решение получено численно с использованием метода контрольных объемов. Алгоритм SIMPLE (Semi-ImplicitMethodforPressure-LinkedEquation) применялся для определения поля давления. Получены траектории движения частиц. Исследовалась зависимость характеристик течения от числа Рейнольдса.

# NUMERICAL SIMULATION OF VISCOUS FLOW IN A PLANAR CAVITY USING SIMPLE ALGORITHM

### I.A. Ryltsev

In this paper the problem of viscous incompressible fluid flow in cubic cavity was solved. The numerical solution was obtained using control volume method. To define the pressure field the SIMPLE (Semi-ImplicitMethodforPressure-LinkedEquation) algorithm was used. The tracks of particle moving were obtained. The dependence of flow characteristics on Reynolds number was investigated.

В настоящее время в научной литературе представлен обширный теоретический материал по двухмерному течению, в то время как для трехмерного течения подобные данные встречаются редко. В данной работе рассматривается задача о течении ньютоновской несжимаемой жидкости в кубической каверне с ребром *L*.



На рис. 1 представлена область течения. Верхняя стенка движется в горизонтальном направлении в направлении X со скоростью  $U_0$  м/с, остальные стенки сосуда остаются неподвижными. Течение описывается уравнениями Навье–Стокса совместно с уравнением неразрывности, которые в безразмерном виде записываются следующим образом [1, 2]:

$$\operatorname{Re}\left(V_{x}\frac{\partial V_{x}}{\partial x}+V_{y}\frac{\partial V_{x}}{\partial y}+V_{z}\frac{\partial V_{x}}{\partial z}\right)=-\frac{\partial P}{\partial x}+\Delta V_{x},$$

$$\operatorname{Re}\left(V_{x}\frac{\partial V_{y}}{\partial x}+V_{y}\frac{\partial V_{y}}{\partial y}+V_{z}\frac{\partial V_{y}}{\partial z}\right)=-\frac{\partial P}{\partial y}+\Delta V_{y},$$

$$\operatorname{Re}\left(V_{x}\frac{\partial V_{z}}{\partial x}+V_{y}\frac{\partial V_{z}}{\partial y}+V_{z}\frac{\partial V_{z}}{\partial z}\right)=-\frac{\partial P}{\partial z}+\Delta V_{z},$$

$$\frac{\partial V_{x}}{\partial x}+\frac{\partial V_{y}}{\partial y}+\frac{\partial V_{z}}{\partial y}=0.$$
(1)

Здесь *Vx*, *Vy*, *Vz*, – компоненты вектора скорости; *t* – время; *P* – давление;  $\upsilon$  – динамическая вязкость;  $\rho$  – плотность; Re – число Рейнольдса, характеризующее соотношение инерционных и вязких сил в потоке жидкости. В качестве масштабов обезразмеривания выбраны следующие величины: длины – размер каверны *L*; скорости – скорость верхней стенки  $U_0$ . Систему уравнений (1) дополним граничными условиями. На твердых неподвижных границах выполняются условия прилипания:  $V_x = V_y = V_z = 0$ . На подвижной стенке выполняются граничные условия первого рода  $V_x = U_0$ ,  $V_y = 0$ ,  $V_z = 0$ . Задача сводится к отысканию стационарных полей скорости и давления.



С помощью методики, основанной на алгоритме SIMPLE [2] и методе установления, были получены стационарные поля скорости и давления. Суть методики заключается в следующем: область течения покрывается разнесенной разностной сеткой. Численный метод реализован на каждом шаге по времени в два этапа. На первом этапе рассчитывается поле скорости в расчетных узлах разнесенной сетки. На втором этапе корректируются поля давления и скорости для выполнения уравнения неразрывности. На каждом шаге по времени организуется итерационный процесс. Сеточная сходимость проверяется сравнением распределения скорости  $V_z$  на различных сетках при Re=1, в сечении x=y=0.5. На рис. 2 представлены распределения скоростей. Видно, что, начиная с некоторого значения с дальнейшим уменьшением шага сетки, наблюдается совпадение графиков, что демонстрирует аппроксимационную сходимость для данной схемы. При этом уже на сетке с шагом 1/40 для схем наблюдается совпадение результатов, все дальнейшие исследования проводились на этой сетке.





Рис. 4. Картины течения

Достоверность результатов проверялась путем сравнения с результатами других авторов. На рис. 3 представлено распределение компонент скорости  $V_x$  вдоль прямой, параллельной оси *z*, проходящей через центр верхней стенки, полученное с помощью разработанной методики и взятое из работы Янга [3]. Наблюдается качественное и количественное совпадение результатов. Для получения траекторий движения частиц в потоке течения вязкой несжимаемой жидкости помещалась частицамаркер. Движение частицы описывалось кинематическими уравнениями, которые решаются с помощью многошагового метода Адамса–Башфорта четвертого поряд-

ка. Особый интерес для изучения представляют участки, в которых располагаются циркуляционные зоны.

На рис. 4, *а* показана траектория движения маркера, помещенного в точку с координатами x=0,5, y=0,5, z=0,5. В этой точке значения компоненты скорости  $V_y$  равны 0, следовательно, течение можно считать двумерным. На рис. 4, *в* маркер помещался в точку с координатами x=0,8, y=0,1, z=0,01. Наблюдается циркуляционное движение в центре каверны и ее нижних углах. При этом частицы жидкости, двигаясь в центральном вихре, смещаются на его периферию, после чего попадают в зону нижнего вихря. С течением времени частицы смещаются к боковым стенкам и снова попадают в центральный вихрь. На рис. 4, *в*, *г* показаны движения частицы через углы каверны.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания № 2014/223 (код проекта 1943) и РФФИ (проект № 15-08-02256а).

#### Литература

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. М.: Дрофа, 2003. 840 с.

2. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С. Патанкар. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.

3. Jaw-Yen Yan. Implicit Weighted ENO Schemes for the Three-Dimensional Incompressible Navier-Stokes Equations / Jaw-Yen Yang, Shih-Chang Yang, Yih-Nan Chen, Chiang-An Hsuz // Journal of Computational Physics.1998. P. 464–487.

# DOI: 10.17223/9785751124199/21 ИССЛЕДОВАНИЕ СПОСОБА ОТБРАКОВКИ НАБЛЮДЕНИЙ ПОТЕНЦИАЛЬНО ОПАСНЫХ АСТЕРОИДОВ

#### Г.Е. Самбаров, О.М. Сюсина

Рассматриваются показатели эффективности отбраковки наблюдений астероидов, с помощью которых можно оценить, насколько проводимая отбраковка является целесообразной. Исследование проводили на примере потенциально опасного астероида 2014 WZ120.

# THE RESEARCH OF METHOD OF OBSERVATIONS SELECTION OF POTENTIALLY HAZARDOUS ASTEROIDS

#### G.E. Sambarov, O.M. Syusina

This paper presents indicators of culling efficiency of asteroid observations. This indicator shows expediency of culling observations. Investigation was performed by the example of potentially hazardous asteroids 2014 WZ120.

Исследование движения потенциально опасных астероидов является одной из наиболее важных задач небесной механики. Для приближенной оценки угрозы столкновения объектов с Землей используется вероятностный метод определения орбит небесных тел. Но любые задачи оценивания неизбежно отягощены случайными и систематическими ошибками. Наличие этих ошибок по-разному влияет на точность результатов исследования вероятностными методами движения астероидов. Негативным последствием влияния ошибок может оказаться непопадание изучаемого объекта в расчетную область возможных движений, что особенно недопустимо при исследовании возможности столкновений астероидов с Землей. В ряде случаев отбраковка наблюдений с большими невязками (O-C) позволяет повысить точность определения оценок начальных параметров орбиты и увеличить точность задачи исследования движения объекта. В работах [1–3] нами был предложен способ оценивания точности модели движения астероида, основанный на вычислении показателя смещения доверительных областей, построенных для различных моделей движения объекта. Данный способ мы применили к оцениванию эффективности проводимой отбраковки. В этом способе отбраковка наблюдений тесно связана с размерами доверительных областей и смещениями оценок наименьших квадратов (НК-оценок) номинальных орбит, определяемых для разных выборок.

Эффективность выполненной отбраковки будем оценивать с помощью следующих показателей:

$$\varepsilon_{omn} = \frac{\left| \widehat{\mathbf{q}} - \widehat{\mathbf{q}}^* \right|}{\left| \overline{\mathbf{q}} - \widehat{\mathbf{q}}^* \right|},\tag{1}$$

$$V_{omu} = \frac{V_i}{V^*} = \frac{\sigma_i}{\sigma_0^*} \left( \frac{\left| \hat{D}_i \right|}{\left| \hat{D}^* \right|} \right)^{1/2}.$$
 (2)

Здесь  $\mathcal{E}_{omh}$  – показатель эффективности [2];  $V_{omh}$  – отношение объемов доверительных областей, определяемых для разных выборок наблюдений;  $\hat{\mathbf{q}}^*$  и  $\hat{\mathbf{q}}$  – НК-оценки параметров номинальных орбит астероида, определяемых по данным полных и неполных выборок наблюдений;  $\bar{\mathbf{q}}$  – граничная точка доверительной области, определяемой для полной выборки наблюдений, в направлении вектора смещений оценок ( $\hat{\mathbf{q}} - \hat{\mathbf{q}}^*$ );  $V^*$  и  $V_i$ , – объемы доверительных областей, определяемые по полной и неполной *i*-й выборке наблюдений;  $\sigma_0^i$ ,  $\sigma_0^*$  – среднеквадратические ошибки единицы веса соответственно по *i*-й неполной и полной выборке наблюдений.

Показатель  $\mathcal{E}_{omh}$  характеризует смещение относительно друг друга в параметрическом пространстве доверительных областей, построенных по полной и неполной выборкам наблюдений. При этом значения показателей  $\mathcal{E}_{omh} > 0,1$  и  $V_{omh} < 1$  определенно указывают на большие смещения относительно друг друга оценок параметров  $\hat{\mathbf{q}}^*$  и  $\hat{\mathbf{q}}$  и уменьшение вероятностных ошибок определения параметров после отбраковки наблюдений, содержащих систематические ошибки. В этом случае отбраковку наблюдений можно считать эффективной. Если же показатель  $\mathcal{E}_{omh} > 0,1$ , а  $V_{omh} < 1$ , смещение оценки параметров будет малым по сравнению с размерами доверительных областей, и выполненная отбраковка не будет эффективной.

На примере астероида 2014 WZ120 была осуществлена отбраковка наблюдений и оценена ее эффективность. Полная выборка наблюдений объекта включала две оппозиции и охватывала период с 21.11.2014 г. по 29.05.2015 г. Первая оппозиция включает 336 наблюдений, а вторая – 11 наблюдений. Нами была осуществлена отбраковка наблюдений в 1-й оппозиции. Назовём выборку этих наблюдений основной выборкой. Выборка наблюдений во 2-й оппозиции была использована для тестирования результатов.

численные результаты										
Объект	Выборка наблюдений	Ν	$\Delta T$ , сут	X	$V_{omh}$	$\mathcal{E}_{_{OTH}}$	$\sigma_{_0}$ , угл. с			
2014 WZ120	Основная выборка	336	16	0,01732	1	Ι	0,6699			
	Выборка с 1-й отбраковкой	316	16	0,01864	$1,08 \cdot \cdot 10^{-2}$	0,1845	0,3455			
	Выборка со 2-й отбраковкой	289	16	0,01642	6,19.10-4	0,2378	0,2232			
	Полная выборка	347	189	0,00003	2,17.10-3	0,0676	0,6614			

Примечание. N – количество наблюдений;  $\Delta T$  – мерная дуга объекта,  $\chi$  – показатель нелинейности [4], - среднеквадратическая ошибка единицы веса.

Отбраковка осуществлялась двумя способами: в первом способе мы отбрасывали наблюдения, которые значительно выделялись по большим невязкам (О-С). Из 336 наблюдений было отбраковано по этому критерию 20 наблюдений. Как видно из таблицы, показатели эффективности такой отбраковки  $\varepsilon_{_{OMH}} = 0,1845 > 0,1$ И  $V_{omh} = 1,08 \cdot 10^{-2} < 1$ , что говорят о ее эффективности.

Во втором способе отбраковывались наблюдения, невязки которых больше 1 угловой секунды. Из 336 наблюдений было отбраковано 47, что привело к уменьшению среднеквадратического отклонения единицы веса до 0,2232 угловых секунд. Показатели эффективности такой отбраковки равны  $\varepsilon_{omh} = 0,2378 > 0,1$ И  $V_{amu} = 1,08 \cdot 10^{-2} << 1$ , что также говорит об эффективности проведенной отбраковки. Для наглядности численных результатов приведем доверительные области дви-

жения астероида 2014 WZ120 в проекциях по координатам XY и скоростям  $V_X V_Y$ .



Рис. 1. Проекции доверительных областей движения астероида 2014 WZ120, определяемые для четырех выборок наблюдений

Из рис. 1 видно, что начальная доверительная область, определяемая по 336 наблюдениям основной выборки, имеет гораздо большие размеры по сравнению с другими областями, что согласуется со значениями отношений объемов в таблице. Сравнение доверительных областей, построенных на основе двух способов отбраковок наблюдений с доверительной областью, построенной на основе полной выборки наблюдений, показывает, что отбраковку для астероида 2014 WZ120 можно считать результативной.

#### Заключение

В данной работе приводятся результаты анализа отбраковки наблюдений астероида 2014 WZ120, основанного на определении показателей эффективности  $\varepsilon_{omn}$  и

 $V_{omm}$ . Применение этих показателей позволяет оценить смещение относительно друг друга доверительных областей, построенных по данным разных выборок наблюдений, а также определить отношение объемов этих областей.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 12-02-00220-а.

#### Литература

1. Сюсина О.М., Самбаров Г.Е., Черницов А.М., Тамаров В.А. Исследование влияния ошибок модели движения астероидов на точность построения начальной доверительной области // Изв. вузов. Физика. 2012. Т. 55, № 10/2. С. 50–59.

2. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А., Самбаров Г.Е. Способ оценки влияния модели сил на систематическую ошибку определения областей возможных движений астероидов // Изв. вузов. Физика. 2013. Т. 56, № 6/3. С. 235–237.

3. *Сюсина О.М., Самбаров Г.Е.* Новые данные о потенциально опасных астероидах, наблюдавшихся в одной оппозиции // Изв. вузов. Физика. 2015 (в печати).

4. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Построение доверительных областей в задаче вероятностного исследования движения малых тел Солнечной системы // Астрономический вестник. 2012. Т. 46, № 3. С. 209–222.

# DOI: 10.17223/9785751124199/22 АВТОКОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ОРБИТАЛЬНОЙ ЭВОЛЮЦИИ ОТРАБОТАВШИХ ОБЪЕКТОВ ГНСС

#### И.В. Томилова, Р.Р. Менибаев

Представлены результаты автокорреляционного анализа долговременной динамической эволюции отработавших объектов ГНСС ГЛОНАСС и GPS. Показано, что орбитальная эволюция отработавших объектов ГЛОНАСС близка к регулярной, а объекты системы GPS обладают сложной орбитальной эволюцией с существенной неравномерностью, изменения большой полуоси имеют к концу 100-летнего периода эволюции хаотические орбиты.

# AUTOCORRELATION ANALYSIS OF ORBITAL EVOLUTION OF EXHAUST GNSS OBJECTS

#### I.V. Tomilova, R.R. Menibaev

The results of the autocorrelation analysis of the long-term dynamic evolution of exhaust objects GLONASS and GPS are presented. It is shown that the evolution of the orbital GLONASS exhaust objects close to a regular and the GPS system objects have complicated orbital evolution with a significant irregularity in the change of the semi-major axis and have chaotic orbits to the end of the 100 year period of the evolution.

#### Введение

Глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) функционируют в настоящее время в области MEO (medium Earthorbits) околоземного космического пространства, на наклонных почти круговых орбитах со средними периодами обращения 40544 с. для спутников системы ГЛОНАСС и 43080 с для объектов системы GPS. Система ГЛОНАСС состоит из 24 действующих объектов, а система GPS – из

32. Рано или поздно все эти объекты потеряют управление и превратятся в космический мусор. После утраты управления объекты будут двигаться по законам небесной механики и движение это, как показано в работах [1–3], будет весьма сложным. Это связано, как известно [4], с особенностью орбит объектов, для которых характерно наличие наклонений, приводящих к появлению вековых резонансов в движении объектов. Знание будущей орбитальной эволюции отработавших объектов необходимо для решения проблемы их утилизации и обеспечения безопасности функционирующих спутников.

В работе [3] дано описание долговременной орбитальной эволюции ныне существующих объектов этих систем в предположении, что все они потеряли управление 8.01.2015 г.

В настоящей работе на основе данных численного эксперимента, приведенных в [3], дается автокорреляционный анализ долговременной эволюции неуправляемых объектов ГНСС в сопоставлении с MEGNO-анализом, приведенным в этой же работе.

# Методы исследования

Численное моделирование орбитальной эволюции движения. Численное моделирование долговременной орбитальной эволюции рассматриваемых объектов осуществляется с помощью программного комплекса «Численная модель движения систем ИСЗ» [4], дополненного программой MEGNO-анализа орбитальной эволюции объектов [5]. Параметр MEGNO [6] представляет собой взвешенную по времени интегральную форму ляпуновского характеристического числа. Этот параметр обладает рядом полезных свойств: для квазипериодических (регулярных) орбит параметр осциллирует около 2, его усредненное значение для квазипериодических орбит всегда стремится к 2, а для устойчивых орбит типа гармонического осциллятора равно нулю. Для хаотического движения параметр показывает линейный рост.

Программный комплекс реализован на кластере «СкифСуberia» Томского государственного университета. Оценки точности прогнозирования движения ИСЗ с помощью указанного программного комплекса на больших интервалах времени приведены в работе [1]. Оценки получены на примере численного моделирования движения ИСЗ «Эталон-1» и «Эталон-2». Точность моделирования движения на интервале 100 лет при использовании 64-битной разрядной сетки составляет 1 м, а при использовании 128-битной разрядной сетки не превышает 1 мм.

Вычисление автокорреляционных функций. Интегральная автокорреляционная функция I определяется как среднее значение квадратов последовательности автокорреляционных функций  $A_k$  [7]. Причем автокорреляционная функция  $A_k$  по смешанным моментам имеет вид

$$A_{k} = \frac{\sum_{i=0}^{N-k} (r_{i} - \overline{r_{i}})(r_{i+k} - \overline{r_{i+k}})}{\left(\sum_{i=0}^{N-k} (r_{i} - \overline{r_{i}})^{2} \sum_{i=0}^{N-k} (r_{i+k} - \overline{r_{i+k}})^{2}\right)^{1/2}},$$
(1)

где  $\overline{r_s} = (s+1)^{-1} \sum_{i=0}^{s} r_i$  – среднее значение s-элементного подмножества равномерного временного ряда ( $t_0$  – начальный момент, h – постоянный шаг)

$$r_i = r(t_0 + ih), 0 \le i \le N,$$
 (2)

в нашем случае получаемого в результате численного интегрирования уравнений движения объекта (1). Интегральная автокорреляционная функция *I* вычисляется по формуле

$$I(J_K) = \frac{1}{J_K} \left( 1 + \sum_{k=1}^{K} (J_k - J_{k-1}) A_{J_k}^2 \right).$$
(3)

Здесь  $J_K = j_K - j_{K-k}$  задает сдвиг аргумента автокорреляционной функции  $A_{Jk}$  на последовательности экспоненциально распределенных точек

$$j_0 = 0, j_1 = 1, ..., j_k = j_{k-1} + 2^{[(k-1)/B]}, \quad k = 0, 1, ..., K, \quad j_K \le N,$$
 (4)

где [(k-1)/B] – целая часть числа, B – базовое число.

Для постоянных временных рядов интегральная автокорреляционная функция *I* асимптотически стремится к 1. Для равномерного временного ряда, представляющего периодическую функцию типа синус, функция *I* равна 0,5. Для квазипериодических временных рядов *I* стремится к нулю.

В результате ряда численных экспериментов Э. Д. Кузнецовым [8] было определено для ИСЗ, что при значении базового числа B = 100 интегральная автокорреляционная функция I на интервале интегрирования, равном 200 лет, оценивается надёжно.

### Описание результатов

Рассмотрим совместно данные численного эксперимента, описанные в работе [3], и результаты автокорреляционного анализа орбитальной эволюции объектов ГНСС, выполненного в данной работе. Целью совместного анализа является сопоставление орбитальной эволюциии ее оценок, полученных с помощью параметров MEGNO, и интегральных автокорреляционных функций.

Что касается объектов системы ГЛОНАСС, то их орбитальная эволюция достаточно однотипна (рис. 1): почти линейное с небольшими колебаниями возрастание эксцентриситета *e*, долгопериодические, нерегулярные колебания наклонения *i* орбиты и короткопериодические колебания большой полуоси *a*, отличающиеся высокой нерегулярностью без хаотизации движения. Визуальный анализ подтверждается полученными значениями интегральной автокорреляционной функции (см. рис. 1).

На рис. 1–6 вверху приведены данные об эволюции основных орбитальных параметров объекта: большой полуоси a, эксцентриситета e и наклонения i – на 100летнем интервале времени и изменении параметров MEGNO на том же интервале времени. Сплошной линией показан неусредненный параметр MEGNO, а пунктирной линией – изменение его усредненного значения. На нижних графиках приведены изменения интегральных автокорреляционных функций параметров орбиты a, e, I в зависимости от параметра K, отвечающего за плотности выборки значений исследуемого орбитального параметра.

Орбитальная эволюция объектов GPS отличается большим разнообразием. На рис. 2 приведен пример объекта с идеально регулярной эволюцией элементов орбиты, что полностью подтверждается и значениями интегральных автокорреляционных функций, которые концентрируются около значения 0,5. Усредненный пара-



метр MEGNO приближается к 2. Таких объектов всего два среди всей совокупности рассматриваемых 34 спутников системы GPS.

Рис. 1. Результаты анализа долговременной орбитальной эволюции и поведение интегральных автокорреляционных функций для большой полуоси *а*, эксцентриситета *е* и наклонения орбиты *I* объекта ГЛОНАСС



Рис. 2. Пример регулярной орбитальной эволюции и поведение интегральных автокорреляционных функций для большой полуоси *a*, эксцентриситета *e* и наклонения орбиты *I* объекта GPS

Большинство объектов системы GPS движутся по нерегулярным орбитам с разной степенью хаотизации движения. Примеры приведены на рис. 3–6.

Обращает на себя внимание тот факт, что во всех этих случаях интегральная автокорреляционная функция показывает значение, близкое к оси абсцисс для большой полуоси *a* орбиты объекта, причем во всех случаях одно и то же значение независимо от степени хаотизации движения. По-видимому, можно считать, что, как показано в [9] на большом количестве примеров, хаотичность всегда сопровождается неравномерностью изменения большой полуоси орбиты. Однако неравномерность по большой полуоси *a* выявляется и при отсутствии хаотизации (см. рис. 1) и ее нельзя считать свойством хаотического движения.





автокорреляционных функций для большой полуоси *а*, эксцентриситета *е* и наклонения орбиты *i* 



Рис. 5. Пример орбитальной эволюции объекта с значительной хаотизацией движения и существенной нерегулярностью изменения параметра *a*, а также поведение интегральных автокорреляционных функций для большой полуоси *a*, эксцентриситета *e* и наклонения орбиты *i* 





и наклонения орбиты і




## Заключение

Таким образом, приведенный здесь автокорреляционный анализ орбитальной эволюции ГНСС показал, что случаи регулярной эволюции элементов орбит этих объектов очень редки. А хаотичность в движении объектов всегда сопровождается неравномерностью изменения большой полуоси орбиты.

Кроме того, приведенные результаты говорят о том, что интегральную автокорреляционную функцию нельзя использовать, как предлагают некоторые авторы [8], в качестве индикатора хаотичности движения. Это другая характеристика, которая может дополнять общее представление о свойствах движения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 15-02-02868а.

#### Литература

1. Бордовицына Т.В., Томилова И.В., Чувашов И.Н. Влияние вековых резонансов на долговременную орбитальную эволюцию неуправляемых объектов спутниковых радионавигационных систем в области МЕО // Астрон. вестн. 2012. Т. 46, № 5. С. 356–368.

2. Бордовицына Т.В., Томилова И.В., Чувашов И.Н. Вековые резонансы как источник возникновения динамической хаотичности в долговременной орбитальной эволюции неуправляемых объектов спутниковых радионавигационных систем // Астрон. вестн. 2014. Т. 48, № 4. С. 280–289.

3. Томилова И.В., Каширин М.В., Бордовицына Т.В. Описание долговременной орбитальной эволюции неуправляемых объектов ГНСС ГЛОНАСС и GPS // Изв. вузов. Физика. 2015. Т. 58, № 10/2.

4. Бордовицына Т.В, Авдюшев В.А., Чувашов И.Н. и др. Численное моделирование движения систем ИСЗ в среде параллельных вычислений // Изв. вузов. Физика. 2009. № 10/2. С. 5–11.

5. Бордовицына Т.В., Александрова А.Г., Чувашов И.Н. Комплекс алгоритмов и программ для исследования хаотичности в динамике искусственных спутников Земли // Изв. вузов. Физика. 2010. № 8/2. С. 14–21.

6. *Cincotta P.M., Girdano C.M., Simo C.* Phase space structure of multi-dimensional systems by means of the mean exponential growth factor of nearby orbits // Physica D. 2003. Vol. 182. P. 151–178.

7. Бриллинджер Д. Временные ряды. Обработка данных и теория. М.: Мир, 1980. 536 с.

8. Kuznetsov E.D., Zakharova P.E., Glamazda D.V., Kudryavtsev S.O. Effect of the high-order resonances on the orbital evolution of objects near geostationary orbit // Solar System Research. Vol. 48, is. 6. P. 446–459.

9. Бордовицына Т.В., Томилова И.В., Куликова П.В., Менибаев Р.Р. Применение интегральной автокорреляционной функции для оценки особенностей динамики околоземных космических объектов // Изв. вузов. Физика. 2014. № 10/2. С. 88–94.

## DOI: 10.17223/9785751124199/23 МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОДИНАМИКИ ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ В ПНЕВМАТИЧЕСКОМ ЦЕНТРОБЕЖНОМ СЕПАРАТОРЕ

## Р.Р. Турубаев, А.В. Шваб

Проведено численное моделирование аэродинамики вихревой камеры пневматического центробежного сепаратора и получены распределения полей вектора скорости и давления. Достоверность полученных результатов обусловлена сравнением двух способов решения системы уравнений Навье–Стокса, а именно:скорость–давление и вихрь–функция тока. Получены геометрические параметры, обеспечивающие равномерное распределение изолиний функции тока на выходе из камеры.

## MODELLING OF AERODYNAMICS OF SWIRLED FLOW IN THE PNEUMATIC CENTRIFUGAL SEPARATOR

## R.R. Turubaev, A.V. Shvab

Numerical simulation of the vortex chamber aerodynamics in a pneumatic centrifugal separator has been carried out. Distributions of the velocity vector and pressure fields have been obtained. Their accuracy is determined by comparing two methods of solving the Navier-Stokes equations, namely velocity-pressure and vortex-stream function. Geometry parameters providing a uniform distribution of the stream function isolines at the vortex chamber outlet have been evaluated.

В настоящей работе численно исследуется аэродинамика пневматического центробежного аппарата, который представляет собой цилиндрическую область с невращающимися стенками, вращающимся диском, центр которого совпадает с осью цилиндра, и систему вращающихся дисков на выходе (рис. 1). Крупная фракция частиц за счет действия на неё центробежной силы, значительно большей, нежели аэродинамическая сила сопротивления частиц, отбрасывается назад [1].

Движение закрученного потока описывается уравнениями Навье–Стокса в цилиндрической системе координат. Вводится масштаб длины R (радиус входного сечения) и входная скорость  $U_0$ . В силу небольших скоростей плотность газа считается постоянной. Рассматриваемая задача является осесимметричной относительно окружной координаты, поэтому производные по  $\varphi$  равны нулю. В результате получим безразмерную форму уравнений Навье–Стокса:

$$\frac{\partial u_r}{\partial \tau} + \frac{\partial u_r^2}{\partial r} + \frac{\partial u_r u_z}{\partial z} + \frac{u_r^2}{r} - \frac{u_{\varphi}^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\operatorname{Re}} \left( \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right); \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_{\varphi}}{\partial \tau} + \frac{\partial (u_{\varphi}u_r)}{\partial r} + \frac{\partial (u_{\varphi}u_z)}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u_{\varphi}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_{\varphi}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial r} - \frac{u_{\varphi}}{r^2} \right) - \frac{2u_{\varphi}u_r}{r}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial \tau} + \frac{\partial u_z u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z^2}{\partial z} + \frac{u_z u_r}{r} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} \right);$$
(3)

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r} = 0.$$
(4)

Здесь  $u_r$ ,  $u_z$ ,  $u_{\varphi}$  – составляющие вектора скорости;  $\text{Re} = U_0 R / \nu$  – число Рейнольдса. Полученная система уравнений решается методом физического расщепления полей скорости и давления. После расщепления уравнений Навье–Стокса (1)–(4) получим систему уравнений переноса импульса и уравнение Пуассона для поправки к давлению:

$$\frac{\vec{u^*} - \vec{u^n}}{\Delta \tau} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u^*} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \vec{u^*} - \nabla p^n;$$

$$\frac{\nabla \cdot u}{\Delta \tau} = \nabla^2 (\delta \mathbf{p})$$



Рис. 1. Схема исследуемой области

Исследуемая задача является стационарной, поэтому уравнение Пуассона можно представить в виде нестационарного уравнения. Зная поправку к давлению и значение вектора скорости на промежуточном слое, можно рассчитать скорость и давление на (n+1)-м слое:

$$\overline{u^{n+1}} = \overline{u^*} - \Delta \tau \cdot \nabla(\delta \mathbf{p}); \qquad p^{n+1} = p^n + \delta p.$$

Для получения единственного решения ставятся следующие граничные условия. На стенках выполняется условие прилипания. На входе  $u_z = 1$ ,  $u_{\varphi} = 0$ , для  $u_r$  используется условие Неймана. На оси выполняются условия симметрии. На выходе ставится условие Неймана для  $u_r$  и  $u_z$  [2]. Безразмерная форма граничных условий приводит к появлению обратных чисел Россби. Далее применяется обобщенный неявный метод переменных направлений [Там же]. Он обладает вторым порядком точности по времени. Конвективные и диффузионные члены в этих уравнениях аппроксимировались с помощью экспоненциальной схемы, которая снимает ограничение на число Рейнольдса и имеет второй порядок точности по пространственным координатам [3].

Также система уравнений (1)-(4) решалась в переменных вихрь-функция тока. Для этого были введены составляющие вектора скорости и определение вихря:

$$u_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}; \ u_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}; \ \omega = \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r}$$

Подставив компоненты скорости в уравнение, определяющее вихрь, получим уравнение Пуассона для нахождения функции тока  $\psi$ :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \omega r + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \,.$$

Перекрестным дифференцированием и последующим вычитанием уравнений (1) и (3) получим уравнение переноса вихря:





Рис. 2. Распределение функции тока при наличии диска: Re = 10;  $\Omega_1$  = 3;  $\Omega_2$  = 5



Рис. 4. Распределение окружной составляющей при наличии диска: Re = 10;  $\Omega_1$  = 3,  $\Omega_2$  = 5

Рис. 3. Распределение функции тока при отсутствии диска: Re = 10;  $\Omega_2 = 1$ 





В качестве граничного условия вихря на стенке используется условие Тома [2], а функция тока считается постоянной. Были проанализированы несколько схем расчета вихря в угловых точках (способ Кавагути и др.). Их сравнение приведено на рис. 7.



Рис. 7. Сравнение различных схем расчета угловых точек

На рис. 2–5 приведены распределения изолиний функции тока, а также изолинии окружной составляющей для схемы с диском и без него. Достоверность полученных результатов обусловлена сравнением двух способов решения (см. рис. 6) и исследованием на сеточную сходимость.

Численные исследования задачи показали, что выбором режимных и геометрических параметров можно добиться благоприятного распределения поля вектора скорости вблизи выхода из камеры. Такое распределение будет способствовать более качественному разделению ультрадисперсных порошков.

## Литература

1. Патент РФ № 2522674 Способ газовой центробежной классификации и измельчения порош-ков // П.Н. Зятиков, А.Т. Росляк, А.В. Швабии др. / Опубл. Б.И. № 20. 20.07.14.

2. Роуч П. Вычислительная гидромеханика / П. Роуч. М.: Мир, 1977. 618 с.

3. Патанкар С.В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С.В. Патанкар; пер. с англ. под ред. В.Д. Виленского. М.: Энергоатомиздат, 1984. 149 с.

## DOI: 10.17223/9785751124199/24 ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАВНОВЕСНОЙ ФОРМЫ КАПЛИ, ЛЕЖАЩЕЙ НА ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОДЛОЖКЕ В ПОЛЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

#### А.С. Фролов, Е.И. Борзенко

Рассматривается неподвижная капля жидкости, лежащая на твёрдой подложке в поле силы тяжести, форма которой определяется уравнением Лапласа. С помощью численного метода Рунге–Кутты вычисляются равновесные формы в зависимости от краевого угла и соотношения гравитационных и поверхностных сил.

## DETERMINATION OF THE DROP EQUILIBRIUM SHAPE LYING ON THE SUBSTRATE USING NUMERICAL METHOD

## A.S. Frolov, E.I. Borzenko

In this paper the static liquid droplet lying on a solid substrate in the gravity field was considered. The shape of drop is defined by the Laplace equation. The equilibrium shapes as a function of the contact angle and the ratio of gravitational and surface forces were obtained using numerical Runge-Kutta method.

#### Введение

Поверхностное натяжение – это явление, протекающее на границе раздела сред. Оно наблюдается как на границе жидкость-газ, так и на границах газа-твёрдое тело, жидкость-твердое тело. Проявление сил поверхностного натяжения часто можно увидеть в природе: капли росы на траве, водомерки на поверхности воды и т.п. Во многих отраслях промышленности рассматриваемое явление имеет широкое распространение, например, лакокрасочная и фармацевтическая индустрия, обогащение природных ископаемых, производство композитных материалов.

Явление смачивания характеризуется краевым двугранным углом, который образован касательными плоскостями к межфазным поверхностям. Вершина угла лежит на границе раздела трёх фаз, при этом он отсчитывается от границы твердое тело-жидкость к границе жидкость-газ. Угол зависит от свойств самой жидкости, воздуха, и поверхности, на которой она лежит. Твёрдые поверхности, которые составляют с жидкостью тупой угол, называются гидрофобными, острый угол – гидрофильными.

Целью работы являлось исследование влияния основных параметров задачи на равновесную форму капели, лежащей на твёрдой поверхности в поле силы тяжести.

#### Постановка задачи

В данной работе исследуется равновесная форма капли жидкости, лежащая на твердой поверхности в поле силы тяжести. Первые исследования формы поверхности жидкости, взаимодействующей с твёрдыми границами, проводились ещё в XIX в., тогда и был сформулирован закон капиллярного давления Лапласа [1]:

$$\Delta P = \sigma_{LG} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \tag{1}$$

где  $\Delta P$  – разность давления  $P_L$  внутри жидкости и давления газа  $P_G$  снаружи;  $R_I$  и  $R_2$  – главные радиусы кривизн поверхности;  $\sigma_{LG}$  – коэффициент поверхностного натяжения на границе жидкость–газ. Уравнение Лапласа является условием механического равновесия, которое позволяет определить стационарную форму капли в зависимости от величины равновесного краевого угла и соотношения масштабов поверхностных сил и силы тяжести. Прямоугольная система координат *xOz* вводится таким образом, чтобы начало координат совпадало с вершиной капли. Так как последняя находится в покое, то распределение давления описывается следующей формулой:

$$\Delta P = \Delta P_0 - g z \Delta \rho , \qquad (2)$$

где  $\Delta P_0$  – разность давлений  $\Delta P$  в вершине;  $\Delta \rho$  – разность плотностей жидкости и газа. С учетом симметрии формы относительно центральной оси в точке z=0 имеем  $R_1=R_2=R_0=1/b$ , где  $R_0$  и b – радиус кривизны и кривизна поверхности капли в её вершине. Тогда перепад давления  $\Delta P_0$  вычисляется по следующей формуле:

$$\Delta P_0 = \frac{2\sigma_{LG}}{R_0} = 2b\sigma_{LG} \,. \tag{3}$$

Подставляя выражения (2) и (3) в уравнение Лапласа (1), получаем

$$\sigma_{LG}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = 2b\sigma_{LG} - gz\Delta\rho.$$
(4)

В цилиндрической системе координат с осью симметрии *z* выражения для главных кривизн имеют вид [2]

$$\frac{1}{R_1} = \frac{z''}{(1+z'^2)^{3/2}}, \ \frac{1}{R_2} = \frac{z'}{x(1+z'^2)^{1/2}},$$

где z' = dz / dx, а  $z'' = d^2 z / dx^2$ . Таким образом, равновесная форма капли определяется обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка

$$\frac{z''}{(1+z'^2)^{3/2}} + \frac{z'}{x(1+z'^2)^{1/2}} = \frac{2b - gz\Delta\rho}{\sigma_{LG}},$$

граничными условиями для которого являются статический краевой угол θ и объём капли.

Для удобства проведения параметрических расчетов уравнение (4) обезразмеривается

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = 2b - \operatorname{Bo} \cdot z,$$

где  $Bo = g\Delta\rho R_0^2 / \sigma_{LG}$  – число Бонда, определяющее соотношение гравитационных и поверхностных сил. В качестве масштаба длины используется радиус, эквивалентной по объему сферической капли.

Понизим порядок дифференциального уравнения, перейдя от переменных x и z к новым переменным l,  $\varphi$ , x и z, где l – длина дуги вдоль поверхности капли, отсчитываемая от вершины, а  $\varphi$  – угол отклонения касательной к поверхности капли от горизонтальной оси Ox.

Из определения радиуса кривизны следует  $\frac{1}{R_1} = \frac{d\varphi}{dl}$ , откуда  $R_1 d\varphi = dl$ . По свойству второй главной кривизны осесимметричных поверхностей имеем  $\frac{x}{R_2} = \sin \varphi$ , откуда  $R_2 \sin \varphi = x$ . Тогда с учетом сделанных замечаний задача сводится к системе трёх дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dx}{dl} = \cos\varphi, \quad \frac{dz}{dl} = -\sin\varphi, \quad \frac{d\varphi}{dl} = 2b - \operatorname{Bo} \cdot z - \frac{\sin\varphi}{x}.$$
(5)

Начальные условия для данной системы записываются следующим образом:

$$x(0) = 0$$
,  $z(0) = 0$ ,  $\varphi(0) = 0$ .

Для устранения сингулярности в точке *l*=0 вводится дополнительное условие

$$\left.\frac{d\varphi}{dl}\right|_{l=0}=b\;.$$

#### Метод решения

Для решения системы (5) используется численный метод Рунге–Кутты четвёртого порядка [3]. При этом область решения, которая представляет собой дугу, разбивается на конечное число частей с введением узловых точек. Предполагается, что узловые точки делят область на равные отрезки длиной h, тогда  $l_k = kh$ , где k – номер узла. Расчетная формула для нахождения последовательности точек  $x_k$  имеет вид

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \frac{h}{6} (F_1 + 2F_2 + 2F_3 + F_4), \ F_1 &= f(\varphi_k), \ F_2 &= f\left(\varphi_k + \frac{hF_1}{2}\right), \\ F_3 &= f\left(\varphi_k + \frac{hF_2}{2}\right), \ F_4 &= f\left(\varphi_k + hF_3\right), \end{aligned}$$

где  $f(\varphi)$  – правя часть первого уравнения системы (5). Аналогичные формулы записываются для двух других уравнений. Вычисления продолжаются до выполнения следующего условия:

$$\varphi(l_{\kappa o \mu e \gamma}) = \theta$$

Значение параметра *b* выбирается таким, чтобы безразмерный объем капли жидкости равнялся 4/3*π*, величина которого рассчитывается по следующей формуле:

$$V = \int_{0}^{l_{\text{konev}}} \pi x^2 \sin \phi dl \; .$$

Последовательность точек  $(x_k, z_k)$  будет описывать равновесную форму капли.

## Результаты расчётов

Для проверки аппроксимационной сходимости метода решени построены равновесные формы, вычисленные на сетках с шагами h=1/10, 1/20, 1/40, 1/80, при заданном значении краевого угла  $\theta=60^{\circ}$  и Во=1 (рис. 1). Из рисунка видно, что начиная с некоторого h формы капли практически не отличаются, что говорит о сходимости алгоритма.

Для проведения сравнительного анализа были построены формы капли для разных значений числа Бонда (рис. 2, *a*) и краевого угла (рис. 2, *б*).



Рис. 2. Равновесные формы капли для различных чисел Во (а), краевых углов  $\theta$  (б)

Из данного сравнения следует, что при уменьшении значений равновесного краевого угла θ растет радиус пятна смачивания. А при уменьшении числа Бонда Во уменьшается радиус пятна смачивания, при этом капля стремится приобрести сферическую форму, что объясняется ростом капиллярных эффектов.

## Заключение

В результате проведенного исследования сформулирована математическая постановка задачи о равновесной форме капли, лежащей на твердой поверхности в поле силы тяжести, и реализованная численная методика ее решения. Проведены параметрические исследования от основных параметров задачи: числа Бонда и равновесного краевого угла.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-08-02256).

#### Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6: Гидродинамика. 3-е изд. М.: Наука, 1986. 736 с.

2. Погорелов А. В. Дифференциальная геометрия. 6-е изд. М.: Наука, 1974. 176 с.

3. Ортега Дж., Пул У. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений / пер. с англ.Н.Б. Конюхова. М.: Наука, 1986. 288 с.

## DOI: 10.17223/9785751124199/25 VOLUME OF FLUID METHOD FOR COMPUTING SOLUTION TO INCOMPRESSIBLE TWO-PHASE FLOWS

## Hussam Ali Khalaf

This work presents numerical computations for the analysis of Dam-Break Flow using two-dimensional equations with some obstacles. The differential equations that describe the flow were integrated by the Finite Volumes Method, in two dimensions, using *SIMPLE* algorithm. The mesh is structured, with rectangular volumes. The aim of the study is to understand the flow structure over obstacles in order to better design them and improve their possibility

## Introduction

The finite volume method is a method for representing and evaluating partial differential equations as algebraic equations [1]. Similar to the finite difference method, values are calculated at discrete places on a meshed geometry. "Finite volume" refers to the small volume surrounding each node point on a mesh. In the finite volume method, volume integrals in a partial differential equation that contain a divergence term are converted to surface integrals, using the divergence theorem. These terms are then evaluated as fluxes at the surfaces of each finite volume. Because the flux entering a given volume is identical to that leaving the adjacent volume, these methods are conservative. Another advantage of the finite volume method is that it is easily formulated to allow for unstructured meshes.

The workspace is divided into control volumes and discretisation is done by integrating over the control volume [2].

The water flow after the sudden break of a dam is schematically represented as an initially rectangular column of fluid supported by a horizontal bottom, limited by two obstacles on one side, Fig.1.



Fig. 1. Sketch of the contraction geometry [5]

## 2. Analysis

The present numerical simulations are concerned with a steady-state, two-dimensional, laterally averaged flow, which is governed by a set of partial differential equations. The continuity, momentum and energy equations in their primitive form are shown below [3]:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vu)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right),\tag{2}$$

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right)$$
(3)

where u and v are the velocities in the x and y directions, respectively,  $\rho$  is water density, p is pressure, T is temperature,  $c_p$  is specific heat,  $\lambda$  is thermal conductivity, and  $\mu$  is fluid viscosity. The grid and boundary conditions used in this work shown in the report [5].



Fig. 2. Staggered grid describing a control volume with flow variables for two-dimensional situation

### Discretization

In order to numerically solve the velocity and pressure fields, the equations (1)-(3) above were discretized by the finite volume method. The method involves integrating the continuity and momentum equations over a two-dimensional control volume on a staggered differential grid [3], as shown in Fig. 2.

In the staggered grid, the calculated domain is divided into control volumes defined by the dashed lines. The pressure is stored at the nodes marked (•) - the intersection of two unbroken grid lines and indicated by the capital letters P, W, E, N and S. The u-velocity components are stored at the east and the west cell faces of the control volume and indicated by the lower case letters e and w. The v-velocity components are located at the north and south cell faces of the control volume, which are indicated by the lower case letters n and s. $\Delta x$  is the sub-interval of the calculated length.  $\Delta y$  is the sub-interval of the calculated depth.

After discretization, the discretized continuity equation becomes:

$$\left[\left(\rho u\right)_{e}-\left(\rho u\right)_{w}\right]\Delta y+\left[\left(\rho v\right)_{s}-\left(\rho v\right)_{n}\right]\Delta x=0$$
(5)

and the discretized u-momentum equation becomes

$$a_{e}^{(u)}u_{e} = \sum a_{nb}^{(u)}u_{nb} + b^{(u)} + (P_{P} - P_{E})\Delta y$$
(6)

with 
$$a_e^{(u)} = \frac{\rho_e^o \Delta x \Delta y}{\Delta t} + a_E^{(u)} + a_W^{(u)} + a_S^{(u)} + a_N^{(u)}$$
,  $b^{(u)} = u_e^o \frac{\rho_e^o \Delta x \Delta y}{\Delta t}$ 

and the discretized v-momentum equation can be written as:

$$a_{e}^{(v)}u_{e} = \sum a_{nb}^{(v)}u_{nb} + b^{(v)} + (P_{N} - P_{P})\Delta x$$
(7)

with 
$$a_e^{(v)} = \frac{\rho_n^o \Delta x \Delta y}{\Delta t} + a_E^{(v)} + a_W^{(v)} + a_S^{(v)} + a_N^{(v)}, \ b^{(v)} = v_n^o \frac{\rho_n^o \Delta x \Delta y}{\Delta t}$$

where :  $\rho_e^o$ ,  $\rho_n^o$ ,  $u_e^o$  and  $v_n^o$  refer to the known values at time t, while all other values are the unknown values at time t+ $\Delta t$ . The coefficients with superscripts (u) and (v) refer to the coefficients corresponding to u and v, respectively.  $a_{nb}^{(u)}$ ,  $a_{nb}^{(v)}$  refer to the neighbour coefficients  $a_E^{(u)}$ ,  $a_W^{(u)}$ ,  $a_N^{(u)}$ ,  $a_S^{(u)}$ ,  $a_E^{(v)}$ ,  $a_W^{(v)}$ ,  $a_N^{(v)}$  and  $a_S^{(v)}$  which account for the combined convection-diffusion influence at the control-volume faces of u-cell and v-cell, respectively. The values of these coefficients are obtained on the basis of the power-law scheme [4]. The velocity components  $u_{nb}$  and  $v_{nb}$  are those at the neighbouring nodes outside the control volume  $P_E$ ,  $P_W$ ,  $P_N$  and  $P_S$  refer to the pressure at the east, the west, the north and the south faces of the control volume, respectively.

### **Numerical Procedure**

To solve equations (5)–(7), the SIMPLE algorithm [3], which is essentially a guessand-correct procedure for the calculation of pressure on the staggered grid introduced above, is applied. To initiate the SIMPLE calculation process, a pressure field  $p^*$  is guessed. The discretised momentum equations (6) and (7) are solved using the guessed pressure field to yield velocity components  $u^*$  and  $v^*$  as follows:

$$a_e^{(u)}u_e^* = \sum a_{nb}^{(u)}u_{nb}^* + b^{(u)} + \left(P_P^* - P_E^*\right)\Delta y,\tag{8}$$

$$a_n^{(\nu)}v_n^* = \sum a_{nb}^{(\nu)}v_{nb}^* + b^{(\nu)} + \left(P_N^* - P_P^*\right)\Delta x.$$
<sup>(9)</sup>

Defining the correction p' as the difference between the correct pressure field p and the guessed pressure field p\*, so that:

$$p = p^* + p'.$$
 (10)

Similarly defining the velocity correction u' and v' to relate the correct velocities u and v to the guessed velocities u\* and v\*:

$$u = u^* + u',$$
 (11)

$$v = v^* + v'.$$
 (12)

By subtracting equations (8) and (9) from (6) and (7) respectively, it gives

$$a_{e}^{(u)}\left(u_{e}-u_{e}^{*}\right)=\sum_{n}a_{nb}^{(u)}\left(u_{nb}-u_{nb}^{*}\right)+\left[\left(P_{P}-P_{P}^{*}\right)-\left(P_{E}-P_{E}^{*}\right)\right]\Delta y,$$
(13)

$$a_{n}^{(\nu)}\left(\nu_{n}-\nu_{n}^{*}\right)=\sum_{n}a_{nb}^{(\nu)}\left(\nu_{nb}-\nu_{nb}^{*}\right)+\left[\left(P_{N}-P_{N}^{*}\right)-\left(P_{P}-P_{P}^{*}\right)\right]\Delta x.$$
 (14)

Using the correction formulae (10)–(12), the equations (13) and (14) can be written as follows:

$$a_{e}^{(u)}u_{e}' = \sum a_{nb}^{(u)}u_{nb}' + (P_{P}' - P_{E}')\Delta y, \qquad (15)$$

$$a_{e}^{(\nu)}v_{e}' = \sum a_{nb}^{(\nu)}v_{nb}' + (P_{N}' - P_{P}')\Delta x.$$
(16)

In the SIMPLE algorithm, the terms  $\sum a_{nb}^{(u)}u'_{nb}$  and  $\sum a_{nb}^{(v)}v'_{nb}$  are dropped, to simplify equations (15) and (16) for velocity corrections. Therefore, we obtain:

$$u'_{e} = \frac{\Delta y}{a_{e}^{(u)}} \left( P'_{P} - P'_{E} \right), \tag{17}$$

$$v'_{n} = \frac{\Delta x}{a_{n}^{(v)}} (P'_{N} - P'_{P}).$$
(18)

Substituting equations (17) and (18) into (11) and (12) gives:

$$u_{e} = u_{e}^{*} + \frac{\Delta y}{a_{e}^{(u)}} \left( P_{P}^{\prime} - P_{E}^{\prime} \right), \tag{19}$$

$$v_n = v_n^* + \frac{\Delta x}{a_n^{(\nu)}} \left( P_N' - P_P' \right).$$
(20)

Similarly we have:

$$u_{w} = u_{w}^{*} + \frac{\Delta y}{a_{w}^{(u)}} \left( P_{W}' - P_{P}' \right), \tag{21}$$

$$v_{s} = v_{s}^{*} + \frac{\Delta x}{a_{s}^{(\nu)}} (P_{P}' - P_{S}').$$
(22)



Fig. 3. SIMPLE Algorithm

Substituting equations (19)-(22) into the discretised continuity equation (5), we draw the pressure-correction equation which plays an important part in the SIMPLE algorithm as follows :

$$a_{p}P_{P}' = a_{E}P_{E}' + a_{W}P_{W}' + a_{N}P_{N}' + a_{S}P_{S}' + \left[\left(\rho u^{*}\right)_{w} - \left(\rho u^{*}\right)_{e}\right]\Delta y + \left[\left(\rho v^{*}\right)_{n} - \left(\rho v^{*}\right)_{s}\right]\Delta x$$
(23)

where :

$$a_{p} = a_{E} + a_{W} + a_{N} + a_{S},$$

$$a_{E} = \rho_{e} \frac{(\Delta y)^{2}}{a_{e}}; a_{W} = \rho_{W} \frac{(\Delta y)^{2}}{a_{W}}; a_{N} = \rho_{N} \frac{(\Delta x)^{2}}{a_{n}}; a_{S} = \rho_{S} \frac{(\Delta x)^{2}}{a_{s}}.$$

The procedure of the SIMPLE algorithm is summarized Fig. 3.

In performing the SIMPLE algorithm to solve the velocities, the TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm) or Thomas' algorithm, which has become almost standard for the treatment of tridiagonal systems of equations [1], is employed by line-by-line method.

To solve a general two-dimensional discretised equation with a form such as:

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \tag{24}$$

where

$$a_{E} = D_{e}A(|P_{e}|) + [[-F_{e},0]], \quad a_{W} = D_{w}A(|P_{w}|) + [[F_{w},0]],$$

$$a_{N} = D_{n}A(|P_{n}|) + [[-F_{n},0]], \quad a_{S} = D_{s}A(|P_{s}|) + [[-F_{s},0]],$$

$$a_{P}^{0} = \frac{\rho_{P}^{0}\Delta x \Delta y}{\Delta t}, \quad b = S_{c}\Delta x \Delta y + a_{P}^{0}\phi_{P}^{0},$$

$$a_{p} = a_{E} + a_{W} + a_{N} + a_{S} + a_{P}^{0} - S_{P}\Delta x \Delta y.$$

Here  $\rho_p^0$  and  $\phi_p^0$  refer to the known values at time t, while all other values  $(\phi_p, \phi_E, \phi_W, \phi_N, \phi_S)$  and so on).

The flow rates  $F_{e}\,,\,F_{w}\,,\,F_{n}\,$  and  $\,F_{s}\,$  , and the corresponding conductances are define by :

$$F_{e} = (\rho u)_{e} \Delta y, \quad F_{w} = (\rho u)_{w} \Delta y, \quad F_{n} = (\rho v)_{n} \Delta x, \quad F_{s} = (\rho v)_{s} \Delta x,$$
$$D_{e} = \Gamma_{e} \Delta y / (\delta x)_{e}, \quad D_{w} = \Gamma_{w} \Delta y / (\delta x)_{w}, \quad D_{n} = \Gamma_{n} \Delta x / (\delta y)_{n},$$
$$D_{s} = \Gamma_{s} \Delta x / (\delta y)_{s}$$

and the Peclet numbers by

$$P_e = F_e / D_e$$
,  $P_w = F_w / D_w$ ,  $P_n = F_n / D_n$ ,  $P_e = F_e / D_e$ .  
The function  $A(|P|)$  in this work is power law scheme, for which

$$A(|P|) = \left[ \left[ 0, (1-0.1|P|)^{5} \right] \right].$$
(25)

## Treatment of irregularly shaped objective in calculation domain

We now describe the manner in which we treat arbitrary geometries by the blocking-off method

[3], [4]. This is done by blocking off some of the control volumes of the regular grid, so that the remaining inactive control volumes form the desired irregular domain.

Idea of the blocking-off operation consists of establishing known values of the relevant  $\phi$ 's in the inactive control volumes. Here is a simple way in which the desired values can be obtained in the inactive control volumes by setting a large source term in the discretization equations. For example, setting S<sub>c</sub> and S<sub>p</sub> in Eq. (24) for the internal grid points (i.e., in the solid interior) as

$$S_{C} = 10^{30} \phi_{p,desired}$$
 ,  $S_{P} = -10^{30}$ 

where  $10^{30}$  denotes a number large enough to make the other terms in the discretization equation negligible. The consequence is that

 $S_C + S_P \phi_P \approx 0$ ,  $\varphi_P = -S_C / S_P = \varphi_{p,desired}$ .

Note that this procedure can be easily used to represent irregularly shaped objective in the calculation domain by inserting such the internal boundary conditions.

## **Results and Discussions**

The results of the simulations are presented in this section. Figures (4)–(10) show time evolution of the dam break flow with obstacles in the right side from time t=0.0s to t=2.0s. At time t=0.0s, the water column was allowed to flow. A relatively high velocity and shallow water depth flew in the x-direction quickly formed (e.g. t=1.0s and t=1.25s).



Fig. 4. Time evolution of the dam break flow at t=0.0s

The water flows rapidly into the tank and reaches the obstacle after approximately 1.25s (Fig. 7). There, some of the water reflects against the wall, a bore forms and begins to travel in the upstream direction, back towards upstream direction while the other part moves up the bump. Velocities of the flow become minimum just behind the bump and velocities of the negative wave front travelling towards upstream direction increase.



Fig. 5. Time evolution of the dam break flow at t=0.5s



Fig. 6. Time evolution of the dam break flow at t=1.0s



Fig. 7. Time evolution of the dam break flow at t=1.25s



Fig. 8. Time evolution of the dam break flow at t=1.5s



Fig. 9. Time evolution of the dam break flow at t=1.75s



Fig. 10. Time evolution of the dam break flow at t=2.0s

Therefore, the speed of the water flow will be reduced as a result of the presence of obstacles.

The jet became thicker and the flow jumping to the surface of the first obstacle at t=1.5s. After bumping water in the surface of the first obstacle, the water will jump to the second obstacle at time t=1.75s and t=2.0s.

Here we can observe also the appearance of eddies on the surface of the first obstacle and also between the two obstacles.

## Conclusions

The present paper addresses a relevant problem in hydraulic engineering: the selection of an appropriate model to undertake dam break flood routing. A 2D numerical model is developed to numerically solve the differential equations that describe the flow were integrated by the Finite Volumes Method, using *SIMPLE* algorithm.

#### References

1. Anderson J.D., Computational Fluid Dynamics. The Basics with Applications, McGrawHill, McGraw-Hill. New York, 1995.

2. Anil W. Date, Introduction to Computational Fluid Dynamics. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.

3. Patankar S. V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. New York: Hemispher, 1980.

4. Versteeg H.K., Malalasekera W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method, Addison Wesley Longman, Ltd. Harlow, England, 1995.

5. Burcharth H.F., Hawkins, Stephen J., Zanuttigh Barbara, Lamberti Alberto. Environmental Design Guidelines for Low Crested Coastal Structures, DELOS Report, Calibrated 2DV near-field flow model. Universidad de Cantabria, Spain, 2006.

6. Singh J., Altinakar M.S., Ding Y. Two-dimensional numerical modeling of dam-break flows over natural terrain using a central explicit scheme // Advances in Water Resources. 2011. Vol. 34, no 10. P. 1366–1375.

Том 298

Серия физико-математическая

# НАШИ АВТОРЫ

Аксенов Александр Андреевич	студ. 4-го курса физического факультета Нацио- нального исследовательского Томского государ- ственного университета. E-mail: alex.axenov22 @yandex.ru
Аль Карагулай Хуссам Али Халаф	зав. кафедрой нефтяной и газовой инженерии Ди- Кар Университет, Ди-Кар, Ирак E-mail: eng.hussam@mail.ru
Ахметшина Гельфруз Салиховна	магистрант 2-го курса Национального исследо- вательского Томского политехнического уни- верситета, E-mail: gelfruz@mail.ru
Ахметов Аян Жанатович	магистрант 1-го курса физико-технического фа- культета Национального исследовательского- Томского государственного университета. E-mail: ayan.akhmetov93@gmail.com
Батурин Алексей Павлович	к. фм. н., доц. каф. астрономии и космичекой геодезии физического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: alexbaturin@sibmail.com
Бармакина Валерия Дмитриевна	студентка 4-го курса физико-технического фа- культета Национального исследовательского- Томского государственного университета. E-mail: valeria.barmakina@yandex.ru
Бовсуновский Александр Борисович	к.фм.н, ст. научный сотрудник НИИ ПММ На- ционального исследовательского Томского госу- дарственного университета. E-mail: alexander. bovsunovsky@niipmm.tsu.ru
Бондарчук Сергей Сергеевич Бондарчук Иван Сергеевич	д.фм.н., профессор. E-mail:isbi@mail.ru инженерНИИ ПММ ТГУ. E-mail: ivanich_ 91@ mail.ru
Бордовицына Татьяна Валентиновна	д.фм.н., профессор физического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: tvbord@ sibmail.com
Борзенко Евгений Иванович	к. фм. н., доц. каф. прикладной газовой динами- ки и горения Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: borzenko@ftf.tsu.ru
Брендаков Роман Владимирович	аспирант 2-го курса физико-технического Нацио- нального исследовательского Томского государ- ственного университета. E-mail: brend989@ gmail.com
Бутов Владимир Григорьевич	д.фм.н, профессор кафедры механики жидко- стей и газов Томского государственного универ- ситета. E-mail: bvg@niipmm.tsu.ru
Ворожцов Сергей Александрович	к.т.н., н.с. Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: vorn1985@gmail.com

Дьячковский Алексей Сергеевич

Жарова Ирина Константиновна Жуков Илья Александрович

Завьялов Евгений Дмитриевич

Зиатдинов Мансур Хузиахметович

Золоторев Николай Николаевич

Исмаилов Куат Карайтович

Каширин Михаил Владимирович

Крайнов Алексей Юрьевич

Кузнецов Валерий Тихонович

Кузнецов Гений Владимирович

Кульков Алексей Сергеевич

Лобода Павел Сергеевич

Ледяев Михаил Евгеньевич

к.т.н., доцент, доцент каф. технологии материалов и авиационного материаловедения инженерно-технологического факультета Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (Национальный исследовательский университет). E-mail: hhg 2000@ mail.ru

инженер-исследователь НИИ ПММ Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: Lex\_okha@mail.ru

д.ф.-м.н. в.н.с. НИИ ПММ

к. т. н. Института физики прочности и материаловедения СО РАН Национального исследовательского Томского государственного университета

студент 4-го курса физико-технического факультета Национального исследо-вательского Томского государственного университета. E-mail: zigidi1 994@gmail.com

к.т.н., с.н.с. НИИ ПММ Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: ziatdinovm@mail.ru

аспирант физико-технического факультета Национального исследо-вательского Томского государственного университета. E-mail: nikzolotorev @mail.ru

студент 4-го курса кафедры прикладной аэромеханики физико-технического факультета, Национального исследо-вательского Томского государственного университета. E-mail: mendikjan@ gmail.com

студент физического факультета Национального исследователь-ского Томского государственного университета. E-mail: carryelement@gmail.com

д-р ф.-м. наук, доцент, проф. каф. математической физики физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: akrainov @ ftf.tsu.ru

к.т.н., с.н.с. НИИ ПММ Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: fire@mail.tsu.ru

профессор, д.ф-м.н., зав. каф. теоретической и промышленной теплотехники Национального исследовательского Томского политехнического университета. E-mail: kuznetsovgy@tpu.ru

к.ф.-м.н., м.н.с. Института физики прочности и материаловедения СО РАН. Е-mail: 727@ ispms. tsc.ru студент 2-го курса магистратуры инженернотехнологического факультета Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (Национальный исследовательский университет). Е-mail: stimulator90@mail.ru

студент 4-го курса инженерно-технологического факультета Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (Национальный исследовательский университет). E-mail: sillmarllion@mail.ru

Матыко Кирилл Сергеевич	магистрант 1-го курса физико-технического фа-
	Томского государственного университета. E-mail: matyko.ks@gmail.com
Маслов Евгений Анатольевич	к.фм.н., доцент, НИ ТПУ, с.н.с. НИИ ПММ На- ционального исследовательского Томского госу- дарственного университета. E-mail: maslov_
Мацкевич Владислав Витальевич	Бакалавр Национального исследовательского Томского государственного университета
Менибаев Руслан Равильевич	магистрант физического факультета Националь- ного исследовательскогоТомского государствен- ного университета. E-mail: marat-dny@mail.ru
Миньков Леонид Леонидович	д.фм.н., доцент, профессор кафедры математи- ческой физики физико-технического факультета Томского государственного университета. E-mail: lminkov@ftf.tsu.ru
Моисеева Ксения Михайловна	ассистент каф. математической физики физико- технического факультета Национального иссле- довательского Томского государственного уни- верситета. E-mail: Moiseeva_ KM@t-sk.ru
Орлов Максим Юрьевич	с.н.с. лаб. №21 НИИ ПММ Национального ис- следовательского Томского государственного университета. E-mail: orloff m@mail.ru
Орлова Юлия Николаевна	кфм.н., доцент кафедры разработки нефтяных месторождений Национального исследователь- ского Томского политехнического университета. E-mail: orlovaun@mail.ru
Пономарева Мария Андреевна	к. фм. н., доцент кафедры прикладной газовой динамики и горения физико-технического фа- культета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: pma@ftf.tsu.ru
Промахов Владимир Васильевич	к.т.н., н.с. ИПХЭТ СО РАН. E-mail: vvpromakhov @mail.ru
Родин Денис Владимирович	инженер-технолог Научно-исследовательского института полупроводниковых приборов. E-mail: trubachev aa@niipp.ru
Рыльцев Иван Александрович	магистрант 2-го года обучения физико- технического факультета Национального иссле- довательского Томского государственного уни- верситета. E-mail: stalak133 @mail.ru
Саморокова Нина Михайловна	инженер-исследователь НИЙ ПММ Националь- ного исследовательского Томского государствен-
Самбаров Георгий Евгеньевич	аспирант 2-го года обучения физического фа- культета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: detovelli@vtomske.ru
Сидоров Алексей Дмитриевич	магистрант 2-го курса физико-технического фа- культета ТГУ, техник НИИ ПММ Национального исследовательского Томского государственного
Смолин Игорь Юрьевич	университета. E-mail: alex_sid92@ mail.ru доцент, д.фм.н., профессор кафедры прочности и проектирования физико-технического факуль- тета Национального исследовательского Томско- го государственного университета. E-mail: smolin @ispms.tsc.ru

Сюсина Ольга Михайловна	к.фм. н., м.н.с. НИИ ПММ Национального ис- следовательского Томского государственного университета. E-mail: kleo77 @ sibmail.com
Томилова Ирина Владимировна	к.фм. н., м.н.с. НИИ ПММ Национального ис- следовательского Томского государственного университета. E-mail: irisha_tom@mail.ru
Трубачев Анатолий Андреевич	вед. научный сотрудник Научно-исследователь- ского института полупроводниковых приборов. E-mail:trubachev aa@niipp.ru
Турубаев Роман Ринатович	студент 4-го курса физико-технического факуль- тета Национального исследовательского Томско- го государственного университета. E-mail: roma_ 94_ktl@mail.ru
Фарапонов Валерий Владимир Фролов Артём Сергеевич	к.фм.н., доцент, НИИ ТГУ студент 2-го курса физико-технического факуль- тета Национального исследовательского Томско- го государственного университета. E-mail: fro- zen_vave@mail.ru
Чижов Сергей Юрьевич	магистрант Национального исследовательского Томского политехнического университета.
Шваб Александр Вениаминович	д-р фм.н., зав. кафедрой прикладной аэромеха- ники физико-технического факультета Нацио- нального исследовательского Томского государ- ственного университета. E-mail: avshvab@ in- box.ru
Юрченко Василий Иванович	начальник отдела Научно-исследовательского института институт полупроводниковых прибо- ров. E-mail:yurchenko_vi@niipp.ru
Ящук Алексей Алексадрович	к.фм.н, с.н.с. НИИ ПММ Национального иссле- довательского Томского государственного уни- верситета. E-mail: rainbow@niipmm.tsu.ru

# СОДЕРЖАНИЕ

Прелисловие	- 4
преднеловие	 ·• •

## Пленарные доклады

Бороовицына Т.В. Вековые резонансы в динамике околоземных	
космических объектов	
Орлов М.Ю. Исследование процесса взрывного нагружения прир	одных материалов.
Часть 1. Взрывное нагружение известняка	
Родин Д.В., Трубачев А.А., Юрченко В.И., Бутов В.Г., Бовсуновск	ий А.Б., Ящук А.А.
Исследование устойчивости конструкции устройства СВЧ-диапа	зона
к динамическим и статическим нагрузкам методом физических	
и вычислительных экспериментов	
Ахметов А.Ж., Смолин И.Ю., Кульков А.С. Расчёт напряженно-де	формированного состояния
горных образцов с учётом их структуры	
Ахметшина Г.С., Кузнецов Г.В. Математическое моделирование	геплового состояния
тепловыделяющей сборки на стационарном уровне мощности	
Бармакина В.Д. Численное моделирование естественной конвекц	ии вблизи локального
источника тепла	
Батурин А.П., Аксенов А.А. Уточнение координат, получаемых п	о данным
спутниковых навигационных систем, с помощью введения степе	ней
весовых коэффициентов	
Воронин С.В., Ледяев М.Е., Лобода П.С. Влияние диаметра пор на	а механические свойства
материала при постоянной пористости	
Дьячковский А.С., Саморокова Н.М., Сидоров А.Д. Исследование	износа канала ствола
лабораторной баллистической установки	
Жуков И.А., Бондарчук И.С., Бондарчук С.С., Промахов В.В. Повя	ышение эффективности
производства наноразмерных порошков плазмохимическим мето	дом
Завьялов Е.Д., Брендаков Р.В. Моделирование аэродинамики и те	плообмена
при совместном действии вынужденной и свободной конвекции	з рабочей
камере реактора	
Золоторёв Н.Н. Исследование горения смесевых композиций, со,	держащих смешанное
металлическое горючее	
Исмаилов К.К., Шваб А.В. Численное решение задачи течения вя	зкой закрученной
жидкости в воздушно-центробежном классификаторе	
Каширин М.В., Томилова И.В., Бордовииына Т.В. Анализ долговр	еменной
орбитальной эволюции отработавших объектов ГНСС	
Крайнов А.Ю., Миньков Л.Л., Моисеева К.М. Молелирование гор	ения белных
метановозлушных смесей в шелевой горелке с предварительно	
пазогретой внутренней вставкой	73
Крайнов А Ю. Моисеева К М. Исспелование самовоспламенения	взвеси полилисперсной
угольной пыли в метановозлушной смеси для двух кинетических	схем реакции 78
Маслов Е.А. Жарова И.К. Фарапонов В.В. Машкевич В.В. Чиже	в СЮ
Физическое молелирование обтекания тел плоской и осесимметр	ичной формы
сверхзвуковым потоком	84 NON WOPMBI
оберловуковым потоком	

Матыко К.С., Смолин И.Ю. Численное изучение особенностей деформирования	
и разрушения хрупких пористых материалов при разном типе организации порового	
пространства и видах нагружения	89
Промахов В.В., Жуков И.А., Ворожцов С.А., Зиатдинов М.Х.	
Самораспространяющийся высокотемпературный синтез боридов	94
Рыльцев И.А. Численное моделирование течения вязкой жидкости в кубической каверне	98
Самбаров Г.Е., Сюсина О.М. Исследование способа отбраковки наблюдений потенциально	
опасных астероидов	101
Томилова И.В., Менибаев Р.Р. Автокорреляционный анализ орбитальной эволюции	
отработавших объектов ГНСС	104
Турубаев Р.Р., Шваб А.В. Моделирование аэродинамики закрученного течения	
в пневматическом центробежном сепараторе	110
Фролов А.С., Борзенко Е.И. Определение равновесной формы капли, лежащей	
на горизонтальной подложке в поле силы тяжести	114
Hussam Ali Khalaf. Volume of Fluid Method for Computing Solution to Incompressible	
Two-Phase Flows	118
Наши авторы	128

## CONTENTS

# 

Bordovitsyna T.V. Secular resonances in dynamics of near-earth space objects	8
Orlov M. Yu. Study of explosive loading natural materials.	10
part 1 explosive loading limestone	10
Koain D.V., Irubacnev F.F., Yurchenko V.I., Butov V.G., Bovsunovsky A.B. A.A. Yaschuk	
Investigation of the microwave device stability under dynamic and static load conditions	16
by the methods of physical and computer experiment	10
Akhmetov A.7. Smolin I.V., Kulkov A.S. Stress and strain analysis of the rock samples with	
taking into account their structures	24
Akhmatshing G.S. Kurnatsov G.V. Mathematical modeling of the thermal state of the fuel	
Akimetshina G.S., Kuzhelsov G.V. Mathematical moderning of the thermal state of the fuel	20
assention of the stationary power level	
Baturin A.P. Arangu A.A. Definement of coordinates from observation of navigational sattelites	
Butterin A.F., Axenov A.A. Refinement of coordinates from observation of navigational saterices	41
Voronin S.V. Ladvagy M.F. Laboda P.S. The effect of nore diameter on the mechanical	
properties of the meterial at the constant porosity	44
Digethously AS Samorokova NM Sidorov AD The research of the wear of the barral o	44
f the ballistic laboratory installation	17
The ballship laboratory instantation	
of production of papapayeders by plasma chemical method	51
<i>Tanualay E.D. Prandakay P.V.</i> Modeling of earodynamics and heat transfer in the joint eation	
of forced and natural convection in the chamber of the reactor	55
Zalataray N.N. Investigation of computing of composite compositions containing mixed	
zotolorev N.N. Investigation of compusition of composite compositions containing mixed	60
Incluing flow K.K. Shuah A.V. Numerical solution of the problem of viscous swirling flow	00
in an air centrifugal classifier	63
Kashirin M.V. Tomilova I.V. Bordovitsing T.V. Analysis of long-term orbital evolution of	
exhaust ance objects	67
Krainov A Vu Minkov I I Moiseeva K M The simulation of thelean methane-air mixtures	07
combustion in a slot burner with preheated inert internal	73
<i>Krainov A Yu Maisawa K M</i> The study of self-ignition of coal dust polydisperse suspension	
in the methane-air mixture for the two kinetic reaction schemes	78
Maslov F 4 Zharova I K Faranonov V V Mackiewicz V V Chizov S Yu Physical	
master E.M., Endova H.K., Furuponov V.V., Machewicz V.V., Chizov S.Fu. Hysical	84
Matyko K S Smolin I Vu Numerical study of features of deformation and	
fracture of brittle porous materials with different types of pore space organization and loading	80
Promakhov V V Zhukov I A Vorozhtsov S A Ziatdinov M H Self-propagated	
high-temperature synthesis of borides	94
Rultsev I.4. Numerical simulation of viscous flow in a planar cavity using simple algorithm	98
Sambarov G.F. Synsing O.M. The research of method of observations selection of potentially	
hazardous asteroids	101
Tomilova IV Menihaev R R Autocorrelation analysis of orbital evolution of exhaust	101
anse objects	104
Turuhaev R.R. Shyah 4 V. Modelling of zerodynamics of swirled flow in the pneumatic	104
centrifugal separator	110
Erolov A S. Borzanko F I. Determination of the dron equilibrium shape lying on	
the substrate using numerical method	114
Hussam Ali Khalaf Volume of fluid method for computing solution to	
incompressible two-phase flows	118
meompressione two phase nows	110
Our author	120
Vui uuuivi	

Научное издание

Труды Томского государственного университета

T. 298

Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики

V Международная молодежная научная конференция 25–27 ноября 2015 г., Томск

Редактор В.Г. Лихачева Компьютерная верстка Г.П. Орлова

Подписано в печать 16.06.2016 г. Формат 70×108<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Печ. л. 8,6; усл. печ. л. 11,6; уч.-изд. л. 11,0. Тираж 100. Заказ

ООО «Издательство ТГУ», 634029, г. Томск, ул. Никитина, 4 ООО «Интегральный переплет», 634040, г. Томск, ул. Высоцкого, 28, стр. 1