

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
РОССИЙСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
НИИ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЁНЫХ ТГУ



Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики

Международная молодежная научная конференция

17–19 ноября 2014 г., Томск



Издательство Томского университета
2015

**CURRENT issues of
continuum mechanics and celestial mechanics**

International Youth Scientific Conference

November 17–19, 2014, Tomsk

Tomsk University Publishing House
2015

УДК 539.3.004
ББК 22.25; 22.251.22.62
Т78

Программный комитет конференции:

И.А. Александров, В.А. Архипов, А.В. Астанин, Т.В. Бордовицына, В.И. Биматов, А.М. Бубенчиков,
В.Г. Бутов, И.М. Васенин, А.В. Герасимов, А.М. Гришин, С.П. Гулько, И.В. Еремин, И.В. Ивонин,
А.Н. Ищенко, А.Ю. Крайнов, П.А. Крылов, С.Н. Кульков, Е.Л. Лобода, В.И. Масловский, С.В. Разоренов,
В.А. Скрипняк, А.В. Шваб, Г.Р. Шрагер, Н.Р. Щербаков

Международный программный комитет конференции:

Л.С. Кружка (Военно-технологический университет
им. Я. Домбровского, Польша),
Н.А. Фомин (Институт тепломассобмена им. А.В. Лыкова, Белоруссия),
К.К. Кусаинов (Карагандинский госуниверситет
им. Е.А. Букетова, Республика Казахстан),
Ахмед Брава (директор RIB, Алжир),
М. Милинович (Белградский университет, Сербия)

Сопредседатели:

А.М. Липанов, д.ф.-м.н., академик РАН,
А.А. Глазунов, д.ф.-м.н., профессор, ТГУ,
Э.Р. Шрагер, д.ф.-м.н., профессор, ТГУ,
А.В. Старченко, д.ф.-м.н., профессор, ТГУ

Организационный комитет:

М.Ю. Орлов, к.ф.-м.н., научный сотрудник НИИ ПММ ТГУ (председатель), С.А. Орлов, к.ф.-м.н., доцент
ТГУ (ответственный секретарь конференции), А.С. Усанина, Н.В. Савкина, А.А. Козулин, М.С. Марченко,
В.А. Солоненко, Е.И. Борзенко, В.А. Порязов, В.Л. Гойко, М.Г. Хмелева, А.И. Фильков, С.С. Кульков,
Ю.Н. Рыжих, Е.В. Пикущак, Н.А. Чинчикеева, А.М. Жармухамбетова, Н.В. Скрипняк, Д.П. Касымов,
А.М. Кагенов

Ответственный секретарь конференции – А.А. Козулин, доцент, к.ф.-м.н., ТГУ

Технические секретари конференции:

А.С. Усанина, к.ф.-м.н., ТГУ	Е.И. Борзенко, ст. преп., к.ф.-м.н., ТГУ
М.А. Баньщикова, доцент к.ф.-м.н., ТГУ	В.А. Порязов, аспирант, ТГУ
Г.Н. Богомолов, инженер НИИ ПММ ТГУ	М.В. Коробенков, аспирант, ТГУ
А.И. Фильков, доцент, к.ф.-м.н., ТГУ	А.М. Жармухамбетова, студентка ТГУ
В.А. Солоненко, доцент, к.ф.-м.н., ТГУ	В.Л. Гойко, студент ТГУ

Труды Томского государственного университета. – Т. 296. Сер. физико-математическая: Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики / под ред. М.Ю. Орлова. – Томск, 2015. – 220 с..

ISBN 978-5-7511-2364-2

Представлены материалы международной молодежной научной конференции «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики», прошедшей 17–19 ноября 2014 г. в Томском государственном университете.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов.

УДК 539.3.004
ББК 22,25.22.251.22.62

ISBN 978-5-7511-2364-2

© Томский государственный университет, 2015

Committee Members:

I. Alexandrov (TSU), V. Arhipov (RSI AMM), A. Astanin (TSU), T. Borodovitsina (RSI AMM), V. Bimatov (TSU), A. Bubenchikov (TSU), V. Butov (RSI AMM), I. Vasenin (TSU), A. Gerasimov (RSI AMM), A. Grishin (TSU), S. Gul'ko (TSU), I. Eremin (RSI AMM), I. Ivonin (TSU), A. Ishchenko (TSU), A. Krainov (TSU), P. Krylov (TSU), S. Kul'kov (TSU), E. Loboda (TSU), V. Maslovskiy (TSU), S. Razorenov (TSU), V. Skripnyak (TSU), A. Shvab (TSU), G. Shrager (TSU), N. Shcherbakov (TSU)

International Committee Members:

L. Kruzhka, Ph.D. (Military University of Technology Poland), N. Fomin, professor, Ph.D., A.V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of NASB (Belorussia), K. Kusainov, professor, Ph.D., The Karaganda State University of the name of academician E.A. Buketov (Kazakhstan), A. Brara, Ph.D., director of CNERB Research Center (Algeria), M. Milinovich, professor, Ph.D., University of Belgrad (Serbia)

Committee Co-Chairs:

A. Lipanov, Ph.D., academician of RAS,
A. Glazunov, Ph.D., professor, TSU,
E. Shrager, Ph.D., professor, TSU,
A. Starchenko, Ph.D., professor, TSU

Organizing committee:

M. Orlov (Ph.D., RSI AMM, Committee Chair), S. Orlov (Ph.D., TSU Conference Technical Secretary), N. Savkina, A. Kozulin, M. Martsenko, V. Solonenko, E. Borzenko, V. Poryazov, V. Goiko, M. Hmeleva, A. Usanina, A. Fil'kov, S. Kul'kov, Yu. Ryzhikh, E. Pikushchak, N. Chinchikeeva, A. Zhurmuhambetova, N. Skripnyak, D. Kasymov, A. Kagenov

The Works Tomskogo State Universteta. – T. 296. Series physico-mathematical: Actual problems modern mechanical engineers utter ambiences and celestial mechanical engineers / Edited by M.Yu. Orlov. Tomsk. 2015 – 220 p..

ISBN 978-5-7511-2364-2

International young scientific conference «Present problems of applied mathematics and Computer Science». Tomsk, November 17-19, 2014 / Edited by M.Yu. Orlov. Tomsk: Publishers Tomsk University, 2015. – 220 p.

For scientific workman, the teachers, graduate student and student/

UDK 539.3.004
BBK 22,25.22.251.22.62

ISBN 978-5-7511-2364-2

© Томский государственный университет, 2015

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

ОРГАНИЗАЦИЯ ДИСТАНЦИОННОЙ РАБОТЫ СО ШКОЛЬНИКАМИ ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ПРОФИЛЮ В ИНТЕРНЕТ-ЛИЦЕЕ ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

М.В. Грибовский, О.И. Бычкова, В.К. Дедова

Описана деятельность интернет-лицея в рамках физико-математического направления, которая строится на использовании автоматизированной системы дистанционного обучения Moodle и обеспечении коммуникации между преподавателем и учащимися посредством вебинаров. Представлены технологии обучения, основанного на индивидуальных образовательных маршрутах. Охарактеризованы возможности организации внеурочной работы со школьниками, заинтересованными в дальнейшем обучении по физико-математическому направлению.

ORGANIZATION OF DISTANCE WORK WITH PUPILS IN PHYSICS AND MATHEMATICS SPECIALIZATION IN INTERNET - LYCEUM OF TOMSK STATE UNIVERSITY

M.V. Gribovskiy, O.I. Bychkova, V.K. Dedova

The article describes the activities of Internet-lyceum in organization of distance work with pupils in the subject area of physics and mathematics. The learning technologies based on individual educational directions by the use of the learning management system Moodle and webinars providing communication between pupils and teachers are represented. The possibilities of organization of extracurricular work with pupils who want to be educated in physics and mathematics are considered.

Дистанционное образование, основанное на онлайн-технологиях, прочно вошло в жизнь современного человека. При обилии исследований о дистанционном образовании в вузе можно отметить, что дистанционное образование школьников вызывает пока несколько меньший интерес исследователей и практиков. Вместе с тем в последние годы появилась серия работ, затрагивающих разные аспекты этой проблемы [1–3]. Особо стоит отметить исследования, касающиеся дистанционных технологий в дополнительном образовании [4–8].

Одним из организаторов дистанционной работы со школьниками в Национальном исследовательском Томском государственном университете является интернет-лицей. В круг задач интернет-лицея входят выявление талантливых школьников и развитие их когнитивных и творческих способностей, повышение интереса школьников к научному знанию, подготовка учеников к освоению программ высшего профессионального образования, мотивация школьников на выбор классического университетского образования, ориентация мотивированных и хорошо подготовленных школьников на обучение в ТГУ. Концепция интернет-лицея предполагает разработку и поддержку интернет-портала, как инструмента функционирования интернет-лицея.

Интернет-лицей ТГУ предлагает школьникам 8–11-х классов освоить программы профильных классов по направлениям: физико-математическому, «Юный биолог», «Юный химик», «Юный менеджер» и «Молодой журналист», а также программы дополнительных курсов: курсов подготовки к ЕГЭ по 9 предметам, курсов подготовки к олимпиадам по 8 предметам и курсов углубленного изучения по отдельным разделам научного знания. В интернет-лицее функционирует виртуальный «Science-класс», где школьники могут разрабатывать научные темы под руководством ученых ТГУ, и модуль «Консультант», предоставляющий возможность зарегистрированному пользователю получить консультацию по учебному/научному вопросу у сотрудника ТГУ.

Остановимся подробнее на характеристике дистанционной работы со школьниками по физико-математическому профилю.

Профиль физико-математического направления рассчитан на школьников, обучающихся в 8–11-х классах. Школьники могут выбрать как весь класс профиля для изучения, так и отдельный модуль (предмет) программы, в зависимости от своих предпочтений и целей обучения. Программы курсов включают в себя обязательные модули и модули для самостоятельного изучения, в которых предложены для освоения учебные материалы и пособия с онлайн-проверкой знаний. Так, в 9-м классе физико-математического профиля «Механика», «Математика», «Информатика» и «Астрономия» являются обязательными модулями, а «История физики» является модулем для самостоятельного изучения и служит источником дополнительной образовательной информации по курсу. Среди модулей 10-го и 11-го классов можно выделить «Современные проблемы физики», «Современные проблемы математики», «Гуманитарные проблемы информатики», выходящие за рамки школьной программы.

В рамках 20 курсов для углубленного изучения функционирует блок из 8 дисциплин физико-математического профиля: «Физика для гуманитариев», «Оптика», «Электричество и магнетизм», «Молекулярная физика», «Физика: решения олимпиадных задач», «Алгебра для углубленного изучения», «Механика», «Геометрия для углубленного изучения». Школьники, проходящие обучение на курсах для углубленного изучения, погружаются в материал, позволяющий им получить расширенное представление о предмете.

Школьникам предлагаются индивидуальные образовательные маршруты, которые в зависимости от потребностей и индивидуальных особенностей учащихся помогают эффективно решать стоящие перед ними учебные задачи. Основу дистанционных занятий в интернет-лицее составляют различные формы активной работы со школьниками, реализуемые с помощью online-технологий. Практические занятия проводятся на базе лабораторных установок с удаленным доступом или в форме традиционной аудиторной работы в школьных или университетских лабораториях. Для поддержки электронной образовательной среды специалистами интернет-лицея ТГУ используются программные средства, обеспечивающие планирование и организацию дистанционного учебного процесса. С 2014 г. интернет-лицей осуществил перевод своих образовательных программ в виртуальную обучающую среду Moodle, поскольку эта система предлагает педагогам и учащимся более широкий функционал [9].

Пожалуй, ключевым отличием интернет-лицея ТГУ от прочих площадок, предлагающих услуги дистанционного обучения, является то, что здесь ученик не остаётся один на один с электронным образовательным ресурсом. Каждая образовательная программа предполагает регулярное общение учеников с преподавателем через систему видеосвязи. Основным средством обеспечения коммуникации между пре-

подавателем и учащимися являются вебинары в системе Adobe Connect Pro, которые позволяют имитировать реальное присутствие «удаленного» школьника в учебном классе, обеспечивая возможность совместной работы с доской, электронными документами, «живого» видео и звука, обмена файлами, видеозаписи занятий, коллективного обсуждения, проведения опросов и голосования [10, 11]. На вебинарах обсуждаются сложные темы, разбираются задания, вызвавшие наибольшие затруднения.

Помимо учебной работы, большое внимание уделяется внеурочной деятельности школьников. На площадке интернет-лицея для зарегистрированных пользователей регулярно проводятся научные и творческие конкурсы, олимпиады, чемпионаты. Ежегодно проводятся онлайн-конференции школьников, которые включают в себя физико-математическое направление. На конференцию приглашаются преподаватели ТГУ, которые слушают выступления школьников, высказывают свои замечания и дают советы. В числе конкурсных мероприятий, организованных Томским университетом для школьников, стоит назвать конкурсы на лучшую научную работу «С наукой на “Ты”», «Сам себе физик». Участие в этих мероприятиях требовало от школьников демонстрации своих способностей в учебных дисциплинах физико-математического профиля. На второе полугодие 2015 г. запланировано проведение сетевого конкурса по 3d-моделированию «3D-мастер», для участия в котором школьникам предварительно придется научиться пользоваться специальными компьютерными программами. Особо стоит отметить прошедший осенью 2014 г. чемпионат по шахматам с суперкомпьютером среди школьников. К чемпионату была написана специальная компьютерная программа для суперкомпьютера ТГУ «СКИФ Cyberia», с которой получили возможность состязаться участники чемпионата. Проведение конкурсов направлено на обучение работе с современными веб-сервисами (3d-моделирование, геоинформационные системы, система аудиоидентификации, создание блогов и комиксов, работа с поисковыми системами, редактирование видео и фотографий), а также на формирование у школьников навыков работы в команде, поскольку положения большинства конкурсов интернет-лицея ТГУ допускают командное участие. Внеучебные мероприятия, организуемые интернет-лицеем, нацелены на развитие творческих и когнитивных способностей школьников, развитие их познавательного интереса, что является важным при организации работы со школьниками в рамках физико-математического профиля.

Для развития самостоятельной познавательной деятельности школьников при изучении различных модулей физико-математического профиля используются интерактивные развлекательные формы работы. Организация такого типа внеурочной деятельности строится на портале «Университетский проспект», основной целью которого является развитие творческого и исследовательского потенциала школьников.

В апреле 2015 г. для активизации интереса школьников к такой теме, как космос и астрономия, ко Дню космонавтики интернет-лицей организовал совместно с Объединенной ракетно-космической корпорацией неделю интерактивных заданий для школьников – «Cosmoweek». В течение недели школьники выполняли задания, посвященные космической тематике, в интерактивной форме: буриме (литературная игра, заключающаяся в сочинении стихов на заданную тему), кроссворд, большая и малая викторины. Для поощрения участников и их дальнейшей мотивации всем зарегистрировавшимся школьникам были выданы сертификаты, которые важны для портфолио при поступлении. Таким образом, дети познакомились с основами небесной механики, получили знания о космосе и исторических событиях. Использование интерактивной игровой формы способствует эффективному усвоению мате-

риала, пробуждает у школьников интерес к заданной теме, информация воспринимается легче, чем если бы была представлена обычным текстом или лекцией.

В целом можно утверждать, что в настоящее время в интернет-лицее ТГУ существует большой спектр информационно-коммуникационных технологий, применяемых при дистанционном обучении и внеурочной работе со школьниками в рамках физико-математического профиля. Технологии создают возможность на практике осуществить гибкое сочетание самостоятельной познавательной деятельности обучающихся с различными источниками информации, групповую работу, оперативные и систематические коммуникации. Университет, благодаря дистанционным технологиям, включает в свою орбиту на раннем этапе большое количество школьников, заинтересованных в обучении по физико-математическому направлению, независимо от места их проживания, укрепляет связь с системой общего образования по всей стране и за ее пределами и ориентирует лучших абитуриентов на выбор Томского государственного университета в качестве места получения высшего профессионального образования.

Работа выполнена в рамках Программы повышения конкурентоспособности ТГУ.

Литература

1. *Ларченкова Л.А.* Дистанционное образование и проблемы профильного обучения физике в школе // Наука и школа. 2008. № 2. С. 75–78.
2. *Володин А.М.* Повышение качества физического образования в сельской школе средствами дистанционного обучения // Школа будущего. 2012. № 2. С. 111–114.
3. *Тытыгынаев Г.Б.* Дистанционное образование в средней школе: проблемы, решения, перспективы // Профессиональный стандарт. Формирование трудовых ресурсов высокой квалификации: сб. научно-методических материалов Образовательного форума «Education, forward!». Якутск, Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Амосова, 24–30 июня 2013 г.; под ред. Е.И. Михайловой. Якутск, 2013. С. 869–880.
4. *Ковалёв С.Н.* Элементы дистанционного обучения в довузовском дополнительном образовании // Сборник научных трудов Sworld. 2010. Т. 23, № 4. С. 8–9.
5. *Макарова Л.Н., Голушко Т.К.* Особенности применения дистанционных технологий профильного обучения в условиях дополнительного образования детей // Открытое и дистанционное образование. 2010. № 3. С. 74–80.
6. *Грачев Н.Н.* Вопросы использования дистанционных технологий обучения в дополнительном образовании // Инновационные информационные технологии. 2013. Т. 2, № 2. С. 166–169.
7. *Можяева Г.В., Руденко Т.В.* Открытые профильные школы: информационные технологии в профильном обучении // Открытое и дистанционное образование. Томск, 2004. № 4 (16). С. 17–22.
8. *Крыжевич А.С.* Взаимодействие вуза и школы по развитию одаренности у детей и подростков на базе дистанционных (открытых профильных) школ // Августовская конференция руководителей образовательных учреждений и муниципальных органов управления образованием Томской области, 23–24 августа 2011 г., г. Томск. Томск, 2011.
9. *Смирнов С.А.* Применение системы дистанционного обучения Moodle для организации дистанционной поддержки образовательного процесса в средней школе // Школа будущего. 2010. № 6. С. 84–87.
10. *Макеева Е.Л.* Использование вебинаров в обучении // Вестник магистратуры. 2012. № 6. С. 18–21.
11. *Разумова Н.А.* Видеолекции и вебинары в системе дистанционного обучения // Вестник Нижневартовского государственного гуманитарного университета. 2013. № 1. С. 69–70.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ МОДЕЛЬНЫХ РПД

Е.А. Маслов, В.А. Архипов, И.К. Жарова

Представлены результаты экспериментального исследования структуры течения и параметров воздушного потока при обтекании плоской и осесимметричной моделей ракетно-прямоточного двигателя.

EXPERIMENTAL RESEARCH OF SUPERSONIC FLOW AROUND MODELS OF THE ROCKET-RAMJET ENGINES

E.A. Maslov, V.A. Arkhipov, I.K. Zharova

The results of experimental researches of the structure and of the basic parameters of the air when flow around flat and axisymmetric models of rocket-ramjet engine are presented.

В последнее время возрастает интерес к ракетно-прямоточным двигателям (РПД), в которых сочетаются достоинства твердотопливных и воздушно-реактивных двигателей [1]. В процессе функционирования РПД изменяются геометрические характеристики проточного тракта вследствие выгорания твердотопливного заряда. Одним из основных факторов, влияющих на внутрибаллистические характеристики РПД, является закон скорости горения твердого топлива в потоке воздуха. Закономерности горения твердых топлив в условиях обдува потоком окислителя и продуктов сгорания определяются структурой и термогазодинамическими параметрами потока газа. В связи с этим важным этапом при разработке РПД является определение полей температуры, давления и скорости обдувающего потока в проточном тракте двигателя. Математическое моделирование динамики и теплообмена в тракте РПД позволяет получить информацию о структуре потока, о распределении газодинамических параметров по длине канала с учетом изменения его геометрических характеристик вследствие выгорания твердого топлива. Для оценки адекватности разрабатываемых математических моделей целесообразно проведение сравнительного анализа численных результатов и экспериментальных данных, полученных на моделях РПД.

В настоящей работе представлены результаты экспериментального исследования структуры и основных параметров воздушного потока при обтекании плоской и осесимметричной моделей РПД.

Методика проведения экспериментов

Эксперименты проведены на модельной аэродинамической установке [2], позволяющей исследовать реальные процессы в условиях работы РПД на открытом воздухе при атмосферном давлении (рис. 1).

Основной функцией аэродинамической установки является создание кратковременного сверхзвукового потока газа для проведения аэродинамических и аэрофизических исследований. Система предварительного подогрева рабочего газа до 500 °С реализована с использованием подогревателя кауперного типа, состоящего из силового трубопровода с набором теплоаккумулирующих пластин. Для создания сверхзвукового потока в аэродинамической установке использовались стальные осесимметричные профилированные сопла с диаметром выходного сечения 100 мм (рис. 2).



Рис. 1. Модельная аэродинамическая установка



Рис. 2. Сверхзвуковые сопла

Параметры натекающего потока воздуха – скорость, статическое давление, статическая температура, плотность и число Маха – определяются значениями параметров воздуха в форкамере (параметры торможения) p , p'_0 , T_0 и степенью расширения сопла МАУ. Давление в форкамере в процессе испытаний измерялось датчиком ДМ 5007А – ДИ У2. Для определения числа Маха в проточном тракте РПД устанавливали комбинированный приемник давления, позволяющий измерять одновремен-

но динамическое и статическое давление. Значение числа Маха можно определить с использованием газодинамических функций по формуле [3]

$$\frac{p}{p'_0} = \frac{\left[\frac{4k}{(k+1)^2} - \frac{2(k-1)}{(k+1)^2 M^2} \right]^{\frac{k}{k-1}}}{\frac{2k}{k+1} M^2 - \frac{k-1}{k+1}},$$

где p , p'_0 – статическое и динамическое давление в потоке соответственно; k – показатель адиабаты газа.

Температура торможения T_0 в проточном тракте моделей при обтекании нагретым воздухом измерялась с помощью хромель-копелевой термопары с диаметром рабочего спая 0,2 мм. Термопара размещалась на оси симметрии проточного тракта вблизи начального сечения.

Результаты исследования

Измерения параметров потока и визуализация структуры потока проведены для плоской (рис. 3) и осесимметричной (рис. 4) моделей РПД. Измерения температуры, давления и визуализация потока в проточном тракте модельных РПД проведены в диапазонах чисел Маха $M = (1 \div 7)$ и температур торможения набегающего потока $T_0 = (20 \div 500)$ °С.



Рис. 3. Фотографии плоской модели РПД



а)



б)

Рис. 4. Фотографии осесимметричной модели РПД: вид сверху (а) и сбоку (б)

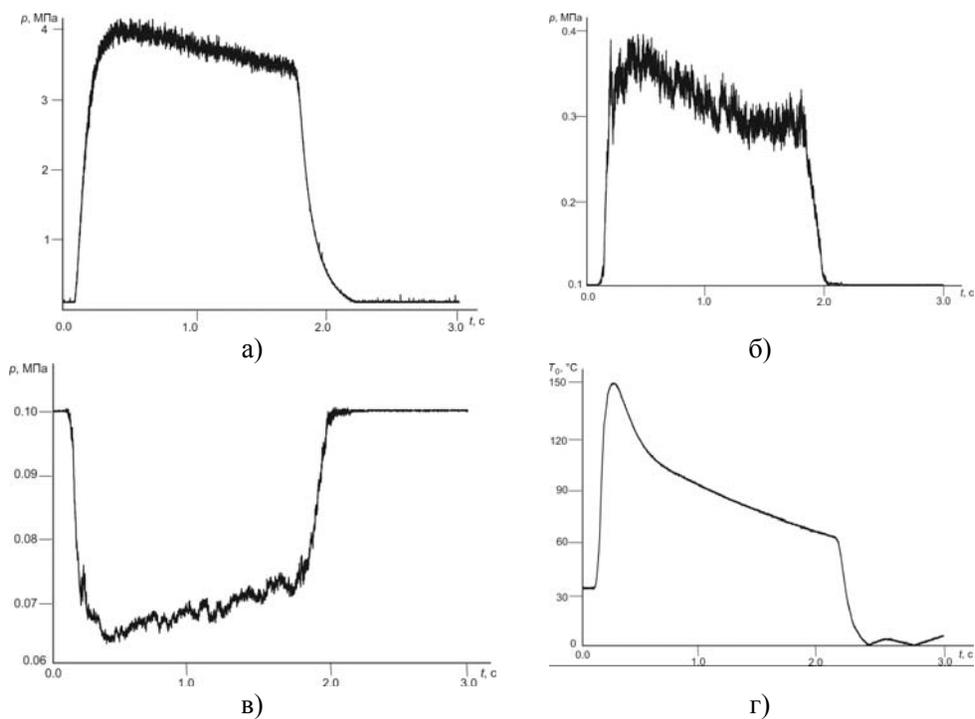
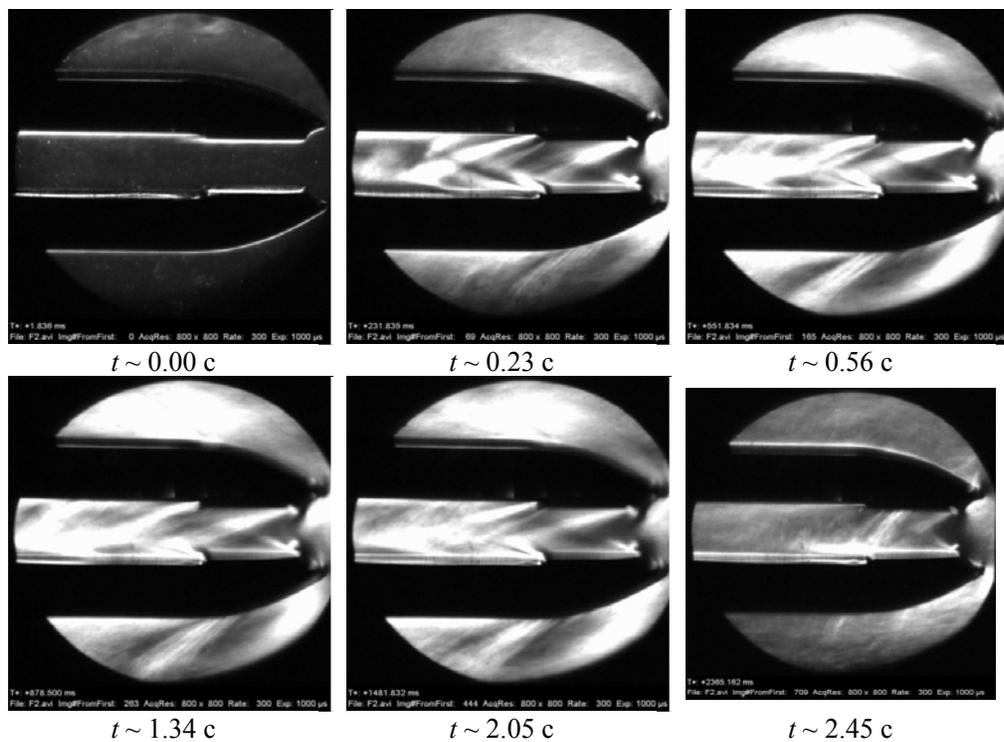


Рис. 5. Результаты измерений

Рис. 6. Кадры видеосъемки обтекания плоской модели РПД, $M = 5$, $T_0 = 400$ °C

Результаты экспериментов приведены на рис. 5–7. На рис. 5 приведены типичные результаты измерений давления в форкамере (а), динамического (б) и статического давления (в) и температуры торможения (г) в проточном тракте осесимметричной модели РПД для $M = 5$ (сопло М5).

В сериях опытов на аэродинамической установке при обтекании моделей РПД наряду с измерениями основных параметров была проведена визуализация структуры воздушного потока с помощью высокоскоростной видеокамеры. Типичные видеокadres формирования структуры нагретого воздушного потока в плоской модели для $M = 5$ приведены на рис. 6. Типичные видеокadres формирования структуры нагретого воздушного потока в осесимметричной модели для числа Маха $M = 5$ приведены на рис. 7.

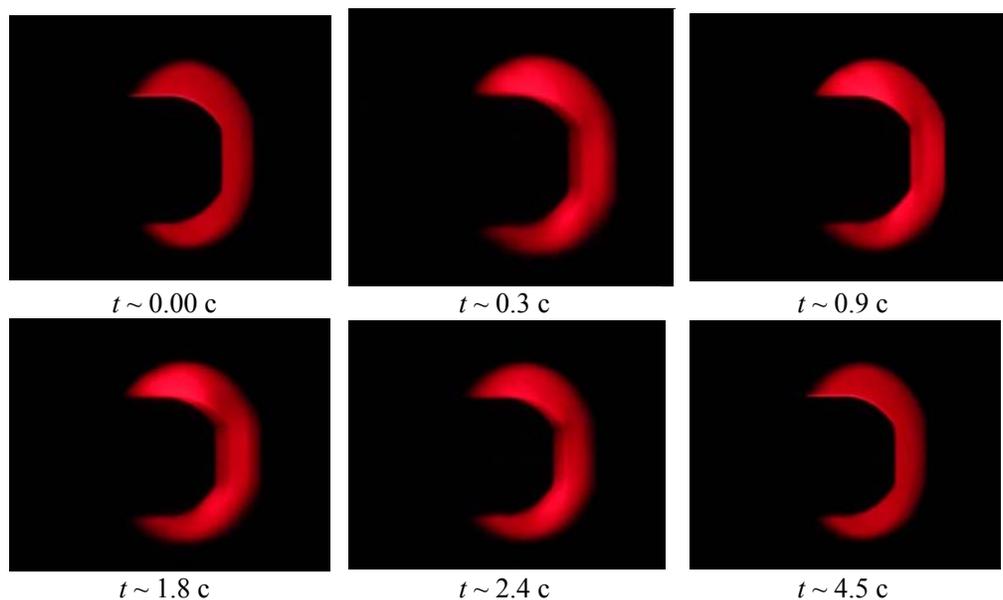


Рис. 7. Кадры видеосъемки обтекания осесимметричной модели РПД,
 $M = 5$, $T_0 = 400$ °С

Анализ визуализированной структуры потока показал, что для исследуемых режимов обтекания в проточном тракте моделей РПД развивается течение с набором косых скачков уплотнения.

Полученные на моделях РПД экспериментальные данные о структуре и основных параметрах воздушного потока в проточном тракте являются объективной информацией для математического моделирования внутрикамерных процессов.

Литература

1. Орлов Б.В., Мазинг Г.Ю., Рейдель А.Л. и др. Основы проектирования ракетно-прямоточных двигателей для беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1967. 424 с.
2. Звезгинцев В.И. Газодинамические установки кратковременного действия. Ч. 1: Установки для научных исследований. Новосибирск: Параллель, 2014. 551 с.
3. Иров Ю.Д., Кейль Э.В., Маслов Б.Н. и др. Газодинамические функции. М.: Машиностроение, 1965. 399 с.

**МОБИЛЬНАЯ ЛАБОРАТОРИЯ «ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ
ПРИРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ВЗРЫВНОМ НАГРУЖЕНИИ».
ВЗРЫВ СИСТЕМЫ «СНЕГ – ШУГА – ЛЕД»**

М.Ю. Орлов

Получены новые экспериментальные данные о процессе взрывного разрушения ледяного покрова сэндвич структуры «снег – шуга – лед».

**MOBILE LABORATORY «INVESTIGATION OF THE BEHAVIOR OF
NATURAL MATERIALS IN EXPLOSIVE DETECTION». THE EXPLOSION
OF THE SYSTEM «SNOW – SUGAR – ICE»**

M.Yu. Orlov

New experimental data on the process of explosive destruction of the ice cover sandwich structure "Snow – Sugar – Ice" were obtained.

Введение. В настоящее время исследование поведения многих природных материалов (известняк, гранит, камень, сланец и т.д.), а также льда при динамическом нагружении является актуальной и сложнейшей научно-технической проблемой. Актуальность объясняется необходимостью развития транспортных связей в северных регионах нашей страны, увеличением добычи природных ископаемых в Заполярье, борьбой с ледовыми заторами на сибирских реках, обработкой ракетного вооружения в ледяных пустынях Арктики и в районах Антарктики и др.

Из всего разнообразия природных материалов весьма перспективным объектом исследования следует считать лед (речной, морской, поликристаллический, монокристаллический и т.д.). Это объясняется тем, что в ближайшие несколько лет Правительство РФ планирует вплотную заняться развитием Арктической зоны, причем безопасность проектов будет обеспечивать специальная группировка войск. Основная сложность «ледовых» исследований определена в прошлом веке Мальгремом, Канном, Маэно, Богородским и др. и заключается в том, что такой древнейший природный материал, как лед (сегодня известно более 15 его разновидностей), мало изучен в условиях динамического нагружения. Это объясняется сложной внутренней структурой, особенностями кристаллической решетки, аномальными пластическими свойствами, многократными фазовыми переходами в процессе деформирования и т.д. С точки зрения разрушения любой лед вообще может не иметь аналогов. Проблемы прочности и разрушения таких тел только начинают разрабатываться, поэтому картина разрушения льда при динамических нагрузках остается мало изученной.

В данном аспекте математическое моделирование выступает удобным теоретическим инструментом, позволяющим без больших материальных и временных затрат выявлять основные механизмы и закономерности процессов ударно-взрывного нагружения льда в труднодоступной для натурного и физического экспериментов области начальных условий. Однако для развития средств математического моделирования необходимы надежные экспериментальные данные о процессах деформирования и разрушения таких материалов при динамическом нагружении, так как некоторые результаты не согласуются между собой [1].

Следует отметить, что в нашей стране нет единой государственной поддержки «ледовых» исследований, как, например, в США, где совместно с военно-морскими

силами возобновлена программа «SCICEX», в рамках которой идет сбор научных данных с помощью новейших надводных и подводных средств. В Великобритании протестирован зонд «Penetrator», способный внедряться в толстые массивы льда без повреждения высокоточного оборудования, установленного внутри. Очевидно, что разработка опытного образца была бы невозможна без знания прочностных свойств льда [2, 3].

В НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета более 25 лет ведутся ПНИР, объектом исследования которых является лед различных типов, в том числе поликристаллический. Развита физико-математическая модель поведения льда при динамических нагрузках, а также численный метод расчета его ударного и взрывного нагружения, способный на качественно высоком уровне воспроизводить основные особенности и механизмы процессов деформирования и разрушения.

На базе лаборатории 21 организована мобильная лаборатория «Исследования поведения природных материалов при взрывном нагружении». Основная цель заключается в экспресс-анализе поведения природных материалов при взрывном нагружении. При проведении натурных экспериментов объектами исследования выступали заснеженный и бесснежный ледяные покровы, а также природный известняк. В ближайшем будущем запланировано экспериментальное исследование каменного угля и сланцевого известняка. Экспедиции проведены в Сибирском федеральном округе на территории Томской и Кемеровской областей. Постоянными партнерами являются МЧС России по Томской области и ООО «КузбассСпецВзрыв» [3].

История создания мобильной лаборатории «Исследование поведения природных материалов при взрывном нагружении»

Очевидно, что для более глубокого понимания процессов, протекающих в природных и конструкционных материалах под нагрузкой, наряду со средствами математического моделирования следует привлекать современные экспериментальные методики исследования. Проведение полномасштабных экспериментальных работ по взрывному нагружению является важнейшим направлением исследований в рамках фундаментальной проблемы изучения поведения природных материалов при динамическом нагружении.

Создание мобильной лаборатории на базе отдела 20 НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета расширяет исследовательские возможности. Помимо проведения лабораторных и вычислительных экспериментов, становится возможным изучение поведения некоторых природных и геологических материалов при взрывном нагружении.

На сегодняшний день в арсенале мобильной лаборатории имеется современное измерительное оборудование, в том числе штангенциркуль, линейки и измерительные рулетки от 1 до 50 метров, лазерный цифровой ультразвуковой дальномер, строительные алюминиевые уровни от 50 до 150 см и другие меры длины и принадлежности. Состояние объектов исследования после подрыва заряда ВВ (ледяного покрова, известняка) фиксируется при помощи цифровой фотокамеры с разрешением матрицы до 20 МПикс. Все участники экспедиции снабжены индивидуальными средствами защиты, а их доставка в зимнее время осуществляется посредством снегоходов и других спецсредств.

Основными результатами, которые могут быть получены в процессе проведения экспериментальных работ, являются: диаметры и глубины взрывных майн и кратеров, радиус разлета осколков от эпицентра взрыва, температура окружающего воздуха и объектов исследования, фиксируется состояние кромки с различных ракур-

сов. На наш взгляд, этого вполне достаточно для проведения некоторых качественных и количественных тестов.

Планируется закупка нового оборудования, в том числе ультразвукового, посредством которого станет возможным измерять начальную пористость образцов льда непосредственно на месте проведения экспериментальных работ. Предпринимается попытка по визуализации процесса подрыва ВВ небольшой массы (до 3 кг в тротиловом эквиваленте).

Экспериментальное исследование взрывного разрушения льда эмульсионным ВВ

Проведены натурные эксперименты по подрыву речного однолетнего льда штатным эмульсионным взрывчатым веществом ВВ – Эмуласт АС-30 ФП. Начальная плотность $1,34 \text{ г/см}^3$, скорость детонации – 4700 м/с. Эксперименты проведены совместно с ОАО «КузбассСпецВзрыв» и МЧС РФ по ТО в рамках ежегодных противопоаводковых мероприятий. Объектом исследования выбран заснеженный ледяной покров. Первичный осмотр показал, что лед имел сэндвич-структуру: снег (55 см) + шуга (20 см) + монолитный лед (50 см). Экспериментальная площадка выбрана почти в середине реки на расстоянии более 200 метров от берега. Визуально установлено, что ледяной покров был ровным. Течение воды незначительное. В радиусе 500 метров обнаружен один торос, полыньи и разводьев не было. Температура воздуха почти $0 \text{ }^\circ\text{C}$. За день до эксперимента шел мокрый снег. Согласно метеоданным зима была относительно теплая, аномально низкие температуры ($-40 \text{ }^\circ\text{C}$) длились не более недели. Ниже представлены результаты 8-й (последней) экспедиции, в результате которой было подорвано более 1500 кг в тротиловом эквиваленте. Первые фотографии взрывных майн получены через 5 минут после подрыва ВВ.

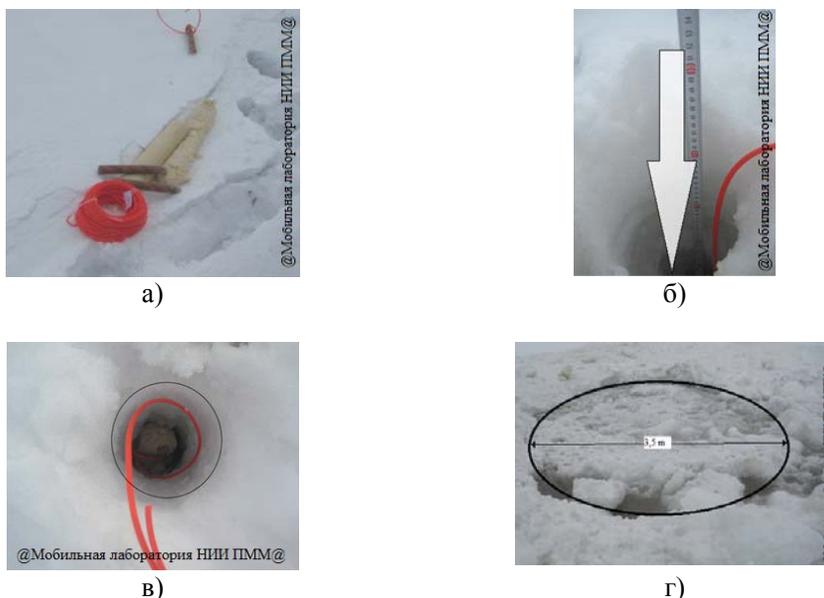


Рис. 1. Эксперимент по подрыву эмульсионного ВВ: а – подготовка к эксперименту, компоненты ВВ и шнур ДШЭ; б – лунка для закладки ВВ диаметром 14 см; в – заряд ВВ в полиэтиленовой оболочке Эмуласт АС-30 ФП в момент помещения под лед; г – взрывная майна после подрыва двух зарядов ВВ

Исследовано 6 лунок до и после подрыва ВВ. В первые две лунки помещали по два заряда ВВ, а в остальные четыре – по одному. На рис. 1, а зафиксировано состояние ледяного покрова до подрыва ВВ, включая компоненты ВВ. На рис. 1, б, в

показаны лунка в заснеженном ледяном покрове. Рисунок 1, *в* иллюстрирует состояние ледяного покрова после подрыва ВВ. В процессе взрывного нагружения во льду сформировалась майна, по форме близкая к окружности. Диаметр составил около 3,5 м. При детальном осмотре кромка льда оказалась довольно развитой.

На базе Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета создана мобильная лаборатория «Исследование поведения природных материалов при взрывном нагружении», цель которой заключается в экспресс-анализе поведения природных и геологических материалов (лед, гранит, известняк, уголь, сланцевый известняк и др.) при взрыве. Для получения экспериментальных данных организованы экспедиции в Томскую и Кемеровскую области.

Впервые исследовано поведения ледяного покрова, имеющего сэндвич-структуру. При подрыве ВВ марки Эмуласт АС-30 ФП массой 8 кг ледяного покрова сэндвич структуры «снег – шуга – лед» образуется майна диаметром ~ 350 см. В процессе эксперимента под действием продуктов детонации зарегистрировать отделение откольной тарелки не удалось. Однако получилось качественно оценить высоту осколков, которая составила более 20 м.

Работа выполнена при поддержке РФФИ 13-08-00509а.

Литература

1. Орлов М.Ю., Орлова Ю.Н. Мобильная лаборатория «Взрывное разрушение льда». Итоги работы за 2013–2014 гг. // Тезисы докладов II Всероссийской научной конференции «Полярная механика». СПб.: Изд-во Крыловского государственного научного центра, 2014. С. 43–44.
2. Орлова Ю.Н. Комплексное теоретико-экспериментальное исследование поведения льда при ударных и взрывных нагрузках: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск, 2014. С. 26.
3. Глазырин В.П., Орлов Ю.Н., Орлов М.Ю. Разрушение льда при ударном и взрывном нагружении // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13, № 1. Спец. вып. С. 425–432.

Секция 1

**ВЗРЫВНЫЕ, ДЕТОНАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ И СВОЙСТВА
ВЕЩЕСТВА ПРИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ****СРАВНИТЕЛЬНЫЕ ПОДХОДЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ВЗРЫВООБРАЗНО
СФОРМИРОВАННОГО СНАРЯДА****М. Маркович, М. Милинович, П. Елек, С. Ярамаз, Д. Мицкович**

This paper presents numerical and analytical approach calculations of EFP (Explosively Formed Projectiles) performances. The aim is to show the influences of EFP warheads as covered or without cover in order to represent comparative influences on liner initial velocities. Based on the numerical (AUTODYN simulation) and traditional east literature rooted analytical modeling, the discussion is considered. Results circled forming dynamics, energies, projectile shapes and initial velocities. Obtained data are approved by allowable experimental test and are compared sequently.

1. Introduction

The using of EFP projectiles is one of advance concepts for penetrating of armored targets in motion and in the rest from appropriate distances [1, 2].

In the last twenty years, EFP projectiles represent a significant concept in designing missile penetration warheads, aimed for the armored land targets as well as ship targets, air targets etc. The main feature of these types of warheads is possibility to shoot targets in motion from above at the appropriate distances, which relieves missile of requirements to achieve direct hit. This is especially important in attacks on fast cruising armored land targets. Penetrability of these projectiles [1-3] is less than traditional shaped charge warheads [4] used in direct shooting missions.

Usual shooting distance is about 50 to 150 m [5] and projectiles have used either cluster sub-munitions with appropriate searching sensors for the group shootings or integral designed missile warheads for individual shoots. The functionality of projectile is based on Misznay-Schardin phenomena [1, 2], which creates explosive formed projectile by directed explosive discharging. By explosion effect [6,7], reshaped metal disc [8] takes part of detonation energy [9, 10] and transforms it into the kinetic energy capable to realize distance penetration.

Regarding that initial velocity is a function of several elements integrating into warhead subassemblies, the analytical method exposed in [2] and numerical [11–13] are considered as approaches in this paper to setup testing influenced parameters on the initial velocity values. These data are compared with allowable results of experimental test exposed in [14]. The aim of research is comparing of numerical and analytical approach as reduced to the absolute EFP velocity referred as the warhead main performance.

2. Experimental and simulation sample

The comparison of these methods is performed on the sample design with accepted, fixed EFP liner form and explosive charge, with and without metal cover. The model does not include the fuze and wave shaper.

Adopted model geometry [2] and design characteristics of testing sample [14] are shown in Fig. 1. The properties of explosive and other materials used in simulations are given in

Table 1. In all considered simulations and experiment, the initiation point is located on the warhead bottom and lies on axis of symmetry [14] (Fig. 1).

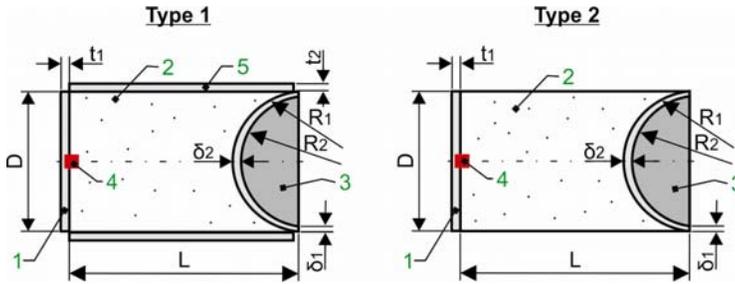


Fig. 1. Types of testing sample and their basic dimensions: 1 – back plate; 2 – explosive charge; 3 – liner; 4 – initiation point; 5 – cover

Table 1. Geometrical parameters for EFP assembly

Design parameter		Type 1	Type 2*
Length of charge	L [mm]	85	85
Caliber	D [mm]	57.2	57.2
Thickness of back plate	t1 [mm]	5	3
Cover thickness	t2 [mm]	5	–
Inner radius	R1 [mm]	60.4	71.3
Outer radius	R2 [mm]	60.4	71.3
Thickness of liner edge	δ_1 [mm]	1.5	1.5
Thickness of liner center	δ_2 [mm]	2.7	2.7
Type initiation		p.	p.
* -experiment; p. –point initiation			
Material properties		Iron	Octol
Density [g/cm ³]		7.86	1.82
Detonation velocity [m/s]		–	8480
Comp. position (Fig. 1)		No 3	No 2
			No 5,1

The experimental sample was tested on the proving ground as a *type 2* [14] in Table 1.

3. Analytical and numerical methods

The aim of this section is to present analytical and numerical approach and to verify their results through comparison with experimental data.

Analytical method

The analytical model is based on the method of approximate calculations of the most important features of EFP projectiles: its initial velocity and initial kinetic energy [1, 2, 9, 10]. These two parameters are enough to estimate distance effect on penetrability [1, 2]. The method is based on energy and momentum balance equations. By the liner partition in the elementary rings and accepting that pressure of detonation products act on each element by the impulse and momentum exchanging, the particular and total kinetic energy of liner can be summarized. Initial partition of observed elements starts from the central line around semi-spherical liner. Also, full cylindrical explosive charge volume is engaged in the finite-discrete elements partition of the explosive segments. Each element of liner corresponds to the amount of explosive segment located above the element and orientated normal to the surface of the liner. The initial velocity of these elements depend on their position on the liner. Velocity values obtained after explosion make profile around liner axis of the new formed projectile.

For further analysis the following assumptions were accepted:

- Detonation products attack metal liner immediately.

- Motions of discrete elements of metal liner are along the inner radii of liner sphere and there is not colliding effect between elements.
- The referent velocity is the velocity of the central element, accepted as front velocity of projectile.

Using previous assumptions and energy balance equation in detonation process, the velocity of particular ejected elements of liner, V_{0i} [2] is:

$$V_{0i} = D \sqrt{\frac{1}{k^2 - 1} \frac{3\beta_i}{3 + \beta_i}}; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

where $\beta_i = m_{ai} / M_i$, loading factor of i -th liner element, m_{ai} – active mass of explosive segment, M_i – mass of liner segment, D – detonation velocity and k – polytropic coefficient of detonation products, usually $k=3$.

Active mass of explosive m_{ai} (fictive), represented in equation (1), is not a real explosive mass, but the mass that reproduces all energy employed on liner including energy directing effects of warhead covers. Corresponding expression for this mass is [1, 2],

$$m_{ai} = \frac{m_i}{2} \left(1 + \frac{M_{Ki} - M_i}{M_i + M_{Ki} + m_i} \right); \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

or

$$m_{ai} = \frac{m_i^2}{2(M_i + m_i)} \quad \text{for } M_{Ki}=0, \quad (2)$$

where m_i – masses of explosive segments and M_{Ki} – masses of metal cover segments. The essence of idea in this paper is testing the numerical and analytical methods from the aspect of active (fictive) mass influences regarding covered and uncovered warhead with the same explosive charges and EFP liner. The linearization of the entire model is due to the assumption that the final initial velocity can be obtained by integrating all components along the axial direction for each ring element formed of liner. Therefore, the valid hypothesis is that the model considers only the axial velocity components along the lines parallel to warhead axis. Components of the absolute initial velocities of each EFP element will be $V_{0zi} = V_{0i} \cos \varphi_i$, where φ_i represent angle between axis of symmetry and velocity of particular ejected elements V_{0i} .

The central line is the reference line regarding maximal value of velocity and reference for the linearization of profile distribution along radius. The velocity in the central line element is $V_{ji} = V_{0i}$ with constant tensile strain rate along axis [1,2,10] $\dot{\epsilon}_{0zi} = const$, where V_{ji} represent linearized velocity of moving elements. The values of elements volume are in accordance with Guldinus theorem regarding their ring form distribution along caliber. Using this condition for each element along radius, their particular velocities will correspond to the next expression [2]:

$$V_{ji} = V_{j1} - \Delta V_j (i - 1); \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

where all elements together form distribution of linear velocity profile on the projectile shape.

The value ΔV_j represents a linear reduction of the neighbor velocity of each element along the r-axis in the distribution directed toward z –axis, so that the total kinetic energy of all elements along the z-axis, are approximately same for both linear and non-linear estimations. The total part of kinetic energy of all observed elements directed to z-axes and integrated along radii in the ring form around caliber, is used for plastic deformation of the liner and its motion in the z direction. Final solution for ΔV_j , with adopted hypothesis can be determined from the kinetic energy balance law along z- axis. This model is not used in the estimation of final projectile velocity, but it helps more accurate calculation of penetrability using of analytical model.

Final velocity of EFP center of mass is performed by integrating all absolute velocities of liner elements eq. (1), by momentum conservation law and is given by the expression [2, 10]

$$V_{0E} = \frac{\sum_{i=1}^n V_{0i} M_i}{\sum_{i=1}^n M_i} . \tag{4}$$

The total kinetic energy is now represented by the mass center velocity of EFP. Regarding penetrability [1–3] and distance shooting effects [5], useful kinetic energy is directed along central line. The model assumes that the difference between these energies is kinetic energy of elements relative motion toward mass center, caused by plastic deformation along z-axis [1, 10]

$$A_{DE} = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n M_i (V_{0i} \cos \varphi)^2 - \sum_{i=1}^n M_i V_{0E}^2 \right] . \tag{5}$$

Energy of radial deformation corresponds to the part of kinetic energy created by the radial component of the absolute velocity of each element as follows [1, 10]

$$R_{DE} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n M_i (V_{0i} \sin \varphi)^2 . \tag{6}$$

Numerical method

Numerical approach based on the finite element method is also used in this investigation in order to be compared with experimental data.

The properties of the adopted simulation model mesh [12, 15-19] are given in Table 2. The mesh density is determined taking into account accuracy as well as reasonable simulation run time within available computer facilities.

Figure 2 shows configuration of EFP warhead as well as appearance of created mesh for each component separately.

The quarter of warhead volume in numerical simulation is observed but on the figures 2, 7 and 8 is presented half only visually (mirror function), for better understanding. The appropriate number of finite elements is essential regarding simulation blockage effect.

Present analysis uses fully Lagrangian solver, where after 35 μs , detonation products are not included into calculation during simulation, because of collateral fault influences on the simulation time.

Table 2. Properties of the mesh in the numerical model

Conditions	Type 1		Type 2*		3
	1	2	1	2	
liner	7776	6125	7776	6125	Typ.2
Explosive	10496	9000	10496	9000	Typ.2
Cover	15006	12000	–	–	Typ.2
Back plate	768	450	768	450	Typ.2

1 – nodes; 2 – elements; 3 – mesh (brick elements); * – compare with experiment.

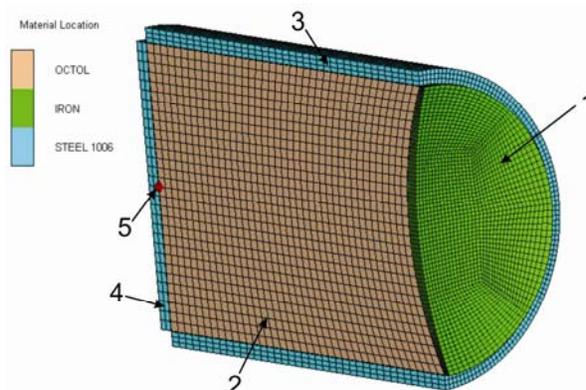


Fig. 2. Geometrical configuration of EFP warhead *type 1* and finite elements mesh:
1 – liner; 2 – explosive charge; 3 – cover; 4 – back plate; 5 – initiation point

This is justified after mentioned time interval, regarding obvious diminishing influences of detonation products on the velocity profiles.

Pressure of detonation products is determined according to Jones-Wilkins-Lee [1] equation of state:

$$p = K \left(1 - \frac{\omega}{R_1 V}\right) e^{(-R_1 V)} + K_1 \left(1 - \frac{\omega}{R_2 V}\right) e^{(-R_2 V)} + \frac{\omega E}{V}, \quad (7)$$

where V and E are represented as $V = \rho_0 / \rho$, $E = \rho_0 e$, ρ_0 is the current density, ρ is the reference density, e is the specific internal energy and K , K_1 , R_1 , R_2 and ω are constants for the given explosive material [1, 2].

4. Results and analysis

Two types of warhead samples have been considered through represented models in analytical and numerical approaches.

Figures 3 and 4 show velocity distribution of observed elements along the liner for warhead *type 1* with metal cover and back plate and *type 2* without cover element.

Line marked with squares represents absolute velocities of rejected liner segments at initial time and line marked with circles represents component of absolute velocity along the direction of motion (z -axis). 14 elements observed from the central line have approximately linear both absolute and component velocities profiles. Further 15 elements have nonlinear velocity distribution.

According to analytical expression (4), as can be seen on Figs. 3 and 4, the final mass center velocity is 3342.44 m/s for the *type 1* and 2813.12 m/s for the *type 2*. Comparing analytical velocity of *type 1* with numerical value of 2860 m/s, the relative error is ~15%, which could be considered as acceptable. For warhead *type 2*, for which experimental data are available, velocity calculated by the analytical method is 2813.12 m/s; comparing with experimental of about 2474 m/s [14], yields error of 13%. Final velocity obtained by numerical calculations is 2435 m/s and comparing with experimental value of 2474 m/s shows error of 1.5%. This confirms the numerical method as much more reliable.

Nonlinear decrease of velocities between the edge 14 elements (Figs. 3 and 4) in the analytical approach is influenced by the decrease of active mass, regarding smaller mass of explosive in the appropriate segments, corresponding to defined analytical segments of the cylindrical explosive charge. The axial velocity distribution is responsible for the appropriate shaping of projectile after explosion. This approves analytical model as the tool for design and analysis of projectile shape and dynamics in the initial phase of design.

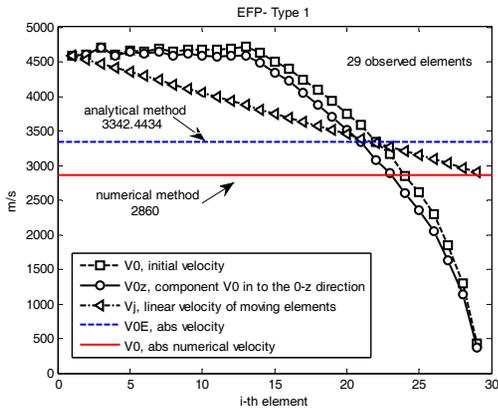


Fig. 3. Velocity distribution along the liner obtained with analytical method presented with square, circle and triangle. Straight lines show absolute values of velocity (*type 1*)

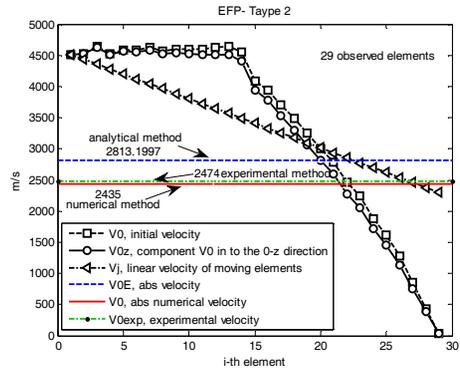


Fig. 4. Velocity distribution along the liner obtained with analytical method presented with square, circle and triangle. Straight lines show absolute values of velocity (*type 2*)

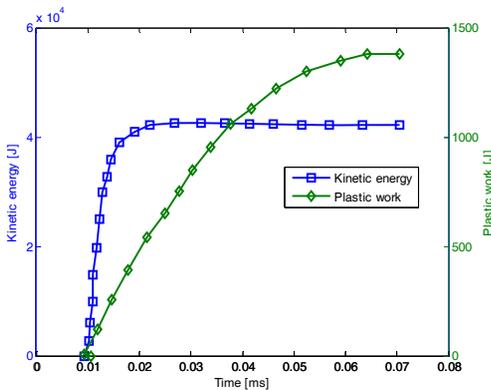


Fig. 5. Energy distribution during time of the forming of explosively formed projectile, warhead-*type 1*, obtained by numerical method

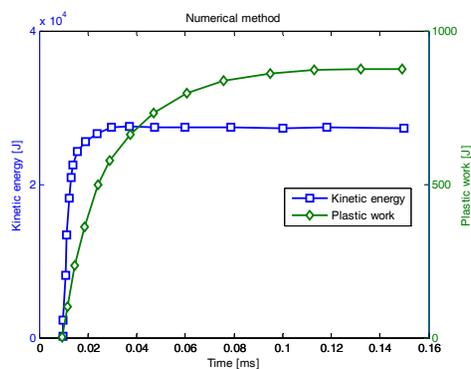


Fig. 6. Energy distribution during time of the forming of explosively formed projectile, warhead-*type 2*, obtained by numerical method

(Fig. 5 and 6) show energy distribution vs. time during projectile forming. Kinetic energy, as it is well known from terminal ballistics, shows penetration capability of formed projectiles.

As regards of plastic works, it is important for liner design and for selection of appropriate material. Figure 5 and 6 represents nonlinear and uniform distribution of plastic energy. It means that liner during formation had proper deformation. If that curve in initial phase of formation have no permanent increase, this indicates the liner fracture.

Table 3 shows differences in the energy distribution obtained by the numerical and analytical approach. In table 3 are presented next values: absolute initial velocity V_0 [m/s], kinetic energy E_k [J], axial deformation energy A_{DE} [J], radial deformation energy R_{DE} [J] and plastic deformation energy/plastic work P_W [J].

This is consequence of taking into account of deformation energy in the numerical model, which precisely calculates strains and stresses of projectile during the forming time. Differences between two types of warheads show that cover of the warhead influences the increase of kinetic energy of projectile as well as the increase of total plastic deformation work [1, 2, 10, 13, 20].

Numerical simulation also reproduces realistic shapes of projectiles at the end of forming shown in (Figs. 7 and 8). For the *type 1* (Fig. 7) projectile is formed with its final shape after $t=70.5 \mu\text{s}$ at the distance 265.31mm, realizing final velocity of about 2860 m/s. For the *type 2* (Fig. 8) these values are $t=150 \mu\text{s}$, the distance 418.2 mm and velocity 2435 m/s.

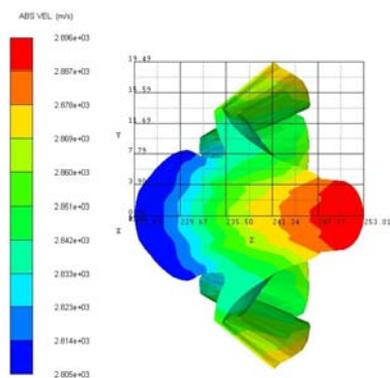


Fig. 7. Shape of projectile after $t=70.5 \mu\text{s}$ that corresponds to the configuration of warhead-*type 1*; Dimensions: initial $D=57.2\text{mm}$, final projectile $d=38.56 \text{ mm}$, $l=29.32 \text{ mm}$

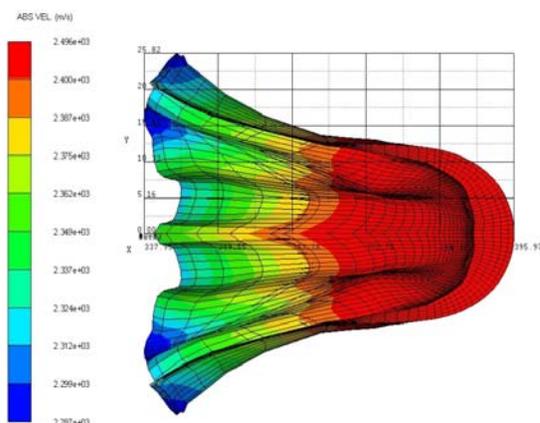


Fig. 8. Shape of projectile after $t=150 \mu\text{s}$ that corresponds to the configuration of warhead-*type 2*; Dimensions: initial $D=57.2\text{mm}$, final projectile $d=49 \text{ mm}$; $l=59.2 \text{ mm}$

Table 3. Experimental, numerical and analytical results

	Results	Exper.	Numeric.	Analytical
Type 1	V_0 [m/s]	–	2860	3342.44
	E_k [J]	–	43035	305286.63
	A_{DE} [J]	–	–	35225.6
	R_{DE} [J]	–	–	27957.5
	P_W [J]	–	1382	–
Type 2	V_0 [m/s]	2474	2435	2813.12
	E_k [J]	137720	27625	242245.3
	A_{DE} [J]	–	–	50936.5
	R_{DE} [J]	–	–	18124.6
	P_W [J]	–	877.39	–

That means that *type 2* has much less coefficient of energy efficiency than covered warhead charges [10]. The final projectile shape influences two basic performances – penetrability and precision. From the penetrability aspect, *type 1* is more desirable, because of more compact frame by mass which provides better penetration. From the precision point of view, aerodynamic form of *type 2* is better, but in trade-off to penetration effects.

5. Conclusion

The following conclusions are based on the presented study and obtained results:

- Analytical model gave an approximate image of the EFP forming process. However, final shape of the liner cannot be obtained by this method. Determination of EFP velocity gives acceptable results for the preliminary considerations in design.
- Numerical method gives more accurate results regarding EFP velocity in comparison with analytical method and these results are very close to experimental data. Error of numerical research was about 1.5%, comparing with analytical, where error appears about 13%. These data has to be taken as approximately confidence because of small number of experiments.
- Comparative advantage of numerical method is obviously description of the projectile form regarding covered or uncovered explosive charge. This orientated considerations of projectile purpose only by numerical and experimental testing.
- Obviously, the same configuration of liners and explosive charges with and without metal covers produced different shapes of explosive formed projectiles discovered by numerical approach. Warhead *type 1* produced EFP as the plastic solid shape with forward folded fins form, and *type 2* produced EFP in the shape of hollow cylinder with back folded fins form.
- Various types of EFP warhead give different processes forming times and the different energy distributions along axial and radial displacement directions. This could be important if system shoots targets from the various distances.

Acknowledgements

This research has been supported by the Ministry of Education, Science and Technological Development of the Republic of Serbia, through the project III-47029, in the 2014 year, which is gratefully acknowledged.

References

1. Bender, D., Corleone, J.: *Tactical Missile Warheads -Explosively Formed Projectile*, American Institute of Aeronautic and Astronautic. Washington, 1993.
2. Орленко, Л.П.: *Физика взрыва*, Главная редакция физико-математической литературы, М., 2004.
3. Luttwak, G., Cowler, M.S.: *Advanced Eulerian Techniques for the Numerical Simulation of Impact and Penetration using AUTODYN-3D*, International Symposium of Interaction of the Effects of Munitions with structures, Berlin, 3–7 May, 1999.
4. Jaramaz, S.: *Warhead design and terminal ballistics*, Faculty of Mechanical Engineering, 2000.
5. Bender, D., Chhouk, B., Fong, R., William N., Rice, B., Volkmann, E.: *Explosively Formed Penetrators (EFP) With Canted Fins*, 19th International Symposium of Ballistics, Interlaken, Switzerland, pp. 755–762, 2001.
6. Jaramaz, S., Micković, D.: *Military Applications of Explosive Propulsion*, FME Transaction, Vol. 30, No. 1, pp. 15–22, 2002.
7. Jaramaz, S.: *Physics of Explosion*, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, 1997.
8. Regueiro, R.A., Horstemeyer, M.F.: *CTH Analysis of Tantalum EFP Formation Using the BCJ Model*, Center for Materials and Engineering Sciences Sandia National Laboratories Livermore, CA 94551-0969, USA.
9. Marković M.: *Explosively Formed Projectiles*, MSc Thesis, University in Belgrade, Mechanical Engineering, Weapon Systems Department, 2011.
10. Sharma, VK, Kishore, P., Bhattacharyya, AR, Raychaudhuri, TK, Singh S.: *An Analytical Approach for Modeling EFP Formation and Estimation of Confinement on Velocity*, International Ballistics Society, 2001. pp. 565–574.

11. Jianfeng, L., Tao, H., Longhe, L., Bing, H.: *Numerical Simulation of Formation of EFP With Charge of Aluminized High Explosive*, International Symposium on Ballistics, Tarragona, Spain 16–20 April, 2007.
12. Johnson, G.R., Stryk, R.A.: *Some Considerations for 3D EFP Computations*, International Journal of Impact Engineering 32, pp. 1621–1634, 2006.
13. Hussain, G., Malik, A.Q., Hameed, A.: *Gradient Valued Profiles and L/D Ratio of Al EFP With Modified Johnson Cook Model*, Journal of Materials Science and Engineering 5, pp. 599–604, 2011.
14. Teng, T.L., Chu, Y.A., Chang, f.a., Shen, B.C.: *Design and Implementation of a High Velocity Projectile Generator*, Fizika Goreniya I Vzryva, Vol. 43, No 2, pp. 233–240, 2007.
15. Jones, D.A., Kemister, G., Borg, R.A.J.: *Numerical Simulation of Detonation in Condensed Phase Explosives*, Weapons Systems Division Aeronautical and Maritime Research Laboratory, August 1998.
16. Lam, C., McQueen, D.: *Study of the Penetration of Water by an Explosively Formed Projectile*, Weapons Systems Division Aeronautical and Maritime Research Laboratory, June 1998.
17. Fong, R., Kraft, J., Thompson, L.M., Ng, W.: *3D Hydrocode Analysis of Novel Asymmetrical Warhead Designs*, Proceedings for the Army Science Conference (24th), 29 November – 2 December, Florida, pp. 1–3, 2005.
18. Pappu, S., Murr, L.E.: *Hydrocode and microstructural analysis of explosively formed penetrators*, Journal of Materials Science, pp. 233–248, 2002.
19. Weibing, L., Xiaoming, W., Wenbin, L.: *The Effect of Annular multi-point Initiation on the Formation and Penetration of an Explosively Formed Penetrator*, International Journal of Impact Engineering 37, pp. 414–424, 2010.
20. Church, P.D., Cullis, I.: *Development and Application of High Strain Rate Constitutive Models in Hydrocodes*, Journal de Physique IV, Vol. 1, pp. 917–922, October 1991.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЗРЫВНОГО НАГРУЖЕНИЯ СИСТЕМЫ «СНЕГ – ШУГА – ЛЕД»

Ю.Н. Орлова

Представлены результаты экспериментальных исследований по взрывному нагружению льда. Приведены результаты натурных экспедиций по взрывному нагружению речного однолетнего льда эмульсионным зарядом ВВ в полиэтиленовой оболочке.

EXPERIMENTAL STUDY OF EXPLOSIVE LOADING SYSTEM «SNOW – SUGAR – ICE»

Yu.N. Orlova

The results of experimental studies on the explosive loading of ice are presented. Results of field expeditions to the explosive loading of river-year ice emulsion explosive charges in a plastic shell are presented.

Введение

Актуальность исследований поведения льда при ударно-взрывных нагрузках в настоящее время не вызывает сомнений. Российская Федерация входит в пятерку «ледовых» стран, поэтому существует необходимость в развитии транспортных связей и проектировании портов в замерзающих морях Крайнего Севера, а также увеличении добычи природных ископаемых в районах вечной мерзлоты. Острой проблемой все еще стоит образование весенних заторов на сибирских реках, длина которых достигает более 150 км. Основная сложность исследований определена в прошлом веке в работах Мальгрема, Канна, Маэно, Богородского и заключается в том, что такой древнейший природный материал, как лед (сегодня известно более 15 его разновидностей), мало изучен в условиях динамического нагружения. Это объясняется сложной внутренней структурой, особенностями кристаллической решетки, аномальными пластическими свойствами, многократными фазовыми переходами.

ми в процессе деформирования и т.д. С точки зрения разрушения лед вообще может не иметь аналогов.

Следует отметить, что в нашей стране нет государственной поддержки ледовых исследований, как, например, в США, где совместно с военно-морскими силами возобновлена программа «SCICEX», в рамках которой идет сбор научных данных с помощью новейших надводных и подводных средств. В Великобритании протестирован зонд «Penetrator», способный внедряться в толстые массивы льда без повреждения высокоточного оборудования, установленного внутри. Разработка образца была бы невозможна без знания прочностных свойств льда, которые необходимы на стадии оптимизации его конструктивно-компоновочной формы.

В НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета постоянно ведутся поисковые научные исследования процесса динамического нагружения льда: разработана физико-математическая модель деформирования и разрушения льда при ударных и взрывных нагрузках, численный метод расчета его напряженно-деформированного и термодинамического нагружения с учетом разрушения на фрагменты, суммированы теоретические и экспериментальные результаты. На базе отдела механики деформируемого твердого тел создана мобильная лаборатория «Взрывное разрушение природных и геологических материалов», основная цель которой заключается в экспресс-анализе процессов разрушения различных материалов при динамических нагрузках. На территории Западно-Сибирского федерального округа, а именно в Томской и Кемеровской областях, проведено более 10 экспедиций, объектом исследования которых являлся речной однолетний лед средней толщины [1].

Экспериментальное исследование взрывного разрушения льда эмульсионным ВВ

Проведены натурные эксперименты по подрыву речного однолетнего льда штатным эмульсионным взрывчатым веществом ВВ – Эмуласт АС-30 ФП. Начальная плотность $1,34 \text{ г/см}^3$, скорость детонации – 4700 м/с . Эксперименты проведены совместно с ОАО «КузбассСпецВзрыв» и МЧС РФ по ТО в рамках ежегодных противопожарных мероприятий. Объектом исследования выбран заснеженный ледяной покров. Первичный осмотр показал, что лед имел сэндвич-структуру: снег (55 см) + шуга (20 см) + монолитный лед (50 см). Экспериментальная площадка выбрана почти в середине реки на расстоянии более 200 м от берега. Визуально установлено, что ледяной покров был ровным. Течение воды незначительное. В радиусе 500 м обнаружен один торос, полыньи и разводьев не было. Температура воздуха почти $0 \text{ }^\circ\text{C}$. За день до эксперимента шел мокрый снег. Согласно метеоданным зима была относительно теплая, аномально низкие температуры ($-40 \text{ }^\circ\text{C}$) длились не более недели. Ниже представлены результаты 8-й экспедиции, в результате которой было подорвано более 1500 кг в тротиловом эквиваленте. Первые фотографии взрывных майн получены через 5 мин после подрыва ВВ.

Исследовано 6 лунок до и после подрыва ВВ. В первые две лунки помещали по два заряда ВВ, а в остальные четыре – по одному, зафиксировано состояние ледяного покрова до подрыва ВВ, включая компоненты ВВ. В процессе взрывного нагружения во льду сформировалась майна, по форме близкая к окружности. Диаметр составил около 3,5 м. При детальном осмотре кромка льда оказалась довольно развита [2].

Таким образом, установлено, что при подрыве эмульсионного ВВ во льду образуется майна диаметров более 3,0 м. Следует отметить, что наличие шуги между снегом и льдом не препятствует данному процессу. В данном эксперименте кромка льда более развита, чем при разрушении бесснежного ледяного покрова.

Литература

1. Орлов М.Ю., Орлова Ю.Н. Мобильная лаборатория «Взрывное разрушение льда». Итоги работы за 2013–2014 гг. // Тезисы докладов II Всероссийской научной конференции «Полярная механика». СПб.: Изд-во Крыловского государственного научного центра, 2014. С. 43–44.

2. Орлова Ю.Н. Комплексное теоретико-экспериментальное исследование поведения льда при ударных и взрывных нагрузках: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск, 2014. С. 26.

РАСЧЕТ СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ МЕТАЛЛИЗИРОВАННОГО СТТ С УЧЕТОМ ПРОЦЕССОВ В ГАЗОВОЙ ФАЗЕ

В.А. Порязов, А.Ю. Крайнов

Представлена математическая модель горения смешанного твердого топлива на основе ПХА с добавлением частиц алюминия, учитывающая тепловой эффект разложения конденсированной фазы, экзотермическую химическую реакцию в газовой фазе, конвекцию и диффузию реагента, нагрев и горение частиц алюминия в потоке газа, движение продуктов сгорания, отставание скорости движения частиц от газа. Учитывается влияние размера и массовой доли вылетающих с поверхности горения частиц металла на скорость горения.

ASCHET VELOCITIES of the COMBUSTION METALLIZIROVANNOGO STT WITH PROVISION FOR PROCESSES In GAS PHASE

V.A. Poryazov, A.YU. Kraynov

The mathematical model of the combustion mixed solid fuel will Presented on base PHA with addition of the particles aluminum, taking into account heat effect of the decomposition of the condensed phase, exothermic chemical reaction in gas phase, convection and diffusion of the reagent, heating and combustion of the particles aluminum in flow of the gas, moving the products of combustion, backlog to velocities of the moving the particles from gas. It Is Taken into account influence of the amount and mass share flying with surfaces of the combustion of the particles of the metal on velocity of the combustion.

Основой большинства современных моделей горения смешанных твердых топлив является модель Германса [1]. Применимость ее для проведения инженерных расчетов сопряженных задач, в частности моделирования эрозионного горения, продемонстрирована в работе [2].

Объектом численного исследования выбрано смешанное твердое топливо на основе перхлората аммония со связующим бутил-каучуком и добавлением частиц алюминия.

Скорость горения смешанного топлива рассчитывается как величина, определяемая массовыми потоками компонентов топлива с поверхности горения. Массовый поток компонентов топлива определяется тепловым балансом системы на поверхности топлива, в свою очередь складывающимся из теплового потока из газовой фазы, и суммарным тепловыделением к-фазы. Тепловыделение к-фазы обусловлено экзотермическим процессом разложения окислителя и эндотермическим пиролизом. В газовой фазе происходит экзотермическая химическая реакция первого порядка по закону Аррениуса, конвекция и диффузия реагента, горение происходит в изобарических условиях, давление не зависит от расстояния до поверхности горения, учитывается расширение газа при его нагревании. Частицы алюминия и зерна перхло-

рата аммония представляют собой шарики, размер частиц в составе топлива одинаков, распределение зерен перхлората аммония в объеме топлива равномерное, частицы алюминия равномерно распределены в связующем. Горение частиц алюминия описывается согласно экспериментальным данным [3], воспламенение частиц алюминия происходит при достижении температуры частицы, равной заданной величине [3], теплообмен между частицами и газом происходит по закону Ньютона, движение частиц происходит под действием сил трения со стороны газа, из-за малой объемной концентрации частиц в газе влиянием движения частиц на движение газа пренебрегается, не учитывается агломерация частиц на поверхности конденсированной фазы, однако используются экспериментальные данные по распределению частиц металла по размерам в газовой фазе, обусловленные процессами агломерации, не учитывается взаимодействие частиц друг с другом в газовой фазе.

Математическая постановка задачи состоит из уравнений для определения массовых потоков компонентов топлива, суммарного теплового эффекта к-фазы, сохранения энергии газа и частиц алюминия, сохранения массы газа, массы частиц и числа частиц алюминия, выгорания реагента в газовой фазе, движения частиц в потоке газа, уравнения состояния газа [4].

$$c_2 \rho_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial t} + u \frac{\partial T_2}{\partial x} \right) = \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + Y \rho_2 k_0 Q_2 \exp \left(\frac{-E_2}{R_y T_2} \right) + \sum_i 4 \pi \alpha_i r_{k,i}^2 n_i (T_{3,i} - T_2), \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial t} + u \frac{\partial Y}{\partial x} \right) = D_2 \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} - Y k_0 \exp \left(\frac{-E_2}{R_y T_2} \right), \quad (2)$$

$$c_3 \rho_3 \left(\frac{\partial T_{3,i}}{\partial t} + w_i \frac{\partial T_{3,i}}{\partial x} \right) = -4 \pi \alpha_i r_{k,i}^2 n_i (T_{3,i} - T_2) + G_i Q_{\text{Al}} \frac{2 \mu_{\text{Al}}}{3 \mu_o}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_2 u)}{\partial x} = - \sum_i G_i, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho_{3,i}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_{3,i} w_i)}{\partial x} = G_i, \quad (5)$$

$$\frac{\partial w_i}{\partial t} + w_i \frac{\partial w_i}{\partial x} = -\tau_{w,i}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial (n_i w_i)}{\partial x} = 0, \quad (7)$$

$$P = \rho_2 R T_2 = \text{const}, \quad (8)$$

$$V_k = (v_f m_f + v_{ox} m_{ox}) / \rho_p, \quad (9)$$

$$Q_s = \alpha_{ox}(Q_{gp} - Q_l) - (v_f H_p + v_{Al} H_{Al}) \frac{m_f}{\rho_l V_k} \quad (10)$$

Принятые обозначения: t – время; x – координата; ρ_2 – плотность газа; ρ_3 – приведенная плотность частиц (масса частиц в единице объема); T – температура; P – давление; u – скорость газа; w – скорость частиц; r_k – размер частицы; n – число частиц в единице объема; c – удельная теплоемкость при постоянном давлении; λ – коэффициент теплопроводности; D – коэффициент диффузии; R – газовая постоянная; R_y – универсальная газовая постоянная; Y – концентрация горючего в газовой фазе; Q_2 – тепловой эффект реакции в газовой фазе; α – коэффициент теплоотдачи; τ_p – сила действия газа на частицы; Q_{Al} – теплота сгорания алюминия; G – скорость изменения массы частиц при их горении; μ_{Al} , μ_O – молярные массы молекул алюминия и кислорода; Q_s – тепловой эффект реакции в конденсированной фазе; m_f , m_{ox} – массовый поток горючего, окислителя; ρ_p – плотность топлива; α_{ox} , α_f , α_{Al} – массовая доля окислителя, связующего и алюминия соответственно; v_{ox} , v_f , v_{Al} – объемная доля окислителя, связующего и алюминия соответственно; ρ_{ox} , ρ_f , ρ_{Al} – плотность перхлората аммония, связки и алюминия соответственно; Q_{gp} – теплота разложения окислителя в газовой фазе; Q_l – скрытая теплота разложения окислителя; Q_{sr} – теплота, выделяемая при реакции на поверхности; H_p – тепловой эффект эндотермической реакции пиролиза; H_{Al} – теплоемкость алюминия; $v_f m_f$ – массовый поток связки; $m_f = (\rho_f + \rho_{Al}) A_f \exp(E_f / RT_s)$; $v_{ox} m_{ox}$ – массовый поток окислителя; $m_{ox} = \rho_p V_k (\alpha_{ox} / v_{ox})$. Индексом 1 обозначены параметры конденсированной фазы, 2 – параметры газовой фазы, индексом i указан номер фракции частиц, 3 – параметры конденсированной фазы продуктов горения.

В системе уравнений (1)–(10) уравнения (1), (3) – уравнения энергии для газовой фазы и частиц, (2) – уравнение для глубины выгорания горючего в газовой фазе, (4) – уравнение сохранения массы газовой фазы, (5) – уравнение сохранения массы частиц, (6) – уравнение движения частиц, (7) – уравнение для числа частиц, (8) – уравнение состояния идеального газа, (9) – уравнение для определения линейной скорости горения, (10) – уравнение суммарного теплового эффекта к-фазы.

Координата $x=0$ соответствует поверхности горения, T_s – температура поверхности горения.

$$T_s = T_2 \Big|_{x=0}. \quad (11)$$

На границе $x=0$ граничные условия выражают законы сохранения массы и энергии:

$$\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \rho_1 V_k (c_2 T_2 \Big|_{x=0} - Q_s - c_1 T_{1,0}), \quad \rho_1 V_k = \rho_2 u \Big|_{x=0},$$

$$\rho_1 V_k Y = D_2 \left. \frac{\partial Y}{\partial x} \right|_{x=0} + \rho_2 u Y \Big|_{x=0},$$

$$T_{3,i} \Big|_{x=0} = T_2 \Big|_{x=0}, \quad \rho_{3,i} V_k = \rho_{3,i} w_i \Big|_{x=0}, \quad \rho_2 \Big|_{x=0} = \frac{P}{RT_2 \Big|_{x=0}}, \quad P = \text{const},$$

$$n_i \Big|_{x=0} = \frac{\rho_{3,i} \Big|_{x=0}}{(4/3) \pi r_{Al,0,i}^3 \rho_{Al}}. \quad (12)$$

На границе $x = \infty$ ставятся граничные условия:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\infty} = 0, \quad \left. \frac{\partial Y}{\partial x} \right|_{x=\infty} = 0. \quad (13)$$

Начальные условия:

$$T_2(x, 0) = T_{ign}, \quad T_{3,i}(x, 0) = T_{ign}, \quad Y(x, 0) = 0, \quad \rho_2(x, 0) = \frac{P}{RT_2(x, 0)},$$

$$\rho_{3,i}(x, 0) = 0, \quad w_i(x, 0) = 0, \quad n_i(x, 0) = 0. \quad (14)$$

В формуле (6) сила взаимодействия частиц алюминия с газом вычисляется по формуле

$$\tau_{ir,i} = \frac{F_{ir,i}}{4/3 \pi r_{k,i}^3 \rho_{Al}}, \quad F_{ir,i} = C_{R,i} S_{m,i} \frac{\rho_2 (w_i - u) |u - w_i|}{2},$$

$$C_{R,i} = \frac{24}{Re_i} (1 + 0,15 Re_i^{0,682}), \quad Re_i = \frac{2 \rho_2 r_{k,i} |u - w_i|}{\eta}. \quad (15)$$

Коэффициент теплоотдачи определяется по формуле [7]:

$$\alpha_i = \frac{Nu_i \lambda_2}{2r_{k,i}}, \quad Nu_i = 2 + \sqrt{Nu_{t,i}^2 + Nu_{t,i}^2}, \quad \text{где } Nu_{t,i} = 0,664 Re_i^{0,5}, \quad Nu_{t,i} = 0,037 Re_i^{0,8}, \quad (16)$$

$$G_i = \frac{3\mu_O}{2\mu_{Al}} n_i \rho_{Al} 4\pi r_{Al,i}^2 k_{Al} \frac{a^{0,9}}{\sqrt{r_{Al,i}}}, \quad k_{Al} = 2,22 \cdot 10^{-5} \text{ М}^{1,5} / \text{с}, \quad (17)$$

$$r_{Al,i} = \left[\left(\frac{\mu_{Al} + 3/2 \mu_O}{\mu_{Al}} r_{Al,0,i}^3 - \frac{\rho_{3,i}}{(4/3) \pi n_i \rho_{Al}} \right) \frac{2\mu_{Al}}{3\mu_O} \right]^{1/3},$$

$$r_{k,i} = \left[r_{Al,i}^3 + \frac{\mu_{Al} + 3/2 \mu_O}{\mu_{Al}} (r_{Al,0,i}^3 - r_{Al,i}^3) \right]^{1/3} \quad (18)$$

С учетом расчета коэффициента избытка окислителя a , который для данного состава составляет величину, равную 0,5, и данных [5] о реакционной активности частиц алюминия в среде окислителя делается предположение о том, что реакция выгорания горючего в реакции с окислителем в газовой фазе прекращается сразу после начала реакции горения любой из фракций алюминия.

В работе [6] показано, что при горении гетерогенной конденсированной системы на основе перхлората аммония с добавлением частиц алюминия марки АСД-4 18% по массе на поверхности горения образуются агломераты частиц алюминия. По данным [6], при давлении $P = 45$ атм диапазон размеров агломератов варьируется в интервале 0,5–500 мкм, однако авторы разделяют диапазон агломератов на «крупные» и «мелкие». Их среднемассовые радиусы составляют 65 и 10 мкм соответственно, а их соотношение масс 15:85. Соответствующая данному составу измеренная скорость горения составила величину $V_k = 15 - 17$ мм/с.

Не вдаваясь в подробности причин и механизмов образования агломератов на поверхности горения металлизированных смесевых составов, интерес представляет изучение вопроса влияния горения агломератов на стационарную скорость горения. Для этого в математической постановке задачи вводится учет полифракционности частиц алюминия в газовой фазе. Данные по среднемассовым размерам фракций берутся из экспериментальных данных [6]. Варьируя процентные соотношения фракций, рассчитывается скорость горения при давлении $P=45$ атм по модели (1)–(18).

Зависимость скорости горения смесевого твердого топлива на основе перхлората аммония от массовых соотношений «мелких» и «крупных» частиц алюминия в его составе при давлении $P=45$ атм

$m_s : m_b$	100:0	85:15	75:25	50:50	25:75	15:85	0:100
V_k , мм/с	23,79	21,91	21,33	19,64	17,46	13,13	11,90

В таблице представлены зависимости скорости горения СТТ на основе ПХА с добавлением частиц алюминия при фиксированном давлении $P=45$ атм в зависимости от массового соотношения «мелких» и «крупных» фракций. Видно, что расчет находится в хорошем согласии с экспериментом.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках выполнения государственного задания № 10.1329.2014/К.

Литература

1. *Hernance C.E.* A model of composite propellant combustion including surface heterogeneity and heat generation // *AIAA Journal*. 1966. Vol. 4, № 9. P. 1629.
2. *Булгаков В.К., Липанов А.М.* Теория эрозионного горения твердых ракетных топлив. М.: Наука, 2001. 122 с.
3. *Беляев А.Ф., Фролов Ю.В., Коротков А.И.* О горении и воспламенении частиц мелкодисперсного алюминия // *Физика горения и взрыва*. 1968. Т. 4, № 3. С. 323–329.
4. *Порязов В.А., Крайнов А.Ю.* Математическое моделирование горения смесевых составов, содержащих мелкодисперсный алюминий // *Изв. вузов. Физика*. 2013. Т. 56, № 9/3. С. 196–199.
5. *Беляев А.Ф., Фролов Ю.В., Логачев В.С.* Воспламенение и горение порошкообразного алюминия в высокотемпературных газовых средах и составе гетерогенных конденсированных систем // *Физика горения и взрыва*. 1972. № 2. С. 213–236.

6. Готов О.Г., Ягодников Д.А., Воробьев В.С. и др. Воспламенение, горение и агломерация капсулированных частиц алюминия в составе смесового твердого топлива. II. Экспериментальные исследования агломерации // Физика горения и взрыва. 2007. № 3. С. 83–97.

7. Справочник по теплообменникам: в 2 т. Т. 1. М.: Энергоатомиздат, 1987. 561 с.

СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ СКОРОСТЕЙ ГОРЕНИЯ ПОРОХА Н ПРИ МЕНЯЮЩЕМСЯ ДАВЛЕНИИ

В.А. Порязов, А.Ю. Крайнов

Представлена физико-математическая модель нестационарного горения пороха Н. В модели учитываются химические реакции в конденсированной и газовой фазах. На поверхности горения ставятся граничные условия четвертого рода (условия сопряжения). Представлены результаты расчета нестационарной скорости горения пороха Н. Проведено сравнение скорости горения при меняющемся давлении при решении нестационарной задачи горения и значений скорости, полученных в квазистационарной постановке, путем решения задачи до установления.

COMPARISON ACCOUNTING STATIONARY And NESTACIONARNYH VELOCITIES of the COMBUSTION of the GUNPOWDER N UNDER CHANGING PRESSURE

V.A. Poryazov, A.YU. Kraynov

Physico-mathematical model нестационарного combustions of the gunpowder N. will Presented In models учитываются the chemical reactions in condensed and in gas phase. On surfaces of the combustion are put border conditions of the fourth sort (the condition of the interfacing). The Presented results of the calculation нестационарной soon-stu combustions of the gunpowder N. is Organized comparison to velocities of the combustion under changing pressure at decision carry;sustain;incur-ционарной of the problem of the combustion and importances of the velocity, got in квазистационарной to production, by decisions of the problem before determination.

Впервые проблема устойчивости горения при изменении давления была сформулирована в 1942 г. в ИФХ АН СССР. Теория утверждает, что скорость горения зависит не только от мгновенного значения давления окружающей среды, но и от скорости его изменения. Это утверждение распространяется не только на пороха, но и на смесевые составы [1]. Проблема устойчивости горения твердого топлива рассмотрена в работах [2–5].

Модель нестационарного горения пороха Н строится на основе модели, представленной в [6]. Рассматриваются одномерные нестационарные процессы при горении пороха. Предполагается, что в твердом веществе идут химические реакции, продуктами которых является газ, содержащий летучие горючие компоненты. Газообразные продукты разложения появляются на последней стадии реакции по достижении глубины превращения 0,99. Летучие горючие компоненты реагируют в газовой фазе до конечных продуктов. Предполагается, что теплофизические характеристики твердой фазы (плотность, удельная теплоемкость, коэффициент теплопроводности) являются постоянными величинами. Теплоемкость газовой фазы не зависит от температуры и по величине равна удельной теплоемкости твердого вещества, число Льюиса газовой фазы равно единице, коэффициент диффузии не зависит от температуры, молекулярная масса газовой фазы принимается постоянной величиной, параметры состояния газа подчиняются уравнению состояния идеального газа. В твердом веществе пороха и в газовой фазе протекают химические реакции первого порядка, скорость которых зависит от температуры по закону Аррениуса. Давление газа над поверхностью горения не зависит от координаты, но может зависеть от времени.

В системе координат, связанной с поверхностью твердого вещества, система уравнений математической модели запишется:

для конденсированной фазы, при $-\infty < x < x_s$:

$$\rho_1 c \left(\frac{\partial T_1}{\partial t} + u \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) = \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + Q_1 k_1 \rho_1 (1 - \eta) e^{-\frac{E_1}{RT_1}}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} = k_1 (1 - \eta) e^{-\frac{E_1}{RT_1}}; \quad (2)$$

для газовой фазы, при $x_s < x < \infty$:

$$\rho_2 c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \lambda_2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{dp}{dt} + Q_2 k_2 \rho_2 Y e^{-\frac{E_2}{RT}}, \quad \frac{dp}{dt} = \frac{p_k - p_{k-1}}{(t_{p,k} - t_{p,k-1})}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + v \frac{\partial Y}{\partial x} = D \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} - k_2 Y e^{-\frac{E_2}{RT}}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v}{\partial x} = 0, \quad (5)$$

$$\rho_2 = \frac{p\mu}{RT}. \quad (6)$$

Граничные условия:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(x_s, t)}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial T(x_s, t)}{\partial x}, \quad T_1(x_s, t) = T(x_s, t), \quad \frac{\partial T_1(-\infty, t)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T(\infty, t)}{\partial x} = 0,$$

$$\rho_1 u = \rho_2(x_s, t) v(x_s, t), \quad (7)$$

$$\rho_1 u = \rho_2(x_s, t) v(x_s, t) Y(x_s, t) - D \rho_2(x_s, t) \frac{\partial Y(x_s, t)}{\partial x}, \quad \frac{\partial Y(\infty, t)}{\partial x} = 0.$$

Начальные условия:

$$T_1(x, 0) = T_0, \quad \eta(x, 0) = 0, \quad \text{для } -\infty < x < x_s, \quad (8)$$

$$T(x, 0) = T_{ig}, \quad Y(x, 0) = 0, \quad v(x, 0) = 0, \quad p(0) = p_0, \quad \rho_2(x, 0) = \frac{p_0 \mu}{RT_{ig}}, \quad \text{для } x_s < x < \infty.$$

Обозначения: t – время; x – координата; ρ – плотность; c – удельная теплоемкость; λ – коэффициент теплопроводности; u – скорость движения конденсированного вещества; T_1 – температура в конденсированной фазе; T – температура в газовой фазе; T_{ig} – начальная температура в газовой фазе; Q – тепловой эффект реакции; k – предэкспоненциальный множитель в законе Аррениуса; η – глубина превращения вещества конденсированной фазы; R – универсальная газовая постоянная; E – энергия активации химической реакции; p – давление в газовой фазе; p_0 – начальное давление в газовой фазе до начала изменения давления; p_k – конечное давление в газовой фазе после окончания изменения давления; $t_{p,k-1}$ – момент времени начала изменения давления; $t_{p,k}$ – момент времени окончания изменения давления; Y – выгорание горючего в газовой фазе; D – коэффициент диффузии; μ – средняя молярная масса газовой фазы; x_s – координата положения поверхности конденсированной фазы. Индексы: 1 – величины, относящиеся к конденсированной фазе, 2 – величины, относящиеся к газовой фазе, 0 – начальные условия; индексами k обозначаются точки излома зависимости давления от времени.

В [7] анализируется отличие стационарной скорости горения СТГ от нестационарной в регулируемом РДТТ. Для анализа был взят характер изменения давления в камере РДТТ в виде, представленном на рис. 1. Анализ отличия стационарной и нестационарной скорости в [7] проведен на основе квазистационарной и нестационарной моделей горения твердого топлива Б.В. Новожилова.

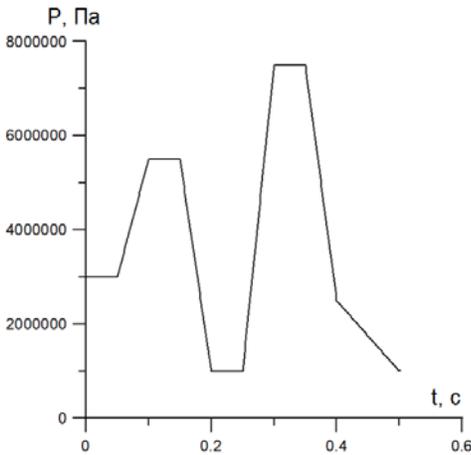


Рис. 1. Изменение давления во времени. Взято из [7]

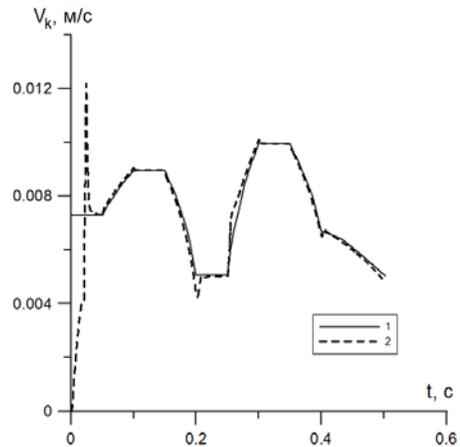


Рис. 2. Скорость горения пороха Н: 1 – расчет по модели (1)–(8) путем решения задачи при фиксированном давлении до установления; 2 – расчет по модели (1)–(8), согласно закону изменения давления на рис. 1

Нами проведено аналогичное исследование для случая, когда в качестве топлива РДТТ используется порох Н. Нестационарная скорость горения определялась по модели (1)–(8). Стационарная скорость горения вычислялась по аналогичной модели

путем решения задачи (1)–(8) при фиксированном давлении до установления. Результаты расчетов представлены на рис. 2.

Как видно из рис. 2, при повышении и понижении давления наблюдается отличие текущих значений скорости, полученных путем расчета по модели (1)–(8) при фиксированном давлении до установления и по модели (1)–(8) согласно закону изменения давления на рис. 1. Отличие тем больше, чем больше величина $|dp/dt|$. Это объясняется тем, что при высоком давлении и скорости горения формируется тонкий прогретый слой перед зоной реакции в твердой фазе, который достаточно быстро при уменьшении давления выгорает. Для создания необходимого прогретого слоя в нестационарных условиях уменьшения давления требуется относительно большой период времени. При уменьшении давления режим горения оказывается с дефицитом тепла в конденсированной фазе, и восполнить его можно при скорости горения, меньшей стационарной, соответствующей текущему давлению. При повышении давления нестационарная скорость горения выше скорости, определяемой по формуле, соответствующей текущему давлению стационарной скорости.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках выполнения государственного задания № 10.1329.2014/К.

Литература

1. Зельдович Я.Б. Теория горения пороха и приложение ее к реактивным снарядам // Теория горения порохов и взрывчатых веществ. М.: Наука, 1982. С. 186–225.
2. Маришаков В.Н., Лейтунский О.И. Горение и потухание пороха при быстром спаде давления // Физика горения и взрыва. 1967. Т. 3, № 2. С. 231–235.
3. Маришаков В.Н., Лейтунский О.И. К вопросу о механизме горения пороха при спаде давления // Физика горения и взрыва. 1969. Т. 5, № 1. С. 3–7.
4. Зельдович Я.Б., Лейтунский О.И., Либрович В.Б. Теория нестационарного горения пороха. М.: Наука, 1975. 132 с.
5. Новожиллов Б.В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. М.: Наука, 1973. 176 с.
6. Беляев А. А., Каганова З.И., Новожиллов Б.В. Горение летучих конденсированных систем за границей устойчивости стационарного режима // Физика горения и взрыва. 2004. Т. 40, №4. С. 60–66.
7. Соломонов Ю.С., Липанов А.М., Алиев А.В. и др. Твердотопливные регулируемые двигательные установки / под ред. А.М. Липанова, Ю.С. Соломонова; Рос. акад. ракет. и артиллер. наук. М.: Машиностроение, 2011. 414 с.

Секция 2

**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ, АЛГОРИТМЫ, ПРОГРАММЫ
И ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД****1D ICE MATERIAL MODEL GENERALIZATION IN 3D FOR ITS
IMPLEMENTATION INTO ANSYS****E.K. Kharik, V.P. Roubtsova, M. Fafard, B. Morse, A. Côté**

A generalization of 1D ice material model in 3D case is explained in detail. The generalized 3D model was then implemented into ANSYS via user material subroutine Usermat that was tested for different cases to validate results and ensure correct model implementation.

Information about the authors

Dams experience numerous ice loads during the winter period. Determining the thrust of ice on a dam is an important factor in the design of a safe structure as it is essential to ensure stability for all those living along the rivers downstream cold regions (Canada, Russia, United States, Northern Europe, China, Japan, etc.). Field research programs conducted by and for Hydro-Quebec and other Canadian dams indicate some very significant measured in situ ice loads [1]. They have been the result of a number of unfavorable conditions. The loads were higher than it was expected for the given ice cover thicknesses. However, in spite of high force values recorded in the field, existing structures have resisted to date and no dam failure, due to ice thrusts, has yet been observed. The nature of ice loads is not yet fully understood. One of the approaches to provide a better understanding of such mechanisms is numerical simulation of the field processes. ANSYS (commercial finite element program) can be useful for this aim. A material model can be implemented into ANSYS via user material subroutine Usermat (an ANSYS user-programmable feature that allows users to write their own material constitutive equations).

The Sinha's creep model [2] for slowly developing ice loads has been chosen to simulate the behaviour of S2 columnar ice loaded perpendicular to the ice columns (one of 2 types of ice occurring on the dam reservoir). This model is based on the 1D compression tests. The model predicts total strain (ε) in terms of elastic (ε_e), delayed-elastic (ε_d), and viscous or permanent strain (ε_v), and is summarized by the following equations:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_d + \varepsilon_v = \frac{\sigma}{E} + c_1 \left(\frac{d_1}{d} \right) \left(\frac{\sigma}{E} \right)^s \left\{ 1 - \exp \left[- (a_T t)^b \right] \right\} + \dot{\varepsilon}_{v1} \left(\frac{\sigma}{\sigma_1} \right)^n t, \quad (1)$$

$$a_T(T_1) = \frac{a_T(T_r)}{S_{1,2}}, \quad \dot{\varepsilon}_{v1}(T_1) = \frac{\dot{\varepsilon}_{v1}(T_r)}{S_{1,2}}, \quad S_{1,2} = \exp \left[\frac{Q}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right], \quad (2)$$

where t is the time duration of the stress σ , E is the Young's modulus, a_T , b , c_1 , n , s are constants, d_1 is the unit grain size, $\dot{\epsilon}_{v1}$ is the viscous strain rate for unit stress σ^1 , d is the grain size, Q is the activation energy, R is the gas constant, T_1 and T_2 are temperatures. Values of the model material constants can be found in [2].

There are two main concepts that were used to generalize the Sinha's 1D model in 3D case: 1) the components of the creep strain rate tensor are proportional to the components of the deviatoric stress tensor; 2) the constant of proportionality is a function of the second invariant J_2 or equivalent stress only [3]. According to the model, ice is incompressible material [4]. The equivalent stress (σ_{eq}) for transversely isotropic material with the xz plane of isotropy is given by the equation (3). The coefficients (m_1 , m_2 , m_4 , m_5) for S2 columnar ice were deduced theoretically and are given in [5].

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{m_1 + m_2}} \sqrt{m_2(\sigma_x - \sigma_y)^2 + m_2(\sigma_y - \sigma_z)^2 + m_1(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(m_5\sigma_{xy}^2 + m_5\sigma_{yz}^2 + m_4\sigma_{xz}^2)}. \quad (3)$$

The creep increment ($\Delta\epsilon_{cr}$) is calculated as follows:

$$\Delta\epsilon_{cr} = \Delta\epsilon_d + \Delta\epsilon_v \quad (4)$$

$$\Delta\epsilon_d = \frac{c_1}{E} \frac{d_1}{d} b(a_T)^b \sum_{i=1}^{N+1} \Delta(\sigma_{eq})_i ([N+1-i]\Delta t)^b \left\{ 1 - \exp[-(a_T [N+1-i]\Delta t)^b] \right\}, \quad (5)$$

$$\Delta\epsilon_v = \dot{\epsilon}_{v1} \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma} \right)^n \Delta t, \quad (6)$$

where i is a number of load step. The creep rate tensor ($\dot{\epsilon}_{ij} = d\epsilon_{ij}/dt$) is coaxial and colinear with the stress deviator [3], taking into account the equation (3) and experimental data for negligible creep strain in axis of crystal (y) [2], the following relation can be obtained:

$$\epsilon_{ij} = \lambda_{ij} \frac{\Delta\epsilon_{cr}}{\sigma_f} \sigma_{ij}^{dev}, \quad (7)$$

$$\lambda_{xx} = \lambda_{zz} = \lambda_{xy} = \lambda_{yz} = \lambda_{zx} = \frac{3}{2}, \quad \lambda_{yy} = 0, \quad \sigma_f = \sigma_{eq} - \sqrt{\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}} \sigma_y, \quad (8)$$

where ϵ_{ij} are the components of creep strain tensor, σ_{ij}^{dev} are the components of deviatoric stress tensor, λ_{ij} and σ_f are the coefficients.

The elastic strain was calculated according to the Hooke's law for transversely isotropic material with the xz plane of isotropy.

The model, described above, was implemented into ANSYS via user material subroutine Usermat. It was tested at different cases (namely, constant stress test, constant stress

rate test, constant strain rate test) and the numerical results were compared with experimental ones to ensure the correct implementation of the material model. The comparison of numerical results for constant strain rate 10^{-6} s^{-1} test in x -direction with different degrees of lateral confinement ($R = \sigma_{yy} / \sigma_{xx}$) with the experimental data [6] are given in the Fig. 1. It can be seen that numerical model predicts correctly the experimental results.

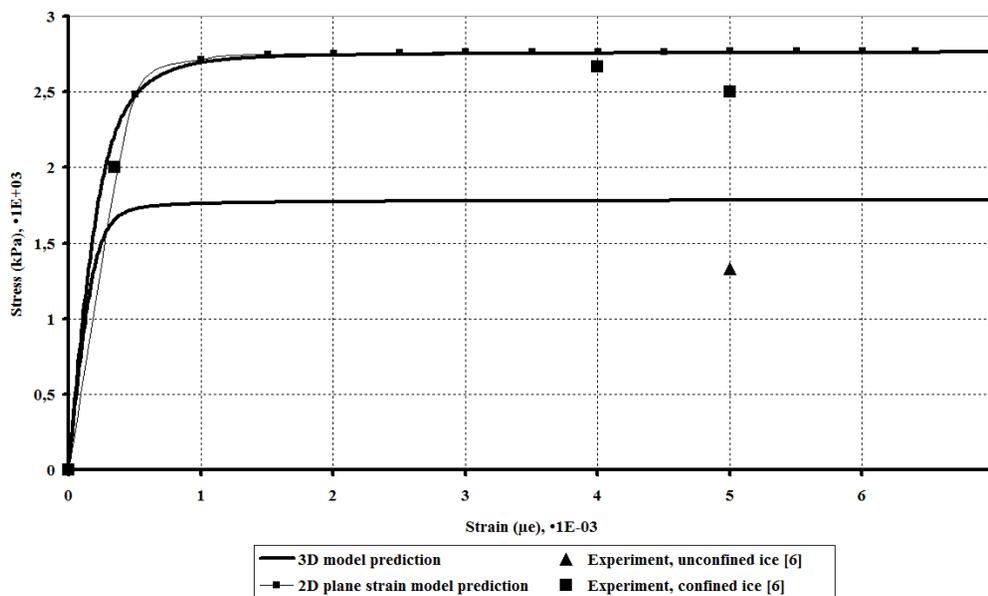


Fig. 1. Uniaxial constant strain rate test results on a confined and unconfined solid

References

1. Taras A. et al. Ice thrust measurements at Arnprior and Barrett Chute Dams // Committee on River Ice Processes and the Environment. Winnipeg, 2011. P. 317–328.
2. Sinha N.K. Grain boundary sliding in polycrystalline materials // Philosophical magazine. A. 1979. Vol. 40. No. 6. P. 825–842.
3. Altenbach H., Naumenko K. Modeling of creep for Structural Analysis, Foundations of Engineering Mechanics. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2007.
4. Nye J.F. The flow law of ice from measurements in glacier tunnels, laboratory experiments and the Jungfraufirn borehole experiment // Proceedings of the Royal Society A. 1953. Vol. 219, no. 1139. P. 477–489.
5. Zhan C., Evgin E., Sinha N.K. A three dimensional anisotropic constitutive model for ductile behaviour of columnar grained ice // Cold Regions Science and Technology. 1994. Vol. 22. P. 269–284.
6. Buck S. E. Failure envelopes and the ductile to brittle transition in freshwater, S2 columnar ice under biaxial compressive loading, MS Thesis, Dartmouth College, Hanover, 1994.

ПРИМЕНЕНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ ЛАГРАНЖА В ЗАДАЧЕ О ВОЛНАХ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ НА ПОВЕРХНОСТИ ТЯЖЕЛОЙ ЖИДКОСТИ

О.А. Арбит

Показывается, что применение переменных Лагранжа позволяет получить точное решение задачи о колебаниях тяжелой жидкости в прямоугольной вертикальной полосе.

APPLICATION LAGRANGE'S VARIABLES IN A PROBLEM ABOUT WAVES OF FINAL AMPLITUDE ON A SURFACE OF HEAVY LIQUID

O.A. Arbit

In article it is shown, that application Lagrange's variables allows to receive the exact decision of a problem on sloshing of a heavy liquid in a rectangular vertical strip.

Будем рассматривать плоскую гидродинамическую задачу и предположим, что жидкость имеет свободную поверхность и ограничена вертикальными стенками и горизонтальным дном. Задача состоит в том, чтобы найти периодическое движение, которое возникает под влиянием силы тяжести и является собственными колебаниями в виде стоячих волн. Ее приближенное решение, как правило, достигается в переменных Эйлера, при этом применяется линеаризованная теория, в которой амплитуда волны считается бесконечно малой величиной [1–3]. В настоящей статье показывается, что если такую же задачу о стоячих волнах решать в переменных Лагранжа, то можно получить точное решение без каких-либо ограничений на величину амплитуды колебаний. Уравнения Лагранжа для плоских движений тяжелой жидкости пишутся так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \frac{\partial x}{\partial a} + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + g \right) \frac{\partial y}{\partial a} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial a}, \\ \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \frac{\partial x}{\partial b} + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + g \right) \frac{\partial y}{\partial b} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial b}. \end{aligned} \quad (1)$$

В них искомыми функциями являются $x(a, b, t)$, $y(a, b, t)$ и давление $p(a, b, t)$. К этим динамическим уравнениям добавляется еще уравнение непрерывности:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial a} & \frac{\partial y}{\partial a} \\ \frac{\partial x}{\partial b} & \frac{\partial y}{\partial b} \end{vmatrix} = 1. \quad (2)$$

Переменные a и b не обязательно должны обозначать начальные положения частиц жидкости. Вместо них можно применять и другие величины α и β , которые также являются координатами Лагранжа и изменяются непрерывно при переходе от одной частицы к другой. Уравнения движения (1) сохраняют свой вид и в переменных α , β , а условие несжимаемости (2) в новых переменных записывается в виде

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(\alpha, \beta)} = \frac{\partial(a, b)}{\partial(\alpha, \beta)}. \quad (3)$$

Целесообразно рассматривать величины x, y и a, b одновременно как функции двух параметров α и β . Тогда решение уравнения (3) с помощью некоторой функции $\psi(\alpha, \beta, t)$ может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned} x &= \alpha + \psi_\beta, & y &= \beta - \psi_\alpha, \\ a &= \alpha - \psi_\beta, & b &= \beta + \psi_\alpha. \end{aligned} \quad (4)$$

В этом легко убедиться, если, используя равенства (4), вычислить функциональные определители (3) отдельно для левой и правой части. Тогда получим

$$\begin{vmatrix} 1 + \psi_{\alpha\beta} & -\psi_{\alpha\alpha} \\ \psi_{\beta\beta} & 1 - \psi_{\alpha\beta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 - \psi_{\alpha\beta} & \psi_{\alpha\alpha} \\ -\psi_{\beta\beta} & 1 + \psi_{\alpha\beta} \end{vmatrix} = 1 - \psi_{\alpha\beta}^2 + \psi_{\alpha\alpha}\psi_{\beta\beta}. \quad (5)$$

Отсюда видно, что выполнение условия непрерывности гарантировано при любом выборе функции $\psi(\alpha, \beta, t)$. Если она известна, то величины $x(\alpha, \beta, t)$ и $y(\alpha, \beta, t)$ находятся из равенств (4). Из них следует, что в переменных Лагранжа функция ψ играет такую же роль, как и функция тока в переменных Эйлера. После введения такой функции ψ искомыми величинами становятся сама функция $\psi(\alpha, \beta, t)$ и давление $p(\alpha, \beta, t)$, которые должны подчиняться динамическим уравнениям движения (1). Подставляя равенства (4) в (1), после соответствующих преобразований, находим, что они приобретают вид

$$\begin{aligned} \ddot{\psi}_\beta - g\psi_{\alpha\alpha} + \begin{vmatrix} \psi_{\alpha\beta} & -\ddot{\psi}_\alpha \\ \psi_{\alpha\alpha} & \ddot{\psi}_\beta \end{vmatrix} &= -\Phi_\alpha, \\ -\ddot{\psi}_\alpha - g\psi_{\alpha\beta} + \begin{vmatrix} \psi_{\alpha\beta} & -\ddot{\psi}_\beta \\ \psi_{\beta\beta} & \ddot{\psi}_\alpha \end{vmatrix} &= -\Phi_\beta. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\Phi = p/\rho + g\beta$, и нелинейные члены записаны в виде детерминантов. Посредством дифференцирования можно исключить правую часть Φ из системы уравнений (6). Тогда получаем, что функция ψ должна удовлетворять дифференциальному уравнению

$$\ddot{\psi}_{\alpha\alpha} + \ddot{\psi}_{\beta\beta} + \frac{\partial(\psi_\alpha, \ddot{\psi}_\alpha)}{\partial(\alpha, \beta)} + \frac{\partial(\psi_\beta, \ddot{\psi}_\beta)}{\partial(\alpha, \beta)} = 0. \quad (7)$$

Из уравнений (6) также следует, что функцию Φ , а значит и давление, можно найти, решая уравнение Пуассона с соответствующими граничными условиями.

В случае задачи о периодической по времени стоячей волне будем искать решение для функции ψ в виде

$$\psi(\alpha, \beta, t) = \sin(\omega t) \Psi(\alpha, \beta). \quad (8)$$

Тогда в уравнении (7) функциональные определители обращаются в ноль, и мы получаем, что функция $\Psi(\alpha, \beta)$ должна удовлетворять уравнению Лапласа:

$$\Psi_{\alpha\alpha} + \Psi_{\beta\beta} = 0. \quad (9)$$

Подстановка (8) в уравнения движения (6) приводит их к виду

$$\begin{aligned} -\sin \omega t \left[\omega^2 \Psi_{\beta} + g \Psi_{\alpha\alpha} \right] + \omega^2 \sin^2 \omega t \begin{vmatrix} \Psi_{\alpha\beta} & \Psi_{\alpha} \\ \Psi_{\alpha\alpha} & -\Psi_{\beta} \end{vmatrix} &= -\Phi_{\alpha}, \\ \sin \omega t \left[\omega^2 \Psi_{\alpha} - g \Psi_{\alpha\beta} \right] + \omega^2 \sin^2 \omega t \begin{vmatrix} \Psi_{\alpha\beta} & \Psi_{\beta} \\ \Psi_{\beta\beta} & -\Psi_{\alpha} \end{vmatrix} &= -\Phi_{\beta}. \end{aligned} \quad (10)$$

Левая часть уравнений (10) содержит зависящие от времени множители $\sin \omega t$ и $\omega^2 \sin^2 \omega t$. Поэтому и функция Φ , стоящая в правой части (10), также должна состоять из комбинации таких же множителей. Отсюда следует, что функцию Φ надлежит искать в виде

$$\Phi(\alpha, \beta, t) = \sin \omega t \cdot \Phi_1(\alpha, \beta) + \omega^2 \sin^2 \omega t \cdot \Phi_2(\alpha, \beta). \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10), имеем следующие уравнения для определения функций Φ_1 и Φ_2 :

$$\Phi_{1\alpha} = \omega^2 \Psi_{\beta} + g \Psi_{\alpha\alpha}, \quad \Phi_{1\beta} = -\omega^2 \Psi_{\alpha} + g \Psi_{\alpha\beta}, \quad (12)$$

$$\Phi_{2\alpha} = - \begin{vmatrix} \Psi_{\alpha\beta} & \Psi_{\alpha} \\ \Psi_{\alpha\alpha} & -\Psi_{\beta} \end{vmatrix}, \quad \Phi_{2\beta} = - \begin{vmatrix} \Psi_{\alpha\beta} & \Psi_{\beta} \\ \Psi_{\beta\beta} & -\Psi_{\alpha} \end{vmatrix}. \quad (13)$$

Задача о стоячей волне, следовательно, сводится к определению трех функций: Ψ , Φ_1 и Φ_2 из уравнений (9), (12) и (13). Найдем сначала решение для функции Ψ .

Пусть переменные Лагранжа α и β заполняют область внутри прямоугольника $0 \leq \alpha \leq L$, $-h \leq \beta \leq 0$ с высотой h и шириной L . Его верхняя сторона $\beta = 0$ соответствует свободной поверхности, на которой обе функции Φ_1 и Φ_2 равны нулю. Из этого условия и равенств (4) получаем для функции $\Psi(\alpha, \beta)$ краевую задачу:

$$\Psi_{\alpha\alpha} + \Psi_{\beta\beta} = 0, \quad \Psi(\alpha, -h) = \Psi(0, \beta) = \Psi(L, \beta) = 0, \quad \omega^2 \Psi_{\beta} + g \Psi_{\alpha\alpha} = 0 \Big|_{\beta=0}. \quad (14)$$

Решение задачи (14) имеет следующий вид:

$$\Psi(\alpha, \beta) = \varepsilon \sin k\alpha \frac{sh k(\beta+h)}{k^2 ch kh}, \quad k = \frac{\pi n}{L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (15)$$

где ε – безразмерный параметр, определяющий амплитуду колебаний, а частота колебаний по времени определяется выражением $\omega^2 = gk \cdot th(kh)$. Подставляя (15) и (8) в уравнения (4), найдем параметрическое представление движения частиц жидкости:

$$x = \alpha + \varepsilon \sin \omega t \sin k\alpha \frac{ch k(\beta+h)}{k ch kh}, \quad y = \beta - \varepsilon \sin \omega t \cos k\alpha \frac{sh k(\beta+h)}{k ch kh}. \quad (16)$$

Форма стоячих волн, вычисленная по этим уравнениям ($n=4$), показана на рис. 1.

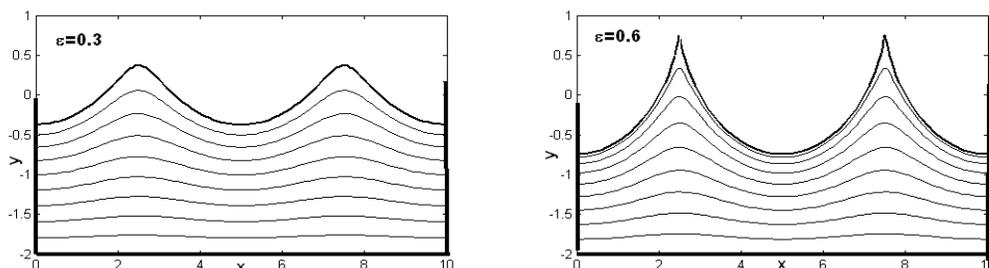


Рис. 1. Преобразы линий $\beta = \text{const}$, вычисленные по формулам (16) для амплитуд $\varepsilon = 0,3$ и $\varepsilon = 0,6$

Эти волны, полученные в переменных Лагранжа, отличаются от решений в переменных Эйлера следующими свойствами:

- 1) форма волн не является синусоидальной;
- 2) период колебаний не зависит от амплитуды;
- 3) существует предельная амплитуда, при которой на свободной поверхности появляется заостренная точка.

Зная функцию $\Psi(\alpha, \beta)$, можно определить и давление внутри жидкости, т.е. функции Φ_1 и Φ_2 . Так, из уравнений (12) получаем, что функция $\Phi_1(\alpha, \beta)$ удовлетворяет уравнению Лапласа с граничными условиями: $\Phi_{1\beta} = g\Psi_{\alpha\beta}(\alpha, -h)$, $\Phi_1(\alpha, 0) = 0$, $\Phi_{1\alpha}(0, \beta) = 0$, $\Phi_{1\alpha}(L, \beta) = 0$. Решением такой краевой задачи является выражение

$$\Phi_1(\alpha, \beta) = \varepsilon g \frac{sh k\beta \cos k\alpha}{k ch^2 kh}. \quad (17)$$

Функцию $\Phi_2(\alpha, \beta)$ можно найти из уравнений (13). Подставляя в них формулу (15) и раскрывая определители, получим

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial \alpha} = \frac{\varepsilon^2}{2k ch^2 kh} \sin 2k\alpha, \quad \frac{\partial \Phi_2}{\partial \beta} = \frac{\varepsilon^2}{2k ch^2 kh} sh 2k(\beta+h). \quad (18)$$

Из уравнений (18) с учетом того, что функция $\Phi_2(\alpha, \beta)$ должна обращаться в нуль на свободной границе, имеем следующую краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial \beta^2} = \frac{\varepsilon^2}{ch^2 kh} [ch \ 2k(\beta + h) + \cos 2k\alpha], \quad (19)$$

$$\Phi_2(\alpha, 0) = 0, \quad \Phi_{2\beta}(\alpha, -h) = 0, \quad \Phi_{2\alpha}(0, \beta) = 0, \quad \Phi_{2\alpha}(L, \beta) = 0.$$

Ее решение записывается в виде

$$\Phi_2(\alpha, \beta) = \frac{\varepsilon^2}{ch^2 kh} \frac{ch \ 2k(\beta + h) - ch \ 2kh}{4k^2} \left(1 - \frac{\cos 2k\alpha}{ch \ 2kh} \right). \quad (20)$$

Покажем, что движение жидкости, определяемое формулами (16), является потенциальным. Составим по компонентам скорости $u = \dot{\psi}_\beta$ и $v = -\dot{\psi}_\alpha$ величину вихря $\Omega = v_x - u_y$. Дифференцируя каждую из формул (4) по x и y как неявную функцию, получаем после небольших вычислений

$$\alpha_x = \frac{1 - \psi_{\alpha\beta}}{\Delta}, \quad \beta_x = \frac{\psi_{\alpha\alpha}}{\Delta}, \quad \alpha_y = \frac{-\psi_{\beta\beta}}{\Delta}, \quad \beta_y = \frac{1 + \psi_{\alpha\beta}}{\Delta}, \quad \Delta = 1 - \psi_{\alpha\beta}^2 + \psi_{\alpha\alpha}\psi_{\beta\beta}. \quad (21)$$

Тогда для величины вихря Ω получается следующее общее выражение:

$$-\Omega = \frac{1 - \psi_{\alpha\beta}}{\Delta} \dot{\psi}_{\alpha\alpha} + \left(\frac{\psi_{\alpha\alpha} - \psi_{\beta\beta}}{\Delta} \right) \dot{\psi}_{\alpha\beta} + \frac{1 + \psi_{\alpha\beta}}{\Delta} \dot{\psi}_{\beta\beta}. \quad (22)$$

В частном случае (16), когда $\psi(\alpha, \beta)$ удовлетворяет уравнению Лапласа, уравнение (22) упрощается, и его можно записать в виде функционального определителя:

$$\Omega = \frac{2}{\Delta} [\psi_{\alpha\beta} \dot{\psi}_{\alpha\alpha} - \psi_{\alpha\alpha} \dot{\psi}_{\alpha\beta}] = \frac{2}{\Delta} \begin{vmatrix} \dot{\psi}_{\alpha\alpha} & \psi_{\alpha\alpha} \\ \dot{\psi}_{\alpha\beta} & \psi_{\alpha\beta} \end{vmatrix} = \frac{2}{\Delta} \frac{\partial(\dot{\psi}_{\alpha\alpha}, \psi_{\alpha\alpha})}{\partial(\alpha, \beta)}, \quad (23)$$

который в силу формул (8) и (15), очевидно, равняется нулю. Полученное здесь решение о колебательном движении жидкости в виде стоячей волны обладает простотой и законченностью. С помощью введения функции ψ примененный здесь метод позволяет обобщать и известное решение Герстнера (Gerstner, 1756) о бегущей волне, для которой движение жидкости оказывается вихревым. Аналогичная по своему содержанию задача в переменных Лагранжа изучалась Я.И. Секерж-Зеньковичем [5]. Но он не вводит функцию ψ для исключения условия несжимаемости и поэтому получает приближенное решение в виде рядов по параметру амплитуды, которое вполне согласуется с нашим решением. Отметим, что полученное точное решение нелинейной задачи нужно рассматривать как удачный частный случай, поскольку в задачах с переменными Лагранжа не выполняется принцип суперпозиции.

Литература

1. Ламб Г., Гидродинамика / пер. с англ. М.: Гостехиздат, 1947. 929 с.
2. Стетенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.
3. Стокер Дж. Волны на воде / пер. с англ. М.: ИЛ, 1959. 618 с.

4. Абрашкин А.А., Якубович Е.И. Вихревая динамика в лагранжевом описании. М.: Физматлит, 2006. 176 с.

5. Секерж-Зенькович Я.И. К теории стоячих волн конечной амплитуды на поверхности тяжелой жидкости конечной глубины // Изв. АН СССР. Сер. географ. и геофиз. 1951. Т. 15, № 1. С. 57–73.

ВЛИЯНИЕ ДАВЛЕНИЯ И СКОРОСТИ ТИТАНОВОГО ОБРАЗЦА НА ПРОЦЕСС ДИНАМИЧЕСКОГО КАНАЛЬНО-УГЛОВОГО ПРЕССОВАНИЯ

А.С. Бодров, С.А. Зелепугин

Численно в трехмерной постановке исследован процесс деформирования титанового образца квадратного сечения при динамическом канально-угловом прессовании с применением динамической схемы нагружения. Выявлены закономерности влияния давления и скорости образца на процесс ДКУП. Определены области устойчивого и неустойчивого прохождения образца по каналам.

INFLUENCE OF PRESSURE AND VELOCITY OF TITANIUM SPECIMEN ON THE DYNAMIC CHANNEL-ANGULAR PRESSING PROCESS

A.S. Bodrov, S.A. Zelepugin

Deformation of the titanium square cross section specimen during dynamic channel-angular pressing was numerically investigated in 3D statement for dynamic scheme of loading. The influence of pressure and velocity of the sample on the DCAP process was studied. The regions of stable and unstable passage of the sample through channels were identified.

Получение объемных наноструктурных и ультрамелкозернистых материалов является одним из активно развиваемых направлений в современном материаловедении. Динамическое канально-угловое прессование (ДКУП) – один из методов получения таких материалов посредством интенсивной пластической деформации. Данный метод является вариантом метода равноканального углового прессования, позволяющим повысить скорость пластического деформирования образца. Экспериментальные исследования показывают, что необходимо широкомасштабное численное исследование процессов ДКУП для выявления особенностей интенсивного пластического деформирования и установления эффективных параметров данных процессов.

В данной работе численное моделирование процесса ДКУП проводится в трехмерной постановке в рамках упругопластической модели среды. Используется модель повреждаемой среды, характеризующаяся возможностью зарождения и эволюции в ней микроповреждений. Система уравнений, описывающая нестационарное адиабатическое движение сжимаемой среды, состоит из уравнений неразрывности, движения, энергии [1, 2]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v) = 0, \quad \frac{\rho \, d v_i}{d t} = \sigma_{ij,j}, \quad \frac{d E}{d t} = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij},$$

где ρ – плотность; t – время; v – вектор скорости с компонентами v_i ; $\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + S_{ij}$ – компоненты тензора напряжений; $P = P_c(\rho/\rho_c)$ – среднее давление, P_c – давление в сплошной компоненте (неповрежденной части) вещества; S_{ij} – компоненты девиато-

ра напряжений; E – удельная внутренняя энергия; ε_{ij} – компоненты тензора скоростей деформаций.

Моделирование разрушений проводится с помощью кинетической модели активного типа, определяющей рост микроповреждений, непрерывно изменяющих свойства материала и вызывающих релаксацию напряжений [3]:

$$\frac{dV_f}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{при } (|P_c| \leq P^* \text{ или } (P_c > P^* \text{ и } V_f = 0)) \\ -\text{sign}(P_c) K_f (|P_c| - P^*) (V_2 + V_f) & \text{при } (P_c < -P^* \text{ или } (P_c > P^* \text{ и } V_f > 0)). \end{cases}$$

Давление в неповрежденном веществе считается функцией удельного объема сплошной части вещества и удельной внутренней энергии и во всем диапазоне условий нагружения определяется с помощью уравнения состояния типа Ми–Грюнаизена, в котором коэффициенты подбираются на основе констант ударной адиабаты Гюгонио. Определяющие соотношения связывают компоненты девиатора напряжений и тензора скоростей деформаций и используют производную Яуманна. Для описания пластического течения используется условие Мизеса. Учтены зависимости модуля сдвига и динамического предела текучести от температуры и уровня поврежденности материала. Для решения задачи используется модифицированный метод конечных элементов без глобальной матрицы жесткости, предназначенный для решения задач высокоскоростного нагружения.

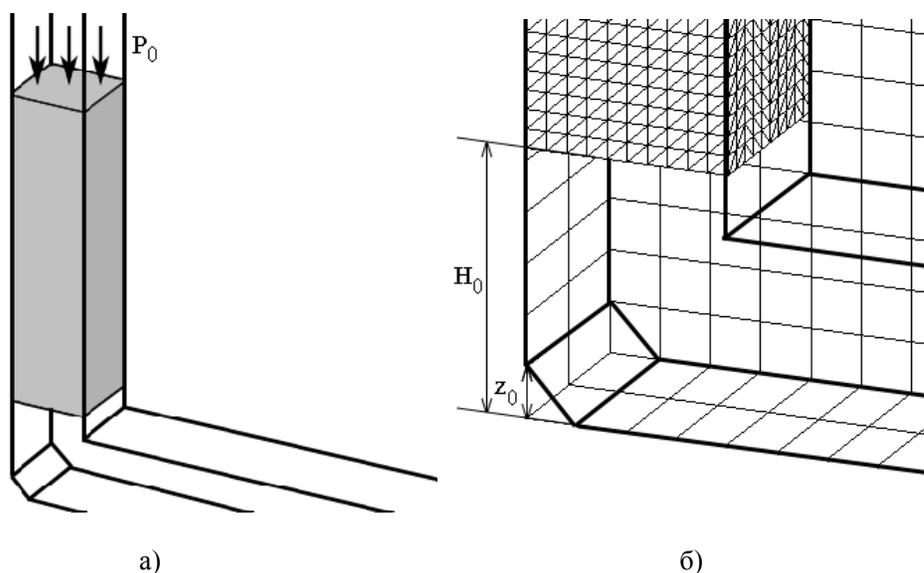
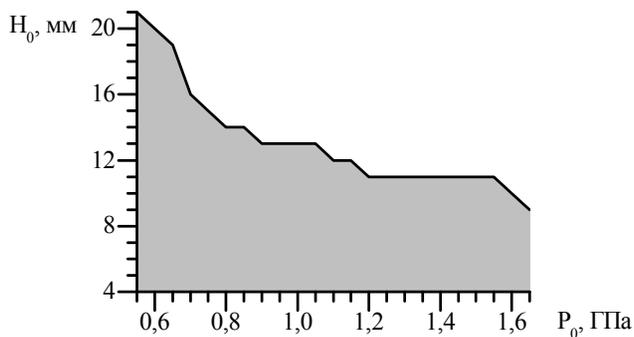


Рис. 1. Изображение пересекающихся каналов (а) с наклонной площадкой (б) и образца в начальный момент времени

Процесс ДКУП моделируется на примере титановых образцов сечением 16×16 мм, длиной 65 мм. Угол пересечения каналов составляет 90° с наклонной площадкой под углом 45° в области внешнего угла. На тыльной поверхности образца задается постоянная нагрузка P_0 , моделирующая давление пороховых газов, динамическая схема нагружения (рис. 1, а). На границах каналов ставится условие

жесткой стенки [4]. Наклонная площадка представляет собой большую грань прямой призмы, основаниями которой являются равнобедренные прямоугольные треугольники, прямой угол и катеты которых совпадают с внешним углом и соответствующими ребрами пересекающихся каналов. В расчетах размер и положение наклонной площадки соответствуют величине катетов $z_0 = 4$ мм (рис. 1, б). Варьируются величина нагрузки P_0 и начальное положение H_0 лицевой поверхности образца в вертикальном канале.

Рис. 2. Область допустимых значений параметров P_0 и H_0



Анализ результатов серии численных расчетов позволил определить область значений параметров P_0 и H_0 , для которых обеспечивается успешное деформирование титанового образца и его прохождение по каналам (рис. 2). Область ниже ломаной линии $H_0 - P_0$ соответствует успешному прохождению образца по каналам, область выше – неустойчивому прохождению и разрушению образца.

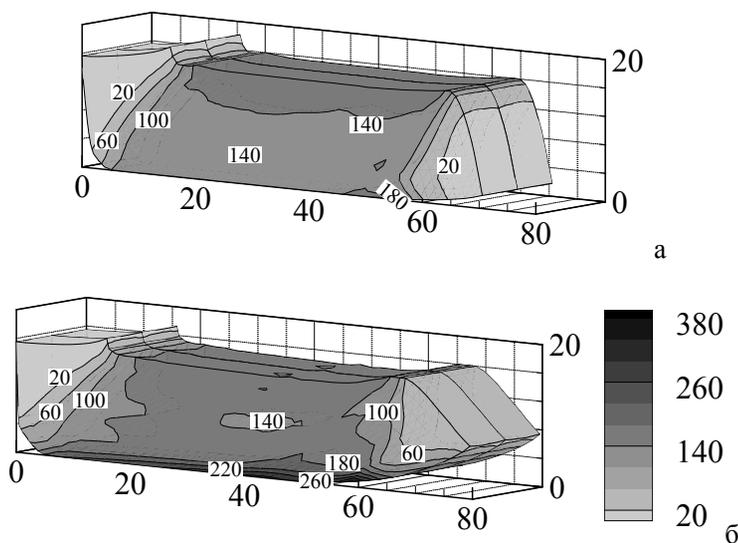


Рис. 3. Распределение удельной энергии сдвиговых деформаций (кДж/кг) в образце после процесса ДКУП при $P_0 = 0,6$ ГПа, $H_0 = 4$ мм (а) и $H_0 = 20$ мм (б)

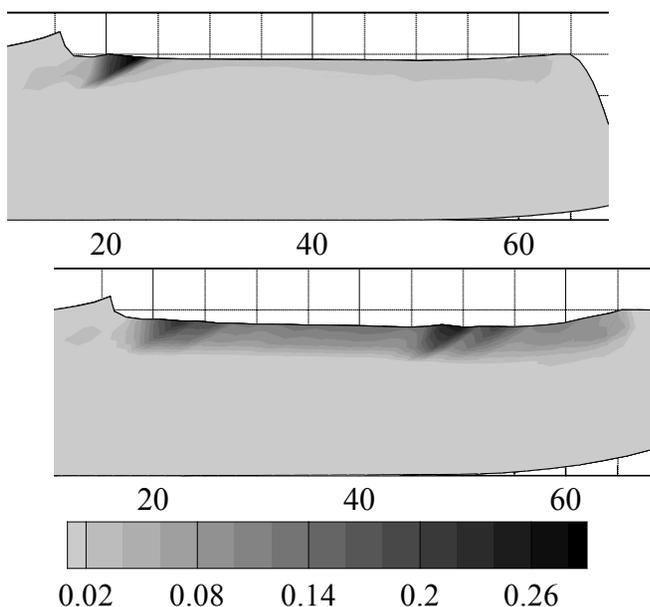


Рис. 4. Удельный объем микроповреждений в образце аналогично рис. 3

При постоянном значении P_0 с увеличением параметра H_0 увеличиваются начальная скорость образца и скорость прохождения образца через пересекающиеся каналы, в результате чего повышается скорость деформирования материала, происходит рост температуры в образце, особенно в области его контакта со стенками каналов. Образец с ростом скорости растягивается в направлении продольной оси (рис. 3, 4), а в верхней части образца наблюдается увеличение области, содержащей микроповреждения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-08-31208 и Минобрнауки РФ в рамках государственного задания № 2014/223 (код проекта 1943).

Литература

1. Шипачев А.Н., Зелепугин А.С., Ильина Е.В., Зелепугин С.А. Моделирование динамического канально-углового прессования титановых образцов по двухпоршневой схеме нагружения // Деформация и разрушение материалов. 2012. №10. С. 7–11.
2. Шипачев А.Н., Суглобова И.К., Ильина Е.В., Зелепугин С.А. Выбор параметров нагружения титановых образцов при динамическом канально-угловом прессовании // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2011. №2(14). С. 111–116.
3. Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортвов В.Е. Ударно-волновые явления в конденсированных средах. М.: Янус-К, 1996. 407 с.
4. Зелепугин С.А., Зелепугин А.С., Бодров А.С., Олимпиева Н.В. Трехмерное моделирование процессов пластического деформирования металлических образцов при динамическом канально-угловом прессовании // Изв. вузов. Физика. 2013. № 7–3. С. 50–52.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОДИНАМИКИ В ВОЗДУШНО-ЦЕНТРОБЕЖНОМ КЛАССИФИКАТОРЕ

О.В. Браун, А.В. Шваб

Рассматривается аэродинамика на основе расчета вязких уравнений Навье–Стокса с помощью численного метода расщепления полей скорости и давления на разнесенной разностной сетке при ламинарном режиме течения. В результате решения получены поля радиальной, окружной и осевой составляющей вектора скорости, а также показано влияние режимных и геометрических параметров на закрученное течение в сепарационной камере центробежного классификатора.

NUMERICAL SIMULATION OF AERODYNAMICS IN CENTRIFUGAL AIR CLASSIFIER

O.V. Braun, A.V. Shvab

In present research explores aerodynamics based on the calculation of viscous Navier-Stokers equations using a numerical method of splitting fields of velocity and pressure on the diversity of the difference grid in the laminar flow regime. The result obtained by solving the radial field, circumferential and axial velocity component, and also shows the impact of operating and geometric parameters on the swirling flow in the separation chamber of the centrifugal separator.

В современных отраслях промышленности, таких как атомная, химическая и др., широко используются пневматические центробежные аппараты для получения ультрадисперсных порошков заданного гранулометрического состава. Применение таких аппаратов существенно экономит энергию и является экологически безопасным. В настоящее время для повышения эффективности работы центробежных аппаратов необходимо проведение фундаментальных исследований в области аэродинамики двухфазных закрученных течений в сложных геометрических областях, экспериментальное исследование которых сталкивается с большими техническими трудностями и является достаточно затратным в плане ресурсов. Поэтому наиболее перспективным и наименее дорогостоящим методом является численное моделирование аэродинамических процессов, проходящих в рассматриваемом устройстве. На процесс фракционного разделения частиц по размерам прежде всего оказывает существенное влияние поле скоростей несущей среды, поэтому настоящее исследование касается моделирования закрученного течения в сепарационной камере, схема которой показана на рис. 1.

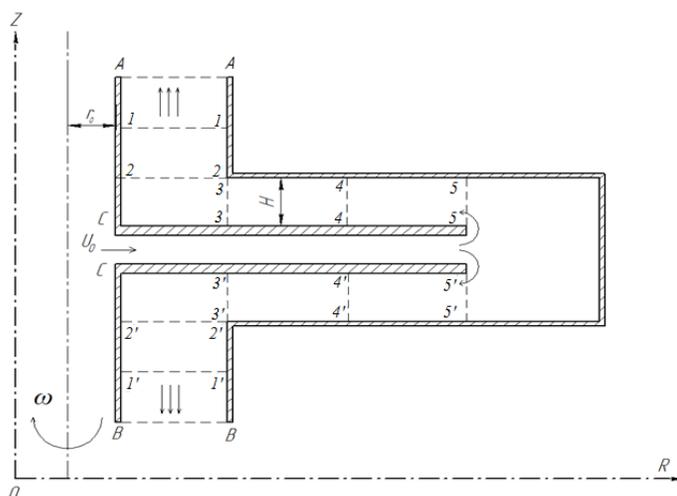


Рис. 1. Схема расчетной области зоны сепарации центробежного аппарата

Геометрия зоны сепарации воздушного центробежного классификатора представляет собой пространство между вращающимися дисковыми элементами с угловой скоростью ω вокруг оси OZ . Несущий поток вместе с твердыми частицами через сечение $C-C$ со скоростью U_0 поступает в вихревую камеру, в которой происходит процесс разделения частиц по размерам. Мелкие частицы вместе с несущей средой покидают вихревую камеру через сечения $A-A$ и $B-B$, а крупные частицы под действием инерционной и центробежной силы выбрасываются на периферию камеры [1]. В настоящем исследовании проводится численное моделирование осесимметричного закрученного течения несущей среды, описываемой в цилиндрической системе координат уравнениями Навье–Стокса [2] и неразрывности, которые можно представить в безразмерном виде:

$$\frac{\partial u_r}{\partial \tau} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\varphi^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right); \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_\varphi}{\partial \tau} + u_r \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{u_\varphi u_r}{r} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r^2} \right); \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial \tau} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} \right); \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r} = 0. \quad (4)$$

Здесь $\text{Re} = \frac{\rho U_0 H}{\mu}$ – число Рейнольдса, и безразмерные переменные имеют вид

$$\tau = \frac{t U_0}{H}; r = \frac{R}{H}; z = \frac{U_r}{U_0}; u_r = \frac{U_r}{U_0}; u_z = \frac{U_z}{U_0}; u_\varphi = \frac{U_\varphi}{U_0}; p = \frac{P - P_0}{\rho U_0^2}.$$

Для получения единственного решения используются следующие граничные условия. На входе в камеру (сечение $C-C$) имеем

$$u_r = 1; \quad \frac{\partial u_z}{\partial r} = 0; \quad u_\varphi = R_g r_0,$$

где $R_g = \frac{\omega_g H}{U_0}$ – параметр вращения газа на входе, ω_g – среднее значение угловой скорости вращения несущей среды на входе.

На выходе из камеры (сечение $A-A, B-B$) используется условие Неймана:

$$\frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{\partial u_r}{\partial z} = \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} = 0.$$

На стенках камеры имеет место условие прилипания $u_r = u_z = 0$, $u_\varphi = R_w + r_w$ [3]. Здесь $R_w = \frac{\omega H}{U_0}$ – критерий вращения стенок, причем ω – угловая скорость вращения стенок камеры, а r_w – текущий радиус стенки.

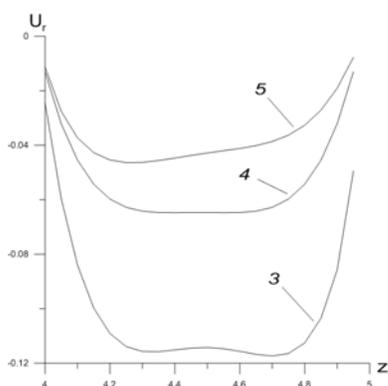


Рис. 2. Распределение радиальной скорости в зависимости от осевой координаты

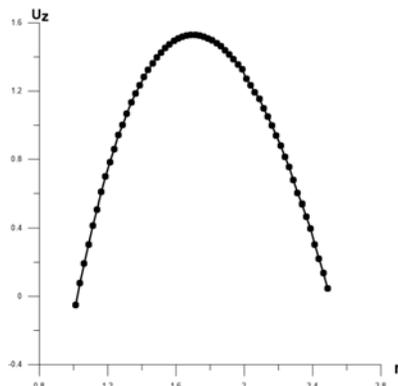


Рис. 3. Аналитическое решение

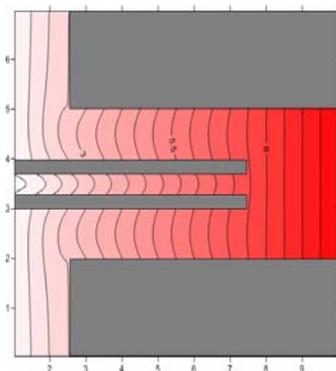


Рис. 4. Распределение изолиний окружной скорости

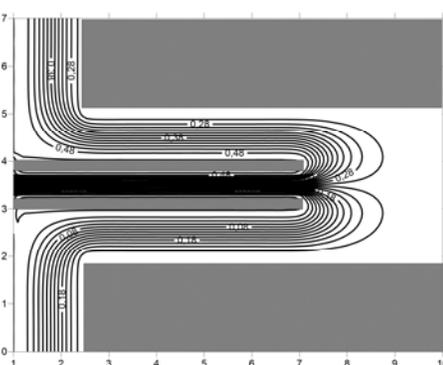


Рис. 5. Распределение линий тока

Решение уравнений проводится в переменных скорость – давление методом расщепления полей скорости и давления на разнесенной сетке с контрольным объемом с использованием экспоненциальной и обобщенной неявной схем, которая снимает ограничения с сеточного числа Рейнольдса. Введя обозначения и используя запись в δ -форме, уравнения расщепляются на уравнения переноса импульса. Разбивая полученное соотношение на несколько слагаемых и группируя их в соответствии с методом расщепления полей, после чего дифференцируя, получим уравнение Пуассона для определения давления. Дальнейшее решение производится с помощью экспоненциальной схемы до установки по времени. В условии для поправки давления на всех границах используется постановка Неймана $\frac{\partial \delta p}{\partial n} = 0$ [4]. Решая эти системы с помощью обобщенного неявного метода переменных направлений, можно получить значения скоростей, и, повторяя данные операции до сходимости по времени, – получить значения искомых скоростей [5].

С помощью описанных методов была написана программа на языке Fortran 90. В результате были получены графики распределения скоростей при параметрах $Re=10$, $R_w=1$, $R_g=1$.

Достоверность результатов проверялась сеточной сходимостью и сравнением с аналитическим решением, которое отображено на рис. 3. На рис. 2 показано распределение радиальной скорости в зависимости от осевой координаты. На рис. 4 показано распределение изолиний окружной скорости; из графика видно, что поля центробежной силы существенно возрастают к периферии сепарационной камеры, что обуславливает вынос крупных частиц к этой области. Распределение линий тока демонстрирует рис. 5. В результате проведенного математического моделирования получено распределение составляющих скорости, выявлены параметры потока, существенно влияющие на картину течения.

Литература

1. *Закрученные потоки* / Гупта А.К. [и др.]. М.: Мир, 1987. 588 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. 4-е изд., стереотип. М.: Наука, 1988. Т. VI: Гидродинамика. 736 с.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
4. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / пер. с англ.; под ред. В.Д. Виленского. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
5. Роуч П. Вычислительная гидродинамика / пер. с англ. М.: Мир, 1980. 618 с.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ПОЛЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРОВОДНИКОВ В ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ И МАГНИТНО-ДИФФУЗИОННОЙ ПОСТАНОВКАХ ЗАДАЧИ

С.И. Володченков, Н.В. Селюнина, С.В. Синяев

Представлены результаты математического моделирования индукционного нагрева тонкостенного полого цилиндрического проводника переменным аксиальным магнитным полем. С помощью предложенного алгоритма идентификации точное аналитическое решение одномерной магнитно-диффузионной задачи сравнивается с численным решением задачи в электротехнической постановке. Оценивается влияние диффузии магнитного поля в проводник на основные параметры процесса. Для рассматриваемого класса задач показана применимость электротехнического (нуль-мерного) приближения.

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE SIMULATION DATA BY INDUCTIVE HEATING OF LIGHT-WALL CYLINDRICAL CONDUCTORS IN THE ELECTRO-TECHNICAL AND MAGNETO-DIFFUSIVE STATEMENTS OF THE PROBLEM

S.I. Volodchenkov, N.V. Selyunina, S.V. Sinyayev

Results of mathematical modeling of induction heating of the thin-walled hollow cylindrical conductor by the alternating-sign axial magnetic field are presented. By means of the offered algorithm of identification the exact analytical solution of a one-dimensional magneto-diffusive problem is compared to the numerical solution in electro-technical statement of the problem. Influence of diffusion of a magnetic field at the conductor on critical parameters of process is estimated. For the considered class of the problems applicability of the electro-technical (zero-dimensional) approximation is shown.

Введение. Электротехническая постановка задачи не учитывает динамику проникновения внешнего магнитного поля в проводник, что может оказывать заметное

влияние на распределение и величину тока в проводниках и, следовательно, на динамику их нагрева. В то же время магнитно-диффузионная постановка задачи нагрева ансамблей индуктивно связанных проводников чрезвычайно сложна и громоздка. В этом случае целесообразно применять нуль-мерную электротехническую методику расчета, апробированную на точном решении модельной задачи в магнитно-диффузионной постановке. В качестве такого теста используется точное аналитическое решение [1] задачи индукционного нагрева полого тонкостенного цилиндрического проводника бесконечной длины в аксиальном знакопеременном затухающем магнитном поле (рис. 1). Соответствующая краевая задача формулируется в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r_c} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial r} = \frac{1}{\chi} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial t}, \quad j_\theta(t, r) = -\frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial r}, \quad \chi = \frac{\eta_0}{\mu_0}, \quad r_c = 0,5(r_0 + r_1),$$

$$B_z(t, r_1) = B_1(t), \quad \frac{\partial B_z(t, r_0)}{\partial t} = \frac{2\chi_0}{r_0} \cdot \frac{\partial B_z(t, r_0)}{\partial r}, \quad B_z(t=0, r_0 \leq r \leq r_1) = 0.$$

Использованы обозначения: B_z – магнитная индукция; j_θ – азимутальная плотность вихревых токов; t – время; z – осевая координата; r_0, r_1 – внутренний и внешний радиусы проводника; η_0, μ_0 – его удельное сопротивление и магнитная проницаемость.

Рис. 1. Цилиндрический проводник во внешнем магнитном поле $B_1(t)$

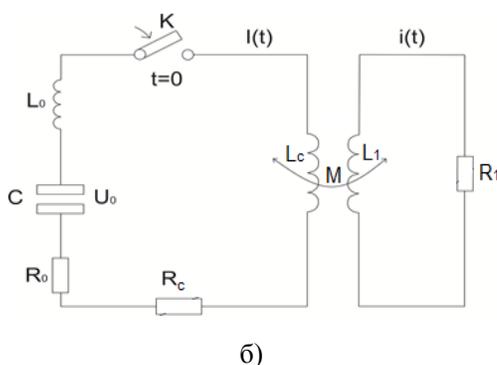
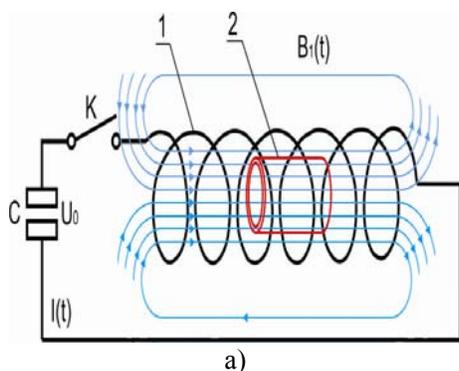
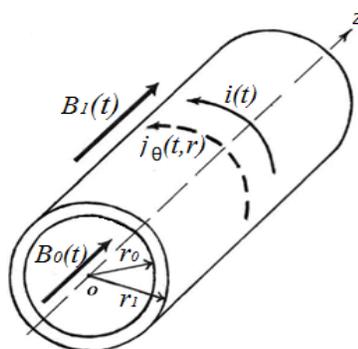


Рис. 2. Общая (а) и электрическая (б) схемы устройства индукционного нагрева цилиндрического проводника

Электротехническая постановка задачи

Общая и электрическая схемы моделируемого устройства показаны на рис. 2. Аксиальное знакопеременное затухающее магнитное поле генерируется электрическим разрядом конденсаторной батареи C через соленоид I . Электрическая схема устройства состоит из двух индуктивно связанных электрических цепей: соленоида I и проводника 2. Разряд конденсаторной батареи осуществляется с помощью ключа K в цепи соленоида. Используются следующие обозначения: U_0 – начальное электрическое напряжение конденсаторной батареи; L_0, L_c, L_1, M – коэффициенты индуктивности внешней цепи, соленоида, проводника и их взаимной индуктивности; R_0, R_c, R_1 – сопротивления внешней цепи, соленоида и проводника.

Процесс нагрева проводника в таком устройстве моделируется уравнениями:

$$\begin{cases} I'(t) = (L \times L_1 - M^2)^{-1} \cdot [L_1 \cdot (U - R \times I) + M \times R_1 \cdot i], & I(0) = 0, \\ i'(t) = -(L \times L_1 - M^2)^{-1} \cdot [M \cdot (U - R \times I) + L \cdot R_1 \cdot i], & i(0) = 0, \\ U'(t) = -C^{-1} \cdot I, & U(0) = U_0, \\ T'(t) = \eta \cdot [a^2 \cdot (r_1 - r_0)^2 \cdot \rho \cdot c]^{-1} \cdot i^2, & T(0) = T_0. \end{cases} \quad (1)$$

В (1) использованы обозначения: I, i – токи в соленоиде и проводнике; a, r_0, r_1 – длина, внутренний и внешний радиусы проводника; ρ, η, c – его плотность, удельное сопротивление и теплоемкость, T_0 – начальная температура; $L = L_0 + L_c, R = R_0 + R_c$.

Электротехническая идентификация условий тестовой задачи. Постановка электротехнической задачи должна удовлетворять следующим условиям: поперечная геометрия проводников в обеих задачах одинакова; проводник находится в центральной части соленоида соосно с ним, причем его длина много меньше длины соленоида; диаметр соленоида незначительно отличается от диаметра проводника для эффективной индуктивной связи между ними. Магнитное поле в центральной части соленоида $B_C(t)$ воспроизводит граничное условие $B_1(t)$ тестовой задачи по частоте колебаний ω , амплитудному коэффициенту A_B и декременту его затухания $\rho + \rho_0$. Такая аппроксимация осуществляется с помощью управляющих электротехнических параметров C, U_0, L_C, R_C , определяемых из следующих соотношений:

$$\begin{cases} W = 2A \cdot \eta_C \cdot [\mu_0 \cdot s \cdot D \cdot (\rho + \rho_0)]^{-1}; & \rho_0 = \eta_1 \cdot [\mu_0 \cdot (r_0 + r_1)^2]^{-1}; \\ L_C = 0,25\pi \cdot \mu_0 \cdot D^2 \cdot A^{-1} \cdot W^2; & R_C = \pi \cdot D \cdot W \cdot s^{-1} \cdot \eta_C; \\ C = (L_C + L_0)^{-1} \cdot [\omega^2 + (\rho + \rho_0)^2]^{-1}; & U_0 = \omega \cdot (L_C + L_0) \cdot A_B, \\ \rho + \rho_0 = 0,5R \cdot L^{-1}; \\ \omega = L^{-1} \cdot [L \cdot C^{-1} - (0,5R)^2]^{-0,5}; \\ A_B = U_0 \cdot (L \cdot \omega)^{-1}, \end{cases} \quad (2)$$

где W, s – число витков в соленоиде и площадь их поперечного сечения; A, D, η_C – длина, диаметр и удельное сопротивление соленоида. Формулы (2) устанавливают

взаимно однозначное соответствие между параметрами тестовой и электротехнической задач.

Пример расчета.

Тестовая задача. Внешнее аксиальное магнитное поле $B_1(t)$: коэффициент затухания магнитного поля $-\rho + \rho_0 = 800 \text{ с}^{-1}$, угловая частота колебания $-\omega = 10000 \text{ рад/с}$ (круговая частота $\nu = 1,59 \text{ кГц}$), амплитудный коэффициент магнитного поля $-A_B = 18,41 \text{ Тл}$. Проводник: $r_0 = 5 \text{ мм}$, $r_1 = 5,2 \text{ мм}$, $\eta_0 = 0,0277 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$, $c_V = 2,63 \text{ Дж}\cdot\text{см}^{-3}\cdot\text{град}^{-1}$.

Электротехническая задача. Соленоид: число витков $-W = 43$, поперечное сечение провода $-s = 4 \text{ мм}^2$, длина $-A = 60 \text{ мм}$, диаметр $-D = 12 \text{ мм}$, $\eta_c = 0,017 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$.

Внешняя электрическая цепь: $C = 1 \text{ мФ}$, $U_0 = 1,7 \text{ кВ}$, $R_0 = 3 \text{ МОм}$, $L_0 = 2 \text{ мкГн}$. Проводник: $a_1 = 6 \text{ мм}$, $r_0 = 5 \text{ мм}$, $r_1 = 5,2 \text{ мм}$, $\eta_0 = 0,0277 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$, $c_V = 2,63 \text{ Дж}\cdot\text{см}^{-3}\cdot\text{град}^{-1}$.

На рис. 3 приведены результаты решения тестовой и электротехнической задач. Магнитное поле в центральной части соленоида определяется по формуле [2]

$$B_c(t) = \mu_0 \cdot W \cdot I(t) \cdot (A^2 + D^2)^{-0,5},$$

а «эквивалентный» ток $I_1(t)$ для внешнего магнитного поля $B_1(t)$ рассчитывается с помощью той же формулы:

$$I_1(t) = \sqrt{A^2 + D^2} \cdot (\mu_0 \cdot W)^{-1} \cdot B_1(t).$$

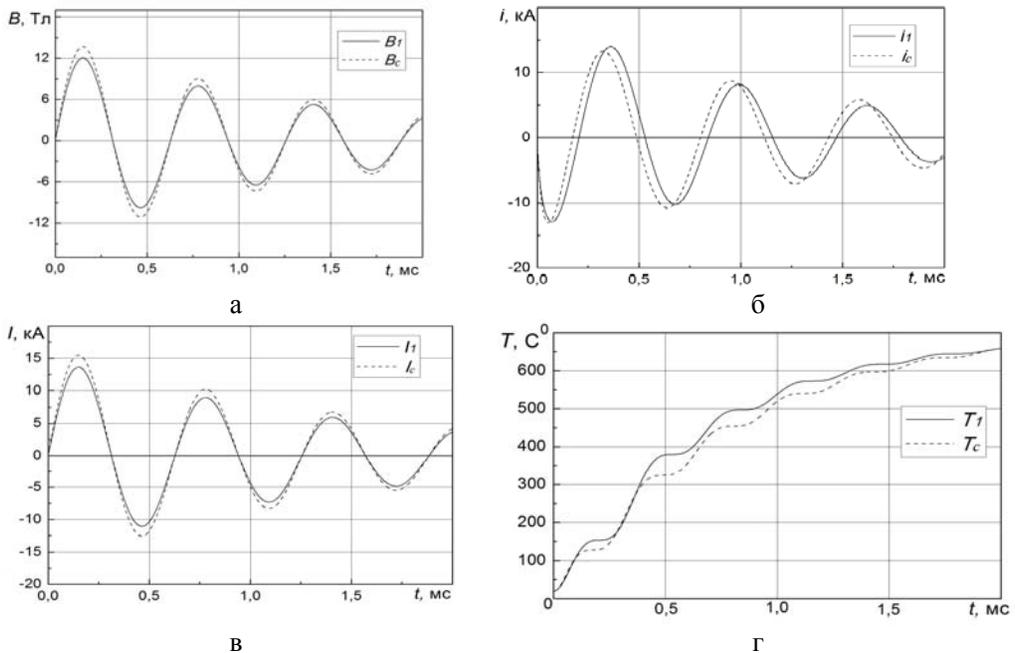


Рис. 3. Динамика изменения параметров индукционного нагрева проводника
 — тестовое решение; - - - - электротехническое приближение;

а – магнитное поле на внешней границе проводника; б – «эквивалентный» ток в тестовой задаче и ток в соленоиде; в – индукционный ток в проводнике; г – температура проводника в среднем сечении (для тестовой задачи) и его средняя температура (электротехническое приближение)

Ток $i_1(t)$ рассчитывался для «эквивалентного» участка проводника длиной $a = 6$ мм по формуле $i_1(t) = a \cdot \mu_0^{-1} \cdot [B_0(t) - B_1(t)]$. Вполне удовлетворительное согласование результатов расчета на рис. 3, а и б подтверждает эффективность электротехнической идентификации тестовой задачи с помощью соотношений (2). В тестовой задаче происходит незначительное запаздывание тока $i_1(t)$ по времени за счет радиальной диффузии внешнего магнитного поля в полый цилиндрический проводник (см. рис. 3, а). Диффузионное запаздывание тока сказывается и на незначительном запаздывании температуры в среднем сечении проводника (см. рис. 3, з). В то же время наблюдается хорошее согласование по амплитуде и частоте колебания индукционных токов и температуры в проводниках.

Заключение. Таким образом, показана применимость электротехнической модели индукционного нагрева тонкостенных полых цилиндрических проводников в магнитных полях с частотой колебания до нескольких килогерц.

Литература

1. Сияев С.В., Володченко С.И. Импульсный индукционный нагрев полых тонкостенных цилиндрических проводников в магнитном поле соленоида в режимах многоочагового зажигания метательных зарядов // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 9 (26). С. 96–105.
2. Кнопфель Г. Сверхсильные магнитные поля. М.: Мир, 1972. 392 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСТЕКАНИЯ КАПЛИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПО ТВЕРДОЙ СТЕНКЕ В ПЛОСКОЙ ПОСТАНОВКЕ МЕТОДОМ VOF

А.В. Десятник, М.А. Пономарева, В.А. Якутенко

Рассматривается растекание капли вязкой жидкости по горизонтальной твердой стенке в плоской постановке для различных чисел Рейнольдса. Численное решение находится на основе метода VOF.

SIMULATION OF TWO-DIMENSIONAL VISCOUS DROP SPREADING ON A SOLID WALL USING VOF METHOD

A.V. Desyatnik, M.A. Ponomareva, V.A. Yakutenok

Considers spreading of two-dimensional viscous drop on a solid wall for different Reynolds number. Numerical solution based on VOF method.

Исследование динамики вязких капель является фундаментальной проблемой гидродинамики и представляет интерес для многих технологических и природных процессов. Важной характеристикой такого течения являются форма свободной поверхности капли и динамика изменения ее геометрических размеров. Исследованию процесса взаимодействия капель жидкости с твердой стенкой посвящено значительное число работ, например [1, 2].

Рассматривается процесс растекания капли вязкой жидкости по горизонтальной твердой стенке при различных значениях числа Рейнольдса без учета поверхностных эффектов. При формулировке задачи используется плоское приближение, тем самым фактически рассматривается растекание цилиндрического объема жидкости, который условно называется каплей. В начальный момент времени граница области, занимаемой жидкостью, имеет форму окружности радиуса R . Течение вязкой не-

сжимаемой жидкости описывается уравнениями Навье–Стокса совместно с уравнением неразрывности, которые в безразмерных переменных записываются в виде

$$\operatorname{Re} \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right) = -\nabla p + \nabla^2 \mathbf{V} + \mathbf{W},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0,$$

где $\operatorname{Re} = \rho UR / \mu$ – число Рейнольдса; ρ – плотность жидкости; R – радиус капли; $U = \rho g R^2 / \mu$ – масштаб скорости течения; μ – коэффициент динамической вязкости; $\mathbf{W} = \{0, -1\}$; g – сила тяжести; $\mathbf{V} = \{u, v\}$ – вектор скорости; u, v – компоненты вектора скорости в направлении осей x, y декартовой системы координат соответственно; p – безразмерное давление, отнесенное к величине $\rho g R$; t – безразмерное время, отнесенное к масштабу, равному $\mu / \rho g R$. На твердой стенке выполняется условие прилипания $\mathbf{V} = 0$. Граничные условия на свободной поверхности заключаются в отсутствии касательного напряжения и равенстве скачка нормального напряжения внешнему давлению.

Основной сложностью моделирования течений вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью является наличие меняющейся во времени области решения. Для расчета динамики свободной поверхности используется технология, предлагаемая в методе VOF (Volume of Fluid). В работе используются классические подходы к реализации данного метода, изложенные в [3, 4].

Расчеты показали, что без всяких затруднений возможно моделирование процесса растекания для $1 < \operatorname{Re} < 800$. На рис. 1, а, б демонстрируется характер изменения радиуса пятна контакта с твердой стенкой и высоты капли в зависимости от времени для различных значений числа Рейнольдса ($\operatorname{Re} = 5, 10, 80, 250, 800$).

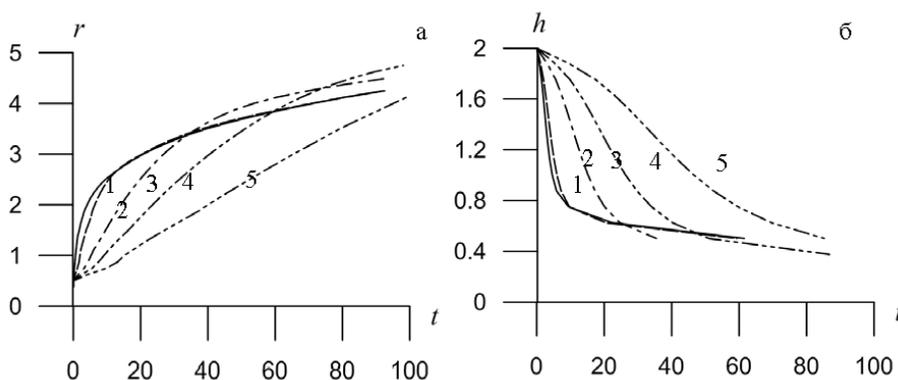


Рис. 1. Зависимость радиуса пятна контакта капли с твердой стенкой (а) и высоты капли (б) от времени для различных значений числа Рейнольдса (1 – $\operatorname{Re} = 5$; 2 – $\operatorname{Re} = 10$; 3 – $\operatorname{Re} = 80$; 4 – $\operatorname{Re} = 250$; 5 – $\operatorname{Re} = 800$)

Эволюцию форм свободной поверхности при различных числах Рейнольдса ($\operatorname{Re} = 5, 80, 250, 800$) иллюстрирует рис. 2, а–г.

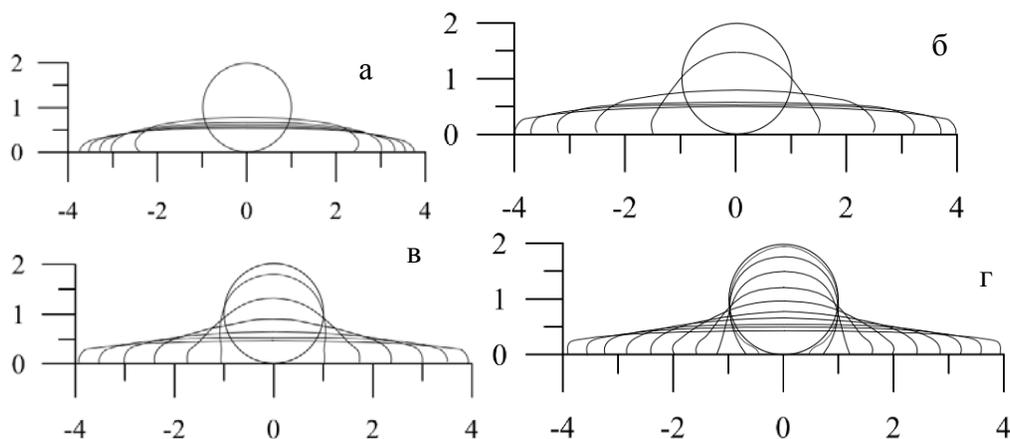


Рис. 2. Последовательность форм свободной поверхности для различных чисел Рейнольдса (а – $Re = 5$; б – $Re = 80$; в – $Re = 250$; г – $Re = 800$), $\Delta t = 10$

Достоверность полученных результатов подтверждается совпадением динамики изменения радиуса пятна контакта с твердой стенкой для $Re = 1$ со значениями, полученными методом граничных элементов [5] в приближении ползущего течения (рис. 3).

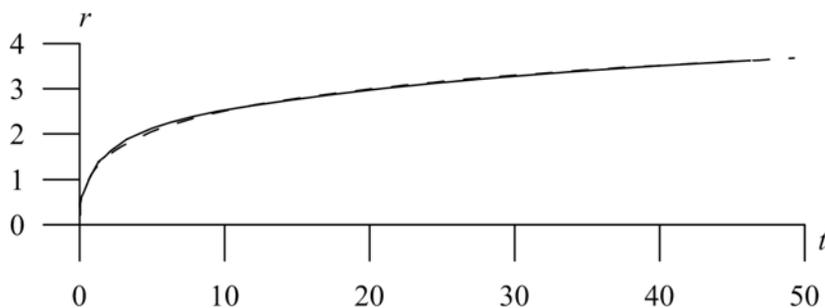


Рис. 3. Зависимость радиуса r пятна контакта капли с твердой стенкой от времени (сплошная линия – VOF, штриховая – [5])

Таким образом, реализован алгоритм расчета двумерных течений вязкой несжимаемой жидкости методом VOF. В работе представлены зависимости высоты капли, радиуса пятна контакта капли с твердой стенкой от времени, а также эволюция форм свободной поверхности для широкого диапазона чисел Рейнольдса ($Re = 1-800$). Наблюдается совпадение полученных результатов для $Re = 1$ с расчетами методом граничных элементов.

Литература

1. Bonn D., Eggers J., Indekeu J. et al. Wetting and spreading // *Reviews of modern physics*. 2009. Vol. 81. P. 739.
2. Eddi A., Winkels K.G. Short time dynamics of viscous drop spreading // *Physics of fluids*. 2013. Vol. 25. P. 013102.
3. Hirt C.W., Nichols B.D. SOLA: A Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flows // Los Alamos National Laboratory Report LA-5852. 1975.
4. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *Journal of Computational Physics*. 1981. Vol. 39. P. 201–225.

5. Пономарева М.А., Якутенок В.А. Моделирование растекания капли вязкой жидкости в плоской постановке при больших числах Бонда // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2007. №1. С. 79–83.

ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ ГОРЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

А.Е. Кирюшкин

Для одномерного случая системы уравнений газовой динамики рассматриваются два подхода к моделированию поверхности газоприхода: с помощью граничных условий и с помощью источниковых членов в правых частях уравнений, заданных посредством дельта-функции Дирака. Проводится сравнение численных решений одномерных нестационарных уравнений газовой динамики для случая, когда газоприход задается периодически изменяющимся во времени.

GAS-DYNAMIC APPROACH TO MODELLING A BURNING SURFACE

А.Е. Kiryushkin

Two approaches to modeling the inflow boundary are considered in the case of one-dimensional gas-dynamics equations using boundary conditions and right hand sides of the equations with taking account of Dirac delta function. A comparison of numerical solutions one dimensional non steady state (instantaneous) gas dynamics equations is carried out for periodically time-varying inflow of gas.

При моделировании горячей поверхности топлива в одномерном приближении помимо использования граничных условий также возможен способ, при котором газо- и энергоприход моделируется через правые части в уравнениях сохранения с использованием дельта-функции Дирака [1–3].

Показано, что задание значений массового прихода и энтальпии на границе для первого способа позволяет получить стационарное решение [4]. Однако при таком способе моделирования возникает сложность при определении значений параметров на этой границе [4, 5]. В работе [6] было показано, что решения дифференциальных уравнений в частных производных, полученных при двух способах моделирования, совпадают.

С учетом важности выбора расчетных методик в данной работе проводится сравнение двух подходов к моделированию границы газоприхода: через граничные условия и через правые части в уравнениях сохранения.

Численное решение нестационарной задачи

Чтобы сравнить два подхода к моделированию границы газоприхода в том случае, когда имеет место нестационарный процесс, рассмотрим следующую задачу: через левую границу в канал постоянного сечения втекает газ с полной энтальпией H_0 и газоприходом, зависящим от времени по закону $G = m_0 + a \sin(\omega t)$, где m_0 – среднее значение газоприхода, a , ω – некоторые константы. Через правую границу газ вытекает в область постоянного давления p_n . В начальный момент времени газ покоится. Данная задача описывается соответствующей системой уравнений и начальными и граничными условиями для каждого из подходов.

Подход 1:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho \left(\frac{1}{k-1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \rho u \left(\frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right)}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

Начальные условия:

$$t = 0: \rho = \rho_n; u = 0; p = p_n. \quad (4)$$

Граничные условия:

$$x = 0: \rho u = m_0 + a \sin(\omega t); \quad \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = H_0; \quad x = l: p = p_n. \quad (5)$$

Подход 2:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = (m_0 + a \sin(\omega t)) \delta(x), \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial x} = (m_0 + a \sin(\omega t)) u \delta(x), \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho \left(\frac{1}{k-1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \rho u \left(\frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right)}{\partial x} = (m_0 + a \sin(\omega t)) H_0 \delta(x). \quad (8)$$

Начальные условия:

$$t = 0: \rho = \rho_n; u = 0; p = p_n. \quad (9)$$

Граничные условия:

$$x = 0: u = 0; \quad x = l: p = p_n. \quad (10)$$

Задачи (1)–(5) и (6)–(10) решаются численно по разностной схеме первого порядка точности на основе метода конечных объемов [4]. Для определения потоков на границе ячеек используется метод Ван-Лира [7]. Шаг по времени определяется из условия: $\tau = K \cdot h_x / \max(|u_i - c_i|, |u_i + c_i|)$, число Куранта K задается равным 0,5. Дельта-функция Дирака аппроксимируется обратным размером приграничной ячейки $1/h_x$. Решение этих задач проводится при следующих значениях параметров: $m_0 = 0,2$, $H_0 = 35,5$, $p_n = 1$, $\rho_n = 1$, $k = 1,4$, $l = 1$, $a = 0,04$, $\omega = 2\pi$ для трех различных разностных сеток: грубой, средней и мелкой при числе ячеек $N = 20$, $N = 200$, $N = 2000$ соответственно.

На рис. 1 показано изменение давления со временем в первой ячейке для каждого из двух подходов. По оси абсцисс откладываются значения времени, по оси ординат – значения давления. Видно различие даже для мелкого разбиения сетки порядка 5%. Особенно сильно это заметно в начальный момент времени, когда газоприход скачком увеличивается до значения m_0 , примерно первые 0,02 с. Потом решения для обоих способов ведут себя качественным образом одинаково. Возможно, эта разница в численных решениях для первой ячейки вызвана резким скачком газоприхода.

На рис. 2 показано распределение параметров течения в момент времени $t = 1$ по координате x . Из рисунка видно, что, за исключением первой ячейки численные значения параметров течения одинаковы во всей области течения газа для двух различных подходов.

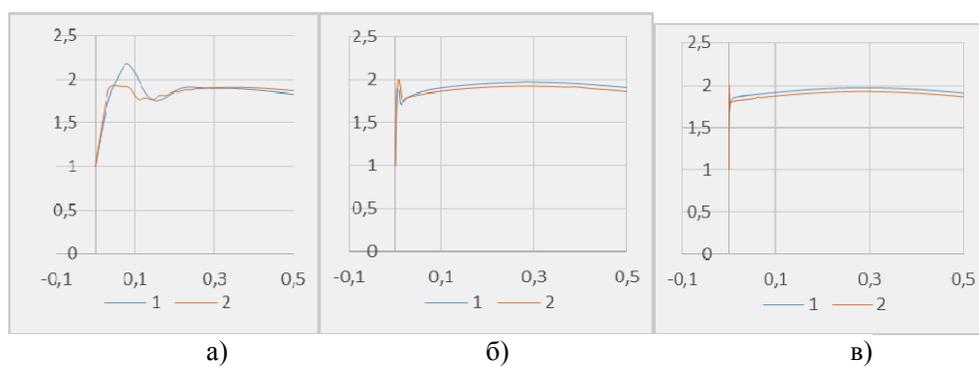


Рис. 1. Изменение давления от времени в первой ячейке разностной сетки: а – $N = 20$, б – $N = 200$, в – $N = 2000$; 1 – подход 1, 2 – подход 2

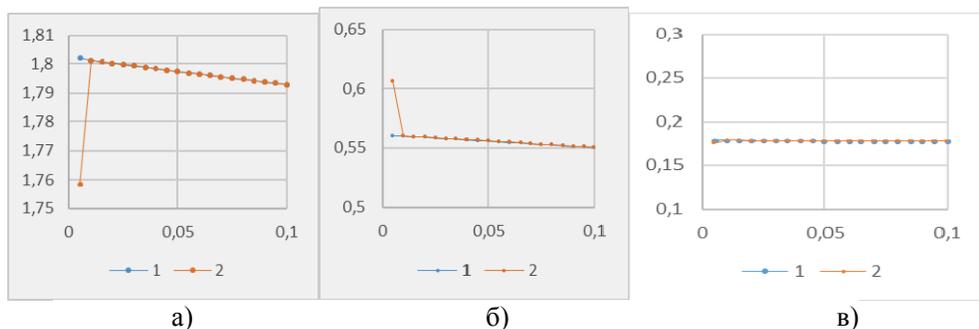


Рис. 2. Зависимость параметров от координаты на момент времени $t = 1$: а – давление, б – скорость, в – плотность; 1 – подход 1; 2 – подход 2. Число разбиений $N = 200$

Заключение

Рассмотрены два подхода к моделированию границы газоприхода на основе решения одномерных уравнений газовой динамики, в одном из которых газоприход реализуется с помощью граничных условий, а в другом – с помощью правых частей уравнений газовой динамики с привлечением дельта-функции Дирака.

На основе численного моделирования границы газоприхода с изменяющимся во времени расходом газа, проведенного по разностной схеме первого порядка точности, показано, что численные решения, полученные для двух рассмотренных

подходов, сходятся друг к другу при измельчении разностной сетки. Отличие наблюдается только для первой ячейки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках выполнения государственного задания № 10.1329.2014/К.

Литература

1. Райзберг Б.А., Ерохин Б.Г., Самсонов К.П. Основы теории рабочих процессов в ракетных системах на твердом топливе. М.: Машиностроение, 1972. 383 с.
2. Ерохин Б.Т., Липанов А.М. Нестационарные и квазистационарные режимы работы РДТТ. М.: Машиностроение, 1977. 200 с.
3. Ерохин Б.Т. Теория внутрикамерных процессов и проектирование РДТТ: учеб. для высших учебных заведений. М.: Машиностроение, 1991. 560 с.
4. Рычков А.Д. Математическое моделирование газодинамических процессов в каналах и соплах. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1988. 222 с.
5. Годунов С.К. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
6. Van Leer B. Flux-Vector Splitting for the Euler Equations // Lecture Notes in Physics. 1982. Vol. 170. P. 507–512.

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ СВЕРХЗВУКОВОГО ВЯЗКОГО ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА

И.А. Котов, В.Д. Гольдин

Рассматриваются постановка и метод решения двумерной задачи о сверхзвуковом вязком обтекании затупленного тела в рамках модели вязкого ударного слоя.

ABOUT SOLUTION OF SUPERSONIC VISCOUS FLOW PAST A BLUNT BODY

I.A. Kotov, V.D. Gol'din

There are considered the formulation of the problem and method for its solving for two-dimensional supersonic viscous flow past a blunt body in the model of viscous shock layer.

Многие задачи космической, ракетной и военной техники требуют расчета аэродинамики и теплообмена при сверх- и гиперзвуковом обтекании тел различных форм. Такая необходимость возникает, например, при проектировании спуска летательных аппаратов с околоземной орбиты, в баллистике движения снарядов, при анализе и расчете входа в атмосферы планет тел неземного происхождения (кометы, метеориты, астероиды и т.д.).

Ранее в отсутствие необходимых вычислительных мощностей и развитых эффективных численных методов для решения уравнений Эйлера, Навье–Стокса и Рейнольдса были развиты приближенные методы, основанные на разбиении поля течения по схеме Прандтля: внешнее невязкое течение плюс пограничный слой. В рамках этого метода распределение давления по поверхности тела определялось из приближенных аналитических или численных решений уравнений Эйлера, а характеристики теплообмена и вязкого трения вычислялись на основе теории пограничного слоя. При необходимости при больших числах Маха и для малых и умеренных числах Рейнольдса эти решения уточнялись с учетом эффектов второго порядка теории пограничного слоя, в частности эффекта вязко-невязкого взаимодействия.

Более точной моделью является модель вязкого ударного слоя. Преимущества этой модели в том, что она содержит в себе все члены уравнений Эйлера и члены

второго приближения теории пограничного слоя; в ней также можно учесть разнообразные физико-химические процессы, протекающие в ударном слое. Кроме того, она дает возможность рассчитать параметры движения в широком диапазоне чисел Рейнольдса с использованием экономичных численных методов высокой точности.

Рассмотрим задачу обтекания симметричного плоского или осесимметричного затупленного тела сверхзвуковым потоком вязкого газа на основе модели вязкого ударного слоя [1, 2].

В поставленной задаче будем использовать систему координат, связанную с телом. Началом координат будет точка пересечения оси симметрии с контуром тела на наветренной стороне. Координата x – длина дуги на поверхности тела, соединяющей начало координат и проекцию точки на тело; координата y – расстояние по нормали до поверхности тела. Уравнения вязкого ударного слоя в этой системе координат имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} (r^{\tau} \rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (r^{\tau} H_1 \rho v) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{kuv}{H_1} \right) + \frac{1}{H_1} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{H_1 r^{\tau}} \frac{\partial}{\partial y} \left[H_1 r^{\tau} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{uv}{H_1} \right) \right], \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{u^2 v}{H_1} \right) + \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial h_{\Sigma \square}}{\partial x} + v \frac{\partial h_{\Sigma \square}}{\partial y} \right) = \frac{1}{H_1 r^{\tau}} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ H_1 r^{\tau} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \mu u \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{ku}{H_1} \right) \right] \right\}, \quad (4)$$

$$p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \rho h \quad (5)$$

Здесь использованы следующие обозначения: λ, μ – коэффициенты теплопроводности и динамической вязкости; ρ, p – плотность и давление газа; u, v – x, y -компоненты вектора скорости; α – угол наклона касательной к поверхности тела; r_w – расстояние от точки поверхности тела до оси симметрии; $r = r_w + y \cos \alpha$ – расстояние от точки в потоке до оси симметрии тела; $H_1 = 1 + ky$ – коэффициент Ламе; T – температура газа; h – статическая энтальпия; $h_{\Sigma \square}$ – полная энтальпия; k – кривизна поверхности тела; $\tau=0$, если тело плоское, и равно 1, если тело осесимметрическое.

На поверхности ударной волны $y = y_s$ в качестве граничных условий используются обобщенные соотношения Ренкина–Гюгонио:

$$v_s = u_s \operatorname{tg} \beta_s - \frac{\rho_w V_w \sin \beta}{\rho \cos \beta_s}, \quad (6)$$

$$u_s - V_w \left(\cos \beta \cos \beta_s + \frac{\rho_w}{\rho_s} \sin \beta \right) - \frac{\mu_s}{\sin \beta} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{ku}{H_1} \right), \quad (7)$$

$$c_p T_s + \frac{1}{2}(u_s^2 + v_s^2) = c_p T_\infty + \frac{V_\infty^2}{2} - \frac{H_s}{\sin \beta} \left[\frac{1}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y} + u \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{ku}{H_1} \right) \right], \quad (8)$$

$$p_s = \rho_\infty V_\infty^2 \left(1 - \frac{\rho_\infty}{\rho} \right) \sin^2 \beta + p_\infty. \quad (9)$$

В (6)–(9) индекс “s” соответствует значениям на ударной волне, а индекс “∞” – значениям в набегающем потоке; $Pr = \frac{H_s \rho}{\lambda}$ – число Прандтля, β – угол наклона касательной к поверхности ударной волны, и $\operatorname{tg} \beta_s = \frac{1}{H_{1s}} \frac{dy_s}{dx}$; c_p – теплоемкость при постоянном давлении.

На поверхности тела $y=0$ выставляются следующие граничные условия: $u=0$, $v=0$, $h=h_w$. При $x=0$ выставляются условия симметрии.

Необходимо отметить, что граница расчетной области $y_s(x)$ заранее не известна и должна определяться в процессе решения.

Для решения задачи в исходной системе производятся преобразования: расчетная область нормируется в поперечном направлении, функции p , u нормируются на P_s и $\cos \alpha$; затем уравнения приводятся к безразмерному виду.

Численное решение поставленной задачи строится с помощью итерационного процесса с использованием линеаризации. После построения разностной сетки для аппроксимации дифференциальных уравнений используется метод Петухова, имеющий 4-й порядок аппроксимации по поперечной координате и 1-й – по продольной [3–6]. С этой целью система представляется в виде

$$\frac{\partial M}{\partial \eta} = K + \alpha(\xi)P, \quad (10)$$

где

$$M = m_0 + m_1 U_1 + m_2 U_2 + m_3 \delta y_s,$$

$$K = k_0 + k_1 U_1 + k_2 U_2 + k_3 \delta y_s,$$

$$P = p_1 \frac{\partial U_1}{\partial \xi} + p_2 \frac{\partial U_2}{\partial \xi}, \quad U_1 = \frac{\partial U_2}{\partial \eta},$$

Граничные условия для системы (10) записываются в следующем виде:

$$\text{при } \eta = 0 : \lambda_{10} + \lambda_{11} U_1 + \lambda_{12} U_2 + \lambda_{13} \delta y_s = 0 ;$$

$$\text{при } \eta = 1 : \lambda_{20} + \lambda_{21} U_1 + \lambda_{22} U_2 + \lambda_{23} \delta y_s = 0 ;$$

где $\lambda_{10}, \lambda_{20}, \lambda_{13}, \lambda_{23}$ – вектор-столбцы размерности 4, а $\lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{21}, \lambda_{22}$ – матрицы размером 4×4 .

Для получения конечно-разностного аналога уравнение (10) интегрируется с использованием формулы Симпсона, в результате получается уравнение первой связи. Аналогично функцию M интегрируем по формуле Симпсона и по формуле Эйлера–Маклорена, заменяя производную от M по η из (10), получаем уравнение второй связи. Полученные уравнения имеют следующий вид:

$$a_{i0}^{\eta} + \sum_{j=1}^2 a_{ij}^{\eta} U_j^{\eta} + a_{i3}^{\eta} \partial y_s^{\eta} = a_{i0}^{\psi} + \sum_{j=1}^2 a_{ij}^{\psi} U_j^{\psi} + a_{i3}^{\psi} \partial y_s^{\psi}, \quad (11)$$

$$i = \overline{1, 2},$$

где a_{i0}^{η} , a_{i3}^{η} , a_{i0}^{ψ} , a_{i3}^{ψ} – вектора размерности 4,

a_{ij}^{η} , a_{ij}^{ψ} – матрицы размерности 4×4 .

Для решения полученной системы разностных уравнений применяется метод матричной прогонки [5].

Итерационный процесс строится следующим образом: задается начальное приближение для неизвестных функций, затем решаются уравнения (11) относительно приращения неизвестных функции, процесс повторяется, пока приращения не станут достаточно малыми. Для определения отхода ударной волны используется метод глобальных итераций [6].

В настоящее время вышеизложенный алгоритм реализован в виде программы на языке Object Pascal, также программа отлажена на тестовом примере.

Работа выполнена по госзаданию №9.1024.2014/к Минобрнауки РФ.

Литература

1. *Гиперзвуковая аэродинамика и теплообмен спускаемых космических аппаратов и планетных зондов* / под ред. Г.А. Тирского. М.: Физматлит, 2011. 546 с.
2. *Лунёв В.В.* Течение реальных газов с большими скоростями / В.В. Лунёв. М.: Физматлит, 2007. 760 с.
3. *Cheng V.K.* The Blunt-Body Problem in Hypersonic Flow at Low Reynolds Number // JAS Paper. 1963. № 63–92.
4. *Калиткин Н.Н., Рогов Б.В., Соколова И.А.* Двустадийный маршевый расчет вязких течений через сопла Лаваля // Математическое моделирование. 1999, №7. С. 95–117.
5. *Петухов И.В.* Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Изд-во АН СССР, 1964. С. 304–325.
6. *Помогаева С.В.* Метод глобальных итераций в задаче сверхзвукового невязкого обтекания затупленных тел // Научная конференция студентов механико-математического факультета ТГУ (Томск, 24 – 30 апреля 2014 г.). Томск: Томский государственный университет, 2014. С. 47–48.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АППРОКСИМАЦИОННОЙ СХОДИМОСТИ НЕПРЯМОГО МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

А.Е. Кузнецова, М.А. Пономарева, В.А. Якутенок

Работа посвящена исследованию аппроксимационной сходимости непрямого метода граничных элементов для осесимметричного течения вязкой жидкости. Численно решается задача об установившемся течении в круглой трубе, имеющая аналитическое решение. Математическая формулировка включает смешанные краевые условия: на одной части границы заданы компоненты вектора скорости, на другой – компоненты вектора усилий. Численное интегрирование осуществляется с использованием стандартных квадратур без выделения особенностей. Используются постоянные элементы.

STUDY OF AN APPROXIMATION CONVERGENCE OF THE INDIRECT BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR AN AXISYMMETRIC VISCOUS FLUID FLOWS MODELING

А.Е. Kuznetsova, М.А. Ponomareva, V.A. Yakutenok

The work is devoted to the study of an approximation convergence on the indirect boundary element method for an axisymmetric viscous fluid flow. The problem of the steady flow of viscous fluid in cylindrical tube with exact solution is solved numerically. Problem formulation includes mixed boundary conditions. At the one part of the boundary velocity vector components are specified and tractions component are specified on another one. Numerical integration is realized using standard quadratures without singularity extraction. Constant elements are used.

Рассматривается установившееся течение вязкой жидкости в круглой трубе. Краевая задача формулируется в безразмерных переменных. В качестве характерного масштаба скорости выбрана средняя скорость течения U , давления – $\mu U / R$, где μ – коэффициент динамической вязкости, R – радиус трубы. На границах задаются как компоненты вектора скорости \mathbf{u} , так и компоненты вектора усилий \mathbf{t} (рис. 1).

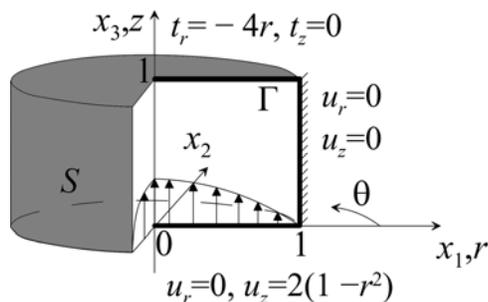


Рис. 1. Область решения. Декартова (x_1, x_2, x_3) и цилиндрическая (r, θ, z) системы координат

Уравнения Стокса и уравнение неразрывности, описывающие течение вязкой жидкости в приближении ползущего течения, в декартовой системе координат имеют вид:

$$\Delta \mathbf{u} = \nabla p, \quad (1)$$

$$\nabla \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

где p – давление.

В соответствии с основными положениями непрямого метода считается, что по поверхности рассматриваемой области распределены фиктивные источники с плотностью на единицу площади, равной $\varphi(\xi)$, $\mathbf{o} \in S$. Тогда для точек \mathbf{x}_0 , принадлежащих образующей Γ :

$$\begin{aligned} u_r(\mathbf{x}_0) &= \int_{\Gamma} \left[\varphi_r(\mathbf{o}) r_{\xi}^r \int_0^{2\pi} u_r^r(\mathbf{x}_0, \mathbf{o}) d\theta_{\xi} + \varphi_z(\mathbf{o}) r_{\xi}^z \int_0^{2\pi} u_r^z(\mathbf{x}_0, \mathbf{o}) d\theta_{\xi} \right] d\Gamma(\mathbf{o}), \\ u_z(\mathbf{x}_0) &= \int_{\Gamma} \left[\varphi_r(\mathbf{o}) r_{\xi}^r \int_0^{2\pi} u_z^r(\mathbf{x}_0, \mathbf{o}) d\theta_{\xi} + \varphi_z(\mathbf{o}) r_{\xi}^z \int_0^{2\pi} u_z^z(\mathbf{x}_0, \mathbf{o}) d\theta_{\xi} \right] d\Gamma(\mathbf{o}), \\ t_r(\mathbf{x}_0) &= \int_{\Gamma} \left[\varphi_r(\mathbf{o}) r_{\xi}^r \int_0^{2\pi} t_r^r(\mathbf{x}_0, \mathbf{o}) d\theta_{\xi} + \varphi_z(\mathbf{o}) r_{\xi}^z \int_0^{2\pi} t_r^z(\mathbf{x}_0, \mathbf{o}) d\theta_{\xi} \right] d\Gamma(\mathbf{o}), \\ t_z(\mathbf{x}_0) &= \int_{\Gamma} \left[\varphi_r(\mathbf{o}) r_{\xi}^r \int_0^{2\pi} t_z^r(\mathbf{x}_0, \mathbf{o}) d\theta_{\xi} + \varphi_z(\mathbf{o}) r_{\xi}^z \int_0^{2\pi} t_z^z(\mathbf{x}_0, \mathbf{o}) d\theta_{\xi} \right] d\Gamma(\mathbf{o}), \end{aligned} \quad (3)$$

где u_r^r , u_r^z , u_z^r , u_z^z , t_r^r , t_r^z , t_z^r , t_z^z – фундаментальные сингулярные решения для скоростей и напряжений, полученные для осесимметричного случая в (1).

Система гранично-интегральных уравнений (3) эквивалентна исходной системе дифференциальных уравнений (1)–(2).

Для получения численного решения (3) граница области разбивается на N прямолинейных отрезков – элементов, вдоль которых искомая функция φ считается постоянной. Тогда система (3) принимает вид

$$\begin{aligned} u_i^p(\mathbf{x}_0^p) &= \sum_{q=1}^{N_1} \int_{\Delta\Gamma^q} \varphi_j^q(\mathbf{o}) r_{\xi}^q \int_0^{2\pi} u_i^j(\mathbf{x}_0^p, \mathbf{o}) d\theta_{\xi} d\Gamma_{\xi}, \\ t_i^p(\mathbf{x}_0^p) &= \sum_{q=1}^{N-N_1} \int_{\Delta\Gamma^q} \varphi_j^q(\mathbf{o}) r_{\xi}^q \int_0^{2\pi} t_i^j(\mathbf{x}_0^p, \mathbf{o}) d\theta_{\xi} d\Gamma_{\xi}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $i, j = r, z$ означают радиальную или аксиальную составляющие, $p \in [1, N]$, $q \in [1, N]$ – номера узлов наблюдения и приложения нагрузки, соответственно.

Полученная система линейных алгебраических уравнений (4) решается стандартным методом Гаусса с выбором главного элемента. Интегралы в (4) вычисляются численно методом прямоугольников со средней точкой. В результате решения системы (4) находятся значения интенсивности фиктивных источников, которые в свою очередь используются для расчета аксиальной составляющей вектора скорости на выходной границе по формулам, аналогичным (4). Точность решения определяют значения трех параметров – количества граничных элементов N , количества интервалов интегрирования по элементу $n_{d\Gamma}$ и количества интервалов интегрирования по угловой координате $n_{d\theta}$. Значение аксиальной составляющей вектора скорости для количества элементов и интервалов интегрирования, обеспечивающих приемлемую точность, показано на рис. 2.

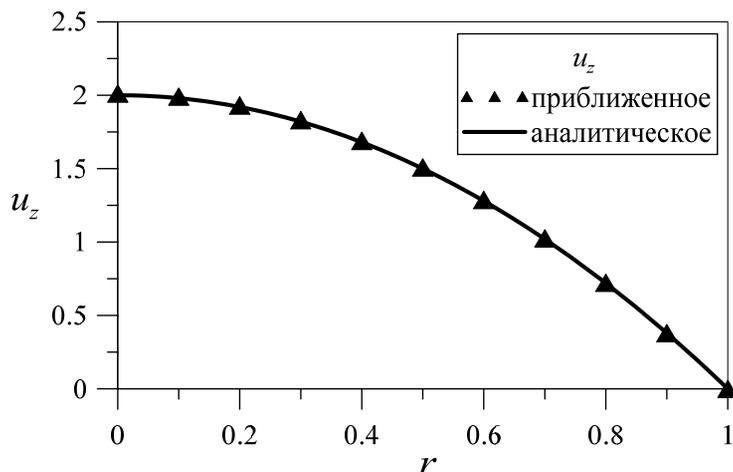


Рис. 2. Значение аксиальной составляющей скорости при $N=60$, $n_{d\Gamma}=20$, $n_{d\theta}=1000$

Аппроксимационная сходимость оценивалась в норме L_2 . Из рис. 3 видно, что с ростом количества элементов и интервалов интегрирования ошибка уменьшается. Можно заметить, что для угловой координаты требуется достаточно большое количество интервалов интегрирования – на порядок больше, чем по элементу. Так, начиная с определенного значения $n_{d\Gamma}$, его увеличение уже не приводит к повышению точности решения, которая тогда определяется заданным значением $n_{d\theta}$. Представленные результаты позволяют осуществить необходимый выбор значений N , $n_{d\Gamma}$ и $n_{d\theta}$ для получения требуемой точности без дополнительных вычислительных затрат.

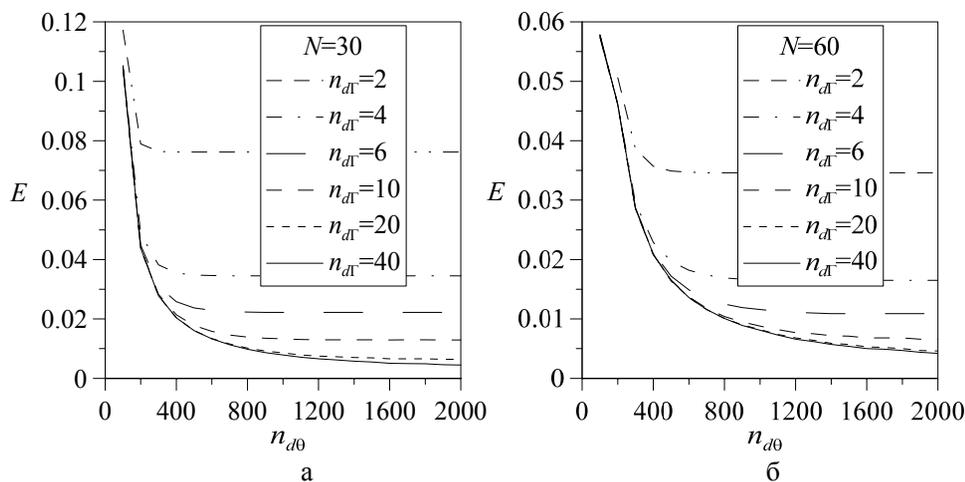


Рис. 3. Зависимость среднеквадратичного отклонения E от количества интервалов интегрирования по углу $n_{d\theta}$ и количества интервалов интегрирования по элементу $n_{d\Gamma}$: а – количество граничных элементов $N=30$; б – количество граничных элементов $N=60$

Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о работоспособности используемого варианта непрямого метода граничных элементов и подтверждают правильность записи фундаментальных сингулярных решений для скоростей и напряжений для осесимметричного случая, приведенные в (1). Полученные кривые для среднеквадратичного отклонения позволяют выбрать количество интервалов

интегрирования для угловой координаты и количество интервалов интегрирования по элементу, необходимые для достижения приемлемой точности расчетов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Президента РФ (МК-3687.2014.1) и РФФИ в рамках научного проекта № 14-08-31579 мол_а.

Литература

1. Якутенок В.А., Пономарева М.А., Кузнецова А.Е. Моделирование осесимметричных течений вязкой несжимаемой жидкости непрямым методом граничных элементов // Вестник Томского государственного университета. 2014. №5(31). С. 114–123.

ПРЯМОЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА

И.Б. Липунов

Обычно для численного решения задач математической физики эллиптического типа используются методы итераций. В статье показывается, что в ряде случаев для этой цели больше подходит непосредственное получение точного решения соответствующей системы линейных алгебраических уравнений высокого порядка, так как при этом применяется технология разреженных матриц.

DIRECT METHOD DECISION OF THE POISSON'S EQUATION

I.B. Lipunov

Usually for the numerical decision of problems of mathematical physics of elliptic type methods of iterations are used. In article it is shown, that in some cases it is more convenient to apply exact decisions of corresponding system of the linear algebraic equations of a high order as the technology of the sparse matrixes is thus applied.

Оператор Лапласа входит во многие линейные уравнения математической физики, и поэтому связанные с ним математические операции сохраняют свою актуальность и в настоящее время. Известно множество различных способов решения уравнения Пуассона, которые хорошо работают при соответствующих условиях. Обычно используются итерационные способы, потому что считается, что из-за большого числа искомых величин прямые методы работают неэффективно. Но современные технологии позволяют применять непосредственно прямые методы решений алгебраических уравнений высокого порядка. В дифференциальной форме уравнение Пуассона записывается в виде

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = P(x, y). \quad (1)$$

Если расчетная сетка имеет размеры $m \times n$, то неизвестные величины U_{mn} образуют прямоугольную матрицу, состоящую из mn чисел. Такую же матрицу образует и известная правая часть P_{mn} . Чтобы записать конечно-разностное представление уравнения (1), введем квадратную матрицу T_m порядка m :

$$T_m = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

представляющую собой симметричную теплицевую матрицу. Умножение такой матрицы на вектор реализует вычисление второй производной, если шаг дискретизации равен 1. С помощью матриц T разностный аналог уравнения Пуассона имеет вид

$$T_m \cdot U + U \cdot T_n = P. \quad (3)$$

Равенство (3) является матричным уравнением для нахождения неизвестной матрицы U . Чтобы привести (3) к системе линейных алгебраических уравнений, нужно выпрямить матрицы U и P , представляя их в виде одного вектора-столбца размера $m \cdot n$, обозначая: $U \sim \text{vec}(U)$, $P \sim \text{vec}(P)$.

Воспользуемся также формулами, представленными в работе [4]:

$$\text{vec}(T_m \cdot U) = (J_n \oplus T_m) \cdot \text{vec}(U), \quad \text{vec}(U \cdot T_n) = (T_n \oplus J_m) \cdot \text{vec}(U), \quad (4)$$

где J_n и J_m – единичные матрицы порядка n и m , символ \oplus означает операцию прямого или кронеккерского умножения матриц. С помощью формул (4) уравнение (3) записывается в виде

$$A \cdot \text{vec}(U) = \text{vec}(P); \quad A = J_n \oplus T_m + T_n \oplus J_m. \quad (5)$$

Квадратная матрица A в системе линейных алгебраических уравнений имеет большую размерность порядка $mn \times mn$. Такие матрицы имеют слишком много нулевых элементов и называются разреженными. Они хранятся компактным способом и занимают в памяти достаточно мало места. С другой стороны, для решения системы алгебраических уравнений с разреженной матрицей разработаны быстрые алгоритмы, позволяющие находить решение системы алгебраических уравнений за время, пропорциональное числу ненулевых элементов матрицы A . На рис. 1 показаны ненулевые элементы матрицы A , построенной по формуле (5) для значений: $n = m = 5$.

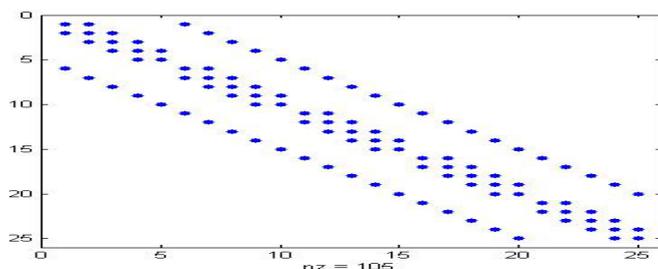


Рис. 1. Ненулевые элементы матрицы Пуассона для сетки 5×5

```

function A=PUAS1(m,n,hm,hn)
c=zeros(m,1);    c(1)=2;    c(2)=-1;    Tm=toeplitz(c,c);
Tm=Tm/hm^2;
c=zeros(n,1);    c(1)=2;    c(2)=-1;    Tn=toeplitz(c,c);
Tn(1,1)=1; Tn(end,end)=1;
Tn=Tn/hn^2;      A=kron(eye(n),Tm)+kron(Tn,eye(m));
A=sparse(A);

```

Решение системы уравнений (5) находится прямым методом с помощью команды $\text{vec}(U) = A \setminus \text{vec}(P)$. На рис. 2 показаны изолинии решения $U(x, y)$ при постоянной правой части $P(x, y)=1$.

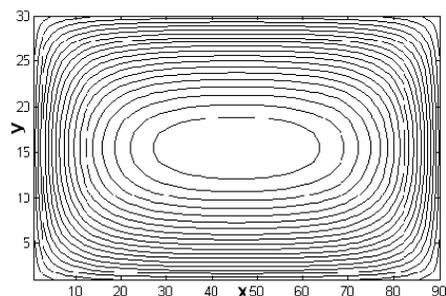
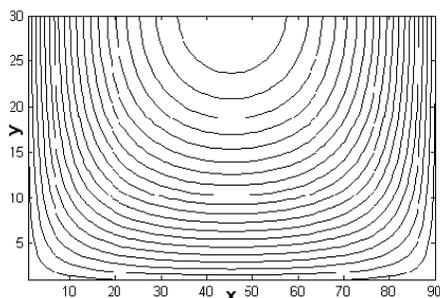


Рис. 2. Изолинии решения уравнения Пуассона при постоянной правой части



Замечание. Граничные условия при расчете с матрицей A автоматически получаются нулевыми, рисунок слева. Чтобы получить граничное условие второго рода $\partial U / \partial n = 0$ на одной из сторон границы, достаточно заменить двойку единиц на краю диагонали в матрице T_m (2). Справа на рис. 2 показаны изолинии для этого случая.

Таким прямым способом можно решать уравнение Пуассона для размера расчетной сетки порядка 200×200 даже на слабом компьютере без использования итераций.

Литература

1. Беллман Р. Динамическое программирование и уравнения в частных производных. М.: Мир, 1974. 207 с.
2. Потемкин В.Г. MATLAB 6: среда инженерных приложений. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003. 445 с.
3. Беллман Р. Дифференциально-разностные уравнения. М.: Мир, 1963. 548 с.
4. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения / пер. с англ. М.: Мир, 2001. 430 с.

ЗАДАЧА О СФЕРИЧЕСКОМ МАЯТНИКЕ

Д.В. Мамонов

Получено аналитическое решение задачи о сферическом маятнике посредством интегрирования соответствующего уравнения Якоби–Гамильтона. Уравнение траектории и зависимость координат от времени получены с помощью численного метода, что позволило обойтись без громоздкой процедуры обращения эллиптических интегралов.

PROBLEM ABOUT A SPHERICAL PENDULUM

D.V. Mamonov

In article the analytical decision of a problem on a spherical pendulum by means of integration of the corresponding equation of Jakobi-Hamilton is received. The equation of a trajectory and dependence of co-ordinates on time is received by means of a numerical method that has allowed to do without bulky procedure of the reference of elliptic integrals.

Решение методом Гамильтона–Якоби

Вопрос о колебаниях сферического маятника приводится к задаче о движении материальной точки на сфере радиуса r под действием силы тяжести. Введем сферические координаты r, ϑ, φ с полярной осью, направленной вниз так, что положению равновесия отвечает угол $\vartheta = 0$. Функция Гамильтона при движении в поле с потенциальной энергией

$$U = mgz = mgr(1 - \cos \vartheta) \quad (1)$$

имеет вид

$$H = \frac{1}{2m} \left(\frac{p_\vartheta^2}{r^2} + \frac{p_\varphi^2}{r^2 \sin^2 \vartheta} \right) + mgr(1 - \cos \vartheta), \quad (2)$$

где $p_\vartheta = mr^2 \dot{\vartheta}$, $p_\varphi = mr^2 \sin^2 \vartheta \dot{\varphi}$ – обобщенные импульсы. Отсюда для функции действия S получается уравнение [2]

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2mr^2} \left[\left(\frac{\partial S}{\partial \vartheta} \right)^2 + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 \right] + mgr(1 - \cos \vartheta) = 0. \quad (3)$$

Решая его методом разделения переменных, с учетом того, угол φ является циклической координатой, найдем, что общее решение уравнения (3) имеет следующий вид:

$$S = -Et + p_\varphi \cdot \varphi + \int \sqrt{2mr^2 [E - mgr(1 - \cos \vartheta)] - \frac{p_\varphi^2}{\sin^2 \vartheta}} d\vartheta. \quad (4)$$

Решение содержит две произвольные постоянные: энергию материальной точки E и ее импульс p_φ , которые являются первыми интегралами движения. Известно, что если функцию S продифференцировать по параметрам E или p_φ , то получен-

ные выражения также не будут зависеть от времени, и они называются вторыми интегралами движения. Так, например, дифференцируя (4) по параметру p_φ , получим уравнение траектории

$$\varphi = p_\varphi \int \frac{d\vartheta}{\sin^2 \vartheta \sqrt{2mr^2 [E - mgr(1 - \cos \vartheta)] - \frac{p_\varphi^2}{\sin^2 \vartheta}}}. \quad (5)$$

Беря производную от выражения (4) по энергии E , найдем связь между углом ϑ и временем движения:

$$t = mr^2 \int \frac{d\vartheta}{\sqrt{2mr^2 [E - mgr(1 - \cos \vartheta)] - \frac{p_\varphi^2}{\sin^2 \vartheta}}}. \quad (6)$$

Если ввести безразмерное время τ , безразмерную энергию \tilde{E} и импульс p_φ заменить параметром C по формулам

$$\tau = \sqrt{\frac{2g}{r}} t, \quad \tilde{E} = \frac{E}{mgr}, \quad C = \sin^2 \vartheta_0 \cdot \dot{\varphi}(0), \quad (7)$$

где ϑ_0 – начальное значение угла ϑ , то формулы (5) и (6) запишутся в виде

$$\varphi = C \int \frac{d\vartheta}{\sin^2 \vartheta \sqrt{\tilde{E} - 2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} - \frac{C^2}{\sin^2 \vartheta}}}, \quad \tau = \int \frac{d\vartheta}{\sqrt{\tilde{E} - 2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} - \frac{C^2}{\sin^2 \vartheta}}}. \quad (8)$$

Из них следует, что масса не влияет на характер движения маятника, а от радиуса сферы зависит только масштаб движения по времени. Дальнейшие преобразования относятся к обращению эллиптических интегралов в формулах (8). Тогда получится, что движение маятника происходит в некотором шаровом поясе между углами $\vartheta_1 \leq \vartheta \leq \vartheta_2$ и угол $\vartheta(\tau)$ является периодической функцией времени с периодом, зависящим от величин \tilde{E} и C . В особом случае, когда $C = 0$, маятник колеблется в одной меридианной плоскости $\varphi = 0$ по закону

$$\sin \frac{\vartheta}{2} = sn \left(\frac{\sqrt{\tilde{E}}}{2} \tau, \sqrt{\frac{2}{\tilde{E}}} \right) = \sqrt{\frac{\tilde{E}}{2}} sn \left(\frac{\tau}{\sqrt{2}}, \sqrt{\frac{\tilde{E}}{2}} \right) = \sqrt{\frac{\tilde{E}}{2}} sn \left(t \sqrt{\frac{g}{r}}, \sqrt{\frac{\tilde{E}}{2}} \right), \quad (9)$$

где $sn(u, k)$ – эллиптическая функция Якоби.

Способ численного интегрирования

Точные решения многих задач динамики, полученные методом Якоби, редко доводятся до окончательного результата. Причиной являются сложность и громоздкость аналитических выкладок при обращении многозначных интегралов, встре-

чающихся в уравнениях типа (8). Этим трудностей можно избежать, если непосредственно применять способ численного интегрирования.

Обозначим через $K(\vartheta)$ радикал, входящий в формулы (8):

$$K(\vartheta) = \sqrt{\tilde{E} - 2\sin^2 \frac{\vartheta}{2} - \frac{C^2}{\sin^2 \vartheta}}.$$

График вещественной части этого выражения, вычисленный при значениях $\tilde{E} = 2$ и $C = 0,5$, показан слева на рис. 1. Из него видны пределы изменения угла ϑ , зависящие от величин \tilde{E} и C .

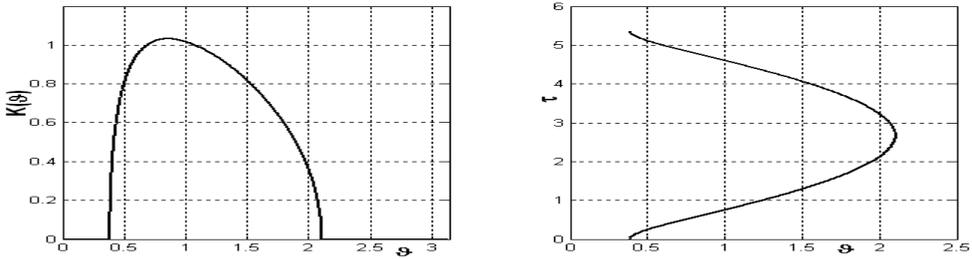


Рис. 1. Численное интегрирование

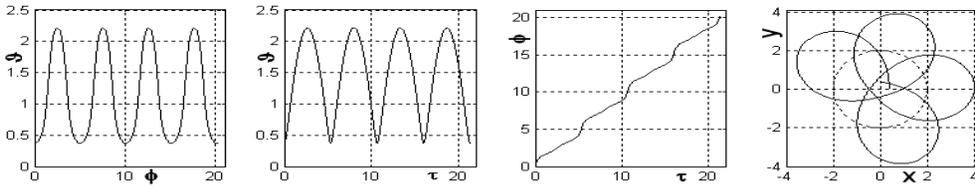


Рис. 2. Графики зависимостей $\vartheta(\varphi)$, $\vartheta(\tau)$, $\varphi(\tau)$ и траектория точки маятника в стереографической проекции

Подставляя эти данные во вторую формулу (8), можно численным интегрированием в прямом и обратном направлении по углу ϑ получить графическую зависимость времени от угла, которая показана справа на рис. 1. При интегрировании в обратном направлении изменяется знак у корня. Практическое построение зависимости $\tau(\vartheta)$ осуществляется программой

```
function tau=gamilton (E, C)
r=linspace(0.01, pi-0.01, 5000); K=E-2*sin(r/2).^2-C^2./sin(r).^2;
K=real(sqrt(K)); R= r(K>0); K= K(K>0); K=1./K;
R=[R, fliplr(R)]; K=[K, fliplr(-K)]; tau=cumtrapz(R,K); plot(R,tau);
```

Таким же способом получается и график функции $\varphi(\vartheta)$. Так как переменные φ и τ монотонно возрастают, то обратные зависимости $\vartheta(\tau)$ и $\vartheta(\varphi)$ получаются периодическими, причем периоды по переменным φ и τ могут не совпадать.

На рис. 2 показаны графики зависимостей угла ϑ от времени τ и от угла φ , а также траектория точки маятника в стереографической проекции для постоянных

величин: $\tilde{E} = 2$, $C=0,5$. Точки сферы единичного радиуса со сферическими координатами ϑ, φ в стереографической проекции отображаются на плоскость Римана формулой

$$z = x + iy = 2tg \frac{\vartheta}{2} e^{i\varphi}. \quad (10)$$

Поэтому экватор, для которого $\vartheta = \pi/2$, отображается на круг с центром в начале координат и с радиусом $r=2$, что и отмечено пунктиром на рис. 2. Из приведенного примера видно, что основные результаты из теории динамических колебаний проще и быстрее можно получать без использования трудоемких обращений многозначных интегралов.

Из рис. 3 и 4 видно поведение траекторий маятника в зависимости от начальной энергии и начального импульса.

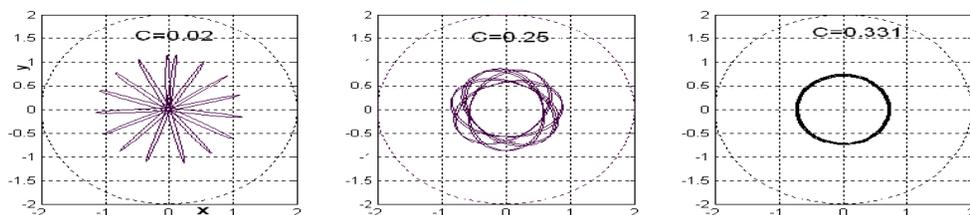


Рис. 3. Траектории центра масс сферического маятника при энергии $\tilde{E} = 0,5$ при различных значениях параметра C

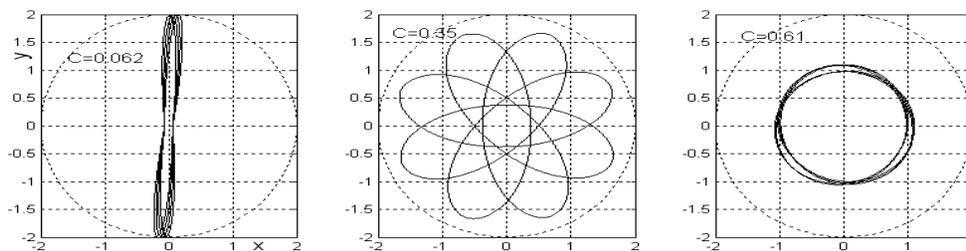


Рис. 4. Траектории центра масс сферического маятника при энергии $\tilde{E} = 1$ при различных значениях параметра C

Для заданной величины \tilde{E} существует предельный импульс C , при котором сливаются верхняя и нижняя границы колебаний по углу ϑ .

Заключение

Таким образом, в работе получено решение задачи о сферическом маятнике, которое содержит постоянную устранимую ошибку вычислений, связанную с численным определением интеграла. Это дает преимущество перед имеющимися численными методами решения эволюционных задач, в которых ошибка из-за применения пошаговых технологий постоянно накапливается.

Литература

1. Френкель Я.И. Курс теоретической механики на основе векторного и тензорного анализа. М.: Гостехиздат, 1940. 436 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. М.: Наука, 1969. Т. I: Механика. 767 с.
3. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: ФМ, 1961. 825 с.

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СВЕРХЗВУКОВОГО НЕВЯЗКОГО ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ

С.В. Помогаева, В.Д. Гольдин

Описывается новый вариант метода глобальных итераций, в котором положение ударной волны определяется из специального интегро-дифференциального уравнения с двумя особыми точками.

AN ALGORITHM FOR SOLVING THE PROBLEM OF SUPERSONIC INVISCID FLOW AROUND BLUNT BODIES

S.V. Pomogaeva, V.D. Goldin

Here is offered a new variant of global iterations method, in which the position of the shock wave is determined from the special integro-differential equation with two singularities.

При сверхзвуковом обтекании произвольного тела возмущенное течение сосредоточено в ударном слое [1, 2], расположенном между поверхностью тела и головной ударной волной. Целью исследования является определение поля течения в ударном слое при невязком обтекании осесимметричного затупленного тела. Процессы движения в невязкой среде описываются уравнениями Эйлера, которые в системе координат, связанной с поверхностью тела, имеют вид

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x}(r\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(H_1 r\rho v) = 0, \\ \frac{u}{H_1} \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{uvk}{H_1} + \frac{1}{\rho H_1} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \\ \frac{u}{H_1} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{u^2 k}{H_1} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \\ \frac{u}{H_1} \frac{\partial h_\Sigma}{\partial x} + v \frac{\partial h_\Sigma}{\partial y} = 0, \quad p = \frac{\gamma-1}{\gamma} \rho h, \quad h = h_\Sigma - \frac{u^2 + v^2}{2}. \end{cases}$$

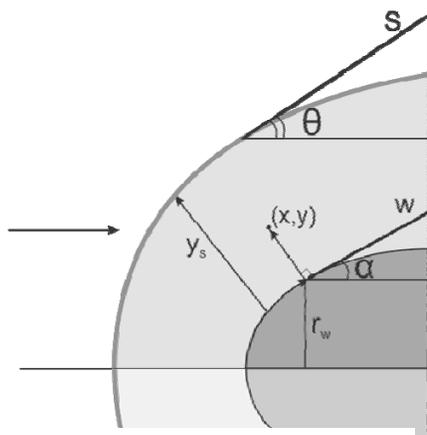


Рис. 1

Граничными условиями для этой системы служат условие непротекания на поверхности тела (при $y=0$): $v=0$, условие симметрии при ($x=0$) и соотношения Ренкина-Гюгонио на поверхности головной ударной волны [1, 2] (при $y=y_s(x)$):

$$\rho V_n = V_{n\infty}, \quad V_\tau = V_{\tau\infty}, \quad P = V_{n\infty}^2 \left(1 - \frac{1}{\rho}\right) + p_{\infty}, \quad h_\Sigma = \frac{1}{2} + h_{\infty}.$$

Условия на ударной волне дополняются геометрическим соотношением

$$\frac{1}{H_1} \frac{dy_s}{dx} = \operatorname{tg} \beta.$$

Здесь использованы обозначения (рис. 1): x – длина дуги контура тела, отсчитываемая от передней точки тела; y – расстояние по нормали от поверхности тела; α , Θ – углы наклона поверхности тела и ударной волны к оси симметрии, $\beta = \Theta - \alpha$, y – расстояние от ударной волны до тела, r_w – расстояние от оси симметрии до контура тела, $r(x, y)$ – расстояние от точки до оси симметрии, H_1 – коэффициент Лямэ, k – кривизна контура тела, h – статическая энтальпия, γ – показатель адиабаты. Искомыми неизвестными являются: $\vec{V} = (u \quad v)^T$ – вектор скорости газа, ρ – плотность, p – давление, h_Σ – полная энтальпия.

Все величины даны в безразмерной форме: геометрические размеры отнесены к радиусу кривизны тела в передней точке, компоненты скорости – к скорости набегающего потока, плотность – к плотности набегающего потока, давление – к скоростному напору ($\rho_\infty V_\infty^2$). Индекс « n » относится к проекциям векторов на нормаль к ударной волне, индекс « s » – к значениям на поверхности ударной волны, « ∞ » – к значениям в набегающем потоке.

Полученная система уравнений имеет переменный тип: эллиптический в дозвуковой и гиперболический в сверхзвуковой области. Кроме того, положение ударной волны неизвестно и должно определяться в процессе решения.

Одним из методов решения задач такого типа является метод глобальных итераций [3-6], определяющий положение ударной волны. Метод состоит из двух этапов: а) при известном с предыдущей итерации положении ударной волны решается система дифференциальных уравнений; б) по известному полю течения в ударном слое уточняется положение ударной волны. Эти этапы поочередно повторяются в итерационном процессе до достижения сходимости.

В настоящей работе предлагается оригинальный вариант метода глобальных итераций. Суть метода состоит в выводе и решении интегродифференциального уравнения относительно отхода ударной волны.

Для упрощения численного решения задачи исходная система уравнений подвергается преобразованиям с использованием следующих соотношений:

$$dz = dx \cos \alpha; \quad u = \tilde{u} \cos \alpha; \quad p = p_s P; \quad y = y_s \eta.$$

Полученная нелинейная краевая задача решается методом последовательных приближений после предварительной линеаризации.

Расчетную область покрываем сеткой (z_i, η_j) , $i = 0, N$, $j = 0, M$. Дифференциальные операторы заменяем конечно-разностными соотношениями по неявной схеме.

Введем вектор приращений $\Delta = (\delta y_s, \delta p_s, \delta p'_s, \delta t_\beta)^T$, характеризующий возмущение ударной волны. Параметры вектора Δ связаны следующим образом:

$$t_\beta \equiv \frac{tg\beta}{\cos \alpha} = \frac{1}{H_{1,s}} \frac{dy_s}{dz}; \quad \delta t_\beta = -\frac{kt_\beta}{H_{1,s}} \delta y_s + \frac{1}{H_{1,s}} \frac{d(\delta y_s)}{dz}; \quad \delta p_s = p_\beta \delta t_\beta.$$

Рассмотрим решение системы в окрестности оси симметрии (при $z=0$). В этом случае система уравнений упрощается, соответствующие разностные производные по z исчезают, и исходная система уравнений принимает следующий вид:

$$\hat{R}v_{j+1} = \check{R}v_j + \hat{Q}U_{j+1} + \check{Q}U_j + \sum_{k=1}^4 \hat{\phi}_k \Delta_k; \quad (1)$$

$$\check{F}U_j = \hat{F}U_{j+1} + \check{G}v_j + \hat{G}v_{j+1} + S + \sum_{k=1}^4 \check{\Phi}_k \Delta_k, \quad (2)$$

где $U = (\tilde{u} \quad P)^T$.

Решая уравнения (1)–(2) методом прогонки с учетом граничных условий, вычислим v_j и U_j через вектор Δ ($j=0, \dots, M$).

Подставляя полученные выражения в граничное условие на ударной волне, выражающее закон сохранения массы, получим уравнение с четырьмя неизвестными, которое можно привести к следующему дифференциальному соотношению при $z=0$:

$$\left(\frac{da}{dz}\right)_0 \left(\frac{df}{dz}\right)_0 + b(0) \left(\frac{df}{dz}\right)_0 + c(0)f(0) = d(0),$$

где $f(z) \equiv \delta y_s(z)$, a, b, c, d – некоторые коэффициенты, зависящие от значений s предыдущей глобальной итерации.

После замены дифференциальных соотношений конечно-разностными выразим f_0 через f_1 :

$$f_0 = P_0 f_1 + Q_0. \quad (3)$$

Полученное соотношение позволяет вычислить все неизвестные в ударном слое при $z=0$ через f_1 .

При $z_i > 0$ в систему уравнений входят значения неизвестных с предыдущего шага по z . В соответствии с соотношением (3) эти значения выражаются через δy_{si} . В результате система конечно-разностных уравнений сводится к виду (1)–(2).

По аналогии с описанным выше алгоритмом из закона сохранения массы на ударной волне получим дифференциальное уравнение вида (при $z \geq 0$)

$$\frac{d}{dz} \left[a(z) \frac{df(z)}{dz} \right] + b(z) \frac{df(z)}{dz} + c(z)f(z) = d(x). \quad (4)$$

Анализ коэффициентов уравнения (4) на известных решениях показывает, что коэффициент при старшей производной $a(z)$ равен нулю при $z=0$ и при некотором $z^* > 0$. Условием, замыкающим алгоритм, является условие гладкости решения в окрестности точки z^* .

Вторую производную в уравнении (4) в области $z < z^*$ аппроксимируем с помощью центральных разностей, а в области $z > z^*$ – с помощью разностей «назад». Комбинация этих аппроксимаций в окрестности z^* дает замыкающее условие, позволяющее вычислить $f(z)$ при $z < z^*$. В результате $f(z)$ при $z < z^*$ может быть вычислено методом прогонки, а при $z > z^*$ – по явным формулам.

Описанный выше алгоритм является новым оригинальным вариантом метода глобальных итераций и может быть применен к решению задачи сверхзвукового обтекания затупленного тела.

Работа выполнена в соответствии с госзаданием № 9.1024.2014/к Минобрнауки РФ.

Литература

1. Черный Г.Г. Течения газа в большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959. 220 с.
2. Лунев В.В. Течение реальных газов с большими скоростями. М.: Физматлит, 2007. 759 с.
3. Davis R.T. Numerical solution of the hypersonic viscous shock layer equations // AIAA Journal. 1970. Vol. 8, №5. P. 843–851.
4. Rogov B.V., Sokolova I.A. Маршевый расчет ударной волны при невязком сверхзвуковом обтекании затупленных тел // Математическое моделирование. 2001. Т. 13, №5. С. 110–118.
5. Гиперзвуковая аэродинамика и теплообмен спускаемых космических аппаратов и планетных зондов / под ред. Г.А. Тирского. М.: Физматлит, 2011. 546 с.
6. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: в 2 т. Т. 2. М.: Мир, 1990. 728 с.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОЙ КАВЕРНЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМА SIMPLE

И.А. Рыльцев

Рассматривается задача о течении ньютоновской несжимаемой жидкости в каверне. Численное решение задачи осуществляется с помощью алгоритма SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation). Проводится сравнение картин стационарного течения жидкости в каверне с подвижной стенкой, характеризующихся формированием циркуляционных зон в центре и углах области. Исследуются зависимости характеристик течения от числа Рейнольдса.

NUMERICAL SIMULATION OF VISCOUS FLOW IN A PLANAR CAVITY USING SIMPLE ALGORITHM

I.A. Ryltsev

In this article incompressible Newtonian fluid flow in the cavity is considered. The numerical solution is carried out by SIMPLE algorithm (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation). The patterns of steady fluid flow in cavity with a moving wall are compared. They are characterized by the circulation zones formation in center and corners of the area. The dependence of flow characteristics on the Reynolds number is investigated.

В данной работе рассматривается задача о стационарном течении ньютоновской несжимаемой жидкости в каверне. Течение описывается уравнениями Навье–Стокса совместно с уравнением неразрывности, которые в размерном виде в векторной форме записываются следующим образом [1]:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{U} &= 0, \\ \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \mathbf{U}) - \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{U}) &= -\nabla P. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь: $\mathbf{U} = \{U; V\}$ – вектор скорости; P – давление; μ – кинематическая вязкость, ρ – плотность.

На рис. 1 представлена область течения. Верхняя стенка движется в горизонтальном направлении со скоростью U_0 , другие три стенки сосуда остаются неподвижными.

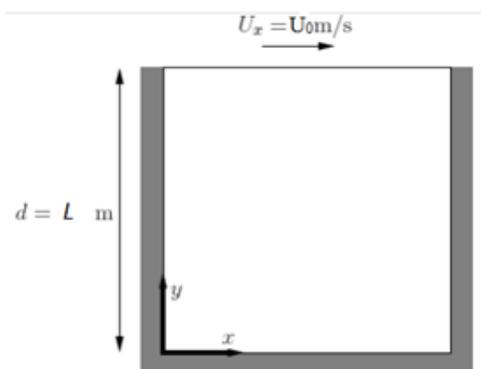


Рис. 1. Область течения

На твердых неподвижных границах выполняются условия прилипания: $U=V=0$ – для неподвижных стенок, $U=U_0, V=0$ – для подвижной стенки.

Перепишем исходную систему уравнений (1) с сохранением обозначений в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \text{Re}\left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y}\right) &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \Delta U, \\ \text{Re}\left(U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y}\right) &= -\frac{\partial P}{\partial y} + \Delta V, \\ \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

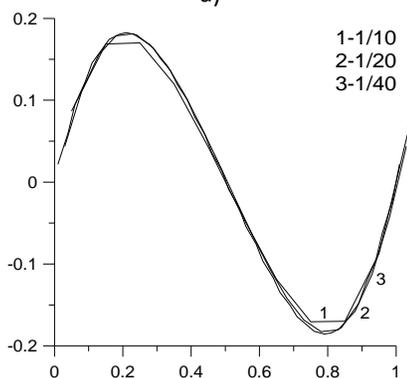
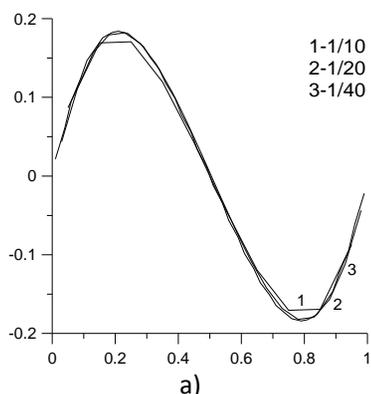
Здесь $\text{Re} = \frac{\rho UL}{\mu}$ – число Рейнольдса, характеризующее соотношение инерционных и вязких сил в потоке жидкости. В качестве масштабов обезразмеривания выбраны следующие величины: длины – размер каверны L ; скорости – скорость верхней стенки U_0 .

Задача была решена с использованием двух различных подходов расчета конвективных слагаемых: схемы против потока и экспоненциальной схемы. Применив алгоритм SIMPLE [2], были получены поля скорости и давления. Суть метода заключается в следующем: область течения покрывается разнесенной разностной сеткой. Численный метод реализован на каждом шаге по времени в два этапа. На первом этапе рассчитывается поле скорости в расчетных узлах разнесенной сетки. На втором этапе корректируются поля давления и скорости для выполнения уравнения неразрывности. На каждом шаге по времени организуется итерационный процесс.

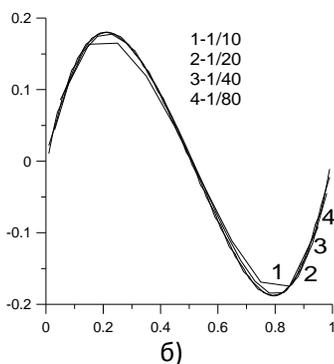
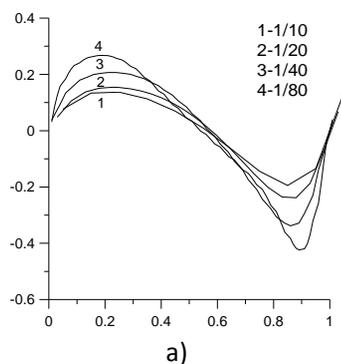
Сеточная сходимость проверяется сравнением скорости $V(x)$ при $\text{Re}=0,1$ в сечении $y=0,5$, которое пересекает циркуляционную зону при различных сетках для установившегося поля скорости. На рис. 2, *a* и *б* представлены распределения скоростей, полученных с помощью экспоненциальной и противопоточной схем соответ-

ственно. Видно, что, начиная с некоторого значения с дальнейшим уменьшением шага сетки, наблюдается совпадение графиков, что демонстрирует аппроксимационную сходимость. При этом уже на сетки с шагом $1/20$ для обеих схем наблюдается совпадение результатов. На рис. 3, а, б представлены аналогичные результаты расчетов при $Re=10$. Лучшую сходимость дает схема против потока, что согласуется с теорией [4].

Рис. 2. Распределение скоростей $V(x)$ в сечении $y=0,5$, $Re=0,1$



б)



в)

Рис. 3. Распределение скоростей $V(x)$ в сечении $y=0,5$

Сравнение двух схем на сетке $1/20$ с данными статьи [3], где решение получено на сетке с шагом $1/150$, показано на рис. 3, в при значении $Re=400$. Видно, что

лучший результат дает схема против потока, что согласуется с теорией [4]. На рис. 3, в кривая 1 – решение, полученное с помощью экспоненциальной схемы на сетке с шагом $1/20$; 2 – решение, полученное с помощью противопоточной схемы на такой же сетке; 3 – распределение, взятое из статьи [3].

После решения исходной системы для представления картины течения рассчитывалось распределение функции тока, изолинии которого являются линиями тока. Картина течения характеризуется образованием циркуляционной зоны в центре каверны и двух зон в нижних углах. Исследовалась зависимость распределения линий тока от числа Рейнольдса. На рис. 4 представлены линии тока для различных Re . С увеличением числа Рейнольдса центральная циркуляционная зона смещается к центру. Наблюдается хорошее совпадение результатов с данными, взятыми из статьи [3].

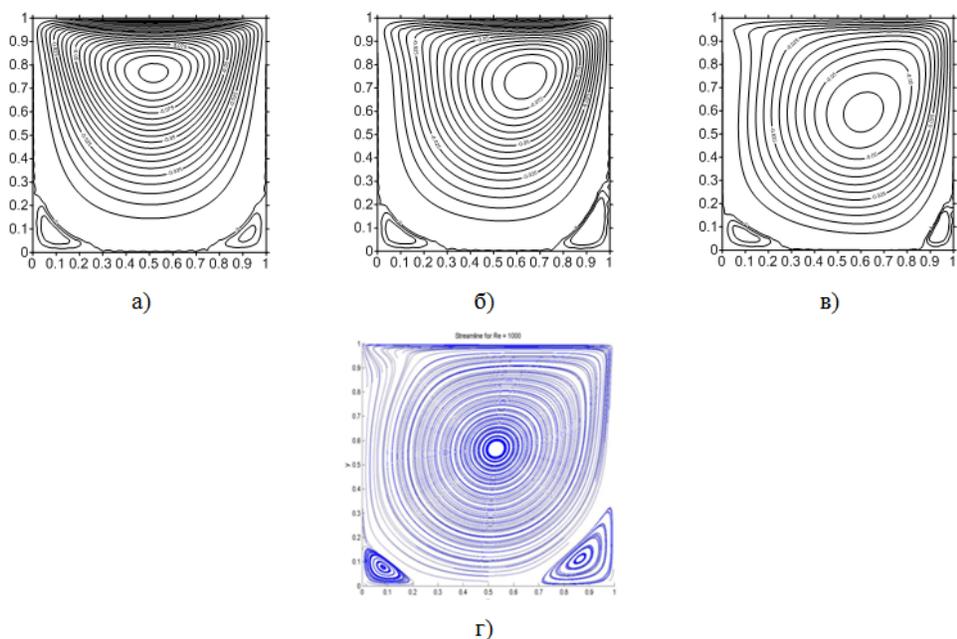


Рис. 4. Распределение линий тока при различных числах Рейнольдса
(а – $Re=10$, шаг $1/20$; б – $Re=100$, шаг $1/20$; в – $Re=1000$, шаг $1/20$; г – $Re=1000$, шаг $1/150$ [3])

В итоге решена задача о стационарном течении несжимаемой жидкости в каверне. Реализовано два способа расчета конвективных слагаемых. Проведено сравнение результатов расчетов.

Литература

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
2. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С. Патанкар. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
3. Ambatipudi V. Simple solver for driven cavity flow problem [Электронный ресурс] / <https://engineering.purdue.edu/ME608/webpage/project-reports/SIMPLE-DrivenCavity.pdf> (дата обращения: 7.11.2014).
4. Роуч П. Вычислительная гидродинамика / П. Роуч; пер. с англ. В.А. Гущина, В.Я. Митницкого; под ред. П.И. Чушкина. М.: Мир, 1980.

ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕЧЕНИЙ СТЕПЕННОЙ ЖИДКОСТИ НЕПРЯМЫМ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

М.А. Пономарева, М.П. Филина, В.А. Якутенюк

Рассматриваются особенности использования метода простой итерации для решения системы нелинейных алгебраических уравнений при реализации непрямого метода граничных элементов для моделирования двумерных ползущих течений неньютоновской жидкости. Показано, что в случае течения степенной жидкости необходимо использование процедуры релаксации при малых значениях показателя нелинейности.

AN EFFECTIVE SIMPLE ITERATION SCHEME OF NONLINEAR ALGEBRAIC EQUATIONS SYSTEM SOLVING FOR POWER LAW FLUID FLOW SIMULATION BY INDIRECT BOUNDARY ELEMENT METHOD

M.A. Ponomareva, M.P. Filina, V.A. Yakutenok

An effective iterative scheme for a nonlinear system of algebraic equations solving is considered in the case of numerical simulation of plane Stokes flows of a non-Newtonian fluid by the indirect boundary element method. It is shown that in the case of power-law fluid flow using of a relaxation procedure is necessary at small values of a power-law index.

Численно решается задача об установившемся течении степенной жидкости в плоском канале с известным аналитическим решением. Задача формулируется в безразмерных переменных. Математическая постановка включает систему уравнений Стокса и уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0, \quad i, j = 1, 2,$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0,$$

где $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}$ – компоненты тензора напряжений, p – давление, δ_{ij} – символ Кронекера, а компоненты тензора вязких напряжений определяются выражением

$$\tau_{ij} = 2k\dot{\gamma}^{n-1}\dot{\epsilon}_{ij},$$

где k – коэффициент консистенции, n – показатель нелинейности, $\dot{\epsilon}_{ij}$ – компоненты тензора скоростей деформаций. В качестве характерного размера длины выбрана ширина канала L , скорости – средняя скорость U , характерный масштаб давления – $k(U/L)^n$.

На входной границе заданы компоненты вектора скорости в соответствии с аналитическим решением для степенного закона:

$$u_1(x_1) = 0, \quad u_2(x_1) = \frac{2n+1}{n+1} \left(1 - |2x_1|^{\frac{n+1}{2}} \right), \quad -0,5 < x_1 < 0,5, \quad x_2 = 0.$$

На твердых стенках заданы условия прилипания:

$$u_i(x_2) = 0, \quad x_1 = -0,5, x_1 = 0,5.$$

На выходной границе заданы значения компонент линейной части вектора усилий:

$$t_1^N(x_1) = \sigma_{12}^N = 2\dot{\epsilon}_{12} = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} = -\frac{2n+1}{n} (2|x_1|)^{\frac{1}{n}} \frac{x_1}{|x_1|}, \quad -0,5 < x_1 < 0,5, x_2 = 0,$$

$$t_2^N(x_1) = \sigma_{22}^N = -p + 2\frac{\partial u_2}{\partial x_2} = 0, \quad -0,5 < x_1 < 0,5, x_2 = 0,$$

где σ_{ij}^N – линейная часть тензора напряжений.

В результате решения поставленной краевой задачи со смешанными краевыми условиями на выходной границе должен получаться профиль скорости, близкий к аналитическому.

В соответствии с основными принципами непрямого метода граничных элементов вместо исходной системы дифференциальных уравнений решается эквивалентная система гранично-интегральных уравнений, которая включает интегралы по границе области решения от фундаментальных сингулярных решений – стоклетов и фиктивных источников, распределенных по границе области. В случае присутствия нелинейных слагаемых система также содержит интегралы по области от стоклетов и фиктивных источников, распределенных по области течения. В результате дискретизации гранично-интегральных уравнений с использованием N постоянных элементов на границе и $N \times N$ постоянных ячеек в области получается система нелинейных алгебраических уравнений. Данная система может быть записана в матричной форме следующим образом:

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B}(\mathbf{X}), \quad (1)$$

где \mathbf{A} – матрица коэффициентов (интегралов от фундаментальных решений по элементам, вычисленных аналитически с выделением особенностей), \mathbf{X} – вектор неизвестных граничных источников, $\mathbf{B}(\mathbf{X})$ – вектор нелинейной правой части, содержащий граничные условия и интеграл по области от внутренних источников Ψ_j , для вычисления которых необходимо знать поле скорости в области течения [1]. Результаты решения данной системы методом простой итерации в случае значительной нелинейности ($n = 0,2$) представлены на рис. 1, а. При этом наблюдаются осцилляции решения в области малых скоростей сдвига. На рис. 1, б результаты решения, полученные методом простой итерации с использованием процедуры релаксации с динамическим выбором коэффициента релаксации, исходя из условия непрерывного уменьшения Евклидовой нормы вектора невязки [1]:

$$r = \|\mathbf{AX} - \mathbf{B}(\mathbf{X})\|. \quad (2)$$

В качестве условия сходимости итерационного процесса принято $r < N^2 \cdot 10^{-6}$.

Для решения системы линейных алгебраических уравнений (1) для заданной правой части в ходе итераций использовались процедуры sgetrf, sgetrs модуля ли-

нейной алгебры LAPACK из параллельной версии библиотеки Intel Math Kernel Library. Процедура `sgemv` применялась для вычисления невязки (2). Для вычисления внутренних источников эффективным оказалось использование конечно-разностных аппроксимаций для производных скорости, а для вычисления интеграла по области – численных квадратур Гаусса. Для формирования матрицы и правой части системы в программной реализации использована технология OpenMP, что совместно с применением процедур оптимизированной библиотеки позволило значительно ускорить работу вычислительного алгоритма.

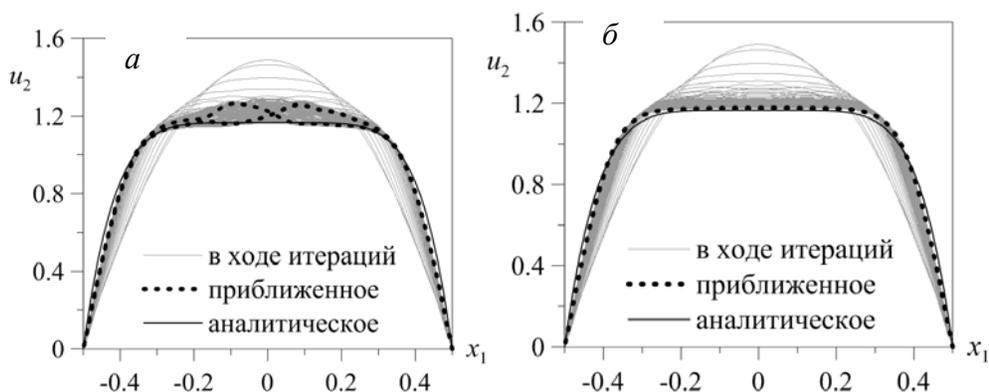


Рис. 1. Значения продольной составляющей вектора скорости при $n=0,2$; $N=256$:
 a – без релаксации; b – с релаксацией

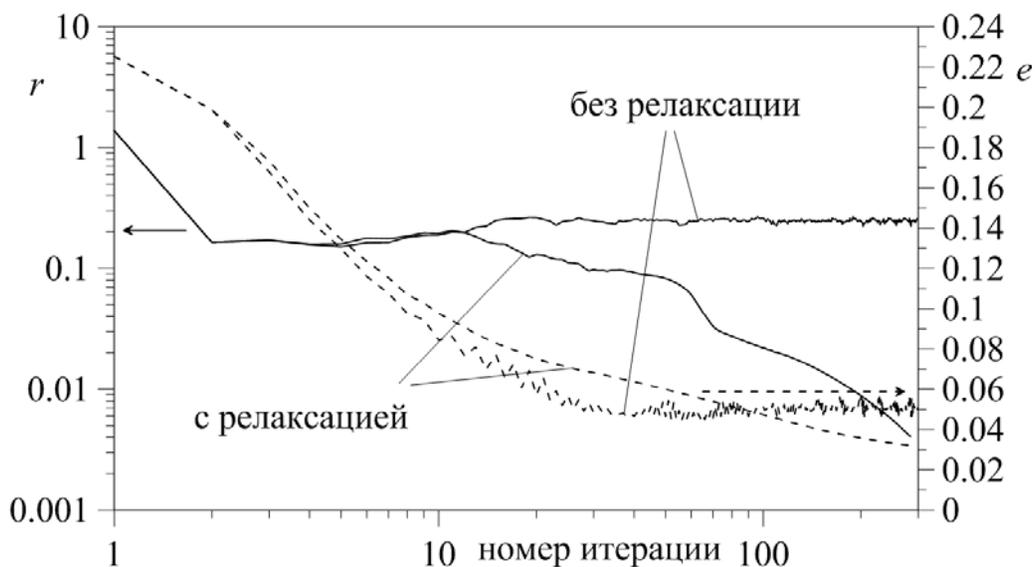


Рис. 2. Изменение невязки r (сплошные линии) и среднеквадратичного отклонения от аналитического решения e (пунктирные линии) в ходе итераций при $n=0,2$; $N=256$

Такой вариант метода простой итерации оказался эффективным в широком диапазоне изменения n и был использован для моделирования течения вязкой жидкости со свободной поверхностью в [1].

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Президента РФ (МК-3687.2014.1) и РФФИ в рамках научного проекта № 14-08-31579 мол_а.

Литература

1. Ponomareva M.A., Filina M.P., Yakutenok V.A. The indirect boundary element method for the two-dimensional pressure- and gravity-driven free surface Stokes flow // WIT Transactions on Modelling and Simulation. 2014. Vol. 57. P. 289–304.

РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ СЛОИСТОЙ ЖИДКОСТИ В ПОЛОСЕ

Е.Ю. Мищарина, Ю.П. Худобина

Численным методом изучаются свойства нелинейного дифференциального уравнения в частных производных, которым описываются стационарные течения неоднородной несжимаемой жидкости в криволинейной полосе. Задача имеет приложения в метеорологии и в океанографии.

CALCULATION OF A CURRENT OF A LAYERED LIQUID IN A STRIP

Ye.Yu. Mishcharina, Ju.P. Khudobina

By means of a numerical method properties of the nonlinear differential equation in private derivatives by which stationary currents of a non-uniform incompressible liquid in a curvilinear strip are described are investigated. This problem finds application in meteorology and in oceanography.

В работе [1] показано, что в стационарных течениях плотность несжимаемой жидкости должна зависеть только от значения функции тока в данной точке и не зависеть явно от координат. Следовательно, линии тока являются одновременно и линиями одинаковой плотности. Зависимость $\rho = \rho(\psi)$ может быть произвольной, и должна задаваться при решении задачи. Она характеризует неоднородность среды и представляет собой закон расслоения неоднородной жидкости. Само течение жидкости при этом описывается единственной функцией тока $\psi(x, y)$. Эта функция должна удовлетворять дифференциальному уравнению, которое принадлежит M.L. Dubriel-Jacotin [1]:

$$\Delta\psi + \frac{\rho_\psi}{\rho} \left[gy + \frac{(\nabla\psi)^2}{2} \right] = 0. \quad (1)$$

В статье [2] получено решение уравнения (1) для случая обтекания диполя потоком жидкости, в которой плотность $\rho(\psi)$ распределена по показательному закону. Недостатком такого решения в безграничной области было то, что обтекаемый контур изменялся вместе с параметрами течениями, такими как скорость на бесконечности U_∞ и закон распределения плотности. В настоящей статье рассматривается численное решение уравнения (1) для потока с фиксированными границами, вдоль которых функция тока принимает постоянные значения. Областью решения является криволинейная полоса $Z(x, y)$ в физической области. Но поскольку численные методы удобнее применять в прямолинейной полосе, то введем также параметрическую область $-\Omega = \xi + i\eta$, $-\infty < \xi < \infty$, $0 < \eta < H$ в виде горизонтальной полосы с

высотой H . Если известно конформное отображение вида $Z = x + iy = F(\Omega)$, то уравнение (1) в полосе Ω приводится к следующему виду:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} = -\frac{\rho_\psi}{\rho} \left[\frac{g y(\xi, \eta)}{|\partial \Omega / \partial Z|^2} + \frac{1}{2} (\psi_\xi^2 + \psi_\eta^2) \right] \quad (2)$$

с граничными условиями $\psi(\xi, 0) = 0$, $\psi(\xi, H) = U_\infty H$. Если мы будем рассматривать безразмерную функцию тока, отнесенную к величине $U_\infty H$, то для нее уравнение (2) переписывается следующим образом:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} = -\frac{\rho_\psi}{\rho H^2} \left[\frac{gH}{U_\infty^2} \frac{y(\xi, \eta)}{H |\partial \Omega / \partial Z|^2} + \frac{H^2}{2} (\psi_\xi^2 + \psi_\eta^2) \right], \quad \psi(\xi, 0) = 0, \quad \psi(\xi, H) = 1. \quad (3)$$

Правую часть в уравнениях (2) или (3) можно рассматривать как вихревое поле, образовавшееся из-за неоднородности жидкости, которое и определяет разницу между течениями однородной и неоднородной жидкости. Из уравнения (3) видно, что на характер течения сильно влияет безразмерный параметр $Fr = gH/U_\infty^2$. Если скорость течения U_∞ велика, то движение будет слабо отклоняться от однородного течения, а при малой скорости разница в поведении однородной и неоднородной жидкости будет наиболее существенной. Вторым фактором, влияющим на течение, является показатель неоднородности, выражаемый зависимостью ρ_ψ/ρ . Если, например, $\rho(\psi) = e^{-\alpha \psi}$, то $\rho_\psi/\rho = -\alpha$, и тогда коэффициент α является показателем неоднородности. Нелинейное дифференциальное уравнение (3) можно решать методом последовательных приближений, применяя в качестве первого приближения функцию тока, соответствующую течению в однородной жидкости. Тогда мы приходим к последовательности решений уравнений Пуассона. Сходимость такого вычислительного процесса обычно получается достаточно хорошей, особенно в случае малых чисел α и Fr . После решения задачи в полосе Ω результаты ее расчета всегда можно пересчитать в физическую область Z , если известно конформное отображение $Z = F(\Omega)$. Для осуществления конформного отображения удобно воспользоваться результатом статьи [3], в которой описывается простой способ отображения прямолинейной полосы на криволинейную полосу с заданными границами. В симметрической форме формулы конформного преобразования записываются в виде

$$\begin{aligned} x &= \xi + \frac{\cos \eta \partial / \partial \xi}{\sin H \partial / \partial \xi} f_1(\xi) - \frac{\cos(H - \eta) \partial / \partial \xi}{\sin H \partial / \partial \xi} f_0(\xi), \\ y &= \eta + \frac{\sin \eta \partial / \partial \xi}{\sin H \partial / \partial \xi} f_1(\xi) + \frac{\sin(H - \eta) \partial / \partial \xi}{\sin H \partial / \partial \xi} f_0(\xi). \end{aligned} \quad (4)$$

Подставляя в эти формулы $\eta = H$, получим уравнение верхней границы полосы в виде $y = H + f_1(\xi)$. Аналогично, когда $\eta = 0$, получаем уравнение нижней границы: $y = f_0(\xi)$. Таким образом, подбором функций $f_0(\xi)$ и $f_1(\xi)$ можно отображать точки прямолинейной полосы на физическую область Z . При численном задании

этих функций предпочтительнее пользоваться интегральным аналогом формул (4), который имеет следующий вид:

$$Z = x + iy = \Omega + \int_{-\infty}^{\infty} f_0(\lambda) \frac{1}{2H} \operatorname{th} \frac{\pi(\lambda + iH - \Omega)}{2H} d\lambda + \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\lambda) \frac{1}{2H} \operatorname{th} \frac{\pi(\Omega - \lambda)}{2H} d\lambda. \quad (5)$$

Пример применения формулы (5) показан на рис. 1. На нем изображены образы постоянных значений $\eta = \text{const}$ в области Z . Высота полосы в области Ω выбрана как $H=2$. Функция $f_1(\lambda)$ взята равной нулю, что соответствует горизонтальной верхней линии в области Z . Функция $f_0(\lambda)$ подобрана так, чтобы нижняя граница полосы представляла собой бугор (левый рисунок). Если поменять знак у функции $f_0(\lambda)$, то получится обтекание впадины (рисунок справа).

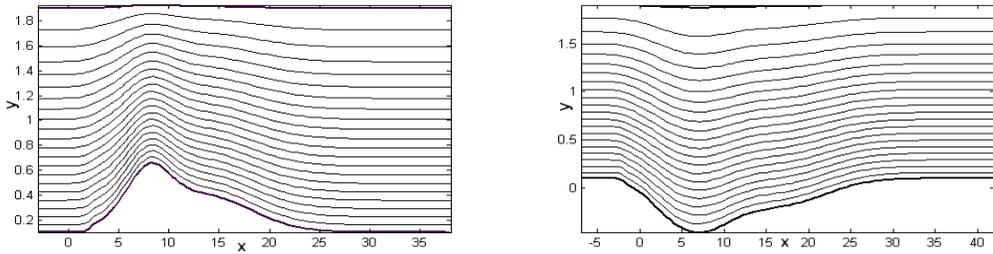


Рис. 1. Линии тока при обтекании бугра и впадины, вычисленные по формуле (5)

Линии, представленные на рис. 1, соответствуют течению однородной несжимаемой жидкости в полосе с дном в виде бугра или впадины. Чтобы сопоставить их с течением неоднородной жидкости, нужно решить нелинейное уравнение (3), задав значения параметров α и Fr . Процесс расчета сходится за 5–7 итераций, и мы, как правило, получаем картину линий тока, значительно отличающуюся от той, которая показана на рис. 1. Причем они ведут себя различным образом для обтекаемого бугра или впадины. Над впадиной появляются замкнутые линии тока, а бугор разделяет их на два возвратных течения. Пример такого расчета показан на рис. 2. Он выполнен для значений параметров течения: $\alpha = 0,25$ и $Fr=50$, когда свойства неоднородного течения проявляются достаточно сильно.

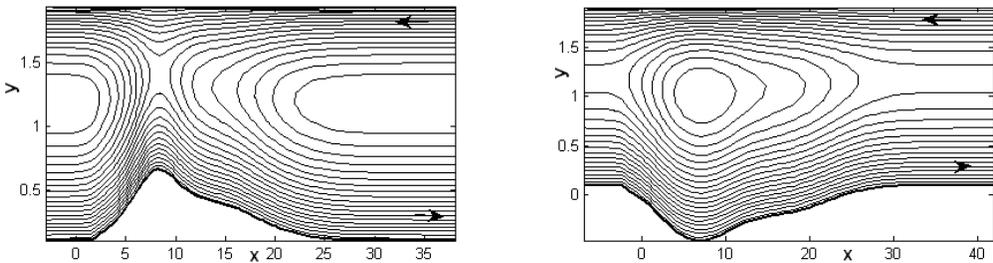


Рис. 2. Отличия в поведении линий тока при обтекании неоднородной жидкостью бугра и впадины

Литература

1. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.
2. Худобина Ю.П. Диполь в потоке неоднородной несжимаемой жидкостин // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: матер. конф., 3–5 окт. 2006 г. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2006. С. 181–182.
3. Терновых Е.Ю. Конформное отображение прямолинейной полосы на криволинейную полосу с заданными границами // Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики: матер. науч. конф. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2012. С. 138–140.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЗАКРУТКИ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ФРАКЦИОННОГО РАЗДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЦ

А.В. Шваб, Н.С. Евсеев

Проводится моделирование аэродинамики двухфазного закрученного турбулентного потока в сепарационной камере воздушно-центробежного классификатора. Анализируется влияние параметров закрутки на сепарацию тонкодисперсных частиц и эффективность фракционного разделения частиц в пневматическом центробежном аппарате.

INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF PARAMETERS OF ROTATION ON THE EFFICIENCY OF FRACTIONAL SEPARATION OF PARTICLE

A.V. Shvab, N.S. Evseev

The paper deals with modeling of aerodynamics two-phase swirling turbulent flow in the separation chamber of air centrifugal classifier. In this paper we analyze the effect of the parameters of rotation on the separation of particles, and the effectiveness of the fractional separation of particles in the pneumatic centrifugal machine.

В настоящее время в различных отраслях промышленности существенно возросли потребности в тонкодисперсных материалах. Важной проблемой в порошковой технологии является возможность получения тонкодисперсных порошков заданного гранулометрического состава. Для выделения тонкодисперсных фракций из полидисперсного состава порошков существуют различные методы их получения, но наиболее эффективными и экологически чистыми являются пневматические методы, в основе которых лежит использование противодействия аэродинамических и центробежных сил [1–2].

В работе проводится моделирование аэродинамики двухфазного закрученного турбулентного потока в сепарационной камере воздушно-центробежного классификатора. Поле скоростей закрученного турбулентного потока газовой фазы определялось на основе уравнений Рейнольдса, замыкание которых осуществлялось при помощи двухпараметрической модели турбулентности Уилкокса. Согласно этой модели дополнительно записываются два уравнения переноса кинетической энергии турбулентных пульсаций k и удельной скорости диссипации кинетической энергии ω . Движение тонкодисперсной твердой фазы моделируется совокупностью расчетов траекторий движения отдельных частиц в лагранжевой системе координат с учетом действия инерционных, центробежных, гравитационных и аэродинамических сил. В работе также прогнозируется влияние турбулентной диффузии частиц за счет пульсационного движения газовой фазы на основе полуэмпирической вероятностной модели.

Схема вихревой камеры центробежного аппарата, в которой происходит процесс разделения порошка по размеру на крупный и мелкий продукт, представлена на рис. 1.

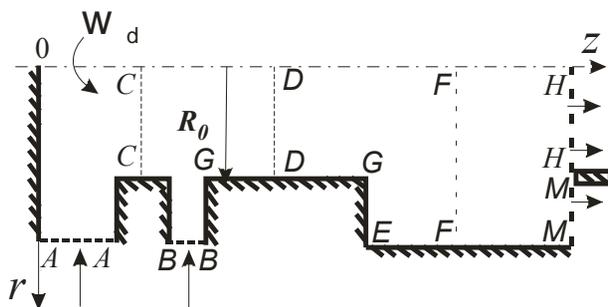


Рис. 1. Схема вихревой камеры центробежного аппарата

Турбулентный поток несущей среды совместно с твердой фазой через сечение *A-A* попадает в зону сепарации. Этот поток имеет среднюю радиальную U_0 и угловую ω_{cp} скорости. В сечении *B-B* имеется дополнительный подвод только газовой фазы, который также имеет радиальную и тангенциальную составляющие вектора скорости. Этот дополнительный подвод несущей среды позволяет, с одной стороны, отгеснить мелкие частицы к оси симметрии, чтобы они попали в мелкий продукт разделения, с другой – устранить отрыв потока за уступом вблизи области входа несущего потока. Стенки сепарационной камеры могут вращаться вокруг оси *OZ*, придавая тем самым дополнительное вращение потоку газа в исследуемом аппарате и тем самым выравнивая поле тангенциальной составляющей вектора скорости. Через сечение *H-H* поток газа вместе с мелкой фракцией покидает рабочую зону вихревой камеры разделяемого полидисперсного порошка, а крупный продукт разделения – через сечение *M-M*.

Экспериментальные данные показывают, что в расчетах существенно завышена реальная эффективность процесса разделения, так как в них не учитываются случайные факторы, которые могут изменить траекторию движения частицы. Одним из важнейших факторов, влияющих на диффузию твердой примеси в турбулентном потоке, является участие частиц в пульсационном движении несущей среды. Это явление турбулентной диффузии частиц понижает эффективность процесса классификации частиц по размерам. Будем учитывать турбулентную диффузию в соответствии с работой [3], согласно которой пульсационные значения скоростей определяются вероятностным законом Гаусса, причем дисперсией в этом законе является кинетическая энергия пульсационного движения. В случае турбулентных пульсаций вероятностный закон Гаусса можно записать в виде

$$f = \frac{1}{\sqrt{2\pi k}} \exp\left(-\frac{(u' - u'_m)^2}{2k}\right).$$

Здесь u'_m – математическое ожидание, значение которого равно нулю; k – дисперсия, равная кинетической энергии пульсационного движения; f – плотность вероятности, максимальное значение которой определяется величиной $1/\sqrt{\pi k}$. Выражая значение пульсационной скорости из закона Гаусса, получим

$$u' = \pm \sqrt{-2k \ln(f \sqrt{2\pi k})}.$$

Как известно, значение f определяется в диапазоне $0 < f < 1/\sqrt{\pi k}$. Используя датчик случайных чисел, который определяет случайное число N в диапазоне $0 < N < 1$, найдем случайную величину пульсационной скорости:

$$u' = \pm \sqrt{-2k \ln N}. \quad (1)$$

Здесь знак перед корнем также определяется с помощью датчика случайных чисел. Учитывая полуэмпирический характер соотношения (1), введем в него константу γ , которая определяется с использованием опытных данных:

$$u' = \pm \gamma \sqrt{-2k \ln N}. \quad (2)$$

На рис. 2 показана совокупность траекторий движения частиц (без учета турбулентной диффузии) диаметром 15 мкм в зависимости от их местоположения во входном сечении сепарационной камеры.

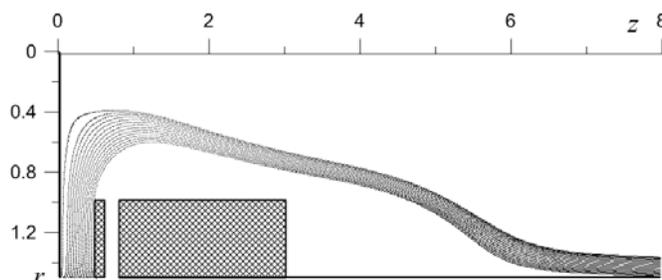


Рис. 2. Траектории движения частиц без учета турбулентной диффузии

Влияние турбулентной диффузии и местоположения старта на траекторию движения частиц представлено на рис. 3. Видно, что без учета турбулентной диффузии все частицы попадают в крупный продукт разделения, в отличие от случая учета турбулентной диффузии, при котором небольшая доля частиц попадает в мелкий продукт разделения.

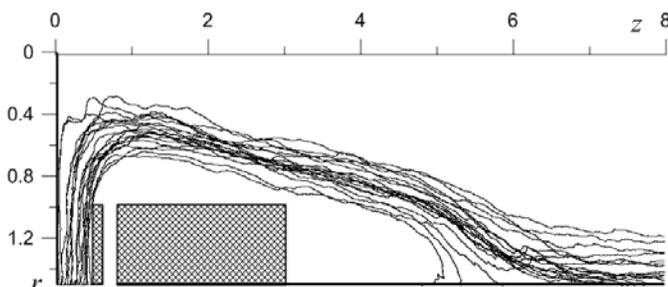


Рис. 3. Траектории движения частиц с учетом влияния турбулентной диффузии

Из графика изолиний окружной составляющей скорости (рис. 4) видно, что за счет направления закрученного потока газа к оси симметрии существенно возрастает окружная составляющая скорости в силу сохранения импульса при уменьшении радиуса. За счет дополнительного подвода закрученного газа без частиц из сечения *B-B* поддерживается большая окружная скорость, что способствует существенному уменьшению граничного размера частиц.

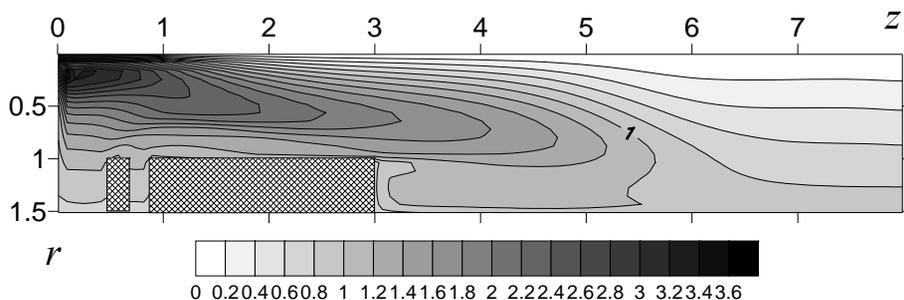


Рис. 4. Распределение окружной составляющей вектора скорости

На рис. 5 показаны кривые разделения Тромпа при различных параметрах закрутки несущей среды. Изображено влияние параметров закрутки газа на эффективность фракционного разделения частиц. Кривые 1, 2, 3 отображают режимы, при которых окружные скорости имеют безразмерные значения: $\omega R_0/U_0 = 0,5; 0,3$ и $0,1$ соответственно. Видно, что увеличение окружной компоненты скорости существенно влияет на уменьшение граничного размера частиц. Из этого графика также видно, что острота сепарации увеличивается с уменьшением граничного размера, который определяется одинаковой вероятностью попадания в крупный и мелкий продукт разделения (значение граничного размера определяется при $\phi=0,5$).

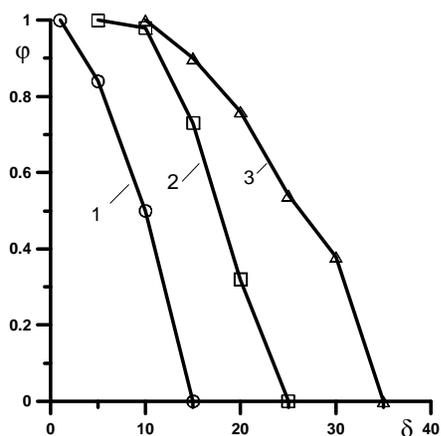


Рис. 5. Кривые разделения

Проведённые численные исследования показали, что на процесс сепарации частиц по размерам влияют режимные параметры двухфазного закрученного потока, а также турбулентная миграция частиц за счет участия их в пульсационном движении газа.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 13-08-00367А.

Литература

1. Росляк А.Т., Зятиков П.Н. Воздушно-центробежная классификация микропорошков. Томск: ТМЛ-Пресс, 2010. 224 с.
2. Мизонов В.Е., Ушаков С.Г. Аэродинамическая классификация порошков. М.: Химия, 1989.
3. Мостафа А.А., Монджиа Х.Ц., Макдонелл В.Г., Самуэлсен Г.С. Распространение запыленных струйных течений: Теоретическое и экспериментальное исследование // Аэрокосм. техника. 2000. № 3. С. 65–82.

ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНЫХ ЧАСТИЦ В ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ**В.А. Якименко**

Получено аналитическое решение уравнения Якоби–Гамильтона для потенциальной силы, описываемой потенциалом Леонарда Джонса. Как и в случае задач небесной механики, получаются плоские орбиты и зависимость от времени. Обращение интегралов производится численным методом.

MOVEMENT OF MATERIAL PARTICLES IN THE CENTRAL FIELD**V.A. Yakimenko**

In article the analytical decision the equation of Jakobi-Hamilton for potential force described Leonarda Johns's in potential is received. As well as in case of problems of heavenly mechanics flat orbits and dependence on time turn out. The referene of integrals is made by a numerical method.

Если потенциальная энергия частицы $U(r)$ зависит только от расстояния до силового центра, то орбиты частиц в центрально симметричном поле являются плоскими кривыми [1, 2]. В таком случае полное решение задачи можно получить, применяя метод Якоби–Гамильтона. Вводя в плоскости орбиты полярные координаты r , φ , получим для функции действия $S(r, \varphi, t)$ уравнение

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2m} \left[\left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 \right] + U(r) = 0. \quad (1)$$

Методом разделения переменных, учитывая, что φ – циклическая координата, находим, что решение уравнения (1) имеет следующий вид:

$$S = -Et + G\varphi + \int \sqrt{2m[E - U(r)] - G^2/r^2} dr, \quad (2)$$

где константы разделения E и G представляют собой энергию движущейся частицы и ее момент количества движения. Величина $G^2/2mr^2$ является добавочной потенциальной энергией, соответствующей центробежной силе. Дифференцируя (2) по параметру E , получим зависимость r от t :

$$t + \beta_1 = \int \frac{m dr}{\sqrt{2m[E - U(r)] - G^2/r^2}}. \quad (3)$$

Беря от выражения (2) производную по G , получаем уравнение траекторий:

$$\varphi + \beta_2 = \int \frac{Gdr}{r^2 \sqrt{2m[E - U(r)] - G^2/r^2}}. \quad (4)$$

Их форма зависит от вида потенциала $U(r)$ и от постоянных величин E и G .

В случае притяжения по закону Ньютона, когда $U = -\mu/r$, интеграл в уравнении (4) можно вычислить в явном виде и получить известные эллиптические или гиперболические траектории:

$$\varphi = \arccos \frac{G^2 - \mu mr}{r \sqrt{\mu^2 m^2 + 2mEG^2}}, \quad r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi}, \quad p = \frac{G^2}{\mu m}, \quad \varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2pE}{\mu}}. \quad (5)$$

Эллипсам соответствуют отрицательные значения энергии E , а для гипербол $E > 0$.

В задачах молекулярной динамики потенциал взаимодействия между силовым центром и материальной точкой имеет вид потенциала Леннарда–Джонса:

$$U(r) = {}^9U(r) - {}_3U(r). \quad (6)$$

Здесь r – расстояние от центра наночастицы до молекулы, r_p – радиус наночастицы.

$${}^9U(r) = C_9 \left\{ \left[\frac{1}{(r-r_p)^9} - \frac{1}{(r+r_p)^9} \right] - \frac{9}{8r} \left[\frac{1}{(r-r_p)^8} - \frac{1}{(r+r_p)^8} \right] \right\}, \quad (7)$$

$${}_3U(r) = C_3 \left\{ \left[\frac{1}{(r-r_p)^3} - \frac{1}{(r+r_p)^3} \right] - \frac{3}{2r} \left[\frac{1}{(r-r_p)^2} - \frac{1}{(r+r_p)^2} \right] \right\}. \quad (8)$$

При таком законе притяжения $U(r)$ интеграл в формулах (4) или (3) не вычисляется в явном виде, и поэтому необходимо применять численное интегрирование.

Описываемые выражением (4) траектории могут быть как ограниченными, так и неограниченными. Как и для потенциала Ньютона, ограниченное движение соответствует отрицательным значениям энергии $E < 0$.

На рис. 1, *a* показана зависимость потенциальной энергии (6) и потенциала Ньютона (пунктирная линия) от расстояния r . На рис. 1, *b* изображен график подкоренного выражения, входящего в формулы (3)–(4). Из него видны пределы положительности этой функции: $r_1 < r < r_2$. В этих пределах осуществляется численное интегрирование в формуле (3) или (4) сначала в прямом, а затем в обратном направлении для получения полного периода колебаний.

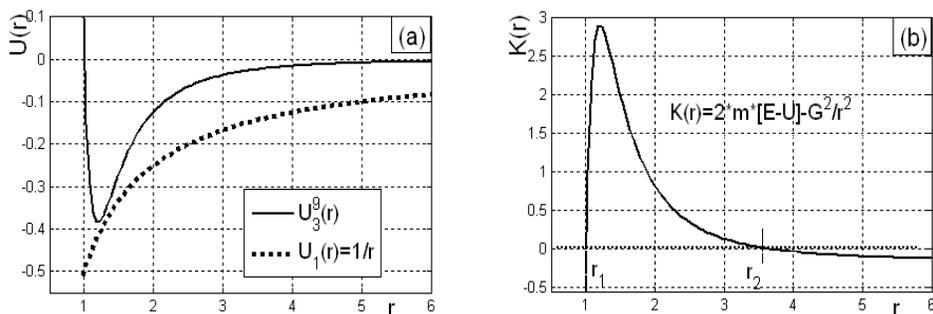


Рис. 1. Зависимость потенциальной энергии $U(r)$ от расстояния (a); b – область положительных $r_1 < r < r_2$ значений подкоренного выражения в формулах (3)–(4)

В результате такого интегрирования получается периодическая зависимость $r(\varphi)$ или $r(t)$. Периоды этих колебаний зависят от постоянных значений E и G .

На рис. 2 показаны примеры расчета ограниченных траекторий, которые выполнены по формуле (4), при значении безразмерной энергии $E = -0,05$ и различных величинах момента количества движения G .

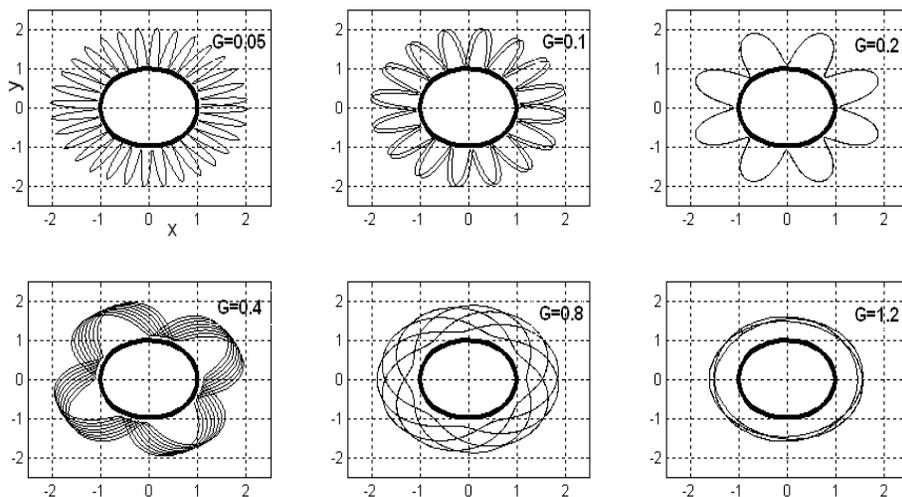


Рис. 2. Вид траекторий молекул в зависимости от значений параметра G

Период колебаний функции $r(\varphi)$ по полярному углу увеличивается с ростом параметра G , поэтому для его малых значений получаются орбиты с достаточно большим числом лепестков. Обычно орбиты не замкнутые, но, как показывает случай $G=0,2$, возможны и замкнутые стационарные орбиты. Дальнейший рост величины G приводит к сближению пределов колебания радиуса, при этом орбиты становятся квазиокружностями.

Литература

1. Френкель Я.И. Курс теоретической механики на основе векторного и тензорного анализа. М.: Гостехиздат, 1940. 436 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. М.: Наука, 1969. Т. I: Механика. 767 с.

Секция 3

**ИССЛЕДОВАНИЯ НОВЫХ ПЕРСПЕКТИВНЫХ МАТЕРИАЛОВ
В ПРИЛОЖЕНИЯХ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД****К ВОПРОСУ РАСЧЕТА ПОЛЕВОГО ТРАНЗИСТОРА ШОТТКИ НА ОСНОВЕ
ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ****Р.А. Багутдинов, Р.К. Нариманов**

Приведены параметрические исследования на величину потенциала затвора, позволяющие определить его влияние на характер прохождения электронов. Используемая гидродинамическая двумерная численная модель GaAs полевых транзисторов с затвором Шоттки позволяет учитывать эффекты нестационарной динамики электронов и исследовать сложные явления переноса носителей в полевом транзисторе Шоттки.

**THE ISSUE OF CALCULATING THE FET BASED SCHOTTKY
HYDRODYNAMIC MODEL****R.A. Bagutdinov, R.K. Narimanov**

Is this paper were performed parametric studies on the value of the gate potential, allowing determining its impact on the character of the electron transmission. Used two-dimensional hydrodynamic numerical model of GaAs field-effect transistors with a Schottky gate, allows taking into account the effects of the transient dynamics of electrons and exploring the complex phenomena of carrier transport in Schottky field-effect transistor.

В данной работе рассматривается метод двумерного численного моделирования GaAs полевых транзисторов с затвором Шоттки на основе решения дифференциальных уравнений в частных производных уравнения Пуассона при непрерывности тока для электронов.

Используемая двумерная численная модель позволяет учитывать эффекты нестационарной динамики электронов и исследовать сложные явления переноса носителей в GaAs-ПТ с затвором Шоттки. При моделировании использованы уравнения, связывающие дрейфовую скорость носителей заряда и напряженность электрического поля в ПТ. Двумерный подход в рассмотрении электрического поля позволяет учитывать краевые эффекты на стоковом конце затворов, проявляющиеся в возникновении областей высокой концентрации напряженности электрического поля, существенно влияющих на характер движения носителей заряда.

Аналогичные исследования по изучению краевых эффектов на стоковом конце затвора полевого транзистора Шоттки проводились Е. Kohn и С.В. Оболенским, но их исследования, в частности, основывались на одномерной модели, в отличие от применяемой в нашем случае двумерной гидродинамической модели.

На основе своих исследований с применением одномерной модели транзистора Шоттки в статье по улучшению высокочастотного исполнения полевых транзисторов Шоттки Е. Kohn было предложено изготавливать полевые транзисторы с V-образным затвором, что существенно уменьшало длину канала транзистора до размеров удвоенной величины обедненной области, создаваемой барьером Шоттки [4].

В результате своей работы С.В. Оболенский пришел к выводу, что отрицательная дифференциальная проводимость полевого транзистора с 30 нм V-образным затвором Шоттки объясняется изменением траектории движения носителей заряда при увеличении напряжения на стоке так, что она начинает проходить по сильнолегированной области, что существенно увеличивает рассеяние носителей заряда [6].

В отличие от вышеуказанных работ в данной работе проводились параметрические исследования на величину потенциала затвора, позволяющие определить его влияние на характер прохождения электронов согласно гидродинамической двумерной модели. Используемая гидродинамическая двумерная численная модель субмикронных GaAs полевых транзисторов с затвором Шоттки на основе решения системы дифференциальных уравнений в частных производных, состоящей из уравнения Пуассона и уравнения непрерывности потока электронов, позволяет учитывать эффекты нестационарной динамики электронов и глубже исследовать сложные явления переноса носителей в GaAs-ПТ с затвором Шоттки [2].

При моделировании использованы особенности электрического поля, связывающие дрейфовую скорость носителей заряда и напряженность поля в ПТ. Предлагаемый метод позволяет изменять концентрацию носителей заряда в активной области и рассчитывать однородно и неоднородно легированные ПТ.

Двумерный подход в рассмотрении электрического поля позволяет учитывать краевые эффекты в стоковой части затвора, проявляющиеся в возникновении областей высокой концентрации напряженности электрического поля, существенно влияющей на характер движения носителей заряда.

Полевой транзистор схематично представлен на рис. 1 прямоугольной активной областью из легированного арсенида галлия, с двух сторон ограниченной контактами истока и стока. По третьей координате ПТ считается достаточно большим так, чтобы можно было не учитывать краевые эффекты. Затворы располагаются симметрично вдоль широкой стороны области GaAs. На рисунке также представлены обедненные носителями заряда области, возникающие под затворами из-за эффекта Шоттки. Обедненные области расширяются по мере приближения к стоку, и при подаче больших смещений между стоком и истоком (или затвором и истоком) обедненные носителями заряда области смыкаются на стоковой стороне затвора, что приводит к увеличению скорости носителей и заряда и тока в канале.

Простейшие модели, не учитывающие зависимости дрейфовой скорости электронов V от напряженности электрического поля E , позволяют рассчитывать характеристики транзистора при малых напряжениях смещения сток-исток и затвор-исток. Однако линейность зависимости $V = \mu E$ (где μ – подвижность электронов) верна только до определенных значений напряженности поля E , после которого дрейфовая скорость носителей заряда V выходит на насыщение и остается неизменной, причем это происходит еще до полного перекрытия канала. Насыщение скорости электронов приводит к насыщению тока. Гидродинамическая модель учета особенностей нелинейности дрейфовой, скорости электронов, указанная в работе Р.К. Нариманова и Д.Ф. Вячистого [2] позволяет рассчитывать характеристики транзистора для любых смещений сток-исток вплоть до пробоя и перейти к двумерному моделированию полевого транзистора с неоднородной концентрацией носителей заряда в активной области.

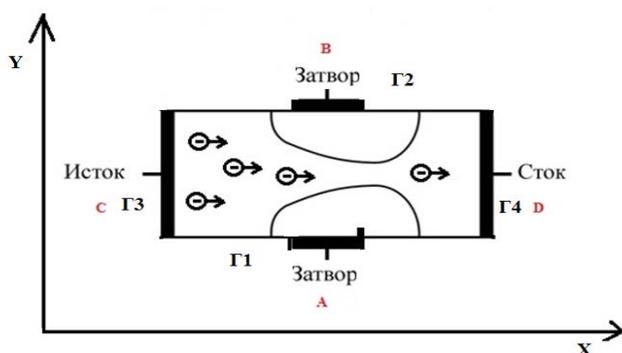


Рис. 1 Расчетная схема полевого транзистора Шоттки

Гидродинамическая модель, описывающая движение электронов в рабочей области в предположении, что генерация источников заряда отсутствует, а рекомбинация пренебрежимо мала, сводится к уравнению переноса концентрации электронов

$$\frac{\partial n}{\partial t} + u \frac{\partial n}{\partial x} + v \frac{\partial n}{\partial y} = -\frac{1}{q} \operatorname{div} j_{\text{диф}} \quad (1)$$

и уравнению для потенциала

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\rho}{\varepsilon}. \quad (2)$$

Здесь n – концентрация электронов, u и v – компоненты скорости перемещения, $j_{\text{диф}}$ – диффузионный ток, φ – потенциал электрического поля, ρ – плотность заряда, q – заряд электрона, ε – диэлектрическая проницаемость среды GaAs.

Для однородно легированного ПТ, когда ток диффузии отсутствует, правая часть уравнения (1) обращается в 0 и уравнение непрерывности тока приобретает простую форму:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + u \frac{\partial n}{\partial x} + v \frac{\partial n}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Алгоритм расчета основан на методе установления путем решения (1) с целью получения стационарного распределения. На каждом шаге по времени уравнение (2) для потенциала решается до установления при заданном распределении концентрации электронов, определяющей величину плотности заряда ρ в рабочей области. На границах области задаются: на металлических поверхностях – значения потенциалов, на прочих поверхностях – условие непротекания тока. Скорость перемещения определяется из соотношения для дрейфовой скорости $\frac{|\vec{V}|}{|\vec{E}|} = \text{const}$, где \vec{E} – вектор напряженности электрического поля.

Опишем кратко процесс решения задачи. Расчетная область разбивается прямоугольной сеткой с постоянным шагом h ($hx=lx/(nx-1)$, $hy=ly/(ny-1)$) и размером 80×26 . Точки стыка размещаются в узлах сетки.

В качестве расчетов берется транзистор 3П351А-2 с двумя затворами и условными размерами внутри расчетной сетки: $Lx=1,85$, $Ly=0,6$. Дифференциальное уравнение аппроксимируется общепринятой центральной разностной схемой типа «крест», и решение в них определяется итерационным методом Гаусса–Зейделя. Верхняя (А) и нижняя (В) границы разбиваются на три одинаковых отрезка. На середине отрезка верхней и нижней границе задаются параметры решения уравнения Лапласа.

Расчет производился на сетках 80×26 , что позволило определить влияние сгущения узлов сетки для более точного определения потенциала вблизи точек особенности.

Результаты параметрических исследований при разных значениях заданного потенциала на электродах для концентрации и скорости приведены в таблице и на рис. 2–4.

Данные замеров для параметрических исследований

Замер	Длина транзистора по x (Lx)	Длина транзистора по y (Ly)	Потенциал на затворе (F_z)	Потенциал на истоке ($F_{ин}$)	Потенциал на стоке ($F_{ст}$)
1	1,85	0,6	2,8	15	0
2			0,8	4	0
3			4,5	5	0

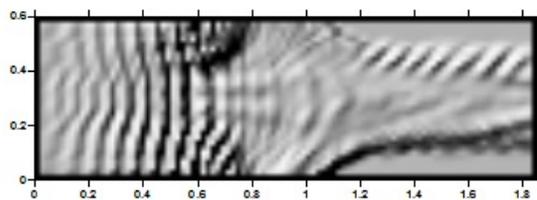


Рис. 2. Концентрация электронов при первом замере

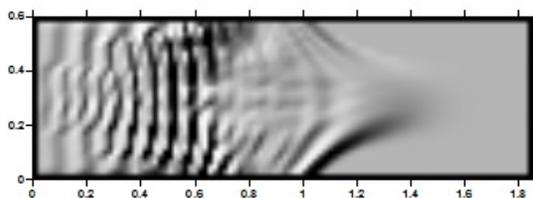


Рис. 3. Концентрация электронов при втором замере

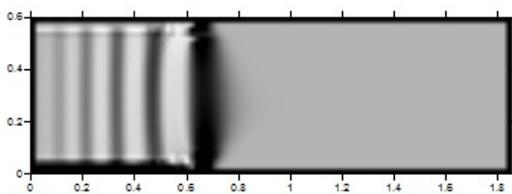


Рис. 4. Концентрация электронов при третьем замере

Заключение. В данной работе рассматривалась проблема распределения потенциала и заряда в области краевых эффектов на стоковом конце затвора полевого

транзистора Шоттки методом двумерного численного моделирования. В результате было показано, что даже при низких потенциалах на затворе и стоке существует сильное поле вблизи стокового края затвора. Результаты приводят к выводу о влиянии величины потенциала затвора на характер прохождения электронов: чем выше величина потенциала на затворе, тем выше вероятность запираения транзистора. На основании данных исследований появилась возможность моделировать вольт-амперные характеристики полевого транзистора и более углубленно исследовать неоднородное распределение концентрации носителей заряда в активной области на достаточном уровне, позволяющем конструировать устройства перспективных направлений на существующем технологическом оборудовании.

Литература

1. *Кадничанский Я.О., Боцуло О.В.* Субмикронные полевые транзисторы. Харьков, 2012.
2. *Вячислый Д.Ф., Нариманов Р.К.* Гидродинамическая двумерная модель GaAs полевого транзистора Шоттки с учетом особенностей электрического поля. Томск, 2006.
3. *Васенин И.М., Нариманов Р.К.* Определение параметров магнитогиродинамического течения в канале МГД-генератора с учетом краевых эффектов электрического поля. Томск, 2001.
4. *Kohn E.* V-shaped-gate GaAs MESFET for improved high frequency performance // *Electronics Letters*. 1975. Vol. 11, № 8. P. 160.
5. *Wang Y.J., Lu S.S.* Two-dimensional simulation for the GaAs V-groove gate MESFET's // *Solid State Electronics*. 1999. Vol. 43, № 2. P. 229.
6. *Оболенский С.В., Китаев М.А.* Полевой транзистор с 30-нм затвором // *Письма в ЖТФ*. 2000. Т. 26, вып. 10. С. 13.
7. *Оболенский С.В., Китаев М.А.* Исследование процессов генерации в баллистическом полевом транзисторе // *Микроэлектроника*. 2001. Т. 30, вып. 1. С. 7–12.
8. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1976.
9. *Иващенко В.М., Митин В.В.* Моделирование кинетических явлений в полупроводниках. Метод Монте-Карло. К.: Наукова думка, 1990. 192 с.
10. *Шур М.* Современные приборы на основе арсенида галлия / пер. с англ. М.: Мир, 1991. 632 с.
11. *Хокни Р., Иствуд Дж.* Численное моделирование методом частиц. М.: Мир, 1987. 640 с.
12. *Klimeck G., Ahmed S.S.* Atomistic simulation of realistically sized nanodevices using NEMO 3-D Part I. Models and Benchmarks // *Electron devices*. 2007. 54, 9. P. 1212.
13. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 1–2. М.: Мир, 1991.

ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ MgO В КОМПОЗИТЕ С ZrO₂(MgO) НА ПАРАМЕТРЫ СПЕКАНИЯ И СТРУКТУРУ МАТЕРИАЛА

А.С. Буюков, С.Н. Кульков

Работа посвящена изучению композита на основе стабилизированного оксидом магния диоксида циркония и оксида магния, спеченного в широком диапазоне температур при различной концентрации оксида магния. Проведен рентгеноструктурный анализ, изучены пористость и объемная усадка и выявлены закономерности между этими параметрами.

STUDY OF THE EFFECT OF MgO CONCENTRATION IN THE COMPOSITE WITH ZrO₂(MgO) ON THE STRUCTURE AND SINTERING PARAMETERS OF THE MATERIAL

A.S. Buyakov, S.N. Kulkov

This study based on the sintering of composite magnesia stabilized zirconia with magnesia in a wide temperature range and different magnesia concentrations. Shown the results of an X-ray analysis, studied porosity and volumetric shrinkage and the regularities between these parameters.

Благодаря своим уникальным свойствам (высокая твердость, коррозионная и термостойкость и т.д.) керамика на основе диоксида циркония нашла обширное

применение за последние несколько десятилетий [1]. Большой интерес представляют различные композиционные материалы, имеющие в своем составе ZrO_2 . Так, композиты на основе Al_2O_3 с включениями ZrO_2 , частично стабилизированного в тетрагональной фазе, характеризуются повышенной прочностью и трещиностойкостью [2]. При спекании ZrO_2 с 5–10 % $CaSiO_3$ материал будет обладать высокой ударной вязкостью [3], а керамические материалы на основе системы $ZrO_2 - MgO$ обладают высокой температурой плавления и химической стойкостью. Такой композит также интересен с точки зрения ортоимплантологии: MgO биологически активный материал, а $ZrO_2(MgO)$ входит в реестр ISO в качестве материала, пригодного для изготовления эндопротезов [2]. Однако несмотря на различные исследования композитов на основе MgO и $ZrO_2(Mg)$, опубликованные в работах ряда авторов, до конца не изучены изменения морфологии и фазовой структуры такого композита в широком диапазоне концентраций и температур спекания, что определило цель исследований: изучение влияния концентрации MgO в композите со $ZrO_2(MgO)$ на параметры спекания и структуру материала.

Порошки $ZrO_2(MgO)$ и MgO были получены аналогично исследованным в [4–6]. Порошки смешивались механически с различным содержанием MgO от 0 до 100 % и прессовались под давлением 80 МПа. Спекание проводилось при температурах от 1200 до 1650 °С с выдержкой в течение часа. Определены объемная усадка, пористость, плотность и фазовый состав образцов. Плотность и объем порового пространства образцов изучены методом гидростатического взвешивания, теоретическая плотность определялась по правилу смеси с учетом объемной доли фаз $ZrO_2(MgO)$ и MgO . Для определения фазового состава исследуемой керамики был проведен рентгеноструктурный анализ.

Объемная усадка имеет максимальное значение порядка 75 % в образцах, спеченных при температуре 1650 °С с содержанием MgO 1–5 %. При снижении температуры спекания до 1300 °С величина усадки снижается до значения 65 %, однако при изменении концентрации MgO при этих температурах она изменяется в пределах 5 %. С дальнейшим снижением температуры величина усадки резко уменьшается и имеет явную зависимость от количества MgO . Так, в образцах, спеченных при температуре 1200 °С без MgO , усадка составляет порядка 55 %, но с ростом концентрации MgO величина усадки заметно уменьшается, достигая минимума 35 %.

Наименьшую пористость и соответственно наибольшую плотность имеют образцы, спеченные при максимальной температуре в исследуемом диапазоне – 1650 °С. В этом случае объем порового пространства уменьшается от 15 % в образцах без MgO до 6 % в образцах с 75 % MgO . При снижении температуры спекания до 1400 °С объем порового пространства увеличивается без явной зависимости от MgO в среднем до 20 %. При более низких температурах пористость значительно возрастает до значения 55 % при 50 % MgO .

По полученным рентгенограммам построены зависимости изменения интенсивности пиков (111) и (11–1) моноклинной фазы (рис. 1) от количества MgO и температуры спекания. Интенсивности линий моноклинной фазы имеют максимум в образцах без добавок MgO и спеченных при температуре 1300 °С. С увеличением температуры спекания интенсивность резко уменьшается. Формирование моноклинной фазы совпадает с возрастанием пористости при тех же температурах спекания и концентрациях MgO . Изменение интенсивности кубической фазы при изменении температуры спекания и количества MgO имеет вид, обратный той же зависимости моноклинной фазы.

Зависимость размера кристаллитов моноклинной фазы от концентрации MgO была линеаризована в двойных логарифмических координатах и аппроксимирована

степенной функцией. Из рис. 2, *a* видно, что степень аппроксимирующей функции, скорость возрастания ОКР увеличиваются более чем в три раза с увеличением температуры спекания более 1500 °С, в то время как предэкспоненциальный множитель изменяется незначительно – в пределах 5 % (рис. 2, *б*).

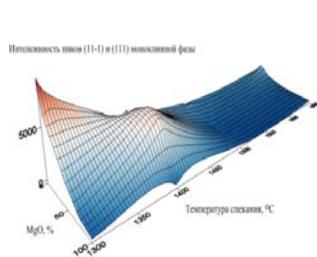


Рис. 1. Величина интенсивности пиков (11-1) и (111) моноклинной фазы $ZrO_2(MgO)$ в зависимости от температуры спекания и концентрации MgO

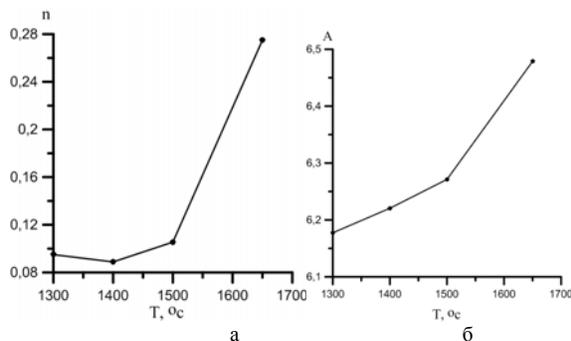


Рис. 2. Зависимость показателя экспоненты аппроксимирующей функции ОКР моноклинной фазы от температуры (*a*); *б* – зависимость предэкспоненциального множителя аппроксимирующей функции ОКР моноклинной фазы

Зависимость размера кристаллитов кубической фазы от содержания MgO можно разделить на три участка, на первом и третьем из которых ОКР практически неизменны, в то время как на втором видно резкое возрастание (рис. 3, *a*), что можно объяснить с помощью диаграммы состояния ZrO_2-MgO [7].

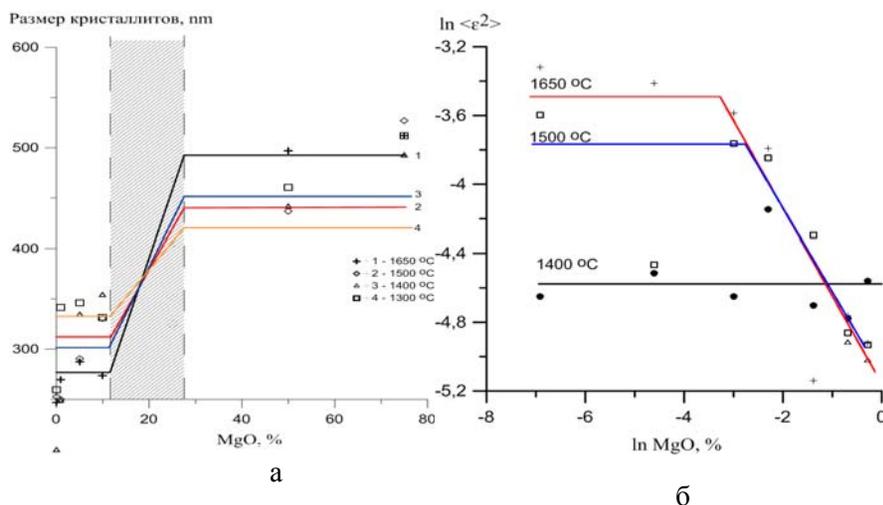


Рис. 3. Зависимость ОКР кубической фазы от содержания MgO (*a*); *б* – микродисторсия кубической кристаллической решетки

Микроискажения кубической решетки растут с увеличением температуры спекания, но не изменяются в зависимости от концентрации MgO. Однако при достижении этой концентрации более 5 % они резко уменьшаются (рис. 3, *б*) до значений ниже, чем при более низких температурах спекания. Это свидетельствует о том, что

искажения решетки с ростом температуры спекания релаксируют и решетка становится бездефектной.

Проведенные исследования показали, что при спекании и изменении концентрации MgO в композите $ZrO_2(MgO) - MgO$ объемная усадка изменяется в пределах 20 %, а пористость – в пределах 55 %. Микроискажения кристаллической решетки кубической фазы ZrO_2 растут при увеличении температуры спекания при малых содержаниях оксида магния, но при достижении концентрации MgO более 5 % они уменьшаются, что говорит о том, что с увеличением температуры спекания дефектность решетки уменьшается.

Литература

1. Hirvonen A., Nowaka R., Yamamoto Y. et al. // J. Eur. Ceram. Soc. 26 (2006) 1497–1505.
2. Evans A.G. Perspectives on the development of high-toughness ceramics // J. Amer. Ceram. Cos. 1990. Vol. 73, no 2. P. 187–206.
3. Duangsupa C., Kulkov S.N. Structure and mechanical properties of $ZrO_2(MgO)-CaSiO_3$ composites // Strategic Technology (IFOST), 2012 7th International Forum on. IEEE. 2012. P. 1–4.
4. Буякова С.П., Кульков С.Н. Фазовый состав и особенности формирования структуры в нанокристаллическом ZrO_2 // Российские нанотехнологии. 2007. Т. 2. С. 1–2.
5. Буякова С.П. Свойства, структура, фазовый состав и закономерности формирования пористых наносистем на основе ZrO_2 : дис. ... д-ра техн. наук. Томск, 2008. 280 с.
6. Buyakova S.P., Kalatur E.S., Buyakov A.S., Kulkov S.N. Structure and properties of ZrO_2-MgO powders // Journal OF Silicate Based and Composite Materials. 2014. No 8. P. 8–12.
7. Yokokawa H. et al. Phase diagram calculations for ZrO_2 based ceramics: thermodynamic regularities in zirconate formation and solubilities of transition metal oxides // Science and technology of zirconia V. 1993. P. 59–68.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛОКАЛИЗАЦИИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ В ТИТАНОВОМ СПЛАВЕ ВТ6

М.В. Надежкин, А.Г. Лунев, С.А. Баранникова, Н.А. Ионова

Проведено исследование распределений локальных деформаций при растяжении образцов титанового сплава ВТ6 с использованием автоматизированных систем анализа спекл-фотографий и цифровых спекл-изображений.

INVESTIGATION OF THE PLASTIC DEFORMATION LOCALIZATION IN TITANIUM ALLOY

M.V. Nadezhkin, A.G. Lunev, S.A. Barannikova, N.A. Ionova

The investigation of the local deformations distribution under conditions of tension of titanium alloy specimens using automated systems of speckle photography analysis and digital speckle images was carried out.

В настоящее время вопросы повышения прочности и обеспечения безопасности ответственных элементов конструкций, связанные с исследованиями полей деформаций и анализом напряженно-деформированного состояния материалов, для понимания природы локализации пластической деформации сплавов [1] могут решаться с использованием экспериментальных методов механики деформируемого твердого тела [2, 3]. В настоящее время титановые сплавы рассматриваются как наиболее перспективные конструкционные материалы для медицины, авиакосмической и химической техники вследствие их низкой плотности, хорошей биосовместимости и высокой коррозионной стойкости.

В данной работе исследования локализации пластического течения проведены на образцах поликристаллического титанового сплава ВТ6 со средним размером зерен 8 мкм. Образцы были изготовлены в форме двухсторонней лопатки с размерами рабочей части $40 \times 10 \times 2$ мм. Механические испытания на одноосное растяжение проводили при комнатной температуре на испытательной машине LFM-125 при постоянной скорости движения подвижного захвата $V_{mash} = 3,33 \cdot 10^{-6}$ м/с. Одновременно с записью диаграмм растяжения для исследований макроскопической локализации пластического течения использовались методики двухэкспозиционной спекл-фотографии и цифровых спекл-изображений [3, 4]. Кинетика процесса эволюции картин макролокализации для режима активного нагружения определялась по зависимости положений зон локальных деформаций в образце X от деформации или времени.

Анализ деформационных кривых $\sigma(\varepsilon)$ показал (рис. 1), что для исследуемого титанового сплава ВТ6 характерно наличие стадий параболического упрочнения с коэффициентом параболичности $n \approx 0,5$ (стадия Тейлора) и предразрушения с коэффициентом параболичности $n \leq 0,5$.

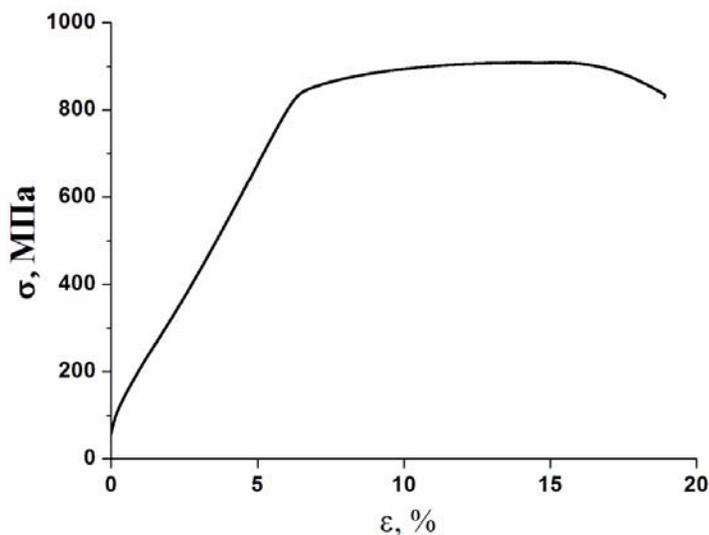


Рис. 1. Деформационная кривая сжатия образца титанового сплава ВТ6

Ранее было установлено [3, 4], что характер распределения очагов пластической деформации зависит от стадии деформационного упрочнения. Так, на параболической стадии с коэффициентом параболичности $n \approx 0,5$ (стадия Тейлора) наблюдается стационарная картина очагов локализованной деформации. Анализ распределений локальных деформаций в образцах ВТ6 показал, что в каждый момент времени пластическая деформация локализована в определенных зонах образца, в то время как другие объемы материала при заданном приросте деформации практически не деформируются (рис. 2). На стадии параболического упрочнения распределение локальных деформаций представляет собой совокупность расположенных на одинаковых ($\lambda = 5,0 \pm 1$ мм) расстояниях зон локализации деформации (см. рис. 2).

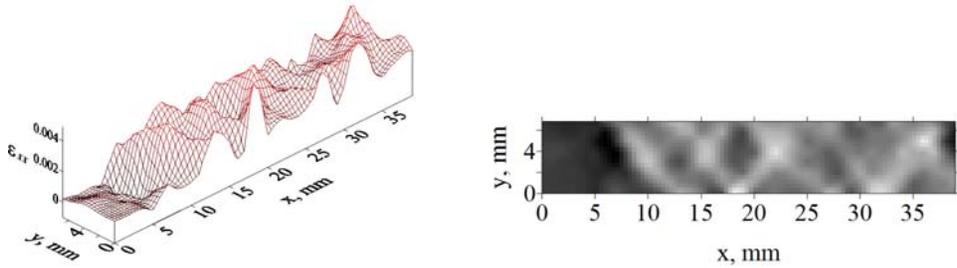


Рис. 2. Распределение локальных деформаций ϵ_{xx} (а) и полутоновая карта (б) при деформации $\epsilon_{tot}=6,6\%$

Далее на стадии предразрушения ($n \leq 0,5$) начинается перемещение равноотстоящих друг от друга зон локализованной деформации. И на заключительной стадии формируется один очаг, который затем развивается в шейку. Последовательное изображение положений зон локализации деформации, полученных методом цифровых спекл-изображений ALMEC-TV, позволяет визуализировать формирование очага предразрушения в средней части образца.

На рис. 3, а представлена кинетическая диаграмма в виде координат максимумов локальных удлинений ϵ_{xx} для средней линии образца с ростом общей деформации при растяжении образца. Из рисунка видно, что начиная с предела текучести и до общей деформации $\epsilon_{tot} = 17,8\%$ в образце существует стационарное распределение эквидистантных зон локализации пластической деформации, которые постепенно сходятся к месту будущего разрушения образца со скоростью $\approx 1,3 \cdot 10^{-5}$ м/с. На рис. 3, б приведено распределение локальных деформаций на поверхности образца при общей деформации $\epsilon_{tot} = 19,3\%$, где наиболее ярким участкам соответствуют наибольшие локальные деформации.

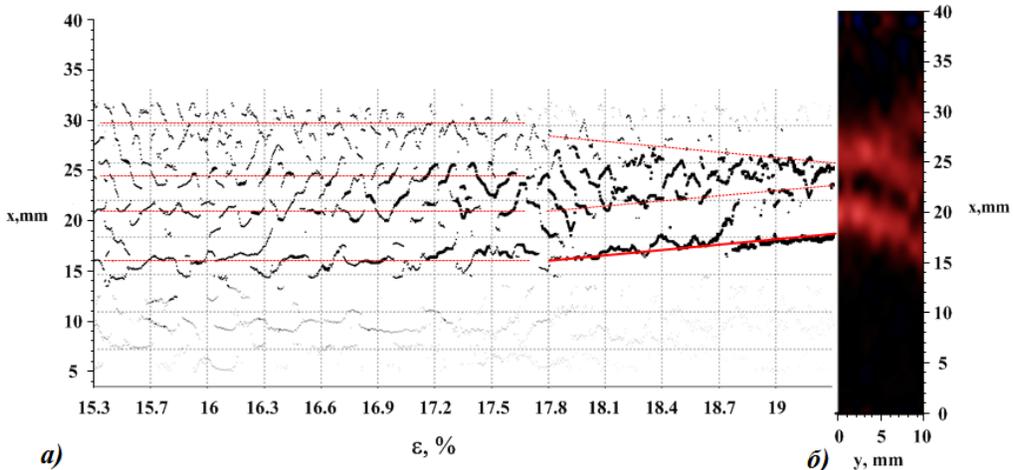


Рис. 3. Диаграмма координат максимумов локальных удлинений ϵ_{xx} для средней линии образца в зависимости от общей деформации (а), б – визуализация зон локализации деформации на рабочей поверхности образца методом цифровых спекл-изображений ALMEC-TV при общей деформации $\epsilon_{tot} = 19,3\%$

Следует также отметить, что исследования деформационного поведения, проведенные с помощью метода двухэкспозиционной спекл-фотографии, показывают, что формирование места разрушения можно предсказать за 5% до образования шейки,

используя процедуру суммирования компонент локальных удлинений ε_{xx} в неподвижных зонах макроскопической деформации на параболической стадии. В этом случае происходит последовательное накопление деформации в одной зоне, которая впоследствии соответствует месту появления макроскопической шейки.

Таким образом, использование метода двухэкспозиционной спекл-фотографии для исследования процесса локализации пластического течения в сплавах титана ВТ6 позволило наиболее полно описать эволюцию картин локализации деформации на разных стадиях пластического течения. Анализ полученных результатов дает возможность установить важные закономерности характера макроскопической локализации пластической деформации.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований Государственной академии наук в 2014–2020 гг. и программы «Научный фонд Томского государственного университета им. Д.И. Менделеева».

Литература

1. Zuev L.B., Barannikova S.A. Experimental study of plastic flow macro-scale localization process: pattern, propagation rate, dispersion // International Journal of Mechanical Sciences. 2014. Vol. 88. P. 1–7.
2. Разумовский И.А. Развитие оптических методов механики деформируемого тела (обзор) / И.А. Разумовский // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2008. Т. 74, № 10. С. 45–54.
3. Шаркеев Ю.П., Вавилов В.П., Скрипняк В.А. и др. Эволюция температурного поля в процессе деформирования и разрушения образцов крупнокристаллического и ультрамелкозернистого титана // Дефектоскопия. 2011. № 10. С. 68–75.
4. Zuev L.B., Gorbatenko V.V., Pavlichev K.V. Elaboration of speckle photography techniques for plastic flow analyses // Measur. Sci. Technol. 2010. Vol. 21, no 5. P. 054014–054019.

ПОРИСТАЯ КЕРАМИКА, ПОЛУЧЕННАЯ ИЗ ПОРОШКА ГИДРОКСИДА АЛЮМИНИЯ

Р.В. Левков, С.П. Буюкова, С.Н. Кульков, В.А. Савриков, И.А. Жуков

Проведены исследования пористой керамики синтезированной из порошка гидроксида алюминия, полученного разложением алюминатного раствора. Изучены структура и свойства порошка гидроксида алюминия, определены температурные интервалы его структурной перестройки. Установлены зависимости прочности и пористости получаемых керамик от их температуры спекания.

POROUS CERAMIC POWDER OBTAINED FROM ALUMINUM HYDROXIDE

R.V. Levkov, S.P. Buyakova, S.N. Kulkov, V.A. Savrikov, I.A. Zhukov

Investigations of the porous ceramic powder of synthetic aluminum hydroxide obtained by the decomposition of the aluminate solution. The structure and properties of aluminum hydroxide powder, determined temperature ranges of its restructuring. The dependences of the strength and porosity of the ceramics produced from their sintering temperature.

Среди многообразия современных материалов керамика занимает особое место благодаря ее физическим и химическим свойствам. Высокая коррозионная стойкость, термостойкость, стойкость к радиационным воздействиям, биологическая совместимость обеспечивают керамике приоритетное положение по сравнению с металлами и полимерами при изготовлении таких изделий, как биоимпланты, носители катализаторов, фильтры [1–5]. Наибольшей способностью сохранять структуру и свойства в условиях воздействия агрессивных сред без деградации свойств, кор-

розионной и химической стойкости, высоким значениям прочности отвечают материалы из оксида алюминия. Керамика на основе оксида алюминия с заданной пористостью, размером и формой пор должным образом соответствует требованиям, предъявляемым к носителям катализаторов, фильтрам и биоимплантам. На сегодняшний день известно множество технологических подходов, обеспечивающих необходимый объём порового пространства в керамике. Наиболее распространенным и предпочтительным с точки зрения регулирования пористости является метод, основанный на использовании органических порообразующих добавок. Такой метод имеет ряд преимуществ. В первую очередь, это доступность и простота управления пористостью. Однако существует недостаток – это присутствие в полученном пористом материале продуктов горения порообразователя: углерода и его соединений. Это является недопустимым для материалов медицинского назначения и некоторых носителей катализаторов. Избежать присутствия посторонних примесей позволяет метод, основанный на использовании гидроксидов. Например, структурная перестройка гидроксида алюминия в широком интервале температур неизбежно приводит к появлению пористости [6, 7]. Хотя метод, основанный на использовании гидроксидов, известен давно, в литературе встречается малое количество работ, посвященных пористым керамкам, полученным таким способом. Все вышеизложенное определило **цель работы** – изучение влияния структуры и свойств порошка гидроксида алюминия на структуру и свойства получаемых керамик.

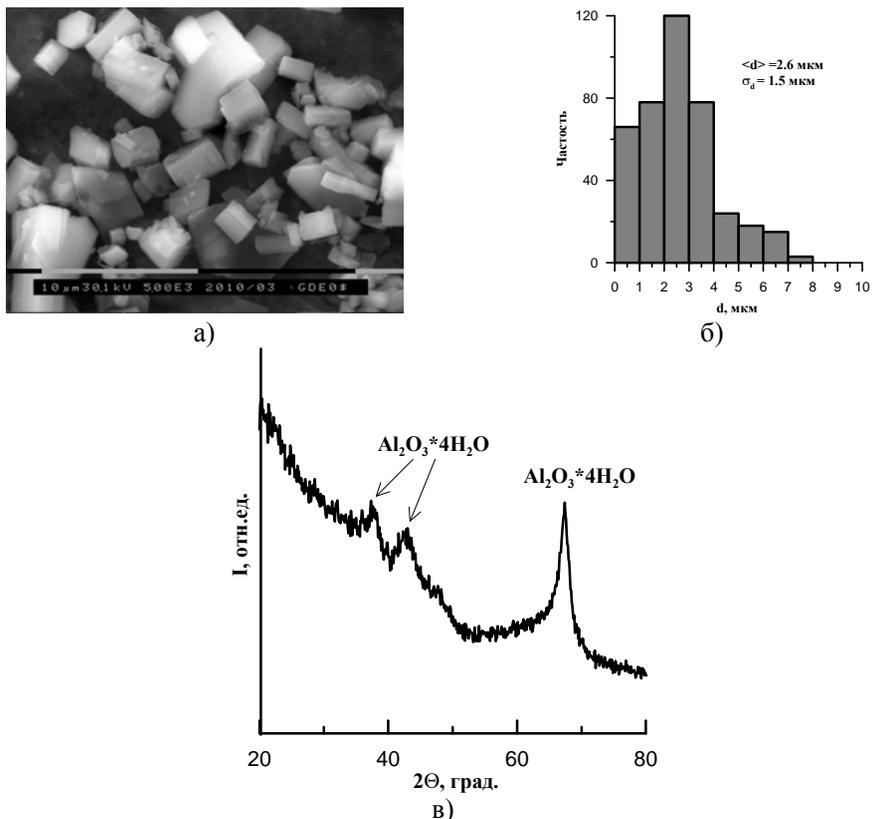


Рис. 1. Изображение порошка гидроксида алюминия (а); б – распределение частиц порошка по размерам; в – рентгенограмма порошка гидроксида алюминия

Для получения пористой керамики использовался порошок гидратированного оксида алюминия, полученный разложением алюминатного раствора. Изменение объема порового пространства в керамике обеспечивалось варьированием температуры спекания образцов. Порошки прессовались в стальной пресс-форме при давлении до 200 МПа. Спекание прессовок осуществлялось на воздухе при температурах 1300–1500 °С, выдержка 1 ч.

Проведенные исследования показали, что порошок гидроксида алюминия состоит из изолированных поликристаллических частиц с огранкой (рис. 1, а). На рис. 1, б представлено распределение частиц порошка по размерам, в распределении присутствует один максимум. Преимущественное количество частиц имели размер от 0,5 до 4 мкм, также присутствовали частицы размером до 8 мкм. Средний размер частиц в этом порошке составил 2,6 мкм. Удельная поверхность порошка составила 173 м²/г. Рентгеновская дифрактограмма порошка представлена на рис. 1, в. Согласно полученным данным порошок находился в структурной модификации Al₂O₃·4H₂O. Высокий фон на малых углах дифракции указывает на то, что большая часть порошка находилась в аморфном состоянии.

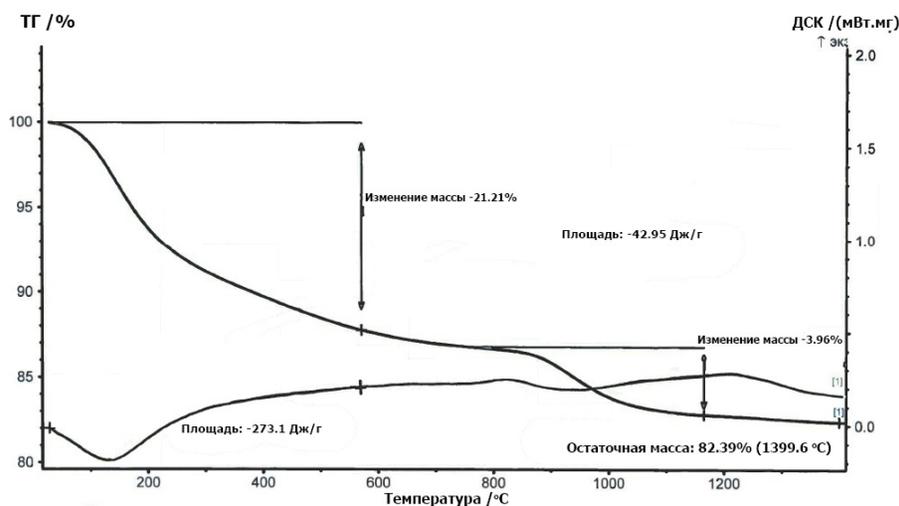
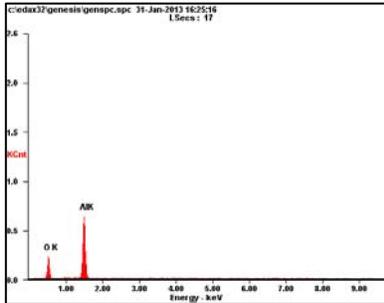


Рис. 2. ТГ и ДСК кривые для порошка гидроксида алюминия

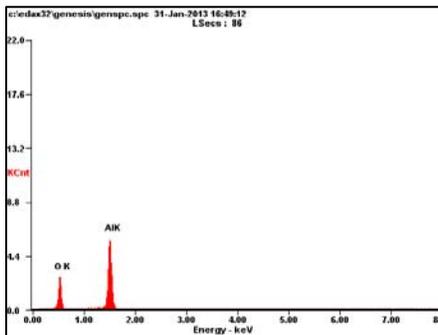
На рис. 2 представлены данные дифференциального термического анализа в интервале температур 20–1400 °С порошка гидроксида алюминия. На кривой дифференциальной сканирующей калориметрии (ДСК) порошка присутствуют два эндотермических рефлекса: один в интервале температур 20–380 °С, второй – в интервале температур 800–1100 °С, и экзотермический рефлекс в интервале температур 1100–1300 °С. На термогравиметрической кривой (ТГ) имеются два участка, соответствующие резкому уменьшению массы порошковой пробы. Температурные интервалы участков, соответствующие уменьшению массы порошка, согласуются с положением эндотермических рефлексов на ДСК кривой. В целом потеря массы порошка составила 17,6 %. Присутствие первого эндотермического рефлекса на калориметрической кривой связано с удалением влаги адсорбированных на поверхности частиц и структурированных групп ОН, второй эндотермический рефлекс соответствует превращению гидратированного оксида алюминия в низкотемпературную γ -Al₂O₃ модификацию. Присутствие на ДСК кривой экзотермического рефлекса свя-

зано со структурным превращением низкотемпературной модификации оксида алюминия в высокотемпературную α - Al_2O_3 модификацию. На рентгенограмме порошка гидроксида алюминия, полученного разложением алюминатного раствора, подвергнутого отжигу при 1300 °С, присутствовали только рефлексы высокотемпературной α - Al_2O_3 модификации.



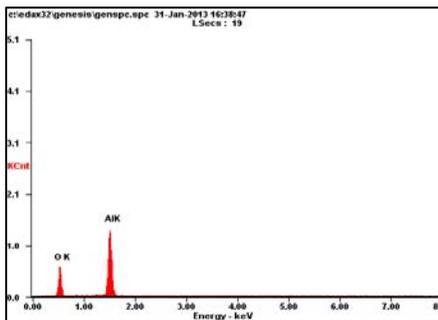
<i>Element</i>	<i>Wt %</i>	<i>At %</i>
<i>O K</i>	44.18	57.17
<i>Al K</i>	55.82	42.83

a)



<i>Element</i>	<i>Wt %</i>	<i>At %</i>
<i>O K</i>	46.77	59.71
<i>Al K</i>	53.23	40.29

б)



<i>Element</i>	<i>Wt %</i>	<i>At %</i>
<i>O K</i>	47.38	60.29
<i>Al K</i>	52.62	39.71

в)

Рис. 3. Данные энергодисперсионного рентгеновского микроанализа керамики после спекания при температурах: а – 1300 °С; б – 1400 °С; в – 1500 °С

Установлено, что после спекания образцов керамики при температуре 1300 °С в структуре наблюдались зерна оксида алюминия формы, близкой к сферической, и неправильной формы. В образцах, спеченных при температуре 1400 и 1500 °С, зерна оксида алюминия имели преимущественно сферическую форму. Для всех образцов, независимо от температуры спекания, характерно присутствие межчастичной по-

ристости (рис. 4). Известно, что спекание – это термообработка порошка, смеси порошков или формовок при температуре ниже температуры плавления хотя бы одного из компонентов, проводимая с целью консолидации и обеспечения определенного комплекса механических и физико-химических свойств. На конечной стадии спекания пористое тело содержит в основном изолированные поры, и его уплотнение является следствием уменьшения числа и объема пор, вследствие чего при увеличении температуры спекания уменьшается общая доля межчастичных пор, одновременно с этим уменьшается и пористость получаемых материалов. В исследуемых керамиках общая пористость составляла 60 % при температуре спекания 1300 °С. В керамиках, полученных при температуре 1400 °С, пористость составляла около 45 %; для образцов, спеченных при температуре 1500 °С, пористость не превышала 20 %. Исследования механических свойств полученных образцов керамик показали, что при увеличении температуры спекания происходит значительное увеличение прочности на сжатие с 6 МПа при 1300 °С до 800 МПа при 1500 °С соответственно (таблица). Согласно данным энергодисперсионного рентгеновского микроанализа полученных образцов после спекания структура керамики была представлена чистым оксидом алюминия без посторонних примесей (см. рис. 3).

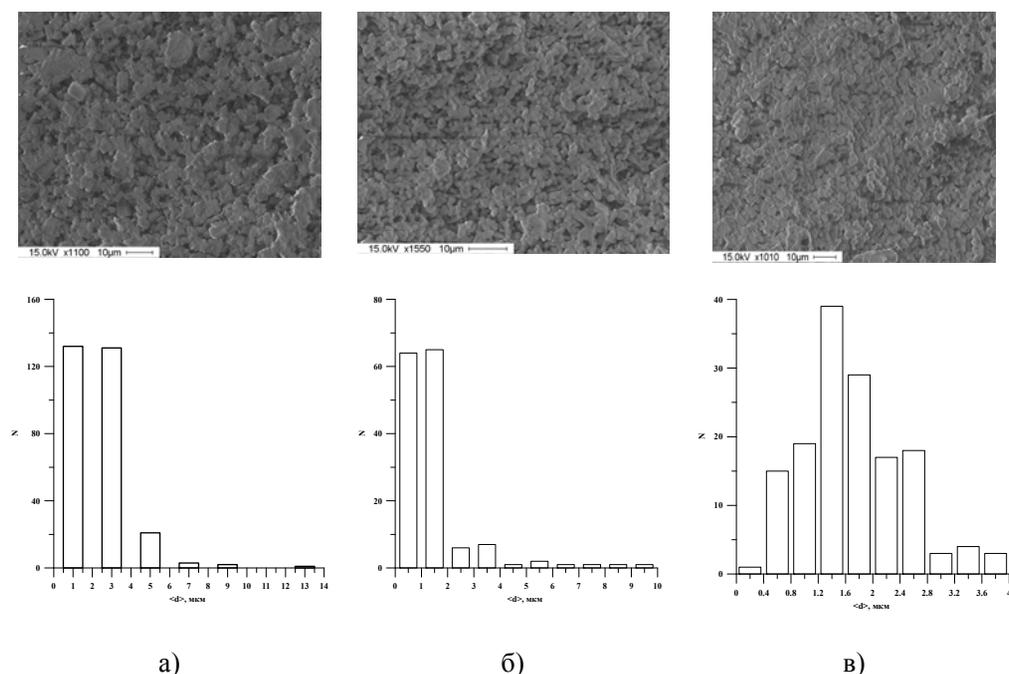


Рис. 4. Изображения структуры керамики и распределения пор по размерам после спекания образцов при температурах: а – 1300 °С; б – 1400 °С; в – 1500 °С

Свойства керамики из $\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$

Температура спекания	Усадка, %	Прочность на сжатие, МПа	Пористость, %	S уд. пов. м ² /г
1300 °С, выдержка 1 ч	7	6 ± 0,5	63 ± 2	3
1400 °С, выдержка 1 ч	18	110 ± 5	50 ± 3	<1
1500 °С, выдержка 1 ч	30	800 ± 15	20 ± 5	<1

Литература

1. Третьяков Ю.Д. Керамика в прошлом, настоящем и будущем / Ю.Д. Третьяков // Соросовский образовательный журнал. 1998. № 6. С. 53–59.
2. Матренин С.В. Техническая керамика: учеб. пособие / С.В. Матренин, А.И. Слосман. Томск: Изд-во ТПУ, 2004. 75 с.
3. Шевченко В.Я. Техническая керамика / В.Я. Шевченко, С.М. Баринов. М.: Наука, 1993. 112 с.
4. Лукин Е.С. Современная оксидная керамика и области ее применения / Е.С. Лукин, Н.А. Макаров, А.И. Козлов и др. // Конструкционные материалы. 2007. С. 4–13.
5. Лукин Е.С. Современная высокоплотная оксидная керамика с регулируемой микроструктурой. Ч. IV: Технологические методы получения высокодисперсных порошков для многокомпонентной керамики / Е.С. Лукин // Огнеупоры и техническая керамика. 1986. № 9. С. 2–10.
6. Козлова А.В. Структура и свойства оксид-гидроксидных материалов $ZrO_2-Al_2O_3$ / А.В. Козлова, И.А. Жуков, С.П. Буякова и др. // Изв. вузов. Физика. 2010. № 12/2. С. 172–176.
7. Буякова С.П. Структура и свойства пористой керамики $ZrO_2-Al_2O_3$ / С.П. Буякова, И.А. Жуков, А.В. Козлова и др. // Изв. вузов. Физика. 2011. Т. 54, № 9/2. С. 120–124.
8. Салтыков С.А. Стереометрическая металлография. М.: Металлургия, 1970. 376 с.

ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ УГЛЕПЛАСТИКОВ С УЧЕТОМ ОСОБЕННОСТЕЙ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ

В.А. Микушина

Исследуется конфигурация кластеров повреждений, образующихся в представительном объеме композита в процессе его нагружения. Задача решалась в двумерной постановке. Показано, что предельный объем кластера поврежденных варьируется от 30% (при $C=7\%$) до 55% (при $C=30\%$). Рост предельной деформации исследуемых углепластиков наблюдается в интервале объемных содержаний включений от 7 до 20%, а при более больших объемных содержаниях волокон наблюдается стабилизация предельных значений локальной деформации.

STUDY THE PROPERTIES OF CARBON FIBER REINFORCED PLASTICS TAKING INTO ACCOUNT FEATURES OF THE ACCUMULATION OF DAMAGE

V.A. Mikushina

In work the configuration of clusters of the damages which are formed in the representative volume of a composite in the course of its loading is investigated. The problem was solved in two-dimensional statement. It is shown that the limit volume of a cluster of damages varies from 30% (at $C=7\%$) to 55% (at $C=30\%$). Growth of limit deformation of the studied CFRP is observed in the range of volume contents of inclusions from 7 to 20% and at bigger volume contents of fibers stabilization of limit values of local deformation is observed.

Композиционные материалы широко применяются во многих областях современного машиностроения и промышленности. Композиты характеризуются широким набором свойств. При использовании композитов в качестве конструкционных материалов наиболее важными являются такие их свойства, как прочность и жесткость. В связи с этим одной из актуальных проблем композиционного материала является проблема прогнозирования прочности КМ. Одним из перспективных направлений для решения этой задачи является развитие методов численного моделирования в материаловедении, в частности, методов, основанных на теории перколяции. Теория перколяции позволяет описать переход систем из одного состояния в другое [1, 2]. При оценке прочности такими состояниями можно считать «исходное» неповрежденное состояние системы и «разрушенное». В данной работе исследуется

возможность применения перколяционного подхода к оценке макроскопической прочности композита.

Рассматривается однонаправленный волокнистый композит в условиях статического одноосного нагружения поперек волокон. Вследствие такого способа нагружения в материале реализуется плоскодеформированное состояние, что позволяет решать задачу анализа НДС и оценки прочности КМ в двумерной постановке. Исходные данные для решения задачи подробно представлены в статье [3]. Целью работы является исследование конфигурации кластеров повреждений, образующихся в представительном объеме композита в процессе его нагружения. На основании анализа такой информации делается оценка условий макроскопического разрушения композита.

На рис. 1 представлены кривые, характеризующие изменение полного объема кластеров повреждений от величины локальной деформации для модельных композитов с объемным содержанием включений от 7 до 50%.

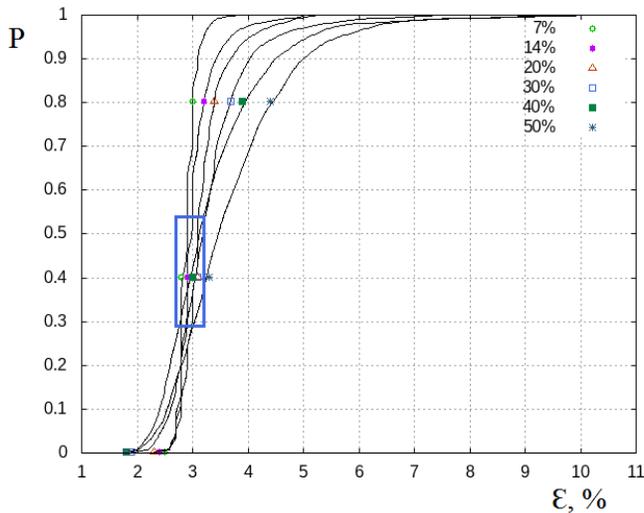


Рис. 1. Зависимость доли поврежденного объема композита от макродеформации

Видно, что процесс накопления повреждений в композитах с низким объемным содержанием включений начинается при больших деформациях, развивается быстрее и заканчивается при меньших значениях деформаций по сравнению с плотно наполненными композитами.

При моделировании определялись значения предельной деформации, при которой отмечалось образование соединительного кластера повреждений. Такая деформация принималась в качестве предельной, т.е. такой, при которой происходит макроскопическое разрушение композита. На рис. 1 также выделена прямоугольная область, в которой сосредоточены все точки на диаграммах повреждений, характеризующие найденные значения предельной деформации.

На рис. 2 представлены данные, характеризующие взаимосвязь объема соединительного кластера P^* ($P^* = \frac{N_{ck}^*}{N}$) и предельной деформации (ϵ) для всех объемных содержаний включений. Доверительные интервалы, показанные на рис. 2, характеризуют разброс результатов при повторных вычислениях. Для малонаполненных структур (до $C=20\%$ включительно) наблюдается рост объема соединительного кла-

стера и предельной локальной деформации (линия 1). Анализ полученных результатов позволяет полагать, что после $C=20\%$ точки, характеризующие предельное состояние («предельные деформации – объем соединительного кластера») модельных композитов, оказываются сгруппированными в окрестности области 2, показанной на рисунке.

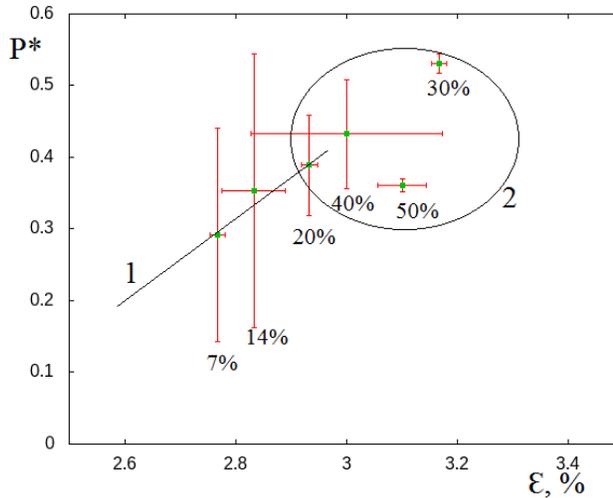


Рис. 2. Зависимость поврежденного объема композита (P^*) от макродеформации (ϵ) в момент образования соединительного кластера

Полученные данные о предельных значениях локальных деформаций модельных композитов качественно согласуются с экспериментальными данными, приведенными в справочной литературе.

Таким образом, в ходе работы проанализированы результаты расчетов НДС углеродных композитов для ряда объемных соотношений компонентов и выявлены некоторые особенности их макроскопического разрушения. В частности, показано, что предельный объем кластера повреждений варьируется от 30 (при $C=7\%$) до 55% (при $C=30\%$). Показано также, что в интервале объемных содержаний включений от 7 до 20% наблюдается рост предельной деформации исследуемых углепластиков, а при более больших объемных содержаниях волокон наблюдается стабилизация предельных значений локальной деформации.

Литература

1. Иудин И.Д., Косовцева Т.Р. Применение теории перколяции для моделирования различных процессов в системе MATLAB // Научный вестник МГТУ. 2010. №2. С. 41–44
2. Ивансковой В.А. Подходы теории перколяции и свободная энергия кластеров дислокаций / В.А. Ивансковой // Журнал технической физики. 2008. Т. 78, вып. 4. С. 65–75.
3. Советова Ю.В., Сидоренко Ю.Н., Скрипняк В.А. Многоуровневый подход к исследованию влияния объемного соотношения компонентов волокнистого однонаправленного углепластика на его механические характеристики // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2014. № 2(28). С. 79–87.

СРАВНЕНИЕ КРИТЕРИЕВ ОЦЕНКИ ПРОЧНОСТИ В ЗАДАЧАХ МЕХАНИКИ КОМПОЗИТОВ

Ю.А. Рикун, Ю.Н. Сидоренко

Работа посвящена проблеме оценки прочности. Исследовалось влияние неоднородности структуры на прочность композита. Проведено сравнение критериев оценки прочности, определен наиболее эффективный из них.

COMPARISON OF THE CRITERIA FOR ASSESSING THE STRENGTH IN THE PROBLEMS OF MECHANICS OF COMPOSITES

Y.A. Rikun, Y.N. Sidorenko

This work is devoted to the assessment of safety. The influence of heterogeneous structure of the composite material on the strength of the material. A comparison of criteria for assessing the strength, determine the most affective of them.

Композиционные материалы (композиты) представляют собой материалы, которые создаются человеком искусственно с учетом требований, предъявляемых к конечному результату [1]. Композиты применяются при изготовлении особо ответственных и дорогостоящих изделий, а именно в авиационной и ракетно-космической технике, машиностроении и т.д. [2].

Одним из важнейших свойств композиционного материала является прочность. В настоящее время активно развивается подход к оценке прочности, основанный на методах кластерного анализа, включая решения задачи о перколяции [3]. При этом для исследования процесса накопления повреждений широко используются разнообразные методы компьютерного моделирования.

Другим подходом для аналитического описания влияния большого количества микроповреждений на напряженно-деформированное состояние является введение параметра повреждаемости, который не связан непосредственно с физической картиной действующих процессов [4].

Целью данной работы является сравнение двух критериев оценки прочности и выбор наиболее эффективного. Для достижения поставленной цели решались конкретные задачи: 1) определение параметров напряженно-деформированного состояния модельных объемов композиционного материала; 2) оценка прочности модельных объемов композитов с использованием перколяционного и параметрического критериев.

В данной работе задача решалась на мезоуровне, на котором полученные расчеты можно рассматривать как способ определения локальных свойств композита. В качестве объекта исследования был выбран объем материала, размеры которого значительно больше молекулярных размеров, но значительно меньше типичных размеров изделий из композитов [5].

Моделировались специально сконструированные модели объемов композита, которые имитируют типичные случаи взаимного расположения волокон в малых объемах материала. Модели представляют собой квадратные области, содержащие разное количество круговых включений, которые представлены на рис. 1–4: 1) единичное включение (рис. 1); 2) два включения, расположенных горизонтально относительно друг друга (рис. 2); 3) два включения, расположенных вертикально относительно друг друга (рис. 3); 4) три включения (рис. 4). В дальнейшем для исследуемых объемов приняты следующие обозначения: «1», «2г», «2в», «3».



Рис. 1. Единичное включение, «1»

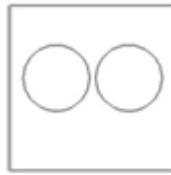


Рис. 2. Два горизонтальных включения, «2г»

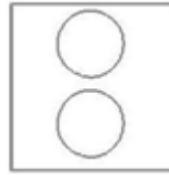


Рис. 3. Два вертикальных включения, «2в»

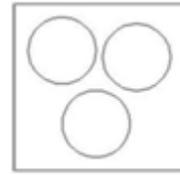


Рис. 4. Три включения, «3»

Задача решается для случая статического нагружения и упругого поведения компонентов. Полагалось, что исследуемые объемы находятся в плоскодеформированном состоянии.

В качестве характеристик локального состояния используются параметры повреждаемости компонент:

$$\Pi_k = \frac{V_k^*}{V_k}, \quad k=1, \dots, K, \quad (1)$$

где Π – поврежденный объем k -й компоненты материала в составе объема мезоуровня, V_k – полный объем k -й компоненты в том же объеме, V_k^* – поврежденный объем, K – количество компонент композита.

Найденные значения параметров повреждаемости (1) позволяют для каждой компоненты рассчитать локальное значение модуля упругости E_k с учетом повреждений, накопленных данной компонентой на мезоуровне:

$$E_k = E_k^0(1 - \Pi_k), \quad k = 1, \dots, K, \quad (2)$$

где E_k^0 – модуль упругости k -й компоненты в отсутствие повреждений, E – величина модуля упругости k -й компоненты. Такой подход позволяет оценивать усредненное по объему мезоуровня влияние микроуровневых повреждений на локальные механические свойства материала [6].

Для расчетов параметров НДС был выбран метод конечных элементов. Применение данного метода в рамках механики композиционных материалов позволяет учитывать наличие подобластей с различными свойствами и явным образом учитывать границы между этими подобластями.

Для оценки прочности использовались два критерия: «параметрический» – по величине удельного поврежденного объема компоненты. За предельное значение параметра повреждаемости принята величина 0,75; «перколяционный» – по наличию соединительного кластера. Под кластером понимается множество элементов, находящихся в одном и том же состоянии. Если такой кластер соединяет противоположные границы объема, то он называется соединительным. Его образование считается признаком разрушения моделируемого объема по перколяционному критерию.

На рис. 5 представлена диаграмма деформирования. Символом « \circ » обозначены значения напряжения и деформации, при которых достигается предельное значение параметра повреждаемости в случае перколяционного критерия, а символом «*» – в случае параметрического критерия.

Из рисунка видно, что для структур типа «1» и «2г» оба критерия дают близкие оценки предельных значений деформации и напряжения. Для моделей типов «2в» и

«3» полученные по перколяционному критерию значения предельных деформаций и напряжений не совпадают с теми, которые были получены по параметрическому. Можно полагать, что причиной таких результатов являются особенности напряженно-деформированного состояния модельных объемов, обусловленные взаимным расположением армирующих элементов.

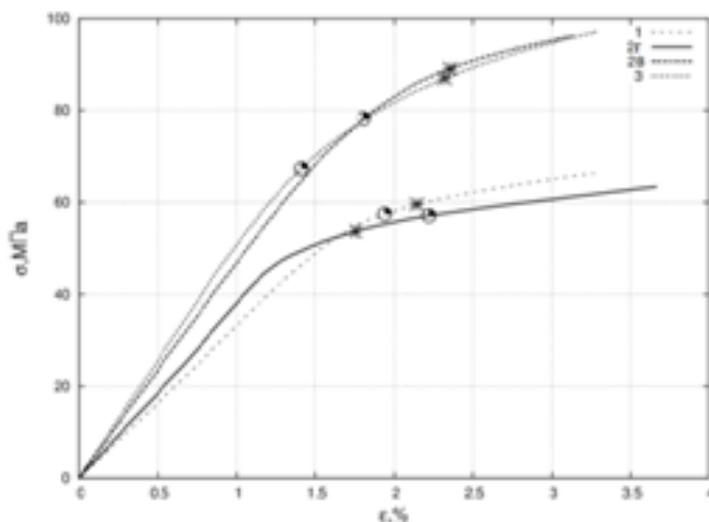


Рис. 5. Диаграмма деформирования

По результатам, представленным в этой работе, можно сделать следующий вывод: локальная прочность материала зависит как от взаимного расположения армирующих элементов, так и от их взаимного расположения по отношению к направлению нагружения. Перколяционный критерий характеризуется наибольшей чувствительностью к локальной неоднородности структуры армирования, поэтому является наиболее эффективным при оценке прочности.

Литература

1. Сидоренко Ю.Н. *Материаловедение: конструкционные и функциональные волокнистые композиционные материалы: учеб. пособие* / Ю.Н. Сидоренко. Томск, 2007. 139 с.
2. Овчинский А.С. *Процессы разрушения композиционных материалов: имитация микро- и макро-механизмов на ЭВМ* / А.С. Овчинский. М.: Наука, 1988. 278 с.
3. Алексеев Д.В. *Кинетика кластеров элементарных повреждений в нагруженных материалах: моделирование вероятностным клеточным автоматом* / Д.В. Алексеев, А.Г. Казунина // ФТПРПИ. 2006. №1. С. 49–60.
4. Грабовский А.П. *Деформационные модели кинетики повреждаемости конструкционных материалов при упругопластическом деформировании* / А.П. Грабовский, А.А. Бондарец // Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого. 2013. № 1. С. 26–34.
5. Кондауров В.И. *Механика и термодинамика насыщенной пористой среды* / В.И. Кондауров. М.: МФТИ, 2007. 309 с.
6. Советова Ю.В. *Многоуровневый подход к исследованию влияния объемного соотношения компонентов волокнистого однонаправленного углепластика на его механические характеристики* / Ю.В. Советова [и др.] // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2014. № 2. С. 77–89.

СТРУКТУРА И ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЛЕГКИХ КОНСТРУКЦИОННЫХ СПЛАВОВ ПОСЛЕ ИНТЕНСИВНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Б.В. Хандаев, Ю.В. Ли, А.С. Нарикович

Рассмотрены структура и физико-механические свойства легких конструкционных сплавов после пластической деформации.

INFLUENCE OF SEVERE PLASTIC DEFORMATION ON THE PHYSIC-MECHANICAL PROPERTIES OF LIGHT STRUCTURAL ALLOYS

B.V. Khandaev, U.V. Li, A.S. Narikovich

The Considered structure and physico-mechanical characteristic light structural alloys deformation.

Положительное влияние интенсивных пластических деформаций (ИПД) на конструкционные металлы и сплавы отмечено многими современными исследователями [1–3]. Оно заключается в измельчении внутренней структуры материалов до ультрамелкозернистого (УМЗ) и наноразмерного состояний, и, как следствие, изменения их физико-механических свойств, что заключается в эффекте упрочнения. Эффект упрочнения после ИПД отражается в повышении микротвердости, пределов текучести и временного сопротивления, изменения степени деформации до начала разрушения в образце, повышения долговечности и усталостной прочности [4]. Реализация ИПД в металлах и сплавах осуществляется разными методами [2, 4, 5]. Наиболее распространенным из них является метод равноканального углового пресования (РКУП), который позволяет изменять структуру в объемных образцах.

В работе представлены результаты исследования влияния ИПД на физико-механические свойства легких конструкционных сплавов, к которым относятся сплавы на основе магния Ма2-1 и алюминия АМг6. Эти сплавы применяются в авиационной, автомобильной и космической промышленности. Изменение их физико-механических свойств является направлением к оптимизации элементов конструкций, повышению эффективности применения в различных условиях эксплуатации.

После обработки методами ИПД по схеме РКУП образцов проводили комплекс физико-механических исследований, который включал в себя: элементный анализ; рентгеновскую томографию; микроструктурный анализ; рентгеноструктурный анализ; определение физико-механических свойств сплавов при осевом растяжении плоских образцов в диапазоне скоростей деформации от 10^{-3} до 10^3 .

Химический элементный и рентгеноструктурный анализ показал, что, несмотря на высокую температуру пресования и большие степени пластических деформаций, в процессе РКУП в исследуемых сплавах не происходит побочных химических реакций и фазовых преобразований. Определено появление внутренних упругих напряжений, что может внести вклад в общее напряженно-деформированное состояние при последующих этапах исследований. С использованием современных методов рентгеновской томографии проводилась оценка дефектности внутренней структуры, определения пористости, наличия микротрещин, пустот в объеме обработанных материалов. Соблюдение технологии реализации интенсивной пластической деформации, описанной в [6], позволило получить свободную от макро- и микродефектов структуру сплавов с измененными средними размерами зерна.

В результатах работы показано, что многопроходное РКУ-прессование легких сплавов Ма2-1 и АМг6 позволяет после четырех проходов формировать в объеме образцов равномерную ультрамелкозернистую структуру. Экспериментально установлено, что после воздействия ИПД на исследуемые сплавы увеличивается предел текучести, кратковременной прочности. Максимальные значения предельной деформации при растяжении для магниевого сплава увеличиваются, а для алюминиевого уменьшаются. Микротвердость для обоих сплавов после ИПД растет.

Работа выполнена при поддержке РФФИ в рамках проекта № 14-01-31144 мол_а.

Литература

1. Meyers M.A., Mishra A., Benson D.J. Mechanical properties of nanocrystalline materials // Progress in materials Sciences. 2006. Vol. 51. P. 427–556.
2. Валиев Р.З. Объемные наноструктурные металлические материалы / Р.З. Валиев, И.В. Александров. М.: Академкнига, 2007. 397 с.
3. Meyer L.W., Hockauf M., Kruger L., Schneider I. Compressive behaviour of ultrafine-grained AA6063T6 over a wide range of strains and strain rates // International journal of materials research. 2007. Vol. 98, № 3. P. 191–199.
4. Скрипняк В.А., Скрипняк Е.Г., Козулин А.А., Скрипняк В.В. Влияние структурированного поверхностного слоя на циклическую долговечность легких сплавов // Изв. вузов. Физика. 2012. Т. 55, № 9–3. С. 109–113.
5. Хомская И.В., Зельдович В.И., Шорохов Е.В. и др. Структура титана, подвергнутого высокоскоростному прессованию при различных температурах // Деформация и разрушение материалов. 2010. № 4. С. 15–19.
6. Козулин А.А., Скрипняк В.А., Красновейкин В.А. и др. Исследование физико-механических свойств ультрамелкозернистых магниевых сплавов после интенсивной пластической деформации // Изв. вузов. Физика. 2014. Т. 57, № 9. С. 98–104.

Секция 4

БАЛЛИСТИКА И НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА**МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ
ДИСПЕРГИРОВАНИЯ ЖИДКОСТИ ЭЖЕКЦИОННЫМИ ФОРСУНКАМИ****А.Л. Астахов, В.А. Архипов**

Представлена методика экспериментального исследования диспергирования жидкости эжекционными форсунками. Приведена схема установки для измерения размеров капель в факеле распыла методом малых углов индикатрисы рассеяния.

**TECHNIQUE FOR EXPERIMENTAL STUDY OF LIQUID ATOMIZING BY
EJECTION NOZZLES****A.L. Astakhov, V.A. Arkhipov**

The technique for experimental study of the liquid atomizing by ejection nozzles is considered. The apparatus for measuring of droplets size in the spray by small-angle scattering methods is presented.

Проблема распыливания жидкости актуальна применительно к обеспечению надежного сгорания топливных смесей в двигателях внутреннего сгорания и в камерах сгорания ракетных двигателей. В порошковой металлургии эти вопросы активно изучаются с середины прошлого века, а в настоящее время приобрели особую актуальность в связи с повышением требований к размерам частиц конечного порошкового продукта.

Из всего многообразия способов распыливания жидкостей [1] в металлургии для производства высокодисперсных порошков из расплава алюминия наибольшее распространение получили технологии с использованием эжекционных форсунок. В эжекционных форсунках, относящихся к пневматическому типу распыливающих устройств, подача и диспергирование жидкости осуществляются за счет создаваемого перепада давлений на срезе сопла форсунки между распыливаемой жидкостью и вдуваемым газом [2]. Одним из преимуществ использования эжекционных форсунок является возможность совершенствования существующей технологии за счет модификации элементов распыливающего узла форсуночного блока.

Методика экспериментального исследования включает испытания форсунок на модельном пневмогидравлическом стенде с системой оптической диагностики.

Блок-схема измерительного стенда приведена на рис. 1.

Стенд содержит исследуемую форсунку 1 и системы подачи, измерения и регулирования расходов жидкости и газа. Система подачи жидкости включает резервуар 2 с рабочей жидкостью, компрессор 3 и батарею баллонов 4. Жидкость подается на форсунку по трубопроводу 5. Газ подается на форсунку из батареи баллонов 4 по трубопроводу 6. Измерение расхода газа осуществляется ротаметром 7, расхода жидкости – мерной емкостью 8. Для контроля давления используются манометры 9.

Для регулирования подачи жидкости и газа в схему стенда включены запорные вентили 10 и редукторы 11.

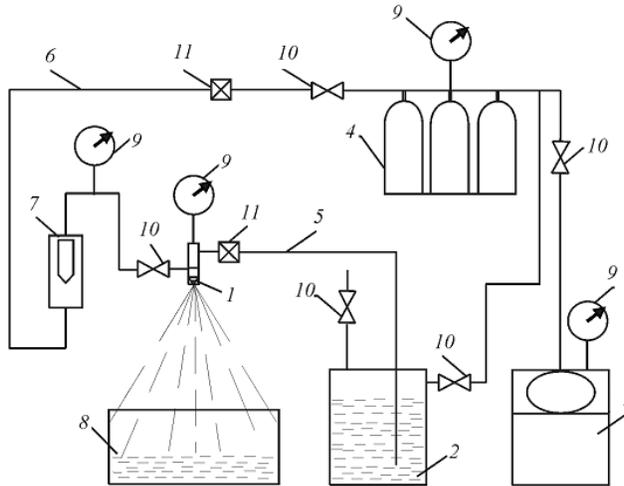


Рис. 1. Блок-схема пневмогидравлического стенда

Подаваемая через форсунку жидкость при взаимодействии с потоком газа образует факел распыла, который зондируется лазерным излучением. Пневмогидравлический стенд обеспечивает проведение испытаний модельных образцов форсунок в диапазоне рабочих давлений 0,1–1,0 МПа при изменении расхода жидкости до 10,8 кг/ч и воздуха до 6,3 м³/ч.

Для определения дисперсного состава капель в факеле распыла форсунки применен метод измерения угловой индикатрисы рассеяния лазерного излучения [3]. Рассеяние происходило под малыми углами к направлению падающего излучения. При выполнении условий рассеяния света независимыми частицами и его однократности интенсивность рассеянного полидисперсными частицами излучения может быть определена из уравнения теории дифракции [3]:

$$I(\theta) = \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^3 \frac{I_0}{\theta^2} \int_0^\infty \beta^2 f(\beta) J_1^2(\beta\theta) d\beta. \quad (1)$$

Решение интегрального уравнения (1) для функции $f(\beta)$ имеет вид

$$f(\beta) = \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^3 \frac{1}{\beta^2} \int_0^\infty D(\theta) H(\beta\theta) d\theta. \quad (2)$$

Ядро обращенного интегрального уравнения (2), зависящего от произведения $(\beta\theta)$, равно

$$H(\beta\theta) = -2\pi\beta\theta J_1(\beta\theta) Y(\beta\theta),$$

где $Y(\beta\theta)$ – функция Неймана.

Измерительная информация об индикатрисе рассеяния содержится в функции $D(\theta)$:

$$D(\theta) = \frac{d}{d\theta} \left[\frac{I(\theta)}{I_0} \theta^3 \right] = \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^3 \int_0^\infty \beta^2 f(\beta) K(\beta\theta) d\beta,$$

где $K(\beta\theta)$ имеет вид

$$K(\beta\theta) = \frac{d}{d(\beta\theta)} \left[\beta\theta J_1^2(\beta\theta) - \frac{1}{\pi} \right].$$

Функцию распределения частиц по размерам по экспериментально измеренной индикатрисе рассеянного излучения определяют из решения обратной задачи оптики аэрозолей с использованием приведенных зависимостей. Восстановление функции распределения $f(\beta)$ по измеренной индикатрисе рассеяния $I(\theta)$ проводилось численно с помощью метода и алгоритма расчета, основанных на концепции подбора при решении серии прямых задач (метод прямого поиска).

Для определения дисперсности капель в факеле распыла исследуемых форсунок разработана лазерная установка, основанная на измерении интенсивности излучения, рассеянного на аэрозольных частицах в области малых углов. Система оптической диагностики включает блок лазерного излучателя и блок измерения параметров лазерного излучения. В качестве источника зондирующего излучения использовался лазерный модуль KLM-650/20 с длиной волны излучения $\lambda=0,65$ мкм и мощностью 20 мВт. В качестве приемника излучения использовался германиевый фототранзистор ФТГ-4, с диапазоном спектральной чувствительности 0,4–1,9 мкм. Определение угла рассеяния θ зондирующего излучения проводилось с помощью лазерной указки, закрепленной на консоли соосно с приемником излучения. Значение угла рассеяния рассчитывалось по показаниям измерительной шкалы и геометрическим характеристикам оптической системы. Приборный комплекс позволяет автоматически регистрировать экспериментальные данные в реальном масштабе времени.

При обработке экспериментальной информации измеренный угол рассеяния (в градусах) переводился в радианы, а полученная из решения обратной задачи функция распределения $f(\beta)$ приводилась к зависимости $f(r)$. В качестве аппроксимирующей функции для $f(r)$ используется гамма-распределение

$$f(r) = ar^\alpha \exp(-br),$$

где α , a , b – параметры распределения.

Интегральная функция $F(r)$ счетного распределения капель рассчитывается по уравнению

$$F(r) = \int_0^r f(r) dr.$$

Наряду с функцией распределения для описания дисперсных сред широко используются модальный радиус r_0 (соответствующий максимуму дифференциальной

функции счетного распределения), а также осредненные радиусы частиц: r_{10} – среднеарифметический; r_{32} – средний объемно-поверхностный; r_{43} – среднемассовый и др. В общем случае значения осредненных характеристик определяются соотношением

$$r_{mn} = \left(\frac{\int_0^{\infty} r^m f(r) dr}{\int_0^{\infty} r^n f(r) dr} \right)^{\frac{1}{m-n}},$$

где m, n – целые числа, означающие порядок момента функции распределения.

Вывод. Рассмотрены методика и экспериментальная установка для бесконтактных измерений функции распределения размеров капель при распыливании жидкости эжекционными форсунками.

Литература

1. Витман Л.А., Кацельсон Б.Д., Палеев И.И. Распыливание жидкости форсунками. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1962.
2. Силаев А.Д., Дишман Б.Д. Диспергирование жидких металлов. М.: Metallurgia, 1983.
3. Архипов В.А., Бондарчук С.С. Оптические методы диагностики гетерогенной плазмы продуктов сгорания. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2012.

ОЦЕНИВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ СТОЛКНОВЕНИЯ АСТЕРОИДОВ С ПЛАНЕТАМИ

Е.А. Баранников

Рассматривается общепринятая методика, согласно которой вероятность столкновения астероидов с планетами оценивается как отношение числа столкновительных точек доверительной области к их общему числу. На примере модельных астероидов исследуются особенности применения данного метода, выявляются характерные особенности задачи и достоверность получаемых оценок.

ESTIMATION OF PROBABILITY OF ASTEROIDS IMPACTS WITH PLANETS

E.A. Barannikov

In accordance with generally accepted procedure, probability of possible asteroid collision with planet one estimates as quotient of impacting points number of asteroid's confidence region from their full number. On example of fictitious asteroid, which inevitably should come into collision with Earth, reliability of such estimations is investigated.

По причине того, что наблюдения астероидов сопряжены с неизбежными ошибками наблюдений, мы можем получить лишь некоторую оценку их возможных параметров орбит. Эта оценка определяет номинальную орбиту, которая будет тем ближе к истинной орбите, чем больший интервал охвачен наблюдениями. На основании полученной оценки можно указать также некоторую область возможных значений параметров (доверительную область), каждая точка которой согласуется с имеющимися наблюдениями. Для того чтобы расчетное движение астероидов было более достоверным, целесообразно описывать его плотным пучком траекторий, выходящих из начальной области возможных значений параметров. Начальную доверительную область можно формировать различными способами.

Нами были рассмотрены два варианта, первый из них предполагает задание области в виде плотного множества точек, распределенных по всему объему доверительной области, второй – по ее граничной поверхности.

В такой постановке вероятность столкновения исследуемого объекта с Землей определяется, как правило, в виде отношения числа столкновительных точек к общему числу точек такой вероятностной области.

Среди астероидов, сближающихся с Землей, особую опасность представляют астероиды, которые, попадая при движении по своей орбите в сферу тяготения Земли, оказываются от нее на прицельном расстоянии, равном так называемому радиусу захвата. Прицельным расстоянием b называется перпендикуляр, проведенный из центра Земли до асимптоты к гиперболической траектории астероида относительно Земли в точке входа астероида в сферу действия Земли (рис. 1). Прицельное расстояние можно вычислить при помощи следующего соотношения:

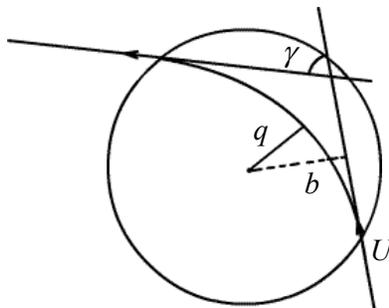


Рис. 1. Траектория движения астероида относительно Земли в пределах ее сферы действия

$$b^2 = q^2 \left(1 + \frac{U_\infty^2}{U^2} \right), \tag{1}$$

где U – скорость движения астероида в момент входа в сферу действия Земли, а U_∞ – его параболическая скорость относительно Земли:

$$U_\infty = \sqrt{\frac{2GM_\oplus}{R_\oplus}}. \tag{2}$$

В выражении для параболической скорости G – гравитационная постоянная, M_\oplus – масса Земли, R_\oplus – экваториальный радиус Земли.

Если в формулу (2) подставить $q = R_\oplus$, то b будет равно прицельному расстоянию, при котором траектория астероида коснется поверхности Земли. При меньших значениях прицельного расстояния столкновение неизбежно. Таким образом, исследование возможности столкновения сводится к подсчету числа точек, соударяющихся с Землей, по отношению к общему числу точек доверительной области.

Для исследования такого подхода к оцениванию вероятности столкновения астероида с Землей и получения выводов о достоверности такой оценки мы рассмотрели два модельных астероида (табл. 1).

Таблица 1. Параметры орбиты модельных астероидов. $t_0 = 2455647.46557825\text{JD}$

$a, \text{a.e.}$	e	i	ω	Ω	M_0
0.7768777744	0.685	159°.234	18°.715	187°.188	275°.352
0.7769635444	0.683	159°.234	18°.715	187°.188	275°.352

Моделирование движения астероида осуществлялось в рамках задачи двух тел. Начальные параметры были подобраны таким образом, чтобы в случае движения по такой «истинной» орбите в момент $t = 2456150.0\text{JD}$ первый астероид проходил на потенциально опасном расстоянии от Земли, а второй – точно через центр Земли. Моделируемые наблюдения позволяли получить оценку начальных параметров фиктивного астероида и построить его начальную доверительную область в виде множества точек (виртуальных астероидов).

Результаты расчетов показали следующее. Несмотря на изначально запланированную стопроцентную вероятность столкновения одного из объектов, численное значение этой вероятности достигается только в том случае, когда наблюдения покрывают не менее одного оборота астероида (орбитальный период модельных астероидов составляет 250,1 сут). Использование меньших мерных интервалов приводит к отклонению вычисленной оценки вероятности от заданного значения (табл. 2). Искомая оценка вероятности столкновения зависит также от выборки, общего числа и распределения случайных точек, составляющих доверительную область.

Таблица 2. Оценивание вероятности столкновения с использованием точек доверительной области, распределенных по всему ее объему

N	10	100	1000	10000	100000
Интервал наблюдений 54 сут					
P	0,0–10,0%	0,0–3,0%	0,1–1,4%	0,52–0,83%	0,61–0,94%
Интервал наблюдений 108 сут					
P	10,0–50,0%	14,0–20,0%	16,1–19,5%	17,1–18,4%	17,9–18%
Интервал наблюдений 162 сут					
P	20,0–60,0%	43,0–63,0%	46,0–52,2%	48,8–50,6%	49,3–49,7%
Интервал наблюдений 216 сут					
P	50,0–90,0%	68,0–79,0%	69,1–75,8%	71,6–72,4%	72–72,7%
Интервал наблюдений 270 сут					
P	100%	100%	100%	100%	100%

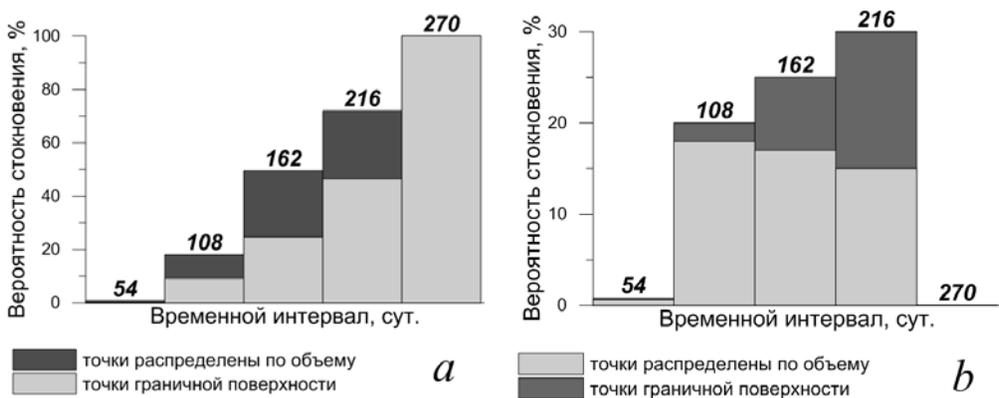


Рис. 2. Сравнение двух способов оценивания вероятности столкновения астероида с планетой. Области содержали 100000 точек

Кроме того, получаемая оценка существенным образом зависит от выбранного способа построения доверительной области. Для астероида, который соударяется с Землей (рис. 2, а), оценка вероятности столкновения, полученная с использованием точек граничной поверхности, оказывается несколько заниженной. Обратная картина имеет место для второго астероида, проходящего на потенциально опасном расстоянии от Земли (рис. 2, б). Такие расхождения в полученных результатах – след-

ствии различного распределения точек, определяющих доверительные области. В первом случае точки распределены по нормальному закону с большей концентрацией возле центра области, во втором – точки равномерно распределены по граничной поверхности.

Подводя итог, необходимо отметить, что по причине большого разброса расчетных оценок вероятности во многих задачах для нас важен лишь сам факт отличия этих оценок от нулевого значения. Оценка, равная нулю либо единице, позволяет однозначно интерпретировать результат, во всех остальных случаях можно говорить лишь о возможности столкновения.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 12-02-00220-а.

Литература

1. Черницов А.М., Тамаров В.А., Сюсина О.М. Об оценивании вероятности столкновения астероидов с планетами // Изв. вузов. Физика. Приложение. Небесная механика и прикладная астрономия. 2013. № 10/2. С. 126–131.
2. Астероидно-кометная опасность: вчера, сегодня, завтра / под ред. Б.М. Шустова, Л.В. Рыхловой. М.: Физматлит, 2010. 384 с.
3. Баранников Е.А., Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Методы определения граничных точек доверительных областей в задаче исследования движения астероидов // Изв. вузов. Физика. Приложение. Небесная механика и прикладная астрономия. 2013. № 10/2. С. 119–125.

РАСЧЕТ СБЛИЖЕНИЙ АСТЕРОИДОВ С ЗЕМЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭФЕМЕРИД DE405, DE432 И EPM2011

А.П. Батурин, В.В. Кинзерский

Исследуется влияние выбора эфемерид больших планет и Луны, используемых при учете возмущений, на результаты вычисления обстоятельств сближений астероидов с Землей. Моделируется движение астероидов Апофис и 101955 с использованием при учете возмущений эфемерид DE405, DE432 и EPM2011.

COMPUTING OF ASTEROIDS' ENCOUNTERS TO THE EARTH WITH THE EPHEMERIDES DE405, DE432 AND EPM2011

A.P. Baturin, V.V. Kinzersky

The influence of choice of ephemerides of major planets and the Moon on the results of calculation of encounters of asteroids to the Earth has been investigated. The motion of the asteroid Apophis and 101955 has been simulated calculating the perturbations with the ephemerides DE405, DE432 and EPM2011.

Задача вычисления сближений астероидов с планетами и, в частности, с Землей является в настоящее время актуальной, поскольку она представляет собой начальный этап в решении проблемы оценивания вероятности столкновения астероидов с Землей. В настоящей работе исследуется влияние выбора эфемерид больших планет и Луны, используемых при учете возмущений, на результаты вычисления обстоятельств сближений астероидов с Землей. При проведении исследования применяются разработанные ранее [1–3] фортран-программы улучшения орбит и прогнозирования движения астероидов. Для программы улучшения орбит был разработан windows-интерфейс, упрощающий ее использование, а к программе прогнозирования движения, также имеющей windows-интерфейс, был добавлен блок расчета сближений с планетами.

Главное окно интерфейса программы улучшения орбиты приведено на рис. 1.

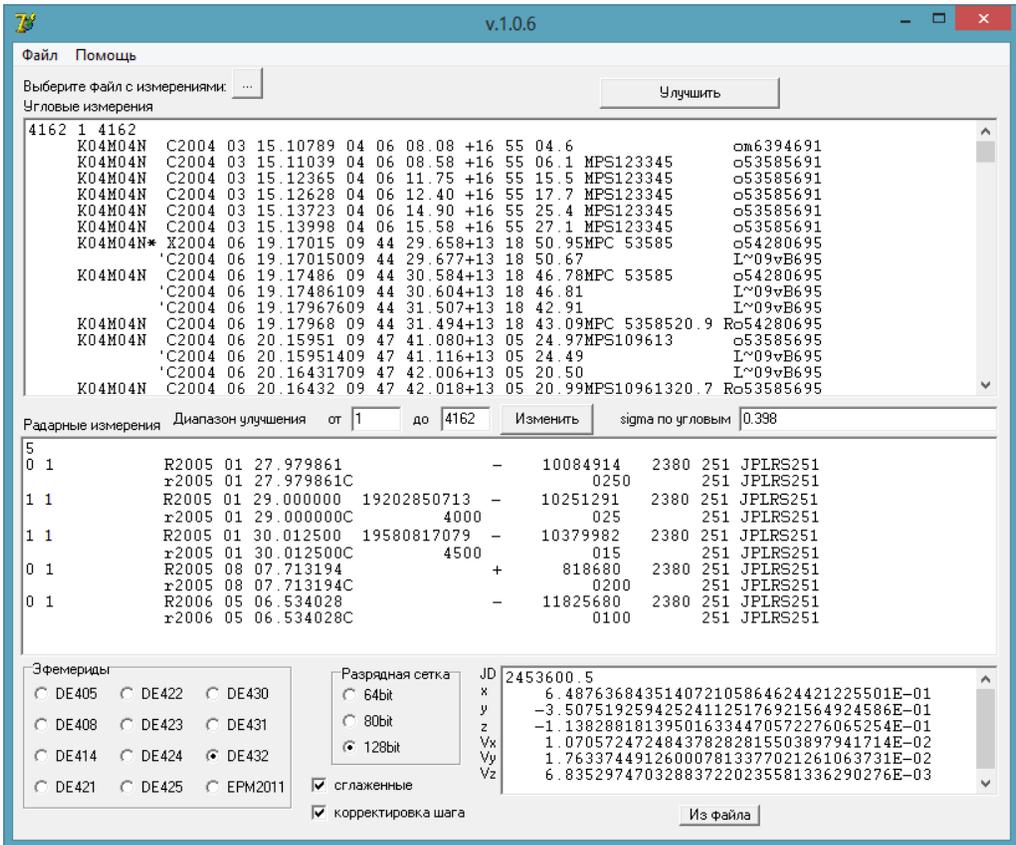


Рис. 1. Интерфейс программы улучшения орбит астероидов

В верхней части окна вводятся астрометрические (угловые) наблюдения астероида в формате, принятом в Центре малых планет (<http://minorplanetcenter.net>); в средней части – радарные наблюдения в том же формате. В нижней части окна справа вводится эпоха улучшаемых начальных параметров движения в виде юлианской даты и сами параметры в виде экваториальных гелиоцентрических координат и компонент скорости, отнесенных к стандартной эпохе 2000.0. Внизу окна интерфейса с левой стороны расположены переключатели используемых при учете возмущений эфемерид больших планет и Луны, а также переключатель разрядной сетки, т.е. размера чисел с плавающей точкой, используемых при выполнении вычислений. Кроме того, в программе предусмотрена возможность использования эфемерид, сглаженных на «стыках» интервалов интерполирования до первых производных от координат. Как показано в работах [3–7], применение сглаженных эфемерид значительно уменьшает ошибки численного интегрирования при расчетах на расширенной разрядной сетке (80 или 128 бит). Использование корректировки шага интегрирования в соответствии со «стыками» эфемеридных интервалов интерполирования также повышает [4–7] точность численного интегрирования, но уже на любой разрядной сетке.

Для программы прогнозирования движения астероидов ранее был разработан windows-интерфейс студентом физического факультета И.А. Вотчемел В настоящей

работе к функциям программы добавлена возможность расчета сближений с планетами, что привело к изменению ее интерфейса. Главное окно нового интерфейса приведено на рис. 2.

Рис. 2. Интерфейс программы прогнозирования движения астероидов

Данная программа предназначена для одновременного прогнозирования движения двух траекторий с различными или одинаковыми начальными параметрами с использованием при учете возмущений для каждой из траекторий различных эфемерид. Назначение всех окон ввода и переключателей понятно из их обозначений в окне интерфейса (см. рис. 2).

С помощью данной программы был выполнен расчет сближений астероидов Апофис и 101955 с Землей с использованием эфемерид DE405, DE432 (<ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets>) и EPM2011 [8] (<ftp://quasar.ipa.nw.ru/incoming/EPM>). Такой выбор эфемерид объясняется тем, что DE405 являются самыми старыми эфемеридами, широко используемыми в астрономической практике; DE432 – наиболее новыми, а EPM2011 – последними отечественными эфемеридами. Прогнозирование

выполнялось на интервале времени до 2200 г., поскольку этот год является конечной датой эфемерид DE405. Что касается выбора астероидов, то первый из них (Апофис) интересен тем, что в 2029 г. будет иметь очень тесное сближение с Землей (0,00026 а.е.), и это делает его «экстремальным» объектом с точки зрения прогнозирования дальнейшего движения, поскольку после такого тесного сближения в движении резко возрастает хаотичность. Второй астероид (101955) не имеет таких тесных сближений с планетами, вследствие чего его движение является хорошо прогнозируемым и позволяет использовать его как пример из множества подобных «регулярных» объектов.

Для корректного сравнения результатов прогнозируемого движения, получаемых с использованием различных эфемерид, необходимо, чтобы начальные параметры движения были улучшены с теми же эфемеридами, с какими выполняется прогноз. Поэтому для обоих объектов были выполнены улучшения орбиты с использованием эфемерид DE405, DE432 и EPM2011. При улучшении орбиты были использованы наблюдения астероидов, взятые с сайта <http://minorplanetcenter.net>. Для астероида Апофис было использовано 4162 угловых наблюдения, охватывающих период около 10 лет, и 7 радарных (2 временных задержки сигнала и 5 доплеровских); для астероида 101955 – 569 угловых наблюдений, охватывающих около 13 лет, и 28 радарных (22 временных задержки сигнала и 6 доплеровских). Полученные в результате улучшения орбиты начальные параметры были далее использованы при прогнозировании движения с соответствующими эфемеридами.

Таблица 1. Обстоятельства сближений астероида Апофис с Землей до 2200 г.

DE405		DE432		EPM2011	
T (TAI)	d_{\min} , а.е.	T (TAI)	d_{\min} , а.е.	T (TAI)	d_{\min} , а.е.
2029 4 13,90689	0,00026	2029 4 13,90689	0,00026	2029 4 13,90686	0,00026
2051 4 9,96726	0,05564	2051 4 9,96775	0,05564	2051 4 9,96715	0,05565
2059 9 15,39130	0,03715	2059 9 15,39097	0,03715	2059 9 15,39162	0,03715
2081 9 16,82767	0,06187	2081 9 16,82732	0,06186	2081 9 16,82789	0,06187
2095 4 13,70556	0,01912	2095 4 13,70627	0,01911	2095 4 13,70501	0,01913
2103 9 11,63184	0,04183	2103 9 11,61192	0,04195	2103 9 11,64080	0,04178
2133 4 16,66361	0,01003	2133 4 16,66689	0,01005	2133 4 16,66215	0,01003
2155 9 15,37669	0,03470	2155 9 15,26063	0,03344	2155 9 15,42720	0,03527
2162 9 7,95439	0,04480	2162 9 8,03831	0,04442	2162 9 7,90591	0,04502
2183 4 21,04877	0,03546	2183 4 21,82870	0,03944	2183 4 20,71034	0,03362
2190 4 17,03718	0,01008	2190 4 16,30729	0,00405	2190 4 17,51260	0,01393

Все расчеты выполнялись на 128-битовой разрядной сетке, т.е. с четверной машинной точностью, соответствующей 34-значной десятичной разрядности. Для численного интегрирования уравнений движения в описанных программах используется метод Эверхарта [9, 10] 27-го порядка с переменным шагом интегрирования. Во всех случаях применялись сглаженные варианты эфемерид и корректировка шага интегрирования в соответствии с границами эфемеридных интервалов интерполирования.

Результаты вычисления сближений с Землей, меньших 0,1 а.е., для астероида Апофис приведены в табл. 1, для астероида 101955 – в табл. 2.

В табл. 1 и 2 через T обозначен момент сближения по атомному времени TAI, приводимый в виде года, месяца и суток с дробной частью; через d_{\min} – минимальное расстояние до центра Земли в сближении.

Как видно из табл. 1, для астероида Апофис замена одних эфемерид другими приводит к заметному различию прогнозируемых сближений с Землей лишь в двух последних случаях, т.е. в сближениях 2183 и 2190 гг. В этих сближениях различия в

момента времени составляют около суток, а в минимальном расстоянии до Земли – несколько тысячных астрономической единицы, причем более близкие результаты получены при использовании эфемерид DE432 и EPM2011. Для более ранних сближений различия в моменте времени не превышают тысячных долей суток, а в минимальном расстоянии – 0,001 а.е.

Таблица 2. Обстоятельства сближений астероида 101955 с Землей до 2200 г.

DE405		DE432		EPM2011	
T (ТА I)	d_{\min} , а.е.	T (ТА I)	d_{\min} , а.е.	T (ТА I)	d_{\min} , а.е.
2037 2 11,56175	0,09872	2037 2 11,56175	0,09872	2037 2 11,56121	0,09872
2043 2 9,76010	0,09662	2043 2 9,76010	0,09662	2043 2 9,75806	0,09662
2054 9 30,04284	0,03931	2054 9 30,04284	0,03931	2054 9 30,04391	0,03931
2060 9 23,02370	0,00502	2060 9 23,02370	0,00502	2060 9 23,02371	0,00502
2068 2 15,15203	0,07042	2068 2 15,15202	0,07042	2068 2 15,15045	0,07042
2080 9 22,53921	0,01019	2080 9 22,53884	0,01020	2080 9 22,53894	0,01020
2087 9 17,32292	0,08715	2087 9 17,33260	0,08700	2087 9 17,33131	0,08703
2117 2 20,65808	0,08662	2117 2 20,66434	0,08676	2117 2 20,66332	0,08673
2124 2 19,85046	0,06914	2124 2 19,84974	0,06910	2124 2 19,84992	0,06911
2144 10 18,62682	0,09544	2144 10 18,69627	0,09555	2144 10 18,68220	0,09553
2151 10 1,12957	0,04393	2151 10 1,14159	0,04400	2151 10 1,13918	0,04398
2158 10 4,02670	0,05870	2158 10 3,99197	0,05857	2158 10 3,99935	0,05860
2187 2 17,82585	0,06707	2187 2 17,82316	0,06707	2187 2 17,82397	0,06707

Для астероида 101955, как это видно из табл. 2, во всех случаях обстоятельства вычисленных сближений практически совпадают. Лишь для последних сближений (начиная с 2087 г.) различия в моменте времени составляют сотые доли суток, в то время как минимальные расстояния до Земли остаются практически одинаковыми для всех сближений. Кроме того, можно видеть, что, как и для астероида Апофис, более близкие друг к другу результаты дает использование эфемерид DE432 и EPM2011.

Проведенное исследование позволяет заключить, что для астероидов, не имеющих слишком тесных сближений с планетами, таких как объект 101955, при прогнозировании сближений могут быть использованы любые эфемериды больших планет и Луны, начиная с эфемерид DE405. Для объектов же, имеющих тесные сближения, подобных астероиду Апофис, замена одних эфемерид другими может приводить к заметному изменению прогнозируемых сближений. Особенно это касается прогнозируемых моментов сближений и в меньшей степени – минимальных расстояний до планет. Кроме того, результаты исследования показывают, что использование последних выпущенных эфемерид, таких как DE432 и EPM2011, дает более близкие результаты, чем использование более старых эфемерид, таких как DE405. Поэтому при расчете сближений астероидов с планетами предпочтительнее применять наиболее современные эфемериды больших планет и Луны.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 12-02-00220-а.

Литература

1. Батурин А.П. Улучшение орбит астероидов с использованием радарных наблюдений // Изв. вузов. Физика. 2012. Т. 55, №10/2. С. 77–81.
2. Батурин А.П. Улучшение орбит астероидов по данным радарных и угловых наблюдений // Изв. вузов. Физика. 2013. Т. 56, №10/2. С. 139–143.
3. Батурин А.П. Прогнозирование движения астероидов с использованием слаженных эфемерид DE405, DE406, DE408, DE421, DE423 и DE722 // Изв. вузов. Физика. 2011. Т. 54, №6/2. С. 93–102.

4. Батурин А.П. Повышение точности прогнозирования движения космических объектов путем устранения влияния разрывов производных от координат возмущающих тел // Изв. вузов. Физика. 2012. Т. 55, №10/2. С. 82–88.
5. Батурин А.П., Вотчель И.А. Исследование влияния разрывов координат больших планет и Луны, а также их производных на точность прогнозирования движения астероидов // Изв. вузов. Физика. 2013. Т. 56, № 6/3. С. 188–190.
6. Батурин А.П., Вотчель И.А. Устранение влияния разрывов координат возмущающих тел и их производных на точность прогнозирования движения астероидов // Изв. вузов. Физика. 2013. Т. 56, №10/2. С. 113–118.
7. Батурин А.П. Влияние способов построения эфемерид больших планет и Луны на точность прогнозирования движения астероидов // Изв. вузов. Физика. 2014. Т. 57, №9. С. 72–79.
8. Pitjeva E.V. Updated IAA RAS planetary ephemerides EPM2011 and their use in scientific research // Solar System Research. 2013. Vol. 47, Issue 5. P. 386–402.
9. Бордовицына Т.В. Современные численные методы в задачах небесной механики. М.: Наука, 1984. 136 с.
10. Авдюшев В.А. Интегратор Гаусса–Эверхарта // Вычислительные технологии. 2010. Т. 15, №4. С. 31–46.

ВЛИЯНИЕ ХИМИЧЕСКОЙ ПРИРОДЫ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ГОРЮЧЕГО НА ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТВЕРДЫХ ТОПЛИВ

В.В. Кузнецова, Л.А. Савельева

Рассмотрено влияние природы металлического горючего на термодинамические характеристики высокоэнергетических твердых топлив. Установлено, что наибольшее влияние на характеристики топливных систем оказывает применение смешанных металлических горючих.

THE INFLUENCE OF THE CHEMICAL NATURE OF METAL FUEL ON THE THERMODYNAMIC CHARACTERISTICS OF SOLID PROPELLANTS

V.V. Kuznetsova, L.A. Savelieva

The influence of the nature of metal fuel on thermodynamic characteristics of high-energy solid propellants was considered. It is established that the greatest influence on the characteristics of fuel systems renders application of mixed metal fuels.

К современным и перспективным композициям высокоэнергетических материалов (ВЭМ) предъявляется ряд требований, включающих высокие значения энергетических и физико-механических характеристик, технологичность при формировании зарядов, длительный срок хранения, возможность регулирования скорости горения, минимальное содержание токсичных компонентов в продуктах сгорания и т.д. Одновременное выполнение указанных требований проблематично, поэтому при разработке компонентных составов ВЭМ приходится искать компромиссные решения, выбирая «приоритетные» характеристики, исходя из целей использования ВЭМ [1].

Современные составы ТРТ базируются на трех компонентах: органическое горюче-связующее – бутадиеновый каучук СКДМ-80; окислитель – перхлорат аммония (NH_4ClO_4); металлическое горючее – индивидуальные металлы и механические смеси на их основе.

Основной энергетической составляющей топливных композиций является металлическое горючее. Металлическое горючее определяет энергетические характеристики топлив (единичный импульс, температуру в камере сгорания и на срезе сопла) и влияет на состав газообразных продуктов сгорания и содержание к-веществ в

последних. Наряду с энергетическими характеристиками металлы и металлосодержащие вещества увеличивают плотность топлива, что также повышает эффективность применения его в РДТТ [2].

Основные требования к перхлоратным ТРТ:

- 1) единичный импульс не менее 250 с;
- 2) снижение содержания HCl в газообразных продуктах сгорания ТРТ по сравнению с системами, содержащими исходный алюминий;
- 3) минимизация содержания к-веществ в продуктах сгорания ТРТ.

Изучение влияния металлических горючих Al, Mg, W, Fe, B, Si, Zr, Ti на термодинамические характеристики ТРТ показало, что указанным требованиям соответствуют 4 металлических горючих: Al, Mg, B, Si.

Рассматривали перхлоратные топливные композиции, содержащие 15 мас. % металлического горючего при коэффициенте избытка окислителя топлива 0,5. В работе при проведении термодинамических расчетов использовался многоцелевой программный комплекс «Астра-4», разработанный в МГТУ им. Н.Э. Баумана [3]. Расчет проводили при давлении в камере сгорания 4 МПа и на срезе сопла 0,1 МПа.

Традиционным металлическим горючим перхлоратных ТРТ является алюминий, свойства которого и влияние на процессы горения СТТ основательно изучены. Поэтому в работе проведено сравнение расчетных характеристик металлизированных топлив с системами, содержащими исходный алюминий.

В табл. 1 приведены результаты термодинамических расчетов ТРТ, содержащих индивидуальные металлы.

Таблица 1. Термодинамические характеристики ТРТ, содержащих индивидуальные металлы

№	Me	$T_{равн}, K$	$T_{аль}, K$	$I_{удл}, c$	$K_{удл}$	ММ.г, кг/моль	Содержание, %		$K_{к-фазы}$	K_{HCl}
							Σ к-фаза	HCl		
1	Al	3051	1733	268,5	1,00	18,215	28,3	21,5	1,00	1,00
2	Mg	2725	1569	257,5	0,96	18,954	23,3	18,5	0,82	0,86
3	B	2590	1965	259,3	0,97	21,359	22,4	20,4	0,79	0,95
4	Si	2944	1636	264,8	0,99	16,956	32,0	21,1	1,13	0,98

Эффективность топливной системы определяется:

$$K = \frac{B_{Me}}{B_{Al}}, \quad (1)$$

где B_{Me} – характеристика, полученная для ТРТ, содержащих металлическое горючее; B_{Al} – характеристика, полученная для ТРТ, содержащих 15 мас. % алюминия [4].

Введение в топливо 15 мас. % алюминия обеспечивает единичный импульс на уровне 268 с и температуру в камере сгорания порядка 3050 К. Однако в продуктах сгорания таких топлив содержится до 28 мас. % к-веществ в виде оксида алюминия и до 21 мас. % паров хлороводорода, что в реальных условиях приводит к снижению единичного импульса и противоречит требованиям экологической чистоты продуктов сгорания ТРТ.

Замена алюминия на кремний практически не влияет на величину единичного импульса, введение бора и магния снижает единичный импульс на 3–4% по сравнению с системами, содержащими исходный алюминий.

Магний и бор снижают содержание конденсированных веществ на 18–21% по отношению к исходному алюминию, а введение кремния увеличивает содержание к-фазы на 13%. Магний снижает содержание хлороводорода в продуктах сгорания на 14%.

В табл. 2 приведены расчетные термодинамические характеристики ТРТ, содержащих смешанное металлическое горючее.

5, 6, 7 – топливные композиции, содержат смеси двойных металлов в соотношении 1/1, а 8, 9, 10 – топливные композиции, содержат смеси тройных металлов в соотношении 1/1/1.

Таблица 2. Термодинамические характеристики ТРТ, содержащих смешанное металлическое горючее

№	Ме	$T_{\text{равн}}$, К	$T_{\text{ад}}$, К	$I_{\text{удп}}$, с	ММ.г, кг/моль	Содержание, %		$K_{\text{к-фазы}}$	K_{HCl}
						Σ к-фаза	HCl		
5	Al/Mg	2896	1664	261,9	19,164	24,6	17,8	0,87	0,83
6	Al/B	2865	1933	266,2	19,961	24,6	21,5	0,87	1,00
7	Al/Si	3013	1710	266,9	17,756	30,2	21,5	1,07	1,00
8	Al/Mg/B	2855	1765	264,6	20,245	20,0	14,6	0,71	0,68
9	Al/Mg/Si	2954	1665	266,6	17,792	28,5	21,2	1,01	0,99
10	Al/B/Si	2877	1852	267,7	18,517	27,7	21,8	0,98	1,01

Из полученных результатов следует, что наиболее интересна и эффективна тройная смесь Al/Mg/B, взятая в соотношении 1/1/1. Применение тройной смеси Al/Mg/B приводит к заметному снижению конденсированных веществ (на 29%) и соединений хлора в продуктах сгорания (на 32%) по сравнению с исходным алюминием, что повышает экологическую чистоту продуктов сгорания ТРТ. Следует отметить, что изменение единичного импульса топлива незначительно.

Таблица 3. Термодинамические характеристики ТРТ, содержащих тройную смесь Al/Mg/B

№	Содержание Ме в ТРТ, %			$T_{\text{равн}}$, К	$T_{\text{ад}}$, К	$I_{\text{удп}}$, с	ММ.г, кг/моль	Содержание, %		$K_{\text{к-фазы}}$	K_{HCl}
	Al	Mg	B					Σ к-фаза	HCl		
11	7	5	3	2881	1687	264,4	19,469	21,2	16,3	0,75	0,76
12	3	5	7	2728	1808	263,9	20,074	20,9	11,7	0,74	0,54

В работе проведена оптимизация полученной смеси Al/Mg/B за счет изменения соотношений ее составляющих (табл. 3).

Наиболее перспективным металлическим горючим является тройная смесь Al/Mg/B, взятая в соотношении 3/5/7. Использование смешанного металлического горючего приводит к заметному снижению содержания хлороводорода в 1,9 раза (11,7 % вместо 21,5 %) и уменьшению к-фазы в продуктах сгорания в 1,4 раза (20,9 % вместо 28,3 %) при практически неизменном единичном импульсе системы.

Выводы

1) Анализ полученных данных показал целесообразность использования в качестве металлических горючих ТРТ смесей различных металлов.

2) Установлено, что использование тройной смеси Al/Mg/V в соотношении 3/5/7 приводит к резкому повышению экологической чистоты продуктов сгорания при практически неизменных энергетических характеристиках топлива.

3) Проведение термодинамических расчетов позволяет оценить эффективность использования металлических горючих без проведения обширного эксперимента, что существенно удешевляет разработку новых составов ТРТ.

Литература

1. Паушкин Я.М. Жидкие и твердые химические ракетные топлива / Я.М. Паушкин. М.: Наука, 1978. 192 с.
2. Сарнер С. Химия ракетных топлив / С. Сарнер. М.: Мир, 1969. 488 с.
3. Трусов Б.Г. Моделирование химических и фазовых равновесий при высоких температурах Астра-версия 4, 1,06 / Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана. 1991. 68 с.
4. Похил П.Ф., Беляев А.Ф., Фролов Ю.В. и др. Горение порошкообразных металлов в активных средах. М.: Наука, 1972. 294 с.

АСТРОМЕТРИЧЕСКАЯ ПОДДЕРЖКА ПОЗИЦИОННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ EROS

М.О. Логинова, П.В. Скрипниченко, Т.Ю. Галушина

Представлены результаты разработки программного комплекса EROS, предназначенного для небесно-механической и астрометрической поддержки позиционных наблюдений.

ASTROMETRIC SUPPORT OF POSITIONAL OBSERVATIONS IN THE SOFTWARE PACKAGE EROS

M.O. Loginova, P.V. Skripnichenko, T.Yu. Galushina

The paper presents the results of development of the program complex EROS, which intended for astrometric support of positional observations.

Введение

К пониманию астероидно-кометной опасности (АКО) как одной из глобальных проблем человечество шло в течение последних трех десятилетий. В силу определенных особенностей данной задачи (относительная редкость событий, связанная с падением малых тел Солнечной системы) она не всегда оценивалась вполне адекватно. Ярким примером является заранее не предсказанное событие, произошедшее 15 февраля 2013 г., когда в окрестностях г. Челябинска взорвался метеороид [1]. И это для общественности стало прямым доказательством, что опасность из космоса не такое мифическое явление, как может казаться на первый взгляд.

В связи с этим важно исследовать движение астероидов и получать новые наблюдения. В настоящее время разработаны методики и алгоритмы, которые позволяют определить местоположение астероида на небесной сфере и получить его вероятную траекторию движения.

Однако в исследовании орбитального движения астероидов, сближающихся с Землей (АСЗ), существует проблема, связанная с тем, что такие объекты могут испытывать сближения с большими планетами, и через определенный промежуток времени движение этих астероидов может стать непредсказуемым, что создает определенные трудности в моделировании их орбитальной эволюции [2–4]. Поэтому

возникает задача точного определения положения исследуемого объекта на небесной сфере на определенный момент времени при получении его эфемерид для наблюдений.

Процедура подготовки к проведению позиционных наблюдений – сложная задача, требующая многофункционального программного обеспечения. В настоящее время существует множество различных программных продуктов, так или иначе нацеленных на решение задач эфемеридной поддержки. Пользователю доступны on-line сервисы центра малых планет (MPC) и NASA, в России распространены такие программные пакеты, как EPOS [5] и Ample [6]. Большая часть из доступных приложений обладает дружелюбным интерфейсом, распространяется либо бесплатно, либо на льготных условиях, но в большинстве случаев подобное программное обеспечение требует для своей работы присутствия пользователя. В настоящее время процесс выбора объектов для исследования, вычисления эфемерид и составления программы наблюдений является достаточно трудоемким, так как каждый этап требует значительного количества времени.

Описание программного комплекса EROS

С 2013 г. сотрудниками кафедры астрономии и геодезии УрФУ и НИИ ПММ ТГУ ведется разработка программного комплекса EROS (Ephemeris Researches and Observation Services), призванного упростить и автоматизировать все этапы подготовки к позиционным наблюдениям [7]. Модульная структура – основа программного обеспечения (ПО), позволит пользователю как решать отдельные задачи, так и выполнять весь комплекс работ в целом.

Программный комплекс будет способен решать следующие задачи:

- вычисление продолжительности наблюдательной ночи по дате наблюдений;
- вычисление условий видимости конкретного объекта (задача поиска);
- выдача списка объектов, пригодных для наблюдений на заданную наблюдательную ночь;
- расчет эфемерид, в том числе обзорных эфемерид (для объектов с плохо определенной орбитой);
- составление программы наблюдений на основе пользовательских настроек (с учетом калибровочных снимков);
- синхронизация базы данных наблюдений с базой MPC;
- улучшение элементов орбит;
- автоматическое обновление собственного каталога элементов орбиты астероидов и пр.

Для решения дифференциальных уравнений движения объектов в EROS используется интегратор Гаусса–Эверхарта (до 19-го порядка) [8]. Набор возмущающих ускорений, имеющийся на текущий момент времени, включает в себя возмущения от больших планет, Плутона, Луны, Цереры, Паллады, Весты, учитываются сжатие Земли и Солнца, релятивистские эффекты от Солнца. Система настроек позволяет пользователю варьировать параметры интегратора и набор возмущающих ускорений, если это необходимо. В дальнейшем планируется добавить учет сжатия Юпитера и релятивистских эффектов от Юпитера, видоизменить учет возмущающих ускорений от астероидов главного пояса и т.д.

В настоящее время ПО EROS содержит следующие модули:

- GUARD – предназначен для вычисления продолжительности ночи;
- HUNTER – служит для определения даты возможного наблюдения объекта;
- SCOUT – определяет доступные для наблюдений объекты в заданное время в конкретной обсерватории;
- NUMERATOR – вычисляет эфемериды астероида.

В будущем планируется создание модулей:

- LIBRARIAN – для обновления каталога элементов орбиты астероидов;
- APPRAISER – для оценки размеров вероятностной области;
- NUMERATOR++ – для вычисления обзорных эфемерид;
- GERHARD – для составления программы наблюдений по пользовательским настройкам.

Программный комплекс после создания всех модулей будет осуществлять формирование программы наблюдений и способен работать в двух режимах: ручном и автоматическом. Ручной режим предполагает полный контроль пользователем над ходом работы, что включает в себя необязательность доводить вычисления до формирования программы наблюдений. Пользователь сам решает, что надо вычислять сейчас и какие объекты, а какие действия следует упустить из-за ненужности для решения конкретной задачи. Автоматический режим – все действия комплекс выполняет сам с учетом сформированного пользователем списка настроек приоритета наблюдения малых тел Солнечной системы, т.е., другими словами, начальные данные – это список объектов и приоритетов, а на выходе – готовая программа наблюдений.

Для работы в автоматическом режиме требуется заполнение данных настройки, и каждый этап будет осуществлен без прямого контакта с пользователем. На первом этапе GUARD определит продолжительность грядущей ночи для данной обсерватории, HUNTER и SCOUT выдадут информацию о возможных для наблюдений объектах. Для пользовательских объектов LIBRARIAN скачает с сайта MPC новые наблюдения, произведет процедуру улучшения орбит и обновит элементы в каталоге элементов орбит астероидов. На основании новых элементов APPRAISER рассчитает вероятностные области, NUMERATOR определит эфемериды, а NUMERATOR++ – обзорные эфемериды. В финальной стадии GERHARD сформирует набор инструкций для телескопа. Фактически от пользователя требуется лишь один раз указать набор настроек и выбрать интересные для своей работы объекты.

Заключение

Таким образом, в данной работе описывается разрабатываемый программный пакет EROS, который позволит облегчить и автоматизировать подготовку к позиционным наблюдениям астероидов. Разработанные модули прошли тестирование путем сравнения с программным пакетом EPOS и при проведении реальных наблюдений на телескопе СБГ УрФУ [9] в августе 2014 г. Результаты тестирования показали, что использование разрабатываемого приложения при сохранении удовлетворительной точности эфемерид позволяет сократить требуемое время подготовки к наблюдениям за счет автоматизации некоторых ее этапов.

Литература

1. Емельяненко В.В. и др. Астрономические и физические аспекты Челябинского события 15 февраля 2013 г. // Астрон. вестник. 2013. Т. 47, № 4. С. 262–277.
2. Сюсина О.М., Самбаров Г.Е., Черницын А.М., Тамаров В.А. Исследование влияния ошибок модели движения астероидов на точность построения начальной доверительной области // Изв. вузов. Физика. 2012. № 10/2. С. 50–59.
3. Галушина Т.Ю., Раздымакина О.Н. О предсказуемости движения астероидов, проходящих через сферу тяготения Земли // Вестник СибГАУ. 2011. Вып. 6 (39). С. 9–14.
4. Скрипниченко П.В., Галушина Т.Ю. Исследование структуры возмущений и вероятностной орбитальной эволюции на примере астероида 99942 Aporhis // Изв. вузов. Физика. 2013. Т. 56, № 6/3. С. 229–231.
5. Львов В.Н., Цекмейстер С.Д. Использование программного пакета EPOS для исследования объектов Солнечной системы // Астрон. вестник. Т. 46, № 2. М.: Наука, 2012. С. 190–192.

6. Железнов Н.Б., Новиков Ф.А., Шор В.А. и др. AMPLE 3 – многоцелевой программный пакет для исследования малых планет и комет // Труды ИПА РАН. Вып. 21. СПб.: Наука, 2010. С. 230–235.
7. Скрипниченко П.В., Галушина Т.Ю. Программный комплекс ЭРОС – новый инструмент астрометрической и небесно-механической поддержки позиционных наблюдений // Физика космоса: Труды 43-й Междунар. студ. науч. конф., 3–7 февр. 2014 г. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2014. С. 209.
8. Авдюшев В.А. Интегратор Гаусса–Эверхарта // Вычисл. технологии. 2010. Т. 15, № 4. С. 31–47.
9. Гламазда Д.В. Камера SBG Коуровской астрономической обсерватории // Астрофизический бюллетень. 2012. Т. 67, № 2. С. 242–248.

ВЛИЯНИЕ ВОЗМУЩАЮЩИХ ФАКТОРОВ НА ТОЧНОСТЬ ВЕРОЯТНОСТНОГО ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНО ОПАСНЫХ АСТЕРОИДОВ

Г.Е. Самбаров, О.М. Сюсина

Приводится описание способа оценивания точности используемых моделей движения астероидов, который основан на сравнении размеров доверительных областей и смещении НК-оценок номинальных орбит, определяемых для моделей различной степени полноты. Исследуются также линейные и нелинейные методы представления доверительной области ее граничной поверхностью.

THE INFLUENCE OF DISTURBING FACTORS ON THE ACCURACY OF THE PROBABILISTIC THE MOTION DESCRIPTION OF POTENTIALLY HAZARDOUS ASTEROIDS

G.E. Sambarov, O.M. Syusina

The method of estimation accuracy of using motion models of asteroids by comparing the size of confidence regions and offset least-square estimation of their nominal orbits determined for models of varying degrees of completeness are given. The linear and nonlinear methods of presenting of confidence region by its boundary surface are also investigated.

В настоящее время анализ движения потенциально опасных астероидов является одной из наиболее важных задач небесной механики. Для приближенной оценки угрозы столкновения объектов с Землей используется вероятностный метод определения орбит небесных тел. Важной частью данного исследования является выбор модели движения, наиболее точным образом описывающей траекторию движения изучаемого объекта. В тех случаях, когда астероид испытывает тесное сближение с планетами Солнечной системы, силовая функция может содержать различный набор возмущающих компонентов, значимость каждого из которых предварительно необходимо оценить. От степени достоверности модели во многом зависит правдоподобность картины попадания изучаемого объекта в расчетную область, что весьма существенно для точного исследования эволюции его движения. В работах [1, 2] нами был предложен способ оценивания точности модели движения астероида, основанный на вычислении показателя смещения доверительной области. В этом способе ошибки модели сил тесно связаны с размерами доверительных областей и смещениями оценок наименьших квадратов (НК-оценок) номинальных орбит, определяемых для альтернативных моделей движения астероидов. Сравнительный анализ моделей возмущающих сил осуществляется на основе показателя, имеющего геометрически ясный и простой вид. Если значение данного показателя меньше некоторого порогового значения, то можно считать смещение НК-оценок малым в сравнении с размерами доверительных областей. В таком случае исключение малых возмущающих факторов из более полной модели не окажет заметного влияния на

точность вероятностного описания движения рассматриваемого объекта. Все результаты оценивания смещения доверительных областей получены нами на основе реальных наблюдений объектов. Полная модель движения включала в себя гравитационные возмущения от больших планет, Луны, Плутона, сжатия Земли и релятивистских эффектов от Солнца.

В разработанном нами способе для оценивания влияния возмущающего ускорения используется следующий показатель смещения доверительных областей [3]:

$$\varepsilon_{\text{отн}} = \frac{|\hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}}|}{|\bar{\mathbf{q}} - \hat{\mathbf{q}}|} = \frac{1}{\bar{l}}. \quad (1)$$

Здесь $\hat{\mathbf{q}}$ и $\hat{\mathbf{q}}^*$ – НК-оценки параметров номинальных орбит астероида, определяемых при моделях возмущающих ускорений \mathbb{F} и \mathbb{F}^* соответственно; $\bar{\mathbf{q}}$ – граничная точка доверительной области, определяемой для более полной модели возмущающих ускорений, в направлении вектора смещений оценок $(\hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}})$; \bar{l} – значение параметра l , которое определяет эту граничную точку $\bar{\mathbf{q}}$ линейным либо нелинейным методом.

Граничные точки доверительных областей определяются выражением

$$\bar{\mathbf{q}}^i = \hat{\mathbf{q}} + l(\mathbf{q}^i - \hat{\mathbf{q}}), \quad (2)$$

где \mathbf{q}^i – точки в параметрическом пространстве $\{\mathbf{q}\}$, полученные в процессе построения доверительной области, а l – множитель растяжения (или сжатия) вектора $(\mathbf{q}^i - \hat{\mathbf{q}})$ до ее граничной поверхности.

В линейном методе отображения точек \mathbf{q}^i на граничную поверхность доверительной области значение параметра l в выражении (2) для каждого направления определяется по формуле

$$l = (\hat{\varepsilon} / \varepsilon^i)^{1/2}, \quad (3)$$

где $\varepsilon^i = (\mathbf{q}^i - \hat{\mathbf{q}})^T [\mathbf{R}^T(\hat{\mathbf{q}})\mathbf{W}\mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}})](\mathbf{q}^i - \hat{\mathbf{q}})$, \mathbf{W} – весовая матрица; $\mathbf{R}(\mathbf{q}) = \partial \mathbf{d}(\mathbf{q}) / \partial \mathbf{q}$ – матрица частных производных от измеряемых параметров $\mathbf{d}(\mathbf{q})$ по определяемым параметрам \mathbf{q} .

В нелинейном методе значение параметра l находится из решения нелинейного уравнения [1]

$$F(\mathbf{q}(l)) = \Phi(\mathbf{q}(l)) - \Phi_F = 0, \quad (4)$$

где $\Phi_F = \Phi(\hat{\mathbf{q}}) \left(1 + \frac{(k^*)^2}{N - m} \right)$ – значение целевой функции на поверхности доверительной области. Величина k^* оценивается с помощью статистик $F(m; N - m)$ –

распределения Фишера в виде $(k^*)^2 \cong mF(m; N - m; \gamma^*)$, m – количество определяемых параметров (в нашем случае $m = 6$), N – количество измеряемых параметров ($N > m$), γ^* – коэффициент доверия, показывающий, с какой вероятностью доверительная область накрывает m -мерную истинную точку \mathbf{q}_t .

В качестве объекта исследования был выбран астероид группы Амура 1998 QE2, прошедший 1 июня 2013 г. на расстояние в 5,8 млн км от нашей планеты. Полная выборка его наблюдений включает 111 наблюдений в 6 оппозициях и охватывает период с 19.08.1998 г. по 19.02.2009 г. На примере данного объекта проводилось сравнение «полной» и «усеченной» моделей на разные моменты времени как внутри интервала наблюдаемости, так и за его пределами. В качестве примера приведем результаты сравнения «полной» модели движения и модели, не учитывающей влияния планеты Марс. Результат данного исследования представлен на рис. 1. Символ «+» соответствует моментам времени, на которые определялись показатели смещения $\epsilon_{отн}$.

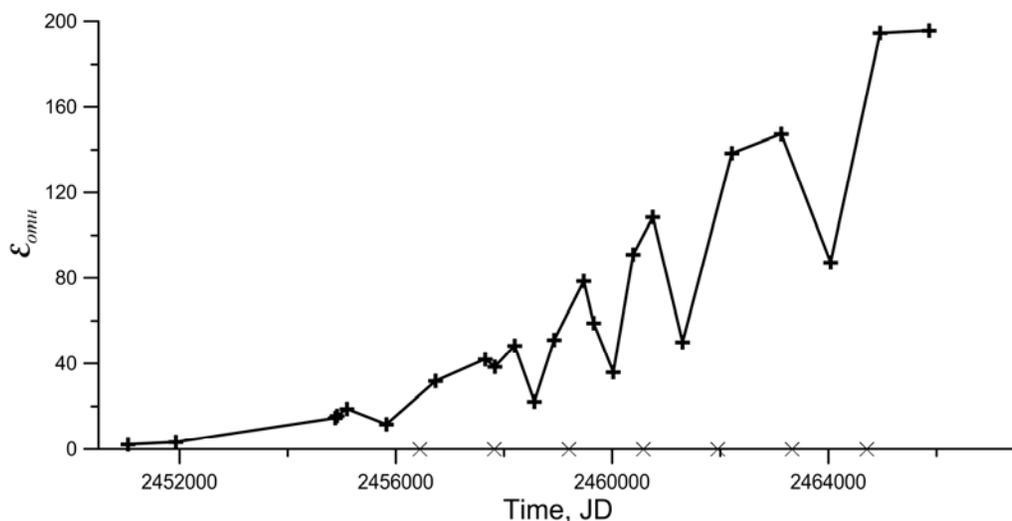


Рис. 1. Эволюция показателя точности модели $\epsilon_{отн}$ для астероида 1998 QE2

Из рис. 1 видно, что при исследовании на рассматриваемом интервале времени влияние возмущений от Марса оказывает значительное влияние на точность построения доверительных областей. В некоторые моменты времени мы можем наблюдать резкое убывание $\epsilon_{отн}$, что обусловлено достаточной удаленностью астероида 1998QE2 от планеты Марс, и, соответственно, данное возмущающее ускорение оказывает малое влияние в эти моменты. В целом картина влияния возмущающих факторов на точность построения вероятностных областей может быть сложной, так как она зависит от близости прохождения объекта к планетам, а также от количества наблюдений и интервала наблюдаемости.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 12-02-00220-а.

Литература

1. Сюсина О.М., Самбаров Г.Е., Черницов А.М., Тамаров В.А. Исследование влияния ошибок модели движения астероидов на точность построения начальной доверительной области // Изв. вузов. Физика. 2012. Т. 55, № 10/2. С. 50–59.
2. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А., Самбаров Г.Е. Способ оценки влияния модели сил на систематическую ошибку определения областей возможных движений астероидов // Изв. вузов. Физика. 2013. Т. 56, № 6/3. С. 235–237.
3. Самбаров Г.Е., Черницов А.М., Тамаров В.А. Оценивание влияния сжатия Земли и Солнца на точность вероятностной модели движения астероидов, наблюдавшихся в одной оппозиции // Изв. вузов. Физика. 2014. Т. 57, № 10/2. (В печати)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВВОДА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В ПОРОХОВОЙ ЗАРЯД

**А.Н. Ищенко, А.С. Дьячковский, В.З. Касимов, Н.М. Саморокова,
А.Д. Сидоров, Е.Ю. Степанов**

Предлагается один из возможных методов моделирования ввода электрической энергии в пороховой заряд. Указываются его достоинства и недостатки.

SIMULATION INPUT ELECTRICAL ENERGY INTO THE POWDER CHARGE

**A.N. Ishchenko, A.S. Diachkovsky, V.Z. Kasimov, N.M. Samorokova, A.D. Sidorov,
E.U. Stepanov**

One of the possible methods of modeling the input electrical energy into the powder charge. Indicating its merit and demerit.

Явление выстрела представляет совокупность сложных физико-химических и механических процессов, протекающих достаточно быстро. Для артиллерийского орудия это: воспламенение и горение метательного заряда [1].

Как правило, воспламенение порохового заряда производится с помощью электрокапсюльной втулки (ЭКВ). Существует другой метод воспламенения – с помощью введения электрической энергии, что дает возможность повысить КПД выстрела [2]. Ввод электрической энергии в топливо при помощи инжектора плазмы (рис. 1) сопровождается взрывом тонкой медной проволоочки [3]. Воспламенение топлива с помощью электроввода имеет преимущество над ЭКВ, потому что данный метод дает возможность управлять баллистическими характеристиками выстрела, что представляет практическую ценность.

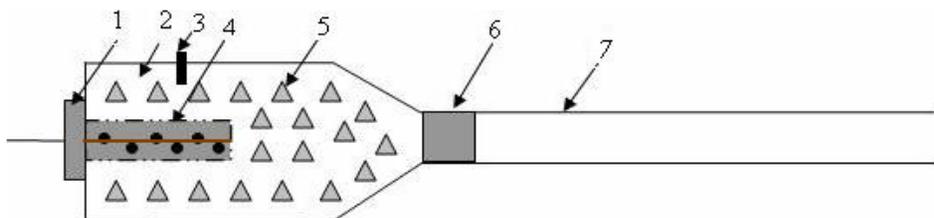


Рис. 1. Схема электротермохимической (ЭТХ) пушки с плазмотроном: 1 – затвор; 2 – камера; 3 – датчик давления; 4 – плазмотрон; 5 – заряд; 6 – снаряд; 7 – ствол

В ряде математических моделей высокоскоростного метания не предусмотрен прямой ввод энергии. Один из вариантов моделирования ввода электрической энергии – увеличение энергетике пороха. В рамках данной работы ввод энергии моделировался иначе – с помощью введения условного быстрогорящего топлива (УБТ). В отличие от первого способа предложенный метод дает возможность задать время и характер ввода энергии.

Рассмотрим на примере одного опыта. В эксперименте измеряются напряжение U и ток I на разрядном промежутке (рис. 2, цена деления абсциссы 1 мс). Точкой обозначен конец ввода энергии.

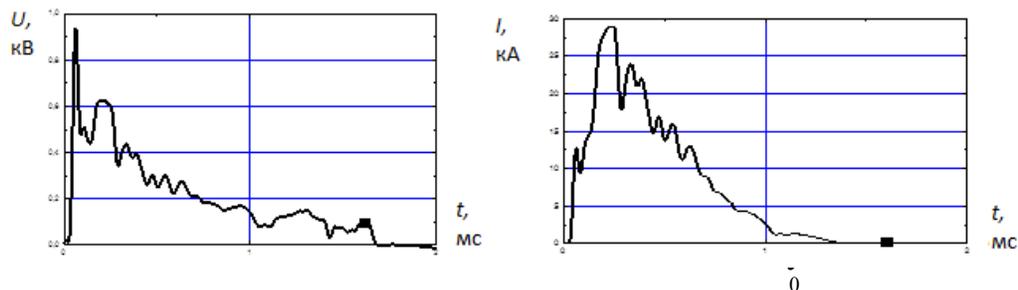


Рис. 2. Зависимости напряжения (слева) и тока (справа) от времени

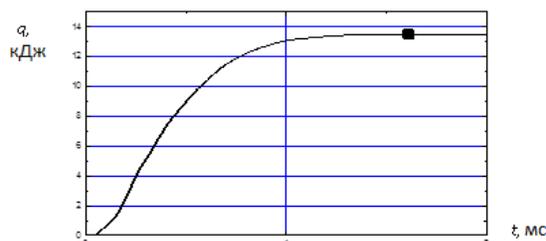


Рис. 3. Зависимость введенной энергии от времени

Энергия, введенная к моменту времени t (рис. 3):

$$q(t) = \int_0^t U(t)I(t)dt. \quad (1)$$

Суммарная энергия, введенная в эксперименте:

$$Q = \int_0^{t_2} U(t)I(t)dt, \quad (2)$$

где t – время электроввода.

Аналогично порохам [1] для УБТ введены следующие параметры: масса топлива равна массе в плазмотроне проволоочки $\omega = m_{\text{пр}}$, а также геометрические размеры для определенности соответствуют размерам проволоочки (могут быть произвольными):

– толщина горящего свода

$$e_1 = r_{\text{пр}},$$

– начальная поверхность горения

$$S_1 = 2\pi(r_{\text{пр}}^2 + r_{\text{пр}}h_{\text{пр}}),$$

– начальный объем

$$\Lambda_1 = \pi r_{\text{пр}}^2 h_{\text{пр}}.$$

Скорость горения определяет время электроввода t_2 : $u = \frac{e_1}{t_2}$; (3)

сила определяет величину введенной энергии: $f = \frac{k \cdot Q \cdot (\gamma - 1)}{\omega}$, (4)
 где k – КПД электропровода, γ – показатель адиабаты.

Полагаем коволюм $\alpha = 0$, так как доля этого топлива очень мала по сравнению с основным зарядом. Поверхность горения σ (ψ) определяет характер ввода энергии, где ψ – доля сгоревшего УБТ, равная доле введенной энергии:

$$\psi = \frac{\omega_{сг}}{\omega} = \frac{q}{Q}. \quad (5)$$

Поверхность горения задается следующим образом. Скоростью газообразования или объемной скоростью горения, называют величину $\frac{d\psi}{dt}$, представляющую собою относительную часть массы пороха, сгоревшего в единицу времени [1]:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{S_1}{\Lambda_1} u \sigma. \quad (6)$$

Скорость горения УБТ не зависит от давления, поэтому u заменим на u_1 , выразим σ :

$$\sigma = \frac{d\psi}{dt} \frac{\Lambda_1}{S_1} \frac{1}{u_1}, \text{ с учетом (1) и (3).}$$

$$\sigma = \frac{dq}{dt} \frac{t_э}{Q} \frac{\Lambda_1}{S_1 e_1} = UI \frac{t_э}{Q} \frac{\Lambda_1}{S_1 e_1} \quad (7)$$

На рис. 4 представлена $\sigma(\psi)$ для данного эксперимента. Если имеется серия экспериментов, целесообразно использовать усредненную относительную поверхность горения.

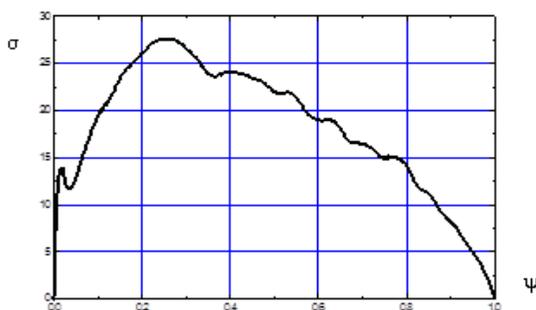


Рис. 4. Относительная поверхность горения $\sigma(\psi)$

Для рассматриваемого опыта был проведен расчет по программе газодинамического расчета внутрибаллистических процессов в ствольных системах [4]. Ввод энергии в замкнутом объеме $W = 2,02 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ моделировался сгоранием УБТ, для которого $\omega = 1 \text{ г}$, $f = 3,8 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$, $t_э = 1,6 \text{ мс}$. Основной пороховой заряд отсутствует.

Максимальное давление при горении пороха в замкнутом объеме [1]:

$$P_{\max} = \frac{f}{\frac{W}{\omega} - \alpha}, \quad (8)$$

или в данном случае

$$P_3 = \frac{k \cdot Q \cdot (\gamma - 1)}{W} = 34,8 \text{ МПа}. \quad (9)$$

На полученной кривой видно, что УБТ сгорает за время электроввода и дает максимальное давление P_3 (9), соответствующее введенной в этом опыте энергии (рис. 5).

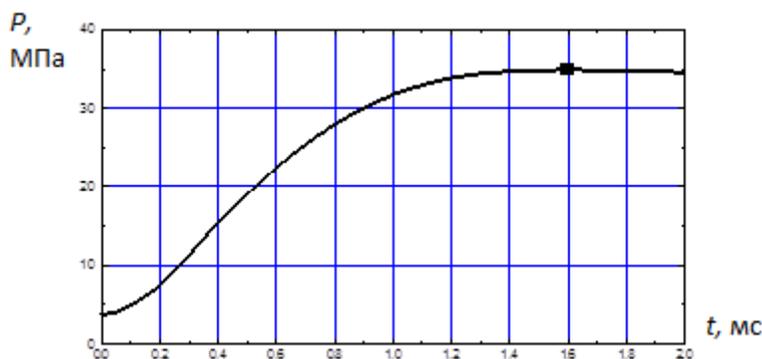


Рис. 5. Зависимость давления от времени при электровводе в замкнутом объеме

Таким образом, в данной работе был предложен один из возможных вариантов учета ввода электрической энергии в пороховой заряд. Этот метод имеет преимущество над методом учета ввода энергии с помощью повышения энергетики заряда, так как дает возможность учитывать время и характер ввода электроэнергии.

Недостатком является то, что таким образом введена полностью вся энергия. Реально часть энергии идет на воспламенение пороха и его нагревание – увеличение его энергетики. Возможное решение этой проблемы – достижение определенного сочетания увеличения энергетики пороха и введения УБТ.

Литература

1. *Серебряков М.Е.* Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет / М.Е. Серебряков. М.: Оборонгиз, 1962. 703 с.
2. *Plasma ignition and combustion* / A. Koleczko [and oth.] // 19th International Symposium of Ballistics. 2001. P. 195–202.
3. *Пат. 129034* Российская Федерация, МПК В23К 10/00. Инжектор плазмы для инициирования заряда взрывчатого вещества / В.В. Буркин, А.Н. Ищенко, В.А. Бураков, Л.В. Корольков, М.С. Барышев; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО Национальный исследовательский Томский государственный университет. Опубл. 26.10.2012. Бюл. № 17.
4. № 2000611040 / В.З. Касимов, Ю.П. Хоменко, А.Н. Тихонов, А.А. Шехобалов // Программы для ЭВМ, базы данных и топологии интегральных микросхем. 2001. № 1. С. 42–43.

Секция 5

**МАТЕМАТИКА, МЕХАНИКА И ИНФОРМАТИКА
ДЛЯ МОЛОДЫХ ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ И УЧАЩИХСЯ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ШКОЛ И ЛИЦЕЕВ****ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИТ-ТЕХНОЛОГИЙ НА УРОКАХ БИОЛОГИИ В РАМКАХ
АВТОРСКОГО УМК****В.А. Сорокин**

Излагается методика использования ИТ-технологии, приводится личный педагогический опыт в рамках работы с авторским УМК «Основы генетики». ИТ-технологии используются на всех этапах работы с учебным материалом: на этапе объяснения нового материала, во время отработки учебных элементов, на этапе обобщения и контроля. Показаны преимущества ИТ-технологии в учебном процессе.

В этом учебном году мною создан и апробирован ещё один учебно-методический комплект «Основы генетики». Этот УМК уже четвертый в системном педагогическом подходе к биологическому образованию в старшей школе.

Учебно-методический комплект «Основы генетики» направлен на изучение предметной темы по общей биологии в 10-х классах. УМК позволяет детально изучить тему курса, правильно используя образовательные технологии, методические приемы и педагогические инструменты, при изучении, отработке, обобщении и контроле учебных достижений, тщательно проверить уровень сформированности предметных и метапредметных компетенций.

Использование современных образовательных технологий является необходимым условием эффективности образования. Государственные стандарты по биологии предполагают овладение учениками исследовательских, проектных, информационно-коммуникативных умений, что определяет присутствие этих видов деятельности на занятиях по биологии. Организовать такую деятельность и оценить ее результаты можно только с помощью адекватных образовательных технологий, которыми должен владеть и сам учитель. Учебно-методический комплект – инновационная разработка, способствующая реализации федеральных государственных образовательных стандартов.

Многие учебные учреждения в старшей школе перешли на профильное обучение, поэтому на изучение предметных областей, не вошедших в профиль, отводится в учебном плане минимальное количество часов. Однако федеральные требования к выполнению образовательных программ по этим предметам не сократились. Часто ребята, выбирая профиль сегодня, меняют свое решение завтра. Умелое сочетание ИТ-технологий при изучении предметной темы позволяет учителю сэкономить учебное время, повысить мотивацию обучающихся к изучению предмета и эффективность наглядности, обеспечить интерактивный подход, научить их приемам работы с компьютерными форматами.



В последние годы выстроилась своя система работы над изучением предметных тем в общей биологии. Вся работа над темой делю на *три больших блока*: изучение теоретических основ темы, отработка учебных элементов на практических и семинарских занятиях и обобщение материала, проверка предметных и метапредметных компетенций.

Первый блок включает: знакомство учащихся с требованием программы и планированием работы над материалом темы, изучение теоретического материала темы. Во *второй блок* входят: практические и лабораторные занятия для получения навыков решения определенных предметных задач и их отработка; семинарское занятие. *Третий блок* составлен из проверочных модулей: тестовый контроль в системе компьютерной оболочки, позволяющий быстро, независимо и объективно проверить знания учащихся по всем учебным элементам темы; индивидуальные контролируемые задания по определению метапредметных компетенций в системе «Зачетные листы».

Для эффективности учебного процесса на каждом этапе обучения использую *IT-технологии*: слайд-фильмы, видеофрагменты, анимационные фильмы, интерактивные схемы и рисунки, тематические проекты, компьютерные проверяющие программы.

Во время *изучения учебного материала* и наглядно-образного понимания сущности изучаемого вопроса мною созданы тематические иллюстративно-демонстрационные материалы, включающие: основной слайд-фильм, анимационные фильмы, интерактивные рисунки, интерактивные схемы, интерактивные задания.

На каждый учебный элемент изучаемой предметной темы созданы слайды с иллюстративным и теоретическим текстовым материалом, который позволяет наглядно и образно познакомить учащихся с основами изучаемого учебного элемента. В слайд-фильме учебный материал изучается пошагово. На слайдах размещено большое количество наглядно-образного материала – цветных рисунков, фотографий, схем, обобщающих таблиц. В слайд-фильм могут быть включены небольшие видеофрагменты, анимационные фильмы, интерактивные рисунки и схемы, которые находятся здесь же в папках иллюстративно-демонстрационного материала. Текстового материала на слайдах немного, он подается дозированно, небольшими тезисами. Система гиперссылок позволяет создать хорошую поисковую навигацию в работе с основным слайд-фильмом и остальными папками УМК, в которых размещен вложенный в презентацию наглядный материал. В зависимости от объема темы изучение теоретических основ со слайд-фильмом может проходить на 1–2-м занятиях.

На учебном занятии во время объяснения темы, учителем демонстрируется основной слайд-фильм, параллельно разбираются теоретические вопросы, составляется небольшой конспект, всё это сопровождается наглядностью, схемами и таблицами. Для понимания наиболее трудных теоретических вопросов учителем демонстрируются анимационные фильмы, интерактивные схемы и рисунки. Для закрепления предметных знаний выполняются интерактивные задания. Такая организация работы с *IT-технологиями*, используя иллюстративно-демонстрационным материалом УМК, позволяет показать гораздо больше наглядного, обобщающего материала, чем при обычной аудиторной работе с мелом и таблицами, создать наглядно-образное понимание сущности каждого вопроса. В зависимости от уровня усвоения учебного материала можно использовать весь арсенал иллюстративно-демонстрационного материала либо только его часть. Иллюстративно-демонстрационный материал УМК использую на консультациях по предмету, занятиях спецкурсов и ЛОПСах.

После изучения теоретических основ провожу *учебное занятие по отработке практических навыков*. Если требует программа, то организую практическую или лабораторную работу. В теме «Основы генетики» для изучения особенностей наследования признаков проводится практическая работа. Результатами практической работы в классе является умение решать генетические задачи по всем типам наследования, для закрепления умений и навыков обучающиеся получают индивидуальные задания для домашнего выполнения.

Для выявления уровня знания учащимися теоретических основ темы и создания условий для устного предметного обсуждения провожу семинарское занятие. Занятие проходит в течение двух часов, поэтому создаются условия для глубокого осмысления сложных вопросов темы, что позволяет учащимся вести монологическую речь, используя тематические понятия и термины; выстраивать изучаемый материал в определенную структуру. В последние годы учащимся в начале изучения курса предлагаются краткосрочные *реферативные тематические проекты*, которые они выполняют под руководством учителя, разрабатывают реферат, доклад-сценарий, тезисы и создают презентации для защиты реферата, используя различные компьютерные форматы. Защита проекта проходит на семинарском занятии, завершающем теоретическое изучение темы. Такая форма работы позволяет привить интерес к предмету, так как учащиеся при подготовке проекта рассматривают материал гораздо шире, чем в учебнике; научить учащихся компьютерным технологиям и работе в поисковых системах Интернет. На семинарском занятии таких «заготовленных» работ может быть несколько наряду с остальными обсуждаемыми вопросами. За многие годы накопилось большое количество творческих работ учащихся. В конце учебного года я выпускаю диск с этими работами и отдаю в библиотеку для использования учащимися последующих лет обучения для подготовки изучаемых тем.

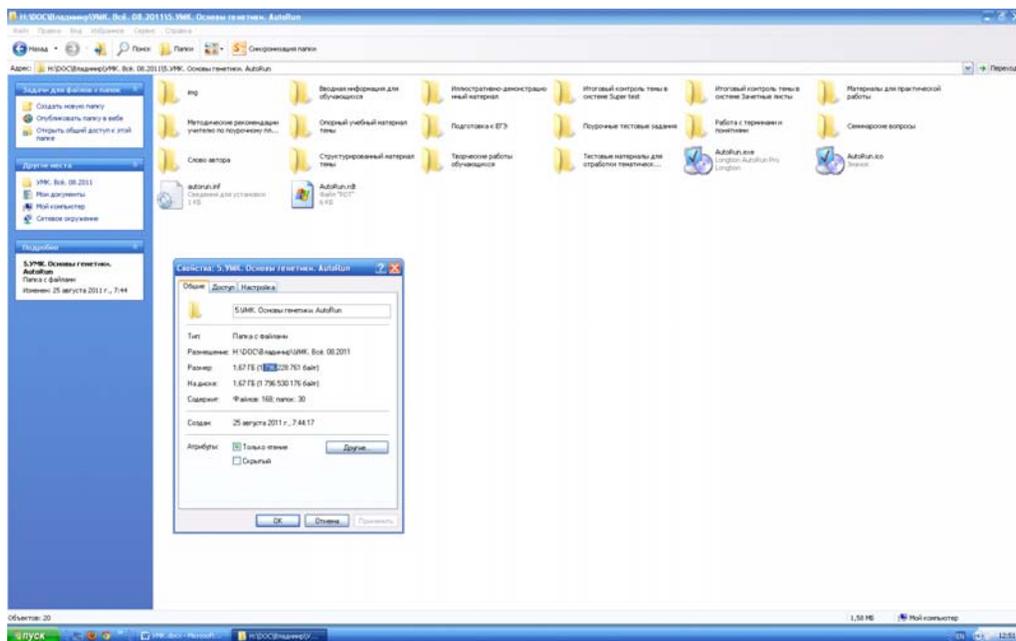
Обобщение и контроль учебного материала, определение предметных компетенций проводятся после изучения теории и отработки практических умений и навыков. В этой части учебной деятельности я предлагаю учащимся протестировать свои знания и умения на компьютерах. Много лет работаю с тестовой компьютерной оболочкой «Super test», она позволяет достаточно глубоко и быстро и независимо проверить предметные тематические знания. Компьютерное тестирование включает закрытые тестовые задания с выбором одного правильного ответа, закрытые тестовые задания с выбором нескольких правильных ответов и задания с кратким ответом, вводимым через клавиатуру. Создаю вариант Демо-версия, который предлагается учащимся для работы дома по проверке своих знаний и подготовки к контрольному тестированию в классе, и два контрольных варианта тестовых заданий, которые обучающиеся решают в классе на индивидуальных компьютерах в интерактивном режиме.

Компьютерное тестирование может включать разное количество заданий по определению основных предметных компетенций учащихся, задания могут иметь наглядный материал (схемы, таблицы, рисунки), во время тестирования задания могут подаваться в особой системе или случайно, можно работать без ограничения времени выполнения тестового испытания или с его ограничением. Эту работу с тестовыми заданиями оценивает сам компьютер, что позволяет учащимся не сомневаться в объективности оценки.

Второй этап обобщения и контроля темы включает выполнение компетентностных заданий. Учащимся предлагаются задания из системы «Зачетные листы». «Зачетные листы» – это индивидуальные билеты для каждого учащегося, которые включают различные задания, позволяющие показать глубину усвоения предметной

области. Выполняя задания проверочного модуля, обучающиеся показывают итоговые тематические и метапредметные компетенции изучаемого раздела.

Разработка учебно-методического обеспечения образовательной программы по общей биологии переросла в создание учебно-методических комплектов. Накопленный методический и дидактический материал, используемый при изучении данной темы, выстроился в логическую систему, стал основой нового авторского УМК «Основы генетики».



При создании УМК я обобщил дидактические единицы, осмыслил технологию изучения и отработки материала, определил эффективность каждого этапа учебной деятельности. Оригинальные авторские материалы, входящие в УМК, апробированы в течение многих лет преподавания в школе. Авторский УМК позволяет более эффективно изучить школьный курс как по обычной, так и по углубленной программе и для подготовки единого государственного экзамена.

Содержание учебно-методического комплекта «Основы генетики». Авторский электронный УМК в отличие от других электронных

пособий позволяет учителю самостоятельно принимать решение – какие материалы и в каком объеме использовать сегодня на занятии, а какие будут использованы завтра. Имея данные УМК, учитель может хорошо подготовиться к любому занятию, продемонстрировать слайд-фильм, откопировать в нужном количестве раздаточный материал, установить на учебные компьютеры проверочные модули. Из многообразных иллюстративно-демонстрационных материалов УМК учитель сам мо-

жет создать демонстрационный материал для каждого урока каждой темы по своему усмотрению.

Электронный учебно-методический комплект построен на модульной основе, все его компоненты взаимосвязаны, взаимно дополняют друг друга и имеют особую структуру: материалы – содержательные информационные файлы – вложены в папки, которые расположены в определенной последовательности, позволяющей учителю быстро отыскать необходимую информацию. Цифровые ресурсы находятся на электронном, самооткрывающемся диске в системе AutoRun. Такая структура и пользовательский интерфейс УМК должны обеспечить эффективное изучение предметной темы.

Использование *IT-технологии* в учебном процессе в системе авторских УМК позволяет получить лучший результат и сэкономить учебное время для отработки компетенций при изучении предметной области и создать более комфортные условия обучения.

Анализ качественной успеваемости учащихся по мере изучения учебных тем курса в такой системе использования IT-технологии и всего комплекса методических методов и приемов позволяет увидеть существенное её улучшение. В 2012/13 учебном году 13 учащихся 11-х классов сдавали ЕГЭ, средний балл 77,69 (лучшие баллы: 98, 94, 90, 89). Изучение биологии полностью было выстроено по данной педагогической системе. Авторские УМК прошли внешнюю экспертизу на федеральном и региональном уровне учителями и ведущими специалистами ТГУ, ТГПУ, СибГМУ. Авторские электронные УМК участвовали в региональных и областных конкурсах и стали лауреатами и призерами этих конкурсов.

Литература

1. Волков В.В., Тихонов А.Н., Шудегов В.Е., Федотов В.И. Проблемы повышения эффективности использования технологий мультимедиа в образовании // Вестник образования. 2012. № 10. С. 38–41.
2. *Компьютер* в работе педагога: учеб. пособие / под ред. Н.Ю. Пахомовой. М.: ИКЦ «МарТ»; Ростов н/Д: «МарТ», 2011. С. 63–65.
3. Кудряшова Т.Б. Электронные средства обучения: в чем их преимущества над традиционными? // Директор школы. 2009. № 7. С. 32–33.
4. Селевко Г.К. Информационные технологии в школе. Ярославль: ИРО, 2008.

Секция 6

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ТЕХНИЧЕСКИХ И ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ****ИССЛЕДОВАНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПЛАМЕНИ
С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДОВ
ИК-ДИАГНОСТИКИ В РАЗЛИЧНЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ДИАПАЗОНАХ****М.В. Агафонцев, Е.Л. Лобода, В.В. Рейно**

Проводятся анализ спектров изменения температуры в пламени и анализ характерных частот для исследуемых горючих материалов, полученных при помощи методов ИК-диагностики в разных спектральных диапазонах. Делается вывод о выборе спектрального интервала для исследования используемых в работе горючих материалов.

**STUDY OF TEMPERATURE FLUCTUATIONS IN THE FLAME USING THE
METHOD OF IR-DIAGNOSTICS IN DIFFERENT SPECTRAL RANGES****M.V. Agafontsev, E.L. Loboda, V.V. Reyno**

The analysis of the spectra of temperature change and the analysis of the characteristic frequencies in the flame for the study materials (vegetative fuels, alcohol) obtained using the methods of infrared diagnostics in various spectral ranges. It is concluded that the choice of the spectral range for the study used in the combustible materials.

При проведении экспериментальных исследований процессов горения и природных пожаров необходимо использовать большое количество термопар для регистрации полей температур. Это связано с определенными трудностями технического характера. Современные методы ИК-диагностики с использованием тепловизоров позволяют отказаться от использования большого числа термопар. При этом применение методов ИК-диагностики позволяет получить значительно лучшее разрешение по пространству и времени. Однако при использовании этих методов возникают трудности, связанные с определением коэффициентов излучения и пропускания пламени, выбором спектрального диапазона исследования, влиянием слоя пламени на регистрацию температур экранированных им объектов.

Основной интерес представляет исследование оптических свойств пламени в тех спектральных интервалах, где присутствуют мощные линии излучения продуктов горения. Поэтому в этих спектральных интервалах возможно применять методы ИК-диагностики для определения полей температуры в пламени, а также учитывать влияние других высокотемпературных объектов на результаты измерений.

На рис. 1 приведена схема экспериментальной установки, где источники излучения и регистрирующая аппаратура находятся на одной оптической оси.

В качестве модели АЧТ использовался излучатель АЧТ-45/100/1100 Омского завода ОАО НПП «Эталон» с диапазоном изменения температуры от 573 до 1373 К. Слой растительного горючего материала (РГМ) состоял из естественной смеси растений, произрастающих в районе г. Карасук Новосибирской области с ботаническим

составом. Длина слоя РГМ варьировались от 0,2 до 0,8 м, а высота слоя менялась от 0,05 до 0,08 м. Влагосодержание РГМ составляло 7,9 %, значение которого определялось при помощи анализатора влажности AND MX-50 с точностью 0,01 %. Масса слоя РГМ определялась при помощи электронных весов AND HL-400 с точностью 0,1 г и варьировалась от 50 до 210 г. Зажигание горючего материала производилось равномерно по всей длине. Температура воздуха, относительная влажность и атмосферное давление контролировались при помощи метеостанции Meteoscan RST01923. Температура воздуха варьировалась в пределах $T_e=(288-293)$ К. Относительная влажность воздуха изменялась в пределах $\varphi=(20-35)\%$, атмосферное давление $P_e=(9,94 \cdot 10^4 - 1,02 \cdot 10^5)$ Па. Дополнительно температура в пламени на оси АЧТ контролировалась при помощи термопар типа ВР (вольфрам-ренийевый сплав) с диаметром сая 50 мкм и постоянной времени (инерционность) ϵ от 0,09 до 0,11 с.

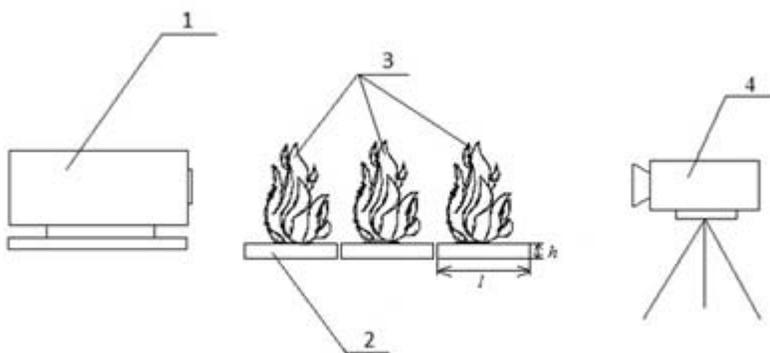


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – модель АЧТ-45/100/1100; 2 – слой РГМ с длиной l и высотой h ; 3 – пламя фронта горения РГМ; 4 – тепловизор JADE J530SB

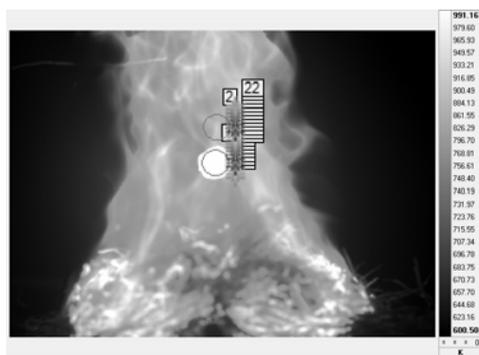
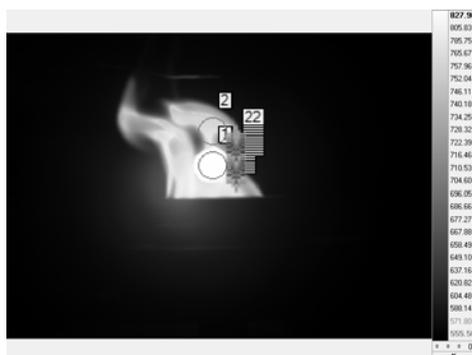


Рис. 2. Термограмма процесса горения РГМ



На рис. 4–6 изображены спектры изменения температуры для различных интервалов длин волн (РГМ).

На рис. 7 представлен спектр изменения температуры в пламени по термопарным измерениям (РГМ).

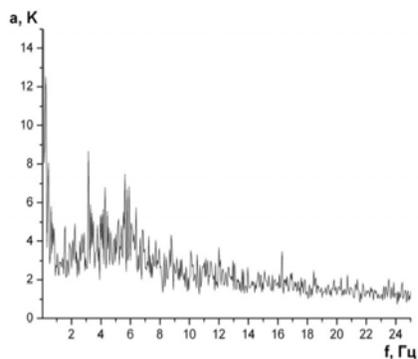


Рис. 4. Спектр изменения температуры в пламени (интервал 2,5–2,7 мкм)

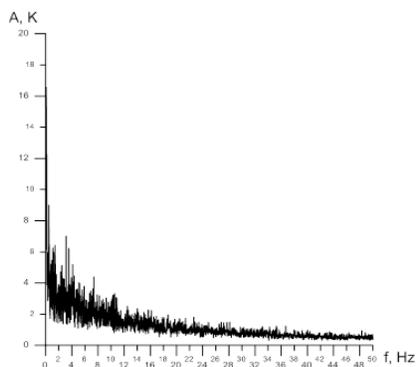


Рис. 5. Спектр изменения температуры в пламени (интервал 2,64–3,25 мкм)

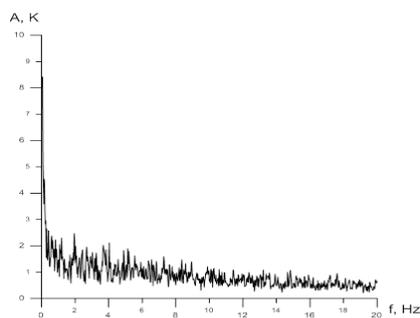


Рис. 6. Спектр изменения температуры в пламени (интервал 4,0–5,0 мкм)

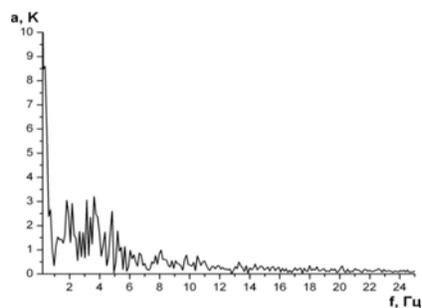


Рис. 7. Спектр изменения температуры в пламени по термопарным измерениям

Проводя анализ полученных результатов, можно заметить характерные возмущения в частотах до 10 Гц, которые связаны с процессами, протекающими в пламени. Полученные данные согласуются с термопарным измерением. На рис. 5, 6 не так выражены возмущения, что обусловлено неподходящим выбором спектрального интервала.

На рис. 8, 9 изображены спектры изменения температуры для различных интервалов длин волн (спирт).

В отличие от спектров температур, полученных для процесса горения РГМ, при горении спирта характерные возмущения находятся в окрестности 16 Гц.

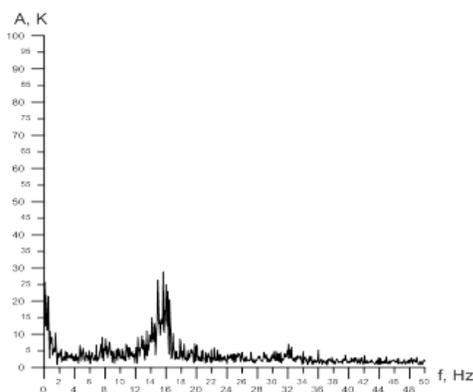


Рис. 8. Спектр изменения температуры в пламени (интервал 2,5–2,7 мкм)

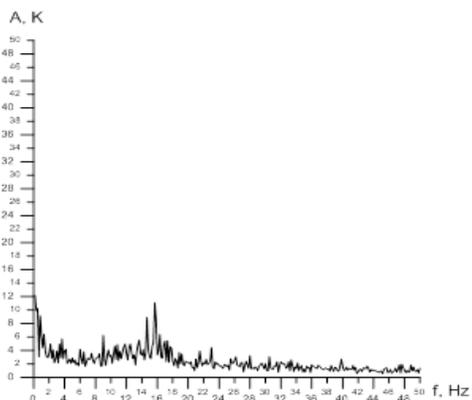


Рис. 9. Спектр изменения температуры в пламени (интервал 3,1–3,3 мкм)

Вывод. Для измерения полей температуры в пламени необходимо выбирать узкий спектральный интервал в соответствии со спектром излучения пламени. В случае горения РГМ или спирта наиболее пригодными являются интервалы в диапазоне 2,5–3,3 мкм. Температура в пламени многократно изменяется во времени, и в спектре температуры пламени, образуемом при горении РГМ, присутствуют характерные частотные максимумы от 2 до 7 Гц, в спектре изменения температуры при горении спирта этот максимум находится в окрестности 16 Гц.

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕРМОГРАФИИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПЛАМЕНИ

М.В. Агафонцев, Е.Л. Лобода, Е.А. Макарова, В.В. Рейно

Проводится анализ спектров излучения пламени исследуемых горючих материалов, полученных при помощи методов ИК-диагностики в разных спектральных диапазонах. Подчеркивается значимость выбора диапазона длин волн для исследования конкретных задач.

ON THE USE OF THERMOGRAPHY FOR RESEARCH FIELDS TEMPERATURE IN FLAMES

M.V. Agafontsev, E.L. Loboda, E.A. Makarova, V.V. Reyno

The analysis of the emission spectra of the investigated flame flammable materials obtained by the methods of IR diagnostics in different spectral ranges. Highlights the importance of the choice of wavelength range for the study of specific problems.

Традиционные методы экспериментального исследования процессов горения предполагают применение большого количества термопар для определения полей температуры в пламени. Это вызывает ряд технических трудностей, которые практически невозможно решить при проведении крупных или натуральных экспериментов. Кроме того, применение контактных методов измерений вносит возмущения в исследуемую среду и искажает истинную картину течения в пламени. Современные

методы ИК-диагностики с использованием тепловизоров позволяют отказаться от применения большого числа термопар и при этом получить хорошее пространственное разрешение с высокой детализацией по времени.

Учитывая, что современные тепловизоры позволяют работать в диапазонах длин волн от 2 до 5 мкм, где находятся основные мощные линии излучения пламени и при этом имеется возможность при помощи узкополосных фильтров производить избирательную съемку, то возникает вопрос правильного выбора спектрального интервала для решения различных задач, таких как получение хорошо детализированного поля температуры в пламени или регистрации объектов, которые пламя экранирует. Далее приводятся результаты экспериментальных исследований по определению спектральных характеристик пламени, образующегося при горении различных горючих материалов, и делается вывод с рекомендациями по выбору различных спектральных интервалов для решения ряда практических задач с применением методов ИК-диагностики.

При экспериментальном исследовании процессов горения с применением методов ИК-диагностики представляет интерес определение оптических свойств пламени, таких как спектральные интервалы, где находятся мощные линии излучения, где коэффициент излучения близок к «1», так как в этих спектральных интервалах можно применять методы ИК-диагностики для определения температуры в пламени, а также представляет интерес влияние пламени на результаты регистрации экранированных пламенем высокотемпературных объектов. Далее приводятся результаты определения оптических свойств пламени в среднем ИК-диапазоне, образованном при горении некоторых горючих материалов.

В качестве горючих материалов использовались: растительные горючие материалы (хвоя сосны, кедр, полевые растения), древесины сосны, березы и кедр, каменный уголь сорта ДО, спирт, керосин, бензин, дизельное топливо, пропанобутановая смесь. Масса образцов растительных горючих материалов (хвоя кедр, сосны, полевые растения) составляла 50 г, масса древесины сосны, березы и кедр – 200 г, масса каменного угля – 300 г, объем жидкостей – 20 мл.

Регистрация спектра излучения пламени производилась при помощи спектрографа SOLAR TII MS2001i с диапазоном измерений 2–5,6 мкм. Измерения производились с расстояния 1 м от пламени. Температура в пламени контролировалась при помощи термопары типа ХА с диаметром спая 500 мкм. В соответствии с максимальными значениями показаний термопары в пламени производилась регистрация спектра излучения модели абсолютно черного тела (АЧТ) с соответствующей температурой и на таком же расстоянии 1 м. В качестве модели АЧТ использовался излучатель АЧТ-45/100/1100 Омского завода ОАО НПП «Эталон» с диапазоном изменения температуры от 573 до 1373 К. Температура воздуха, относительная влажность и атмосферное давление контролировались при помощи метеостанции Meteoscan RST01923. Температура воздуха варьировалась в пределах $T_e=(288-293)$ К. Относительная влажность воздуха изменялась в пределах $\varphi=(20-35)$ %, атмосферное давление $P_e=(9,94 \cdot 10^4 - 1,02 \cdot 10^5)$ Па.

На рис. 1 представлена схема экспериментальной установки, где источник излучения и регистрирующая аппаратура размещены на одной оптической оси.

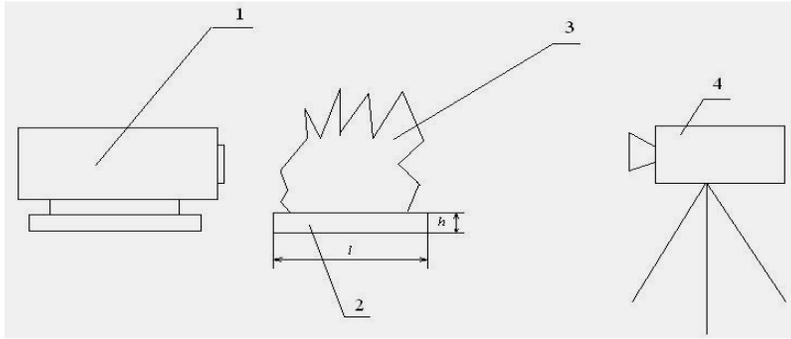


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – модель АЧТ-45/100/1100; 2 – слой исследуемого материала длиной l и высотой h ; 3 – пламя фронта горения; 4 – спектрограф SOLAR III MS2001i

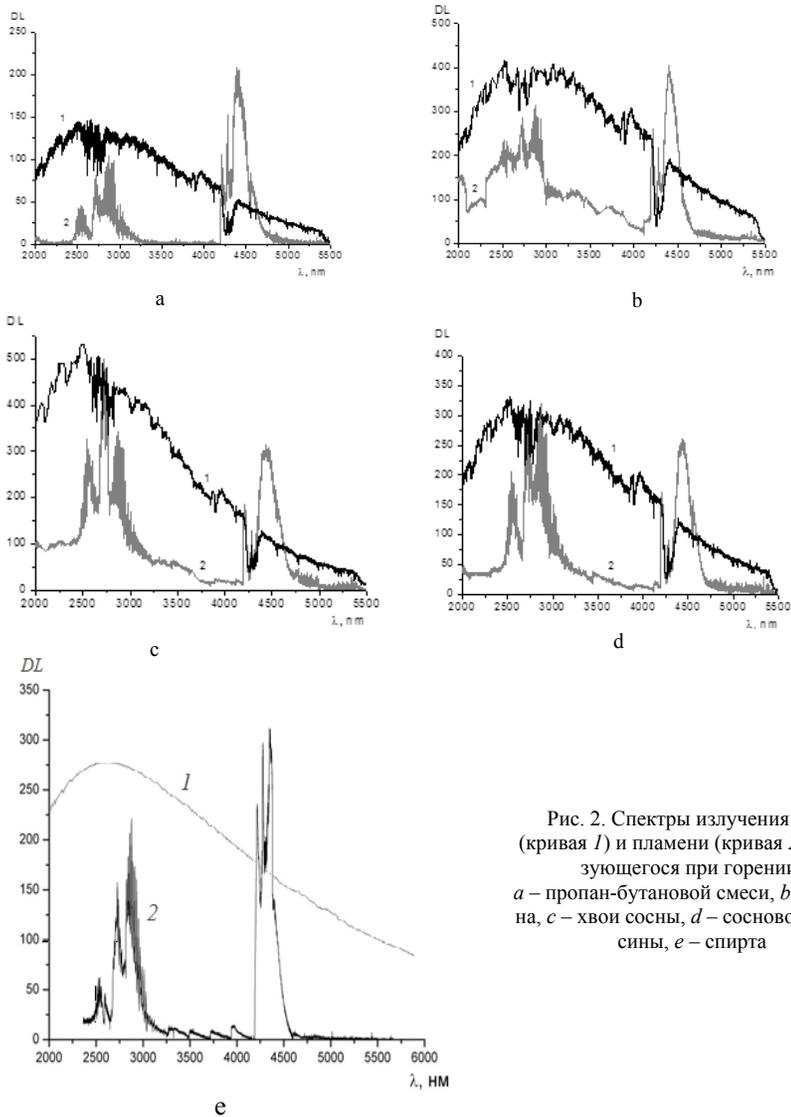


Рис. 2. Спектры излучения АЧТ (кривая 1) и пламени (кривая 2), образующегося при горении: *a* – пропан-бутановой смеси, *b* – бензина, *c* – хвои сосны, *d* – сосновой древесины, *e* – спирта

На рис. 2 приведены спектры излучения пламени (кривая 2), образующегося при горении указанных выше горючих материалов, и спектр излучения АЧТ (кривая 1) при температуре, соответствующей температуре в пламени при горении соответствующих горючих материалов.

Из анализа рис. 2 можно сделать вывод, что наиболее мощные линии излучения соответствуют основным продуктам горения – парам воды и углекислому газу. В случае горения других горючих материалов в спектре излучения пламени присутствует излучение разной интенсивности в диапазоне длин волн 3–4 мкм, обусловленное в большей степени излучением конденсированных продуктов горения (сажи и дыма), концентрация которых различна для разных видов горючих материалов.

Вывод. Учитывая, что тепловизоры калибруются по излучению АЧТ, то, сравнивая спектр излучения пламени и спектр излучения АЧТ для одной и той же максимальной температуры, можно увидеть, что в диапазоне от 4 до 5 мкм в спектре излучения пламени присутствует излучение, превышающее по интенсивности излучение АЧТ. Из этого следует, что выбор узкого спектрального интервала в диапазоне 4,3–4,7 мкм нецелесообразен для измерения температуры в пламени, так как в этом случае необходимо учитывать концентрации продуктов горения CO и CO₂ и их вклад в интегральное излучение пламени.

Для регистрации поля температуры в пламени наиболее предпочтительными являются узкие спектральные интервалы, находящиеся в диапазоне длин волн 2,5–3,0 мкм, так как в этом диапазоне интенсивность излучения пламени не превышает интенсивность излучения АЧТ для соответствующей температуры, и при этом в спектральном интервале находятся достаточно мощные линии излучения с эффективным коэффициентом излучения, близким к «1».

В случае если стоит задача регистрации экранированных пламенем объектов и при этом не требуется регистрация температуры в пламени, то следует выбирать узкий спектральный интервал, лежащий в диапазоне длин волн 3,3–4,0 мкм.

ТЕЧЕНИЕ СТЕПЕННОЙ ЖИДКОСТИ В ТРУБЕ С ВНЕЗАПНЫМ СУЖЕНИЕМ

Е.И. Борзенко, К.Е. Бояркина, Г.Р. Шрагер

Исследуется ламинарное, стационарное течение степенной жидкости в цилиндрической трубе с внезапным сужением. Для описания реологического поведения среды используется модель Оствальда – де Вилля. Численное решение задачи осуществляется конечно-разностным методом продольно-поперечной прогонки. Исследуется зависимость геометрических характеристик потока от основных параметров задачи. Определяются местное гидравлическое сопротивление и его зависимость от различных параметров системы.

THE POWER-LAW FLUID FLOW IN PIPE WITH SUDDEN CONTRACTION

E.I. Borzenko, K.E. Boyarkina, G.R. Shrager

The laminar steady flow of power-law fluid in cylindrical pipe with sudden contraction is investigated. To describe the rheological behavior of the medium Ostwald – de Waele model is used. Numerical solution is implemented by finite-difference longitudinal-transverse sweep method. The dependence of the flow geometric characteristics on the main parameters is researched. The local hydraulic resistance and its dependence on various system parameters are determined.

Рассматривается ламинарное течение неньютоновской жидкости в цилиндрической трубе с внезапным сужением (рис. 1).

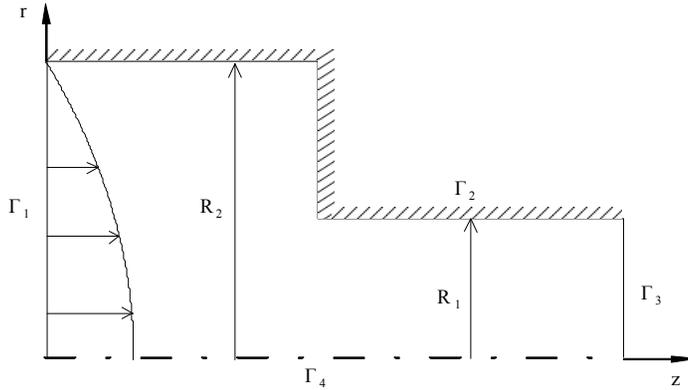


Рис. 1. Область течения

Математическая постановка задачи использует переменные функции тока – вихрь. Основные уравнения в безразмерной форме записываются в цилиндрической системе координат и имеют вид [1]

$$\frac{\partial(v\omega)}{\partial r} + \frac{\partial(u\omega)}{\partial z} = \frac{2^n B}{Re} \left(\nabla^2 \omega - \frac{\omega}{r^2} \right) + \frac{2^n S}{Re}, \quad (1)$$

$$\nabla^2 \psi - \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = -r\omega, \quad (2)$$

где $v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}$, $u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$, $\omega = \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial r}$,

$$S = 2 \frac{\partial^2 B}{\partial r \partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) + 2 \frac{\partial B}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + 2 \frac{\partial B}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial z} + \left(\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 B}{\partial r^2} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial B}{\partial r} \frac{\omega}{r}.$$

Система уравнений (1)–(2) замыкается реологической моделью Оствальда – де Виля, в которой эффективная вязкость определяется формулой

$$B = A^{n-1}. \quad (3)$$

Здесь v, u – радиальная и аксиальная компоненты скорости соответственно, $Re = \frac{\rho U^{2-n} D^n}{\mu}$ – число Рейнольдса, ρ – плотность, $D = 2R_1$, U – среднерасходная скорость в узкой части трубы, $A = (2e_{ij}e_{ji})^{1/2}$, e_{ij} – компоненты тензора скоростей деформаций, μ, n – реологические параметры.

Жидкость подается в трубу через входное сечение Γ_1 с постоянным расходом. На твердой неподвижной стенке Γ_2 реализуются условия прилипания. На выходной границе Γ_3 используются мягкие граничные условия. Γ_4 является осью симметрии, на которой выполняются условия симметрии.

Численное решение задачи осуществляется методом установления [2] с последующим использованием конечно-разностного метода продольно-поперечной прогонки [3]. Для обеспечения устойчивости расчета течения проводится регуляризация реологического уравнения [4].

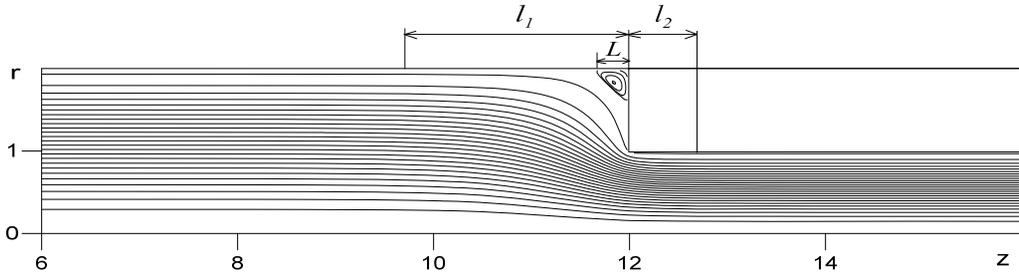


Рис. 2. Распределение линий тока в трубе

На рис. 2 представлена картина течения в трубе с внезапным сужением. Видно, что в окрестности входной и выходной границ линии тока параллельны стенкам трубы, т.е. имеют место одномерные течения, которые характерны для установившегося движения жидкости в бесконечной трубе. Слева и справа от области сужения образуются участки двумерного течения с циркуляционной зоной в окрестности угла. Вводятся следующие безразмерные геометрические характеристики потока: длина циркуляционной зоны L , длины участков двумерного течения до и после уступа l_1 и l_2 . Исследуется поведение этих характеристик в зависимости от числа Рейнольдса, коэффициента сужения $\beta = R_2 / R_1$ и степени нелинейности n . Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

- с увеличением Re длина циркуляционной зоны и область двумерного течения перед уступом уменьшаются, а за уступом область двумерного течения увеличивается;

- уменьшение n приводит к уменьшению циркуляционной зоны и увеличению размеров участков двумерного течения;

- с ростом β происходит увеличение L и l_1 , при этом изменение l_2 незначительно, поскольку при различных β характер течения в узкой части канала практически не меняется.

Для течения жидкости в трубе с резким сужением значение коэффициента местного сопротивления C_m определяется потерями энергии, связанными с перестройкой потока с последующим увеличением средней скорости в узкой части, а также с энергией, необходимой для организации движения жидкости в циркуляционной зоне. Коэффициент местного сопротивления определяется по формуле

$$C_m = \frac{\Delta P_m}{(1/2)\rho U^2} - \alpha(1 - \beta^4), \quad (4)$$

где ΔP_m – местные потери давления, $\alpha = \frac{3(3n+1)^2}{(2n+1)(5n+3)}$ [5].

Полученные графические зависимости показали, что с ростом Re значение коэффициента сопротивления падает, при этом характер зависимости практически ли-

нейный (рис. 3, а). При увеличении β увеличивается и коэффициент местного сопротивления (рис. 3, б). С уменьшением степени нелинейности C_M уменьшается (рис. 3, в).

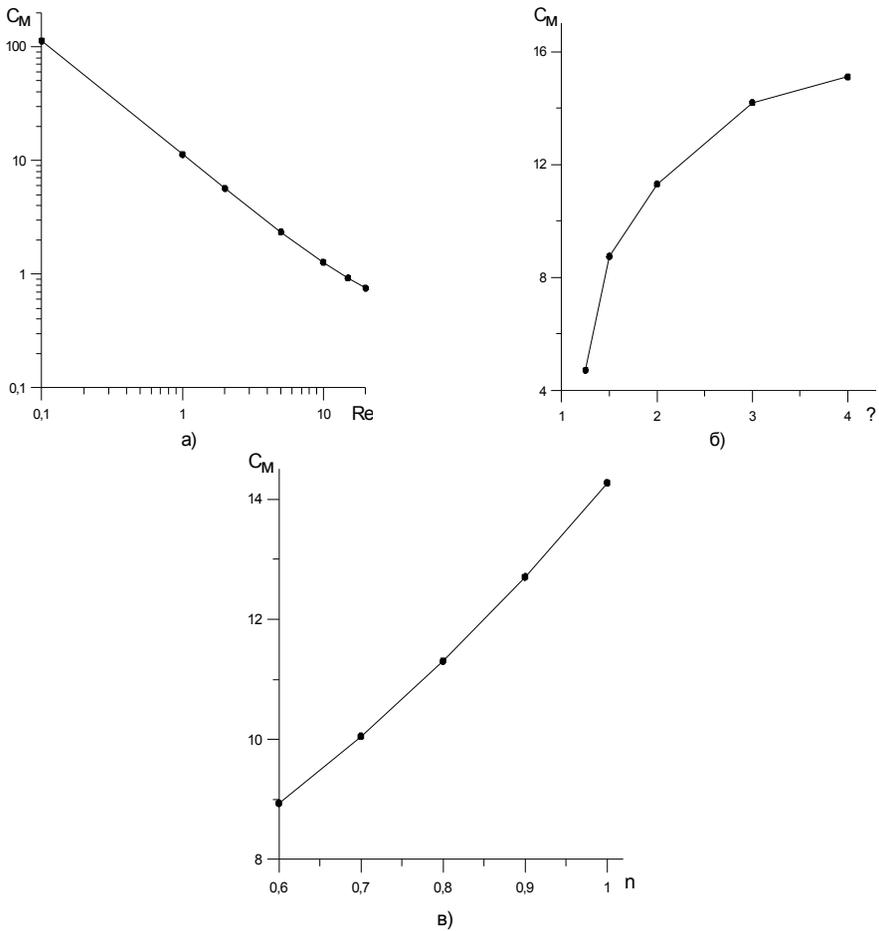


Рис. 3. Зависимость коэффициента сопротивления от значений Re , β , n :
 а - $n=0,8$, $\beta=2$; б - $n=0,8$, $Re=1$; в - $\beta=2$, $Re=1$

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания № 2014/223 (код проекта 1943).

Литература

1. Роуч П. Вычислительная гидродинамика / П. Роуч ; пер. с англ. В.А. Гущина, В.Я. Митницкого; под ред. П.И. Чушкина. М.: Мир, 1980. 616 с.
2. Годунов С.К. Введение в теорию разностных схем / С.К. Годунов, В.С. Рябенкий. М.: Физматгиз, 1962. 340 с.
3. Самарский А.А. Теория разностных схем / ред. А.В. Захаров, И.М. Овчинникова. М.: Наука, 1977. 656 с.
4. Шрагер Г.Р. Моделирование гидродинамических процессов при переработке полимерных материалов / Г.Р. Шрагер, А.Н. Козлобородов, В.А. Якутенок. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. 219 с.
5. Jadallah M.S.M. Flow in pipe fittings at low Reynolds numbers / M.S.M. Jadallah. Unpublished PhD thesis – UK: University of Bradford, 1980.

ОСОБЕННОСТИ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ ДРЕВЕСИНЫ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ УБЫВАЮЩЕГО ПОТОКА ЛУЧИСТОЙ ЭНЕРГИИ

В.О. Гук, В.Т. Кузнецов, А.И. Фильков, Л.Ю. Катаева

Приводится анализ результатов зажигания образцов древесины сосны уменьшающимся со временем тепловым потоком. Изменение интенсивности теплового потока в процессе опыта осуществлялось путем перемещения исследуемого образца вдоль оптической оси эллиптического отражателя установки. Проведено сравнение полученных данных с данными для постоянного теплового потока.

CHARACTERISTICS OF WOOD IGNITION SUBJECTED TO THE DECREASING RADIANT ENERGY FLUX

V.O. Guk, V.T. Kuznetsov, A.I. Filkov, L.Yu. Kataeva

In this paper we analyzed the ignition of the pine wood samples subjected to the decreasing heat flux. The intensity of the heat flux was changed during the experiment by moving the test sample along the optical axis of the elliptic reflector in the setup. The received data were compared with the data for a static heat flux.

В работе [1] отмечается, что процесс зажигания существенно зависит от типа теплового потока, является ли он статическим или динамическим (когда зажигание горючих материалов происходит при переменных, зависящих от времени значений теплового потока). В последнее время при решении прикладных задач в области пожарной безопасности большое внимание уделяется динамическим режимам зажигания. В реальных условиях динамические режимы наблюдаются во время антропогенных и лесных пожаров. При этом зажигание горючих материалов в динамических условиях изучено недостаточно. Известны лишь отдельные экспериментальные работы [2, 3], где зажигание горючих материалов осуществлялось в динамических условиях подвода тепла. Если учесть, что в реальных условиях преобладает динамический тип теплового потока, то актуальность данной проблемы очевидна.

Для исследования зажигания древесины в динамических условиях была создана экспериментальная установка на базе оптической печи «Уран-1» (рис. 1, а, б) с источником излучения – ксеноновая лампа мощностью 10 кВт [4].

Из 10 кВт мощности, выделившейся на лампе, 5,5 кВт приходилось на излучение в оптической области. Распределение излучения по спектру составляло: 0,5 кВт (9 %) в ультрафиолетовой части; 2 кВт (36 %) в видимой и 3 кВт (55 %) в инфракрасной части спектра. Установка обеспечивала стабильность излучения во времени не ниже 95 %, равномерность распределения потока лучистой энергии в пятне диаметром $2 \cdot 10^{-2}$ м не ниже 87 %. Диаметр сфокусированного потока составлял около $2 \cdot 10^{-2}$ м.

Блок регистрации экспериментальной установки обеспечивал измерения плотности потока лучистой энергии, времени экспозиции, момента появления пламени и контролировал условия проведения опыта. Он включал датчик плотности потока лучистой энергии, фотодиоды, реле времени и светолучевой осциллограф Н-117.

Регулирование плотности лучистого потока в фокальном пятне осуществлялось с помощью ослабителей излучения и путем изменения мощности электрической энергии, подводимой к ксеноновой лампе. Ослабители лучистого потока представляли собой металлическую сетку, которая устанавливалась перпендикулярно оптической оси на расстоянии 0,3–0,4 м от фокальной плоскости. Для защиты исследуемого образца от преждевременного нагрева лучистым потоком и дозированной подачи энергии излучения служит система затворов.

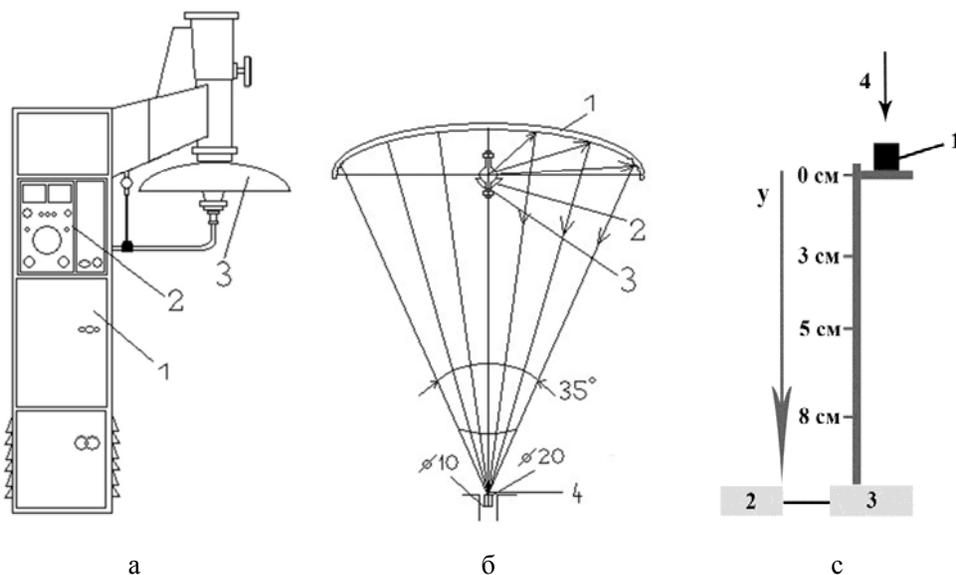


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: *а* – конструктивное выполнение оптической печи типа «Уран-1»: 1 – блок питания, 2 – пульт управления, 3 – излучатель; *б* – оптический излучатель: 1 – отражатель, 2 – контроотражатель, 3 – лампа, 4 – рабочее пятно; *в* – установка для передвижения образца: 1 – образец, 2 – пульт управления движением площадки с образцом, 3 – механизм, осуществляющий передвижение образца; $y=0$ см – фокальная плоскость, 4 – лучистый тепловой поток; 3, 5, 8 см – расстояние от фокальной плоскости

Динамический поток моделировался движением образца вдоль оптической оси. Для перемещения образца применялась установка, изображенная на рис. 1, *в*.

Одновременно со временем открытия затвора включался конвейер, и образец начинал перемещаться с постоянной скоростью, равной 0,117 м/с. Время раскрытия (закрытия) затвора составляло $4 \cdot 10^{-2}$ с.

Порядок проведения испытания на установке следующий. В верхней и нижней точках оптической оси измерялась интенсивность лучистого потока с помощью калориметра, закрепленного в держатель. Затем на место калориметра помещался исследуемый образец и проводились испытания. Блок регистрации фиксировал начало раскрытия затвора и момент появления пламени. Зажигание конденсированного вещества определялось по появлению пламени у поверхности образца.

Калориметр представлял собой диск из меди диаметром $1 \cdot 10^{-2}$ м, толщиной $3 \cdot 10^{-3}$ м с термопарой, зачеканенной по центру диска на глубину $1,7 \cdot 10^{-3}$ м. Термопара изготовлена контактной сваркой из медной и константановой проволоки диаметром 100 мкм. Приемная поверхность калориметра зачернена ламповой копотью. Значение коэффициента отражения зачерненной поверхности калориметра в области спектра излучения 0,36–1,1 мкм составляло 1,5–2,0 %. Погрешность измерения интенсивности излучения не превышала 10 %. Плотность теплового потока изменяли в пределах 20–110 кВт/м².

Для определения плотности лучистого потока экспериментально измеряли темп нагрева медного диска под действием излучения, поступающего к зачерненной поверхности.

Время задержки зажигания определялось фотоэлектрическим методом. За время воспламенения принимался промежуток времени от начала воздействия потока лучистой энергии до момента появления пламени над поверхностью исследуемого образца. Регистрация излучения пламени осуществлялась с помощью фотодиодов. За-

пись электрических сигналов проводилась на осциллографе Н-117/1. Погрешность измерения времени воспламенения по появлению пламени не превышает 4 % и в основном определяется физико-химическими свойствами исследуемого вещества.

В качестве исследуемых образцов использовалась древесина сосны. Образцы представляли собой цилиндры диаметром $1,9 \cdot 10^{-2}$ м и высотой $1,5 \cdot 10^{-2}$ м. Поверхность образцов, поглощающая излучение, покрывалась ламповой копотью. Световое излучение поступало на образцы перпендикулярно волокнам древесины. Начальная температура образцов соответствовала комнатной – 297 К. Влажность образцов составила 1,8 % и определялась при помощи анализатора влажности А&D МХ-50 с точностью 0,01 %. Постоянная влажность образцов поддерживалась путем помещения их в эксикатор, заполненный силикагелем.

В данной работе приводится анализ результатов зажигания образцов древесины уменьшающимся со временем лучистым тепловым потоком. Для сравнения времен задержки зажигания в статических и динамических условиях тепловой поток в динамических условиях осреднялся. При этом использовали следующую методику. Измеряли с помощью микрокалориметра на фиксированных расстояниях от фокальной плоскости отражателя интенсивность потока излучения. При известной скорости перемещения образца вдоль оптической оси эллиптического отражателя можно перейти от фиксированных значений расстояния ко времени. Построенные таким образом зависимости теплового потока от времени достаточно хорошо (с корреляцией $R^2=0,997$) аппроксимируются функцией (рис. 2, а)

$$q = ae^{-0.7t} - 2, \quad (1)$$

где q – тепловой поток, Вт/м²; t – время, с; a – безразмерный коэффициент.

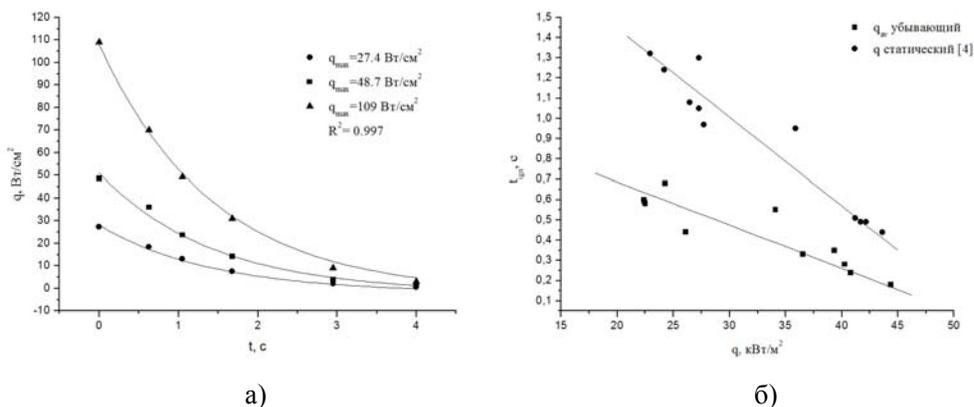


Рис. 2. Зависимость теплового потока от времени при удалении образца от фокальной плоскости (а); б – сравнение зависимостей времен задержки зажигания образцов сосны от теплового потока для динамических и статических условий [4]

Таким образом, в зависимости от величины теплового потока в фокальной плоскости ($t=0$) можно по формуле (1) определить коэффициент a и динамику изменения теплового потока на поверхности движущегося образца. Измерение времени задержки зажигания осуществляли с помощью фотодиода по появлению пламени. Зная время задержки зажигания образца, можно найти тепловой поток в момент за-

жигания, используя кривую распределения $q(t)$. Так как в исследуемом диапазоне теплового потока зажигание образца сосны происходило в пределах одной секунды, то из рис. 2, *а* можно видеть, что кривая имеет в этом диапазоне квазилинейный характер. В связи с этим средний тепловой поток для динамических условий определялся как среднеарифметическое.

На рис. 2, *б* представлено сравнение времен задержки зажигания образцов сосны при динамических ($q=f(t)$) и статических ($q=\text{const}$) [4] условиях подвода тепла. Так, для образцов сосны при убывающем потоке излучения время задержки зажигания в 2–2,5 раза меньше, чем для постоянного потока. При этом из рис. 2, *б* видно, что с уменьшением величины теплового потока время задержки зажигания в статических условиях растет быстрее, чем для динамических условий. Необходимо отметить, что при сравнении времен зажигания в условиях динамического и статического теплового потока в данной работе динамический режим определяется величиной среднего теплового потока в процессе опыта.

Из физических соображений следует, что если в условиях опыта время зажигания существенно меньше времени тепловой релаксации в исследуемом материале, то в условиях динамического подвода лучистой энергии на поверхности образца формируется прогретый слой, глубина которого меньше, чем в условиях статического теплового потока. И на прогрев данного слоя необходимо затратить меньше энергии для реализации условий воспламенения древесины. Оценка времени тепловой релаксации древесины сосны дает следующее значение:

$$t_r \approx \frac{a}{u^2} = 1,84 \cdot 10^3 \text{ с}, \quad (2)$$

где a – температуропроводность древесины сосны, $1,84 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ [5]; u – нормальная скорость горения, 10^{-5} м/с [6]. Видно, что релаксационные процессы распространения тепла в древесине происходят значительно медленнее, чем процесс воспламенения для рассмотренных тепловых потоков. При этом градиент температуры на поверхности образца в условиях динамического режима, как правило, выше, чем в статическом, т.е. температура поверхности достигает своего критического значения быстрее, чем в условиях статического режима. Следовательно, при одинаковом тепловом потоке время зажигания в динамическом режиме должно быть меньше, чем в статическом. С ростом величины потока лучистой энергии разница во времени задержки зажигания уменьшается для динамических и статических условий (см. рис. 2, *б*), что подтверждает сделанное предположение. Кроме того, полученные результаты не противоречат работе [7], где в результате математического моделирования показано, что в случае убывающего теплового потока время задержки зажигания древесины меньше, чем при постоянном потоке.

В результате проделанной работы были получены времена задержки зажигания древесины сосны при нагреве в условиях убывающего теплового потока и сравнение полученных данных для постоянного теплового потока. Следующим этапом данной работы являются исследование особенностей зажигания при возрастающем тепловом потоке и анализ данных. Полученные результаты могут быть использованы для уточнения прогнозирования опасных зон зажигания древесины при природных и техногенных пожарах.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 14-33-50115-мол-нр.

Литература

1. Filkov A.I., Kuznetsov V.T., Guk V.O. et al. Ignition of Wood Under Dynamic Conditions of Supply of Radiant Energy Flow // Proceedings of the 4th Fire Behavior and Fuels Conference (Saint-Petersburg, Russia, July 1–4, 2013). USA. IAWF. 2013. P. 57.
2. Розенбанд Р.Ш., Барзыкин В.В., Мержанов А.Г. // Физика горения и взрыва. 1968. Т. 4, вып. 2. С. 171–175.
3. Еналеев Р.Ш., Матеосов В.А., Синаев К.Н. и др. // Физика горения и методы ее исследования. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1973. С. 80–86.
4. Кузнецов В.Т., Фильков А.И. // Физика горения и взрыва. 2011. Т. 47, вып. 1. С. 74–79.
5. Асеева Р.М., Серков Б.Б., Сивенков А.Б. Горение древесины и ее пожароопасные свойства. М.: Академия ГПС МЧС России, 2010. 262 с.
6. Абдурагимов И.М., Андросов А.С., Бартак М. // Физика горения и взрыва. 1986. Т. 22, вып. 1. С. 10–13.
7. Еналеев Р.Ш., Красина И.В., Гасилов В.С. и др. // Вестник Казанского технологического университета. 2013. Т. 16, вып. 10. С. 99–106.

ПОВЕДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ДЕФОРМАЦИИ МОДЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ТИПА МАТРИЦА – ВКЛЮЧЕНИЕ

О.С. Зиновьева, В.С. Шахиджанов

Обсуждается влияние внутренней структуры на рельеф поверхности деформируемого материала на примере модельной системы «матрица – включение». Установлены зависимости формы и амплитуды поверхностного деформационного рельефа от ориентации и расположения единичного включения относительно свободной поверхности, а также от соотношения упругих свойств включения и матрицы.

SURFACE DEFORMATION BEHAVIOR OF A SINGLE INCLUSION MODEL

O.S. Zinovieva, V.S. Shakhijanov

In this contribution, the influence of internal structure on surface roughening is discussed, using a model of a single inclusion embedded in a matrix as an example. The surface roughness shape and amplitude are established to be dependent on the inclusion orientation and location relative to the free surface and inclusion-to-matrix elastic modulus ratio.

Цель работы – изучить влияние внутренней структуры на формирование поверхностного деформационного рельефа на примере модельной системы «матрица – включение».

Стоит отметить, что задача «матрица – включение» в различных вариациях решалась много раз (см., например, [1]), но при этом смещения и деформацию на свободной поверхности в исследованиях игнорировали. В цикле работ авторов по тематике «Исследование деформационного рельефа» (см., например, [2, 3]), а также во многих других работах (см., например, [4]) численные исследования проводились с помощью достаточно сложных моделей. Для полного понимания процессов и механизмов возникновения рельефных образований, связанных с внутренней неоднородностью, было решено провести исследования на простых модельных системах, позволяющих исключить влияние множества параметров, присутствующих в сложных моделях.

Задача об одноосном растяжении двумерных (2D) и трехмерных (3D) образцов, содержащих единичные включения квадратной / кубической и сферической формы (рис. 1), решалась методами конечных разностей и конечных элементов соответственно. Математическая постановка плоской задачи в деформациях приведена в [5].

Трехмерная задача решалась в квазистатической постановке с использованием программного комплекса ABAQUS. Рассматривалась область упругого нагружения. Ориентация включения по отношению к оси растяжения и расстояние включения от свободной поверхности в расчетах варьировались. Модельный материал матрицы по механическим свойствам соответствовал алюминиевому сплаву. Модуль сдвига матрицы принимался равным $\mu = 27,7$ ГПа, модуль сдвига включений варьировался от 7 до 50 ГПа. На границе раздела матрицы и включения приняты условия идеального контакта.

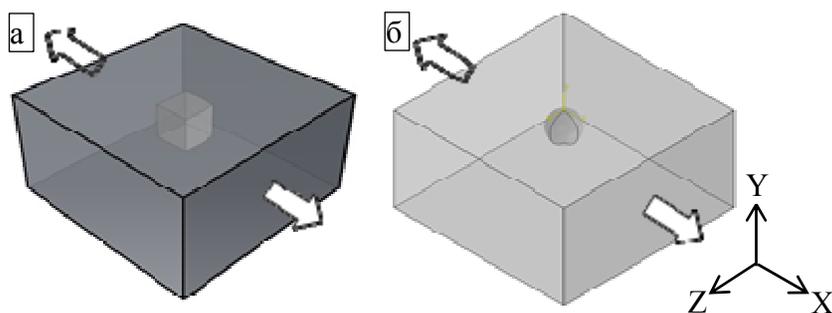


Рис. 1. Модели образцов с кубическим (а) и сферическим (б) включениями и схема нагружения

Граничные условия имитировали квазистатическое одноосное растяжение вдоль оси X , верхняя поверхность считалась свободной от воздействия внешних сил, на нижней поверхности выполнялись условия симметрии. На боковых поверхностях 3D-образца формулировались условия отсутствия внешних сил.

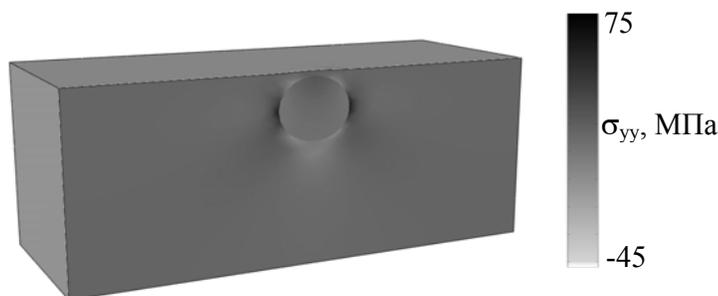


Рис. 2. Распределения компонент тензора напряжений σ_{yy} в среднем сечении образца со сферическим включением ($\mu_v > \mu_m$)

Результаты расчетов приведены на рис. 2–6. Рисунок 2 демонстрирует напряжения σ_{yy} , действующие по нормали к свободной поверхности (нормальные напряжения) в 3D-образце с жестким сферическим включением ($\mu_v > \mu_m$). Концентрация напряжений наблюдается вблизи границы раздела «матрица – включение». В случае более жесткого включения ($\mu_v > \mu_m$) на поверхности образца наблюдается область экструзии, в случае более мягкого ($\mu_v < \mu_m$) – интрузии (см. рис. 3). В однородном образце нормальные напряжения будут равняться нулю, поскольку рассматриваемая верхняя поверхность образца свободна от воздействия внешних сил, соответственно она останется плоской в процессе нагружения. Иная ситуация возникает в материалах с границами раздела, где неоднородность внутренней структуры приводит к

сложному напряженно-деформированному состоянию, которое, в свою очередь, результируется в виде деформационных складок на свободной поверхности образца (см. рис. 3).

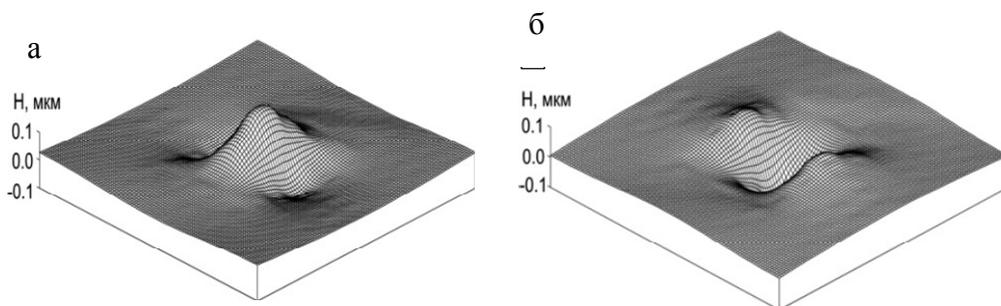


Рис. 3. Рельефные образования на поверхности в условиях одноосного растяжения для $\mu_v > \mu_m$ (а) и $\mu_v < \mu_m$ (б)

Проанализируем влияние ориентации включения относительно направления нагружения на форму и высоту рельефных образований. На расстоянии от поверхности, равном линейному размеру включения, его ориентация практически не оказывает влияния на рельефные образования. Если включение расположено на свободной поверхности (см. рис. 4, б), наблюдаются следующие изменения в форме и амплитуде рельефа: когда соответствующие грани включения параллельны свободной поверхности – рельефная складка более широкая; при повороте включения на 45° – характеризуется острым пиком и наибольшей высотой; при повороте включения на 22° – отклоняется от центра.

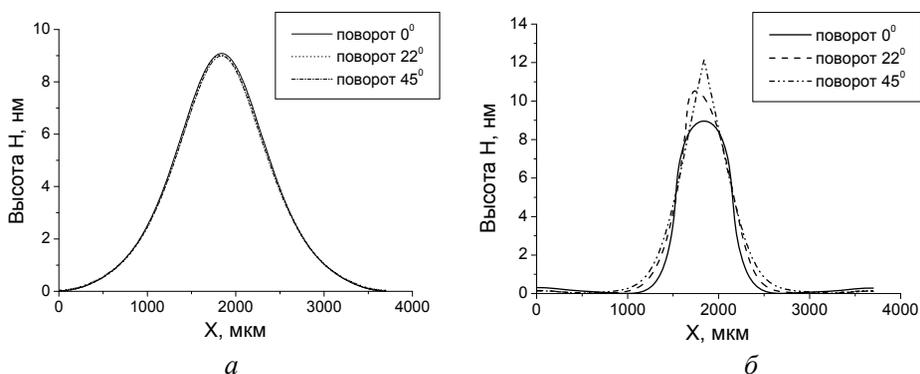


Рис. 4. Профили поверхности для образцов с жесткими включениями, ориентированными под различными углами к оси растяжения. Расстояние от поверхности 610 (а), 0 мкм (б)

Рисунок 5, а иллюстрирует совокупное влияние расположения включения и его ориентации. Для включения, ориентированного под углом 45° к оси растяжения, наблюдается линейная зависимость амплитуды рельефной складки от расположения включения, в то время как для двух других случаев зависимость не линейна. Проанализируем причину нелинейности с точки зрения механики, используя 2D-расчеты в качестве примера (ср. рис. 5, а и б). Максимальная высота рельефных складок наблюдается при расположении включения на расстоянии от свободной поверхности, составляющем около 0,4 линейного размера включения. Это происходит из-за концентрации напряжений σ_{yy} в области А (см. рис. 6). При удалении включения

от свободной поверхности область растягивающих напряжений σ_{yy} уменьшается, и на определенном расстоянии от поверхности в области А наблюдаются только сжимающие напряжения σ_{yy} . Наименьшая область растягивающих напряжений σ_{yy} наблюдается при расположении включения на расстоянии от свободной поверхности, составляющем около 0,4 линейного размера включения. По мере уменьшения концентрации растягивающих напряжений σ_{yy} в области А высота рельефной складки растет.

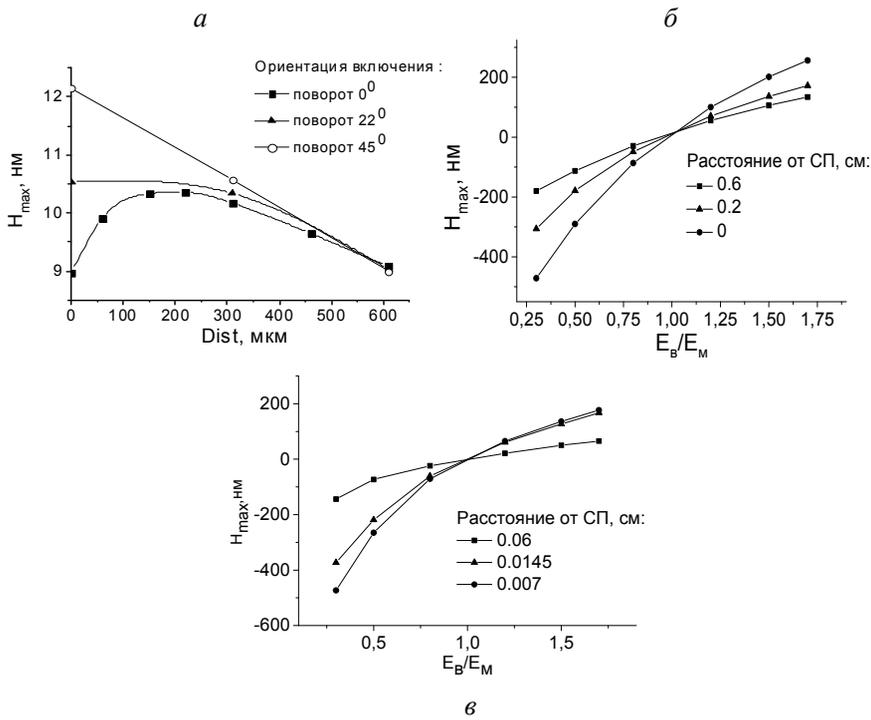


Рис. 5. Зависимость амплитуды рельефной складки от ориентации включения, расстояния от свободной поверхности (СП) и соотношения упругих свойств включения и матрицы: 2D-расчеты, $\epsilon=0,01$ (а) и 3D-расчеты, $\epsilon=0,5\%$ (б, в)

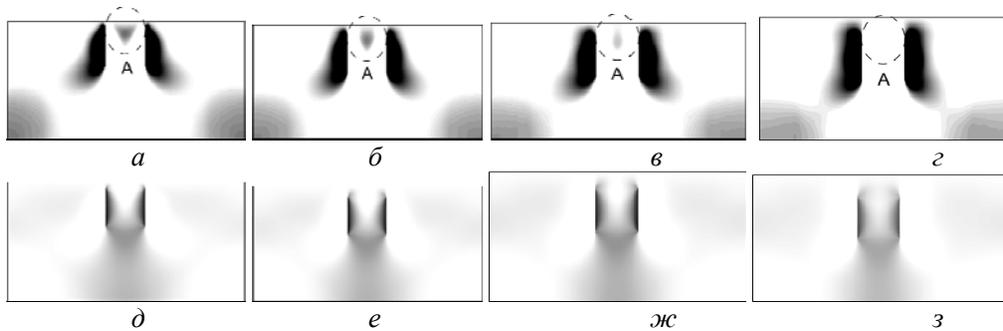


Рис. 6. Растягивающие (а-г) и сжимающие напряжения σ_{yy} (д-з), $\mu_n > \mu_m$

Совокупное влияние расположения включения и соотношения упругих свойств включения и матрицы на амплитуду рельефной складки для случаев кубического и

сферического включений продемонстрировано на рис. 5, б, в соответственно. Очевидно, чем больше различие в упругих свойствах матрицы и включения, тем больше амплитуда складки. Этот эффект становится более ярко выраженным по мере уменьшения расстояния между включением и свободной поверхностью.

Авторы выражают благодарность д.ф.-м.н. В.А. Романовой за полезные дискуссии и ценные замечания.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ (грант № 14-08-00277-а) и государственной программы исследований РАН.

Литература

1. *Eshelby J.D.* The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems // Proc. R. Soc. London. Ser. A. 1957. Vol. 241, I. 1226. P. 376–396.
2. *Панин А.В., Романова В.А., Балохонов Р.Р. и др.* Формирование мезоскопических складчатых структур на поверхности поликристаллов стали ЭК-181 в условиях одноосного растяжения // Физ. мезомех. 2011. Т. 14, № 4. С. 57–69.
3. *Зиновьева О.С., Романова В.А.* Численное исследование влияния размера зерна и условий нагружения на деформационные характеристики поликристаллического алюминиевого сплава // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 6. С. 126–134.
4. *Guilhem Y., Basseville S., Curtit F. et al.* Numerical investigations of the free surface effect in three-dimensional polycrystalline aggregates // Comp. Mater. Sci. 2013. Vol. 70. P. 150–162.
5. *Wilkins M.* Computer Simulation of Dynamic Phenomena. Berlin, 1999.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРЕНИЯ 4%-НОЙ МЕТАНОВОЗДУШНОЙ СМЕСИ В УЗКОМ КАНАЛЕ

А.Ю. Крайнов, К.М. Моисеева

Проведено численное исследование горения метановоздушной смеси в узкой трубке с инертной внутренней вставкой в двухмерной осесимметричной постановке задачи. Рассмотрено влияние радиуса трубки на устойчивость горения 4%-ной метановоздушной смеси.

THE NUMERICAL STUDY OF THE STABILITY OF THE 4% METHANE-AIR MIXTURE COMBUSTION IN THE NARROW CHANNEL

A.Yu. Krainov, K.M. Moiseeva

The numerical research of methane-air mixture combustion in a narrow tube with an inert internal body in a 2D axisymmetric approximation is conducted. The influence of a tube radius on stability of 4% methane-air mixture combustion is considered.

Одной из классических задач отечественной школы горения является задача о сжигании газовой смеси в химическом реакторе. Актуальность данной задачи связана с требованиями промышленности, где зачастую необходимо организовать безопасное и устойчивое горение газа в энергетической установке, являющейся аналогом химического реактора. Решение подобной задачи проводилось в работах различных авторов. В частности, задача об устойчивости горения газовой смеси в химическом реакторе решена в классической работе [1]. Согласно [1] устойчивость горения газовой смеси в реакторе определяется совокупным влиянием параметров тепло- и массопереноса в системе. Исследования более поздних авторов были направлены на подтверждение данного факта и на исследование возможности управления процессом через изменение величины теплообмена в реакторе.

Процессы теплообмена в химическом реакторе, помимо прочего, определяются конструкцией устройства [2]. Управлять устойчивостью горения можно через изменение конструкции реактора. В настоящее время задача горения газовой смеси в химическом реакторе получила развитие в задаче о горении газа в узком канале или тонкой трубке. Для такой задачи определяющим параметром является поперечный размер канала. Для узких каналов организовать устойчивое горение сложно, а зачастую, для обычных условий, невозможно. Потери тепла через боковую поверхность трубки или канала превышают теплоприход от химического процесса и приводят к затуханию пламени. В современных работах предлагается использовать ряд механизмов для поддержания устойчивого горения, среди которых частичный подогрев стенок канала или модификация конструкции [3–4].

Современные исследования по горению газовых смесей в горелочных устройствах направлены не только на развитие и совершенствование миниатюрных горелочных устройств, но и на проблему сжигания смесей, не горящих в обычных условиях. В частности, на сегодняшний день одним из актуальных направлений в физике горения и взрыва является задача об эффективном сжигании бедной метановоздушной смеси. Согласно [5] метановоздушная смесь с содержанием метана менее 5,3 % не горит в обычных условиях, и для инициирования и поддержания горения такой смеси требуется подогрев. Так, например, в работах [6–7] было показано, что организовать устойчивое горение бедной смеси можно путем изменения конструкции горелочного устройства.

Ставится задача численного исследования устойчивости горения бедной метановоздушной смеси в тонкой трубке с инертной внутренней вставкой в двухмерной осесимметричной постановке. Такая постановка задачи позволяет детально рассмотреть процессы, проходящие в трубке, и выявить зависимость устанавливающегося режима от радиуса трубки. И основной целью исследования являлось определение диапазона значений радиуса трубки, для которого возможно установление устойчивого горения смеси в трубке.

Рассматривается реактор, физическая модель которого аналогична [6, 8]. Реактор представляет собой цилиндрическую трубку, инертное тело расположено в центре реактора вдоль его оси. Задача рассматривается в двухмерной осесимметричной постановке, учитываются распределения параметров вдоль радиуса и оси реактора. Предполагается, что вдоль радиуса реактора изменения температуры смеси и концентрации горючей компоненты могут происходить за счет диффузии, конвективные слагаемые для радиального направления полагаются равными нулю.

Для температуры реакционной смеси на поверхности инертного тела ($y = r_1$) задаются граничные условия IV рода, т.е. предполагается идеальный контакт между смесью и инертным телом. На боковой поверхности реактора ($y = r$) реакционная смесь обменивается теплом со стенкой по закону Ньютона с коэффициентом теплообмена α_s . Для концентрации горючей компоненты на поверхности инертного тела ($y = r_1$) и боковой поверхности реактора ($y = r$) задаются условия непротекания. Реакционная смесь поступает в реактор слева, со стороны $x = 0$, на границе $x = L$ реализовывается свободное вытекание. Инертное тело на границах оси $x = 0$, $x = L$ теплоизолировано.

При постановке задачи приняты следующие допущения: поток массы через реактор постоянен, $G = \rho U = \text{const}$; процесс проходит в изобарных условиях, $p = \text{const}$; экзотермические химические превращения определяются законом Аррениуса с первым порядком реакции; имеет место ламинарный режим горения и не учитывается погранслоем вблизи боковой поверхности реактора.

Для таких допущений безразмерная математическая постановка задачи имеет вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + A_v \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{1}{\delta^2} \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\psi \frac{\partial \theta}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \eta \exp \left(\frac{\theta}{1 + Ar\theta} \right), 0 \leq \xi \leq \xi_L, \psi_{r1} \leq \psi \leq \psi_r; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} = \frac{k_\chi}{\delta^2} \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\psi \frac{\partial \theta_1}{\partial \psi} \right) + k_\chi \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi^2}, 0 \leq \xi \leq \xi_L, 0 \leq \psi \leq \psi_{r1}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} + A_v \frac{\partial \eta}{\partial \xi} = \frac{Le}{\delta^2} \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\psi \frac{\partial \eta}{\partial \psi} \right) + Le \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} - Td \eta \exp \left(\frac{\theta}{1 + Ar\theta} \right), 0 \leq \xi \leq \xi_L, \psi_{r1} \leq \psi \leq \psi_r; \quad (3)$$

$$\tau = 0: \quad \theta(\xi, \psi, 0) = \theta_b, \quad \theta_1(\xi, \psi, 0) = \theta_{1b}, \quad \eta(\xi, \psi, 0) = \eta_b; \quad (4)$$

$$\psi = 0: \quad \frac{\partial \theta_1(\xi, 0, \tau)}{\partial \psi} = 0; \quad (5)$$

$$\psi = \psi_{r1}: \quad \frac{\partial \theta(\xi, \psi_{r1}, \tau)}{\partial \psi} = K_\lambda \frac{\partial \theta_1(\xi, \psi_{r1}, \tau)}{\partial \psi}, \quad \theta(\xi, \psi_{r1}, \tau) = \theta_1(\xi, \psi_{r1}, \tau), \quad \frac{\partial \eta(\xi, \psi_{r1}, \tau)}{\partial \psi} = 0; \quad (6)$$

$$\psi = \psi_r: \quad \frac{\partial \theta(\xi, \psi_r, \tau)}{\partial \psi} = -I_s (\theta(\xi, \psi_r, \tau) - \theta_s), \quad \frac{\partial \eta(\xi, \psi_r, \tau)}{\partial \psi} = 0; \quad (7)$$

$$\xi = 0: \quad \frac{\partial \theta(0, \psi, \tau)}{\partial \xi} = A_v (\theta(0, \psi, \tau) - \theta_v), \quad \frac{\partial \theta_1(0, \psi, \tau)}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \eta(0, \psi, \tau)}{\partial \xi} = \frac{A_v}{Le} (\eta(0, \psi, \tau) - 1); \quad (8)$$

$$\xi = \xi_L: \quad \frac{\partial \theta(\xi_L, \psi, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\partial \theta_1(\xi_L, \psi, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\partial \eta(\xi_L, \psi, \tau)}{\partial \xi} = 0. \quad (9)$$

В уравнениях (1)–(9) использованы следующие безразмерные параметры и переменные:

$$t_m = \frac{cRT_m^2}{EQa_v \exp(-E/RT_m)}; \quad x_{ad} = \sqrt{\frac{\lambda}{c\rho_b}} t_m; \quad y_m = \delta x_{ad}; \quad \delta = \frac{r}{L}; \quad \xi = \frac{x}{x_{ad}}, \quad \psi = \frac{y}{y_m},$$

$$\tau = \frac{t}{t_m}; \quad \eta = \frac{a}{a_v}, \quad \theta = \frac{E}{RT_m} (T - T_m); \quad Ar = \frac{RT_m}{E}; \quad k_\chi = \frac{\lambda_1}{c_1 \rho_1} \frac{c \rho_b}{\lambda}; \quad Le = \frac{Dc \rho_b}{\lambda};$$

$$\eta_b = \frac{a_b}{a_v}; \quad \xi_L = \frac{L}{x_m}; \quad \psi_r = \frac{r}{y_m}; \quad \psi_{r1} = \frac{r_1}{y_m}; \quad K_\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda}; \quad Td = \frac{c}{a_v Q} \frac{RT_m^2}{E};$$

$$\theta_{v,s} = \frac{E}{RT_m^2}(T_{v,s} - T_m); \theta_{b,lb} = \frac{E}{RT_m^2}(T_{b,lb} - T_m); A_v = \frac{U_b t_m}{x_{ad}}; I_s = \frac{\alpha_s y_m}{\lambda}.$$

Здесь ψ_r – граница трубки по радиусу r , ψ_{r1} – граница инертной вставки по радиусу r_1 , T_m – масштабная температура, c – теплоемкость, ρ – плотность, λ – коэффициент теплопроводности, U – скорость течения смеси, E – энергия активации, Q – тепловой эффект реакции, x – пространственная координата по оси, y – пространственная координата по радиусу, a – концентрация горючей компоненты, R – универсальная газовая постоянная, k_0 – предэкспонент в законе Аррениуса. Индексами l, s, b, v отмечены параметры инертной вставки и внешней стенки трубки, начальные и входные параметры соответственно. Параметр I_s характеризует интенсивность теплообмена газа с внешней стенкой, A_v – скорость течения газа, K_λ и k_χ – отношение коэффициентов теплопроводности и температуропроводности инертной вставки и реакционной смеси, Ar, Td, Le – числа Аррениуса, Гудеса и Льюиса.

Система уравнений (1)–(3) с краевыми условиями (4)–(9) решалась численно с использованием схемы переменных направлений [9]. Конвективные слагаемые аппроксимировались конечными разностями против потока. Программа численного счета проверялась на достоверность путем решения частных постановок задачи (1)–(9), согласно проверке погрешность расчета по программе составляла не более 3%.

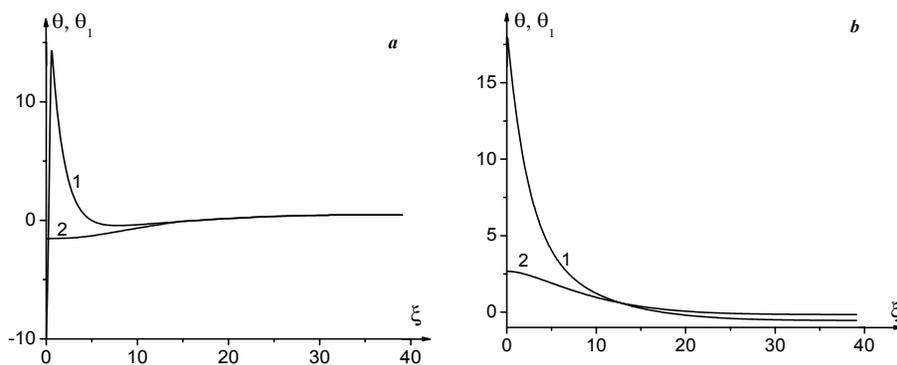


Рис. 1. Установившееся поле температур в случае зажигания боковой поверхностью трубки (поле a) или инертной внутренней вставкой (поле b) для одномерной постановки задачи из [1]. Кривые: 1 – $\theta(\xi)$; 2 – $\theta_1(\xi)$. $I_{s,ld} = 1,17$ (поле a); $0,01$ (поле b)

Для расчетов была выбрана 4 %-ная метановоздушная смесь, основные кинетические параметры которой соответствовали [1], основные теплофизические характеристики системы соответствовали [6, 7]. Различие с размерными параметрами из [6, 7] заключалось в значении относительной концентрации горючей компоненты на входе, $a_v=0,23$. Пересчет данных на безразмерные параметры дал следующие значения: $\theta_v = \theta_b = -21,82$, $\eta_b = 1$, $k_{cp} = 223,74$, $Td = 2,33 \cdot 10^{-2}$, $k_\chi = 0,5$, $Ar = 0,03$, $Le = 1$, $\xi_L = 39$, $A_v = 2,39$. В расчетах варьировалась величина радиуса трубки, при этом полагалось, что при изменении радиуса трубки радиус инертной вставки меняется пропорционально так, чтобы выполнялось соотношение $r : r_1 = 3 : 1$.

Коэффициент теплообмена α_s задавался исходя из результатов расчета одномерной задачи, математическая постановка которой описана в [6, 8], с безразмерными параметрами соответствующими настоящей работе. Из расчетов были получены профили высокотемпературного стационарного состояния для случая инициирова-

ния процесса нагретой боковой поверхностью реактора ($I_{S,1d} = 1,17$) и случая зажигания инертной внутренней вставкой ($I_{S,1d} = 0,01$). Профили температур реакционной смеси (кривые 1) и инертной внутренней вставки (кривые 2) приведены на рис. 1. Параметр $I_{S,1d}$ определяет интенсивность теплообмена реакционной смеси на боковой поверхности трубки в случае одномерной постановки задачи [6, 8] и связан с параметром интенсивности теплообмена I_S как $I_S = 0,5 \delta^2 \xi_L (1 - \psi_1^2) I_{S,1d}$.

Первая серия расчетов по двухмерной модели проводилась для случая зажигания нагретой инертной вставкой. Температура вставки выбиралась за масштабную, и тогда $\theta_{1b} = 0$, начальная температура боковой поверхности трубки считалась равной температуре холодной входящей смеси, $\theta_S = \theta_v = -21,82$. Параметр интенсивности теплообмена I_S менялся в зависимости от радиуса трубки как $I_S = 0,5 \delta^2 \xi_L (1 - \psi_1^2) \cdot 0,01$.

Результаты расчета показали, что устойчивое высокотемпературное стационарное состояние устанавливается в трубке при $0,97 \leq \psi_r \delta \leq 2,62$. Здесь произведение безразмерных параметров ψ_r и δ соответствует радиусу реактора, отнесенному к длине распространения адиабатической волны горения за время t_m . При $\psi_r \delta < 0,97$ волна горения затухала за счет высокой теплоотдачи в боковую поверхность трубки. При $\psi_r \delta > 2,62$ для заданных значений параметров зажигание в системе не реализовывалось. Расчеты температуры для предельных значений радиуса трубки представлены на рис. 2.

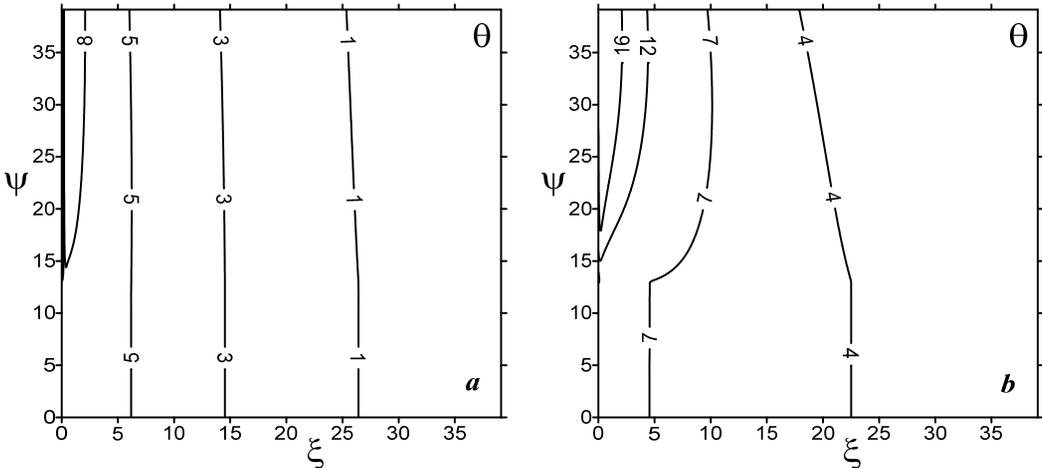


Рис. 2. Установившееся поле температур в случае зажигания инертной внутренней вставкой; $\psi_r \delta = 0,97$ (поле *a*); $2,62$ (поле *b*)

Вторая серия расчетов по двухмерной модели проводилась для случая зажигания нагретой боковой поверхностью трубки. Температура разогретой поверхности выбиралась за масштабную, и тогда $\theta_S = 0$, начальная температура инертной вставки считалась равной температуре холодной входящей смеси, $\theta_{1b} = \theta_v = -21,82$. Параметр интенсивности теплообмена I_S менялся в зависимости от радиуса трубки как

$$I_S = 0,5 \delta^2 \xi_L (1 - \psi_1^2) \cdot 1,17.$$

Результаты расчета показали, что устойчивое высокотемпературное стационарное состояние устанавливается в трубке при $\psi_r \delta > 0,97$. Для $\psi_r \delta \leq 0,97$ зажигание в

системе не реализовывалось за счет высокой теплоотдачи в окружающую среду. Увеличение $\psi_r \delta$ согласно результатам расчетов приводит к увеличению времени воспламенения и перемещению фронта пламени в сторону входа в трубку. Время воспламенения с увеличением радиуса трубки растет нелинейно. Результат расчета задачи для двух значений безразмерного комплекса $\psi_r \delta$ представлен на рис. 3.

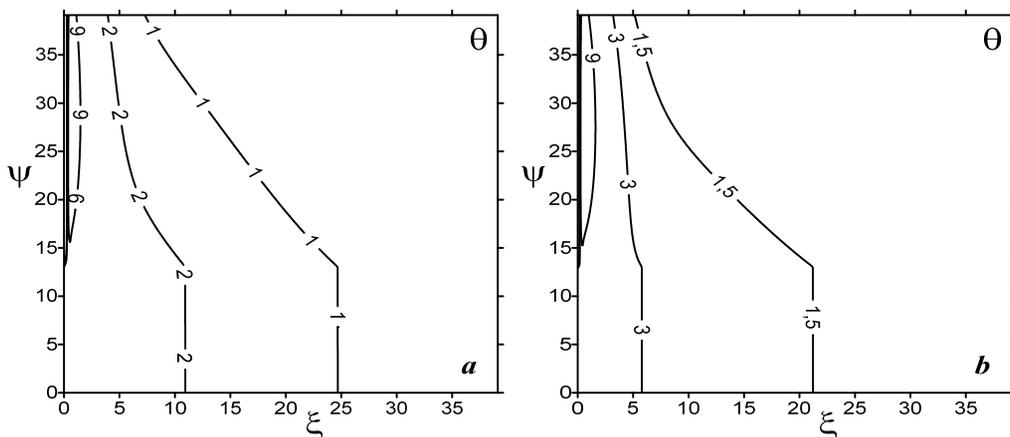


Рис. 3. Установившееся поле температур в случае зажигания нагретой боковой поверхностью $\psi_r \delta = 1,3$ (поле *a*); 2,07 (поле *b*)

Выводы. Проведено численное исследование задачи горения 4%-ной метано-воздушной смеси в цилиндрической трубке с инертной внутренней вставкой в двухмерной осесимметричной постановке задачи. Расчеты проведены для двух случаев иницирования процесса: зажигание предварительно разогретой инертной вставкой и зажигание нагретой боковой поверхностью трубки.

Для случая зажигания инертной внутренней вставкой показана возможность иницирования и поддержания горения смеси в трубке радиусом $0,97 \leq \psi_r \delta \leq 2,62$.

Для случая зажигания нагретой боковой поверхностью показано, что минимальный радиус трубки, для которого возможно организовать и поддержать устойчивое горение 4%-ной метановоздушной смеси, должен быть $\psi_r \delta > 0,97$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания №2014/223 (код проекта 1943).

Литература

1. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980. 478 с.
2. Архипов В.А. Химико-технологические системы. Моделирование и управление: учеб. пособие / В.А. Архипов. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2007. 175 с.
3. Марута К. Особенности горения газа в узком нагретом канале / К. Марута, С.С. Минаев, Дж. К. Парк и др. // Физика горения и взрыва. 2004. Т. 40, №5. С. 21–29.
4. Фурсенко Р.В. Устойчивость пламени в системе с противоточным теплообменом / Р.В. Фурсенко, С.С. Минаев // Физика горения и взрыва. 2005. Т. 40, №2. С. 17–25.
5. Щетинков Е.С. Физика горения газов / Е.С. Щетинков. М.: Наука, 1965. 739 с.
6. Моисеева К.М. Иницирование процесса горения бедной метановоздушной смеси / К.М. Моисеева // Труды Томского государственного университета. Т. 292. Сер. физико-математическая: Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики / под ред. М.Ю. Орлова. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2013. С. 61–64.

7. Крайнов А.Ю. Режимы горения бедной метановоздушной смеси в U-образной горелке / А.Ю. Крайнов, К.М. Моисеева // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2014. №2(28). С. 69–76.

8. Буркина Р.С., Моисеева К.М. Моделирование процессов теплообмена и химического реагирования горючей смеси в проточном реакторе // Физика горения и взрыва. 2014. Т. 50, №5. С. 3–12.

9. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем / А.А. Самарский. М.: Наука, 1971. 553 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ АНОМАЛЬНО ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ С ПРЕПЯТСТВИЕМ

А.А. Марценко, М.С. Марценко

Представлены результаты моделирования движения и теплообмена вязкой неньютоновской жидкости в канале с препятствием. При определении вязкости использовалась модель Оствальда – де Вилея.

MODELING OF DYNAMICS OF POWER-LAW FLUID IN THE CHANNEL WITH OBSTACLE

A.A. Martsenko, M.S. Martsenko

The results of simulation of motion and heat transfer of a power-law fluid in a channel with an obstacle are presented. In determining the viscosity model used Ostwald de Waele.

Моделирование тепломассопереноса в неньютоновских вязких текучих средах имеет большое прикладное значение в вопросах теплоэнергетики, нефтепереработки, пищевой промышленности и т.д. В работе рассматривается движение нелинейно-вязкой жидкости со степенным законом связи тензора напряжений с тензором скоростей деформаций [1].

Рассмотрим процесс нагревания жидкости с аномальной вязкостью в канале сложной формы с препятствием. Жидкость поступает в канал шириной H с постоянной скоростью U_0 и температурой T_0 , в канале установлен вертикальный нагреватель с постоянной температурой T_w . Действие массовых сил не учитывается.

Математическую модель тепломассопереноса нелинейной жидкости, состоящую из уравнений неразрывности, движения и энергии, можно записать в безразмерном виде [2]:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u_x^2 - \frac{B}{\text{Re}} \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(u_x u_y - \frac{B}{\text{Re}} \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} \frac{\partial u_x}{\partial x} \right),$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u_x u_y - \frac{B}{\text{Re}} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(u_y^2 - \frac{B}{\text{Re}} \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial B}{\partial y} \frac{\partial u_y}{\partial y} \right),$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + u_x \frac{\partial e}{\partial x} + u_y \frac{\partial e}{\partial y} = \frac{1}{\text{Pr Re}} \left(\frac{\partial^2 e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 e}{\partial y^2} \right),$$

$$B = \left[2 \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 \right]^{m-1/2} .$$

Численное решение уравнений движения проводилось в естественных переменных методом расщепления полей скорости и давления. Решение уравнения движения, энергии и уравнения Пуассона для определения поправки к давлению осуществлялось на разнесенной разностной шахматной сетке при помощи обобщенной неявной схемы переменных направлений установлением по времени. При записи конвективной и диффузионной части уравнений переноса использовалась экспоненциальная схема. Достоверность численных исследований проверялась тестовыми расчетами на сеточную сходимость, сравнением с известными результатами течения ньютоновской жидкости при ламинарном режиме (показатель нелинейности $m=1$).

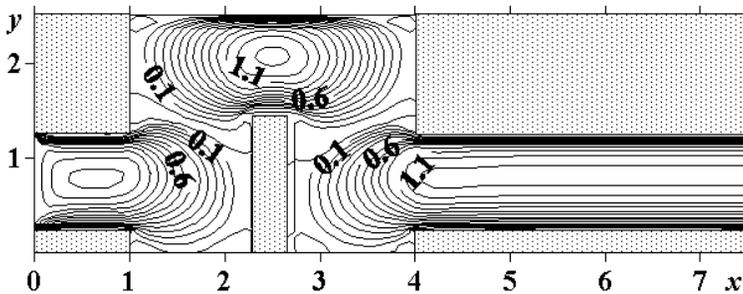


Рис. 1. Распределение продольной составляющей вектора скорости

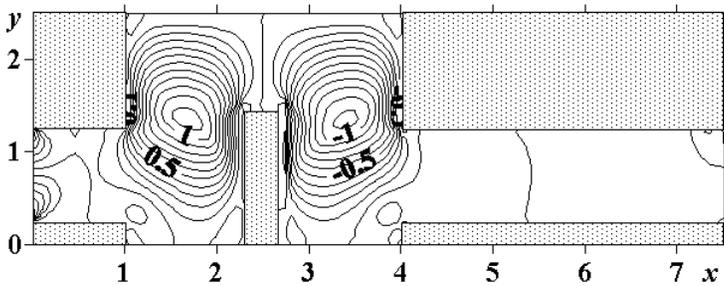


Рис. 2. Распределение поперечной составляющей вектора скорости

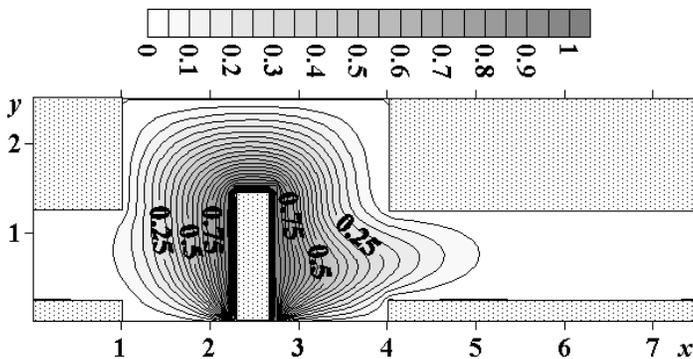


Рис. 3. Изолинии температуры

Единственное численное решение системы уравнений можно получить при следующих граничных условиях. На входе в канал безразмерная составляющая продольной скорости u_x имеет постоянное значение $u_x=1$, а для поперечной составляющей u_y используется условие $\partial u_y / \partial x = 0$. На стенках канала используются условия прилипания. Для температуры принимаются следующие граничные условия. На входе в канал и на стенках рассматриваемой области безразмерное значение температуры имеет значение $e=0$, за исключением температуры препятствия $e=1$. На выходе из канала использовалось условие установления по пространству для всех переменных. Для поправки к давлению при решении уравнения Пуассона и значения вязкости использовалось условие Неймана для всех границ области.

Результаты расчета полей скорости и температуры в канале с препятствием представлены на рис. 1–3. Результаты были получены при следующих параметрах: $Re=10$; $m=2$; $Pr=1$.

Также были получены профили скорости и температуры за препятствием при тех же параметрах задачи (рис. 4–6). Из представленных результатов видно, что при выбранных параметрах задачи за препятствием образуется зона рециркуляции потока. Продольная составляющая скорости изменяет направление напротив верхнего правого угла обтекаемого препятствия, а затем вновь приобретает положительное значение за счет наличия возвратного течения в верхней части канала.

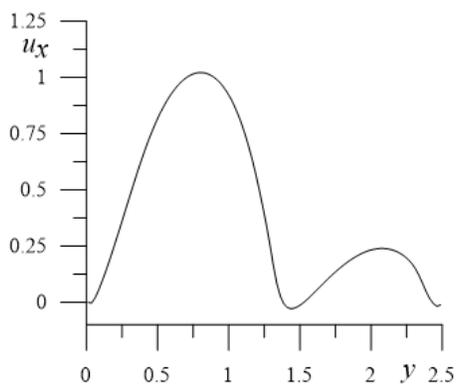


Рис. 4. Распределение продольной составляющей вектора скорости за препятствием

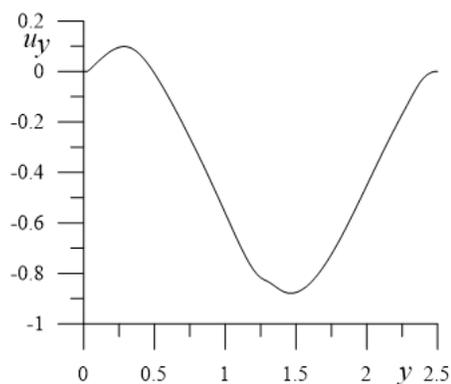


Рис. 5. Распределение поперечной составляющей вектора скорости за препятствием

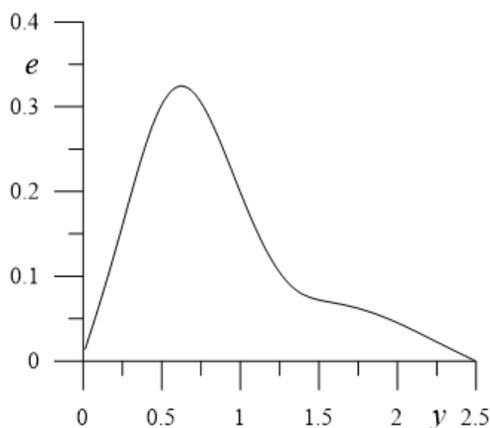


Рис. 6. Распределение температуры за препятствием

Математическая модель может быть использована для описания стационарного процесса нагревания потока нелинейно-вязкой среды в каналах с изменением поперечного сечения. Разработанная модель может быть полезна при создании инженерной методики расчета теплообменного оборудования для нагрева сред с аномальной вязкостью.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проект № 13-08-00372-а).

Литература

1. Шульман З.П. Конвективный теплоперенос реологически сложных жидкостей. М.: Энергия, 1975.
2. Шваб А.В., Марценко М.С., Рыжих Ю.Н. Моделирование гидродинамики и процесса усреднения высококонцентрированной гранулированной среды в аппаратах порошковой технологии // ИФЖ. 2011. Т. 84, № 4. С. 676–681.

ВЛИЯНИЕ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ НА ДИНАМИКУ ВСПЛЫТИЯ ОДИНОЧНОГО ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА

М.А. Пахомов, А.С. Усанина

Представлены результаты экспериментального исследования динамики всплытия одиночного пузырька воздуха при наличии поверхностно-активных веществ в широком диапазоне чисел Рейнольдса. Проведен анализ потери устойчивости изначально сферического пузырька в процессе всплытия. Проведено обобщение экспериментальных данных по коэффициенту сопротивления пузырька.

EFFECT OF SURFACTANTS ON RISING DYNAMICS OF A SINGLE GAS BUBBLE

M.A. Pakhomov, A.S. Usanina

The results of experimental study of rising dynamics of a single air bubble in the presence of surfactants in a wide range of Reynolds numbers are presented. The analysis of deformation of an initially spherical bubble during its rising has been made. The generalization of experimental data on drag coefficient of the bubble has been made.

При движении пузырька в дисперсионной среде в двухфазном потоке существенную роль играют свойства границы раздела фаз, в частности, коэффициент поверхностного натяжения. Одним из физико-химических факторов, влияющих на граничные условия, является наличие поверхностно-активных веществ (ПАВ), которые могут на порядок изменить критериальные зависимости, описывающие движение пузырька.

В настоящей работе представлены результаты экспериментального исследования процесса всплытия одиночного пузырька воздуха в присутствии ПАВ в широком диапазоне чисел Рейнольдса ($Re=3,5 \cdot 10^{-3} \div 211$). В качестве ПАВ использовались глицерин, водно-глицериновый раствор и дистиллированная вода, жидкое мыло.

Исследование проводилось на установке, состоящей из вертикально установленной прозрачной кюветы с плоскопараллельными стенками, наполненной раствором жидкости, устройства для генерации пузырьков и системы визуализации процесса всплытия одиночного пузырька [1]. Эксперименты проведены в следующем диапазоне параметров: диаметр пузырька $D=(0,82 \div 24)$ мм; скорость всплытия пузырька $u=(3,9 \cdot 10^{-3} \div 0,22)$ м/с; плотность жидкости $\rho_f=(1000 \div 1260)$ кг/м³; коэффициент динамиче-

ской вязкости жидкости $\mu_f=(10^{-3}\div 2,44)$ Па·с; число Рейнольдса $Re=(3,5\cdot 10^{-3}\div 211)$; число Бонда $Bo=(0,2\div 166)$; содержание ПАВ $z=(0,01\div 0,13)$ %; коэффициент поверхностного натяжения $\sigma=42,3\cdot 10^{-3}$ Н/м. Погрешность определения параметров экспериментов приведена в таблице.

Погрешность определения параметров экспериментов, %

$\delta\rho_l$	$\delta\mu_f$	δD	δu
0,1	0,2	3	0,1

Анализ экспериментальных данных по коэффициенту сопротивления одиночного сферического пузырька показал, что для пузырька, всплывающего в жидкости в присутствии ПАВ, коэффициент сопротивления при $Re<1$ близко совпадает с законом Стокса (сплошная линия на рис. 1, а), а при $Re>1$ – с законом Клячко для твердой сферы (сплошная линия на рис. 1, б). Однако выявленный эффект (смена режима движения пузырька) наблюдается лишь для определенного времени нахождения t пузырька в растворе. При $z<0,091$ % и $t<5$ с эффект не обнаружен, что свидетельствует о том, что частицы ПАВ не успевали осесть на поверхность пузырька. Точками на рис. 1 а, б показаны экспериментальные данные; штрихпунктирной линией на рис. 1, а показана эмпирическая кривая $C_D=15,5/Re$, а на рис. 1, б – зависимость $C_D=48/Re$.

Экспериментальное значение коэффициента сопротивления пузырька определялось по формуле

$$C_D = \frac{4}{3} g(\rho_l - \rho) \frac{D}{\rho_f u^2},$$

где g – ускорение свободного падения; ρ – плотность воздуха.

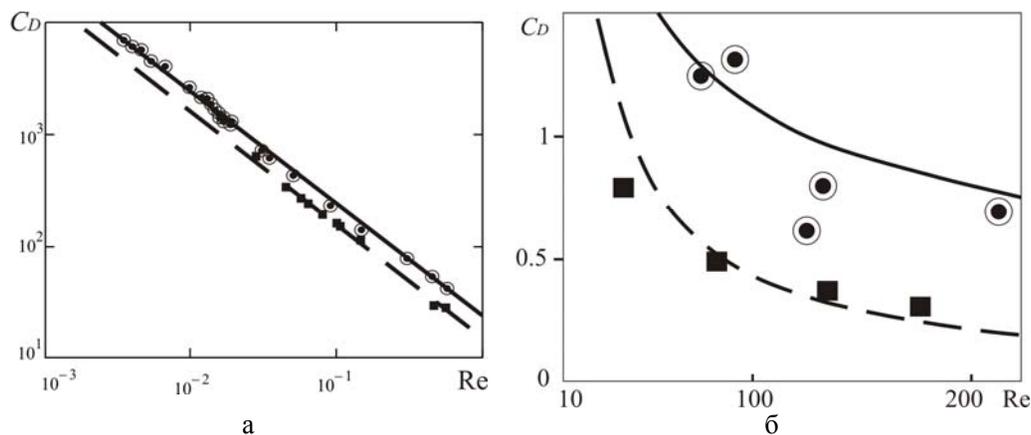


Рис. 1. Зависимость коэффициента сопротивления сферического пузырька от числа Рейнольдса: а – при $Re<1$; б – при $Re>1$;
● – с ПАВ; ■ – без ПАВ

В диапазоне чисел Рейнольдса $Re=3,5\cdot 10^{-3}\div 0,6$ получена уточненная эмпирическая зависимость для коэффициента сопротивления одиночного сферического пузырька, всплывающего в присутствии ПАВ

$$C_D = \frac{24,06}{Re}$$

Коэффициент детерминации полученной зависимости равен $R^2=0,99$. Полученная зависимость близка к закону сопротивления Стокса ($C_D=24/Re$) для твердых сферических частиц.

Проанализировано влияние ПАВ на форму пузырька, всплывающего при различных числах Рейнольдса. В классических работах по всплытию одиночного пузырька воздуха в чистой жидкости [2] показано, что его деформация проявляется в виде появления «каверны» в нижней части пузырька. Выделяют три основные конфигурации пузырьков при всплытии – эллипс, сферический сегмент с секущей плоскостью, расположенной ниже и выше диаметральной плоскости.

Эксперименты показали, что при содержании ПАВ $z < 0,091\%$ пузырек имеет форму, аналогичную форме пузырька, движущегося в чистой жидкости. При увеличении содержания ПАВ в жидкости ($z \geq 0,091\%$) и при числах Рейнольдса $Re=(0,075 \div 0,28)$ и Бонда $Bo=(16,7 \div 40)$ наблюдается отличие формы пузырька, всплывающего в жидкости с ПАВ и без ПАВ. Пузырек, всплывающий в присутствии ПАВ в указанном диапазоне чисел Re и Bo , принимает каплевидную форму с образованием «хвоста» в тыловой части пузырька; при этом формирование «хвоста» происходит постепенно по мере увеличения расстояния, пройденного пузырьком. Пузырек, всплывающий в этом же диапазоне параметров, но в отсутствие ПАВ, имеет сферическую форму.

В исследованном диапазоне критериев подобия не обнаружено влияние содержания ПАВ на величину коэффициента сопротивления и стационарной скорости всплытия одиночного пузырька.

Результаты экспериментального исследования всплытия одиночного пузырька в среде, содержащей поверхностно-активные вещества, в широком диапазоне чисел Рейнольдса позволяют сделать следующие выводы. Наличие ПАВ приводит к увеличению коэффициента сопротивления на 33% в области чисел Рейнольдса $Re < 1$ и примерно на 50÷60% в области $Re > 1$. Стационарная скорость всплытия пузырька не зависит от концентрации ПАВ в жидкости в диапазоне $z=(0,01 \div 0,13\%)$, однако обнаружено влияние концентрации ПАВ на форму пузырька. Полученный эффект смены режима движения проявляется лишь при определенном времени нахождения исходного пузырька в среде ПАВ ($t > 5$ с). Получена эмпирическая зависимость для коэффициента сопротивления при всплытии одиночного пузырька в области $Re < 1$.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 14-38-50151 мол_нр).

Литература

1. Архипов В.А., Васенин И.М., Усанина А.С. Экспериментальное исследование нестационарных режимов всплытия одиночного пузырька // Инженерно-физический журнал. 2013. Т. 86, № 5. С. 1097–1106.
2. Bhaga D., Weber M.B. Bubbles in viscous liquids: shape, wakes and velocities // Journal of Fluid Mechanics. 1981. Vol. 105. P. 61–85.
3. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987.

ДВИЖЕНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ В ВОДНОЙ СРЕДЕ

К.Г. Перфильева, В.А. Архипов

Рассматривается движение моделей в режиме суперкавитации. Показываются зависимости числа кавитации от скорости модели для различных глубин погружения и область границы суперкавитации в зависимости от глубины погружения. Проводятся расчеты движения инерционной модели в воде в режиме суперкавитации.

MOVEMENT OF AXISYMMETRIC MODELS IN THE WATER MEDIUM

K.G. Perfilieva, V.A. Arhipov

The motion of models are to be considered in the superactivation range. There is a cavitation number to demonstrate its dependence from velocity of the model for different immersion depths and the border region of supercavitation, depending on immersion depth. Motion calculations of the inertial model are carried out in water, in the supercavitation range.

При движении тел в водной среде сила сопротивления намного выше, чем при движении в воздухе, плотность которого на три порядка меньше. Значительное снижение коэффициента сопротивления можно получить при движении тел в режиме суперкавитации. При этом сопротивление среды снижается с помощью специального головного кавитатора, образующего полость, в которой находится модель.

Классическое уравнение движения тела постоянной массы m_0 в жидкой или газообразной среде имеет вид

$$m_0 \frac{du}{dt} = -C_x S_M \frac{\rho u^2}{2}, \quad (1)$$

где u – скорость движения тела; t – время; C_x – безразмерный коэффициент сопротивления; S_M – площадь миделева сечения тела; ρ – плотность жидкости.

Основным критерием подобия суперкавитационного движения является число кавитации

$$\sigma = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot u^2}, \quad (2)$$

где $\Delta p = p(H) - p_k$; $p(H)$ – гидростатическое давление, которое зависит от глубины погружения; p_k – давление насыщенных паров воды при пузырьковой кавитации (рис. 1, 2).

Проведенные оценки показывают, что при значениях числа кавитации $\sigma_{кр} < 0,06$ суперкавитирующий аппарат испытывает меньшее сопротивление, чем тот же аппарат при сплошном обтекании. При уменьшении числа кавитации σ эффект суперкавитационного обтекания быстро возрастает. Движение свободной суперкавитирующей модели существенно отличается от движения любого обычного тела при сплошном обтекании. Это различие определяется тем, что большая часть суперкавитирующей модели не взаимодействует с набегающим потоком и гидравлические силы возникают только на переднем торце модели (на кавитаторе).

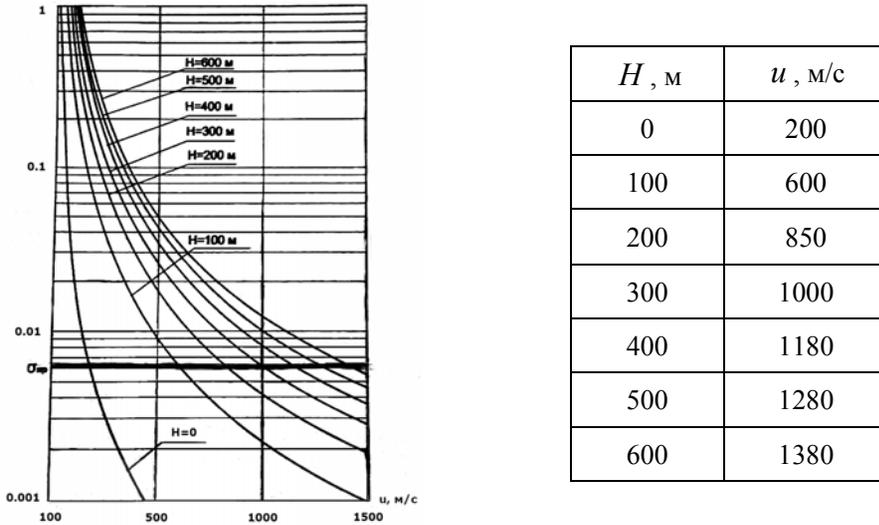


Рис. 1. Зависимость числа кавитации от глубины погружения

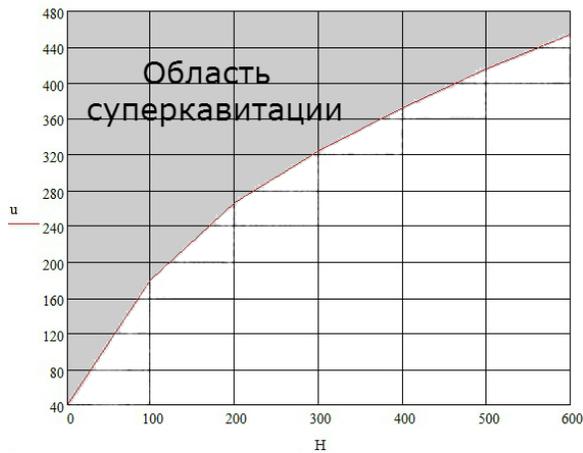


Рис. 2. Области границы суперкавитации в зависимости от глубины погружения

Сопротивление движению суперкавитирующей модели, полностью охватываемой газовой каверной, определяется сопротивлением кавитатора и рассчитывается по формуле

$$R_x = C_x S_k \frac{\rho u^2}{2}. \tag{3}$$

Рассмотрим движение инертной модели в жидкости в режиме суперкавитации.

В режиме суперкавитирующего движения уравнение движения модели можно представить в виде

$$m \frac{du}{dt} = -C_x S_k \frac{\rho u^2}{2}. \tag{4}$$

В качестве начальных условий задается начальная скорость u_0 .

Уравнение (4) можно представить в виде

$$\frac{du}{dt} = -ku^2, \quad (5)$$

где $k = \frac{\rho C_x S_k}{2m}$.

Алгебраическая формула для расчета скорости движения модели от времени t (рис. 3)

$$u(t) = \frac{u_0}{1 + kt \cdot u_0}. \quad (6)$$

В качестве параметров задачи задается масса, площадь поперечного сечения кавитатора $S_k = \pi r^2$ и плотность жидкости.

Коэффициент сопротивления для кавитатора в форме диска определяется формулой

$$C_x = 0,82(1 + \sigma),$$

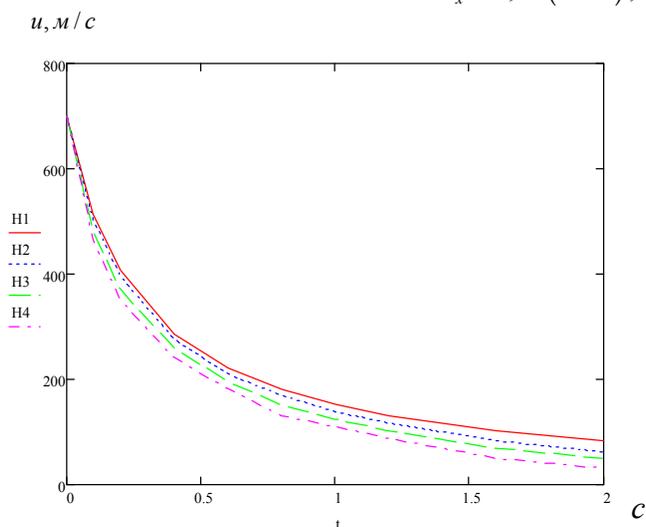


Рис. 3. Зависимость скорости движения модели от времени t

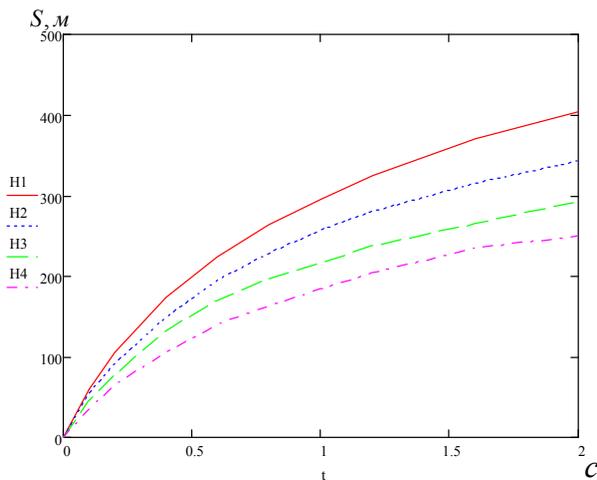
Расстояние, пройденное моделью, определяется следующим уравнением:

$$S = u \cdot t. \quad (7)$$

Алгебраическая формула для расчета расстояния, пройденного моделью за время t ,

$$S(t) = \frac{\ln(1 + kt \cdot u_0)}{k}. \quad (8)$$

Зависимость расстояния пройденного моделью за время t приведена на рис. 4.

Рис. 4. Расстояние, пройденное моделью за время t

Вывод. Движение модели в режиме суперкавитации имеет большое преимущество. За счет снижения коэффициента сопротивления, можно создать подводные аппараты, движущиеся со скоростями порядка (100–1500) м/с.

Литература

1. Савченко Ю.Н., Семенко В.Н., Путилин С.И. Нестационарные процессы при суперкавитационном движении тел // Прикладная гидромеханика. 1999. Т. 1 (73), № 1. С. 79–97.
2. Власенко Ю.Д. Экспериментальные исследования суперкавитационных режимов обтекания самоходных моделей // Прикладная гидромеханика. 2000. Т. 2 (74), № 3. С. 26–39.
3. Савченко Ю.Н., Савченко Г.Ю. Оценка эффективности использования суперкавитации на осесимметричных корпусах // Прикладная гидромеханика. 2004. Т. 6 (78), № 4. С. 78–83.
4. Савченко Ю.Н. Исследования суперкавитационных течений // Прикладная гидромеханика. 2007. Т. 9, № 2–3. С. 150–158.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА АНСАМБЛЕЙ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРОВОДНИКОВ АКСИАЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Н.В. Селюнина, С.В. Синяев

Приводятся моделирующие уравнения, методика и результаты численных расчетов быстрого индукционного нагрева ансамблей полых тонкостенных цилиндрических проводников в переменном магнитном поле соленоида. Оценивается влияние различных параметров моделируемого устройства на динамику и эффективность процесса нагрева проводников в соленоиде.

MATHEMATICAL MODELING OF INDUCTIVE HEATING ENSEMBLES OF LIGHT-WALL CYLINDRICAL CONDUCTORS BY AXIAL MAGNETIC FIELD

N.V. Selyunina, S.V. Sinyaev

The modeling equations, technique of numerical calculation and simulation data of the quick induction heating of hollow light-wall cylindrical conductors in a variable magnetic field of the solenoid are given. Influence of the different simulated device characteristics on the dynamics and energy efficiency of the heating are determined for the conductors within solenoid.

Введение. В работе моделируется процесс быстрого индукционного нагрева большого количества проводников в перспективных устройствах многоочагового

зажигания различных реакционноспособных составов. Индукционный нагрев вихревыми токами снимает проблему обеспечения надежных электрических контактов проводников с источником электрической энергии, при этом снимается ограничение на количество проводников в объеме инициируемого вещества, например метательного заряда топлива.

Постановка задачи. Общая и электрическая схемы моделируемого устройства показаны на рис. 1. Работа устройства основана на законе электромагнитной индукции Фарадея. Переменное магнитное поле генерируется электрическим разрядом конденсаторной батареи через катушку-соленоид, а нагреваемые проводники находятся внутри катушки и ориентированы вдоль магнитных линий соленоида (см. рис. 1, а). Электрическая схема устройства включает электрические цепи соленоида и ансамбля из N проводников, индуктивно связанных между собой и с соленоидом (см. рис. 1, б). Задача формулируется в электротехническом (нуль-мерном) приближении при следующих предположениях: диффузия магнитного поля в проводники слабо влияет на их нагрев; токи в соленоиде и проводниках однородны; значения теплоёмкостей c и температурных коэффициентов β материалов постоянны при температурах от комнатной до плавления; теплоотдача в окружающую среду в процессе нагрева проводников пренебрежимо мала.

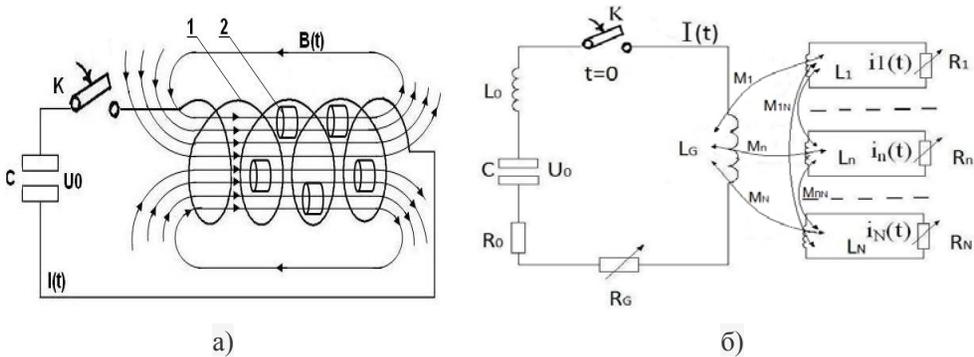


Рис. 1. Общая (а) и электрическая (б) схемы устройства индукционного нагрева проводников.

C, U_0 – емкость и начальное электрическое напряжение конденсаторной батареи; K – ключ;
 L, R – индуктивность и сопротивление цепи соленоида; L_n, R_n – индуктивность и сопротивление n -го проводника; M_n – его взаимная индуктивность с соленоидом; M_{mn} – взаимная индуктивность m -го и n -го проводников в ансамбле

В отличие от [1] учитываются все индуктивные связи проводников между собой и соленоидом с помощью точных аналитических соотношений [2]. В результате процесс нагрева описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases}
 I'(t) = [(U(t) - R(t) \cdot I(t)) \cdot b_3 + R_2(t) \cdot i_2(t) \cdot b_5 + R_1(t) \cdot i_1(t) \cdot b_4] \Delta^{-1}; \\
 i_1'(t) = [(U(t) - R(t) \cdot I(t)) \cdot b_6 + R_2(t) \cdot i_2(t) \cdot b_8 + R_1(t) \cdot i_1(t) \cdot b_7] \Delta^{-1}; \\
 i_2'(t) = [(U(t) - R(t) \cdot I(t)) \cdot b_9 + R_2(t) \cdot i_2(t) \cdot b_{11} + R_1(t) \cdot i_1(t) \cdot b_{10}] \Delta^{-1}; \\
 U'(t) = -I(t) \cdot C^{-1}; \quad R'(t) = b_0 \cdot (R(t) - R_0) \cdot I^2(t); \\
 R_1'(t) = b_1 \cdot R_1(t) \cdot i_1^2(t); \quad R_2'(t) = b_1 \cdot R_2(t) \cdot i_2^2(t); \\
 T'(t) = b \cdot (R(t) - R_0) \cdot I^2(t); \quad T_1'(t) = b_2 \cdot R_1(t) \cdot i_1^2(t); \quad T_2'(t) = b_2 \cdot R_2(t) \cdot i_2^2(t)
 \end{cases} \quad (1)$$

с начальными условиями:

$$I(0) = i_1(0) = i_2(0) = 0; U(0) = U_0; R(0) = \delta_0; R_1(0) = R_2(0) = \delta_1;$$

$$T(0) = T_1(0) = T_2(0) = T_0.$$

В (1) использованы обозначения: t – время; I, i_1, i_2 – токи в цепи соленоида, центральном и периферийных проводниках ансамбля (рис. 2, а) соответственно;

$$L = L_0 + L_c; \quad L_3 = L_1 + 2M_{12} + 2M_{13} + M_{14}; \quad \delta_0 = R_0 + \pi \cdot D \cdot W \cdot \eta \cdot (a \cdot h)^{-1};$$

$$b = (\pi \cdot D \cdot W \cdot \rho \cdot c \cdot a \cdot h)^{-1};$$

$$b_0 = \eta \cdot \beta \cdot (\rho \cdot c)^{-1} \cdot (a \cdot h)^{-2};$$

$$b_2 = \left[\pi \cdot \rho_1 \cdot c_1 \cdot a_1 \cdot \left[(r_1)^2 - (r_0)^2 \right] \right]^{-1};$$

$$\Delta = L_3 \cdot [L \cdot L_1 - k \cdot (M_1)^2] + 6M_2 \cdot M_{12} (k \cdot M_1 - L) + 6 \cdot k \cdot (M_2)^2 \cdot (M_1 - L_1);$$

$$b_1 = \eta_1 \cdot \beta_1 \cdot (\rho_1 \cdot c_1)^{-1} \cdot (r_1 - r_0)^{-2} \cdot (a_1)^{-2}; \quad b_3 = L_1 \cdot L_3 - 6M_{12}^2;$$

$$b_4 = k \cdot (M_1 \cdot L_3 - 6M_2 \cdot M_{12}^2);$$

$$b_5 = 6k \cdot (M_2 \cdot L_1 - M_1 \cdot M_{12}); \quad b_6 = 6M_2 M_{12} - M_1 \cdot L_3;$$

$$b_7 = 6k \cdot M_2^2 - L \cdot L_3; \quad b_9 = M_1 M_{12} - M_2 \cdot L_1;$$

$$b_8 = 6 \cdot (M_{12} \cdot L - k \cdot M_1 \cdot M_2); \quad b_{10} = L \cdot M_{12} - k \cdot M_2 \cdot M_1;$$

$b_{11} = k \cdot M_1^2 - L_1 \cdot L$; k – число ансамблей проводников в поперечных сечениях соленоида (см. рис. 2, а); a_1, r_0, r_1 – ширина, внутренний и внешний радиусы проводников; ρ_1, η_1 – их плотность и удельное сопротивление при $T=T_0$; β_1 – температурный коэффициент материала проводника; c_1 – его удельная теплоемкость; T_0 – начальная температура проводника и соленоида; W, η, β, c – число витков в соленоиде и соответствующие параметры материала соленоида; a, h – ширина и высота поперечного сечения витков соленоида.

Пример расчета. Соленоид: $W = 10, s = a \times h = 6 \times 2 \text{ мм}^2, s$ – поперечное сечение шины, которой намотан соленоид, $D = 45 \text{ мм}$, материал – Cu, $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$; внешняя электрическая цепь: $C = 0,35 \text{ мФ}$, $U_0 = 5 \text{ кВ}$, $R_0 = 1 \text{ мОм}$, $L_0 = 1 \text{ мкГн}$; проводники: $a_1 = 5 \text{ мм}$, $r_0 = 5 \text{ мм}$, $r_1 = 5,2 \text{ мм}$, материал – Al, $N = 7, k = 1$; 5 (под ансамблем подразумевается совокупность проводников в фиксированном поперечном сечении x

устройства, индуктивно связанных между собой), расстояние между центрами соседних проводников в ансамбле – 15 мм. На рис. 2 приведены компоновка проводников в ансамбле (а) и токи (б) в соленоиде и проводниках, расположенных в среднем сечении соленоида ($x = 30$ мм).

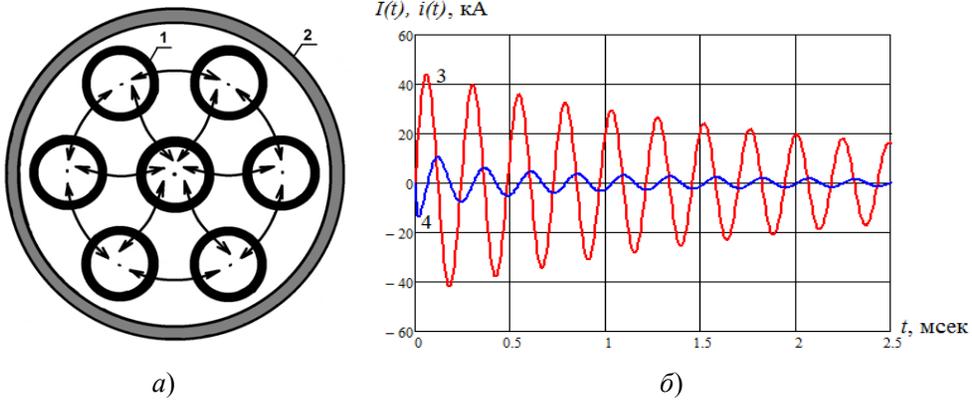


Рис. 2. Компоновка ансамбля проводников внутри соленоида (а); 1 – проводники; 2 – катушка-соленоид; – взаимная индуктивная связь проводников; б – токи в соленоиде 3 и в проводниках 4 в различные моменты времени t

В соленоиде и проводниках реализуются колебательные затухающие разряды, причем ток в соленоиде практически на порядок больше индукционных токов. На рис. 3, а показаны графики изменения квадратов индукционных токов в центральном и периферийных проводниках на начальной стадии разряда $0 \leq t \leq 0,5$ мс. Относительное уменьшение $i_2^2(t)$ уменьшает нагрев периферийных проводников (рис. 3, б). На рис. 4 представлены результаты расчетов нагрева одного и пяти ансамблей проводников при одинаковых параметрах цепи соленоида. При $k=5$ температуры проводников и соленоида снижаются.

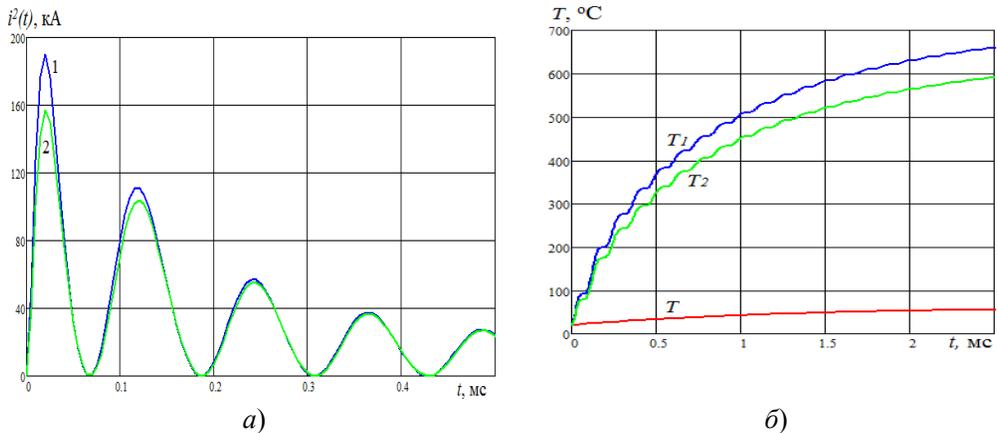


Рис. 3. Квадраты токов в центральном проводнике 1 и периферийных проводниках 2 на начальной стадии индукционного нагрева (а); б – температуры соленоида T , центрального T_1 и периферийных проводников T_2 в ансамбле ($x = 30$ мм, $U_0 = 5$ кВ)

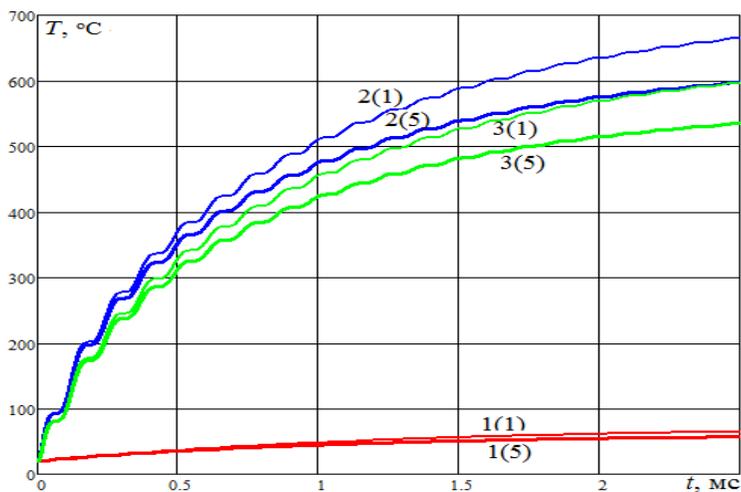


Рис. 4. Нагрев проводников в составе одного (1) и пяти (5) ансамблей проводников; 1, 2, 3 – температуры соленоида, центрального и периферийных проводников

Коэффициент полезного действия (КПД) процесса равен отношению тепловой энергии нагрева проводников W_R к электрической энергии, запасенной на конденсаторной батарее $W_c = 0,5 \cdot C \cdot U_0^2$. $KПД(k=1) = 8,2 \%$, а $KПД(k=5) = 36,8 \%$. Таким образом, увеличение количества ансамблей проводников повышает КПД процесса.

Литература

1. Сняев С.В., Володченко С.И., Толтаева И.С. Математическое моделирование индукционного нагрева полых цилиндрических проводников в магнитном поле соленоида // Изв. вузов. Физика. 2013. Т. 56, № 9/3. С. 200–203.
2. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей: Справочная книга. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-е, 1986. 488 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГИС ДЛЯ ПРОГНОЗА ТОРФЯНЫХ ПОЖАРОВ

А.И. Фильков, Д.А. Гладкий

Создан программный комплекс для визуализации результатов прогноза возникновения пожаров на торфяниках в геоинформационной системе на примере Бакcharского района Томской области. Предложены состав и структура геоинформационного обеспечения программного комплекса прогноза торфяной пожарной опасности.

USING GIS TO PREDICT PEAT FIRES

A.I. Filkov, D.A. Gladky

A software package to visualize the results for the prediction of peat fires in the geoinformation system in the Bakchar district of the Tomsk region was developed. The content and structure of geoinformation software package were proposed for the prediction of peat fire hazard.

Повышенная пожарная опасность торфа обусловлена его пористой структурой, малой плотностью и наличием в составе до 40 % кислорода, что позволяет развиваться процессам горения в скоплениях и залежах скрыто, практически без дос-

тупа воздуха. Торфяные пожары создают опасность провала в прогоревший грунт людей и техники [1]. Торф медленно прогорает на всю глубину залегания, которая может достигать 6–8 м и более. Другим негативным последствием является смог.

С развитием геоинформационных технологий появилась возможность реализовывать интегрированные системы прогноза природных пожаров, работающие непосредственно с использованием картографических материалов, представленных в электронном виде [2–6]. В такие карты может быть заложена информация о топографических особенностях местности и распределении растительных горючих материалов. Полученный при этом результат представляется возможным отобразить с помощью графических средств, что, безусловно, способствует более эффективной работе людей, управляющих поведением пожара.

Для разработки системы прогноза торфяных пожаров в Бакчарском районе Томской области была использована детерминированно-вероятностная методика прогноза пожаров на торфяниках [7], которая учитывает все известные причины, вызывающие возникновение торфяных пожаров, а также метеорологическую информацию и характеристики напочвенного покрова. В рамках данной методики предложена однотемпературная многофазная математическая модель низкотемпературной сушки слоя торфа [8]. Авторами показано, что предложенная математическая модель может быть использована для прогнозирования поведения влагосодержания и температуры в слое торфа для последующего прогноза пожарной опасности на торфяниках. Анализ ретроспективной проверки показал, что новая методика прогноза торфяной пожарной опасности более точно указывает на день возникновения пожара, чем используемый на практике ГОСТ.

На основе предложенных моделей создан программный комплекс для визуализации результатов прогноза возникновения торфяных пожаров в геоинформационной системе на примере Бакчарского района Томской области. Разработаны состав и структура геоинформационного обеспечения программного комплекса прогноза торфяной пожарной опасности.

Комплекс выполнен на базе геоинформационной системы ArcView GIS и предусматривает визуализацию прогноза возникновения торфяных пожаров. С помощью внутреннего языка программирования ArcView GIS – Avenue были написаны модули (инструменты), которые связывают результаты прогноза возникновения пожара с цифровой картой. Для этого в графическом интерфейсе пользователя ArcView создан инструмент, который при нажатии на него производит выполнение определенных действий.

В качестве топографической основы использовались карта торфяников Бакчарского района и карта населенных пунктов Томской области (рис. 1) [9].

При выборе темы торфяников Бакчарского района становится активной панель инструментов для работы с данной темой (рис. 2).

Характеристики территорий и пород растительных горючих материалов представлены в виде атрибутивных таблиц данных, соответствующих темам. Необходимые для работы данные обрабатываются посредством запросов из соответствующих таблиц.

После выбора нужного инструмента активируется панель ввода данных. Пользователю необходимо ввести значения температуры воздуха, атмосферного давления, атмосферной влажности, облачности и время прогноза.

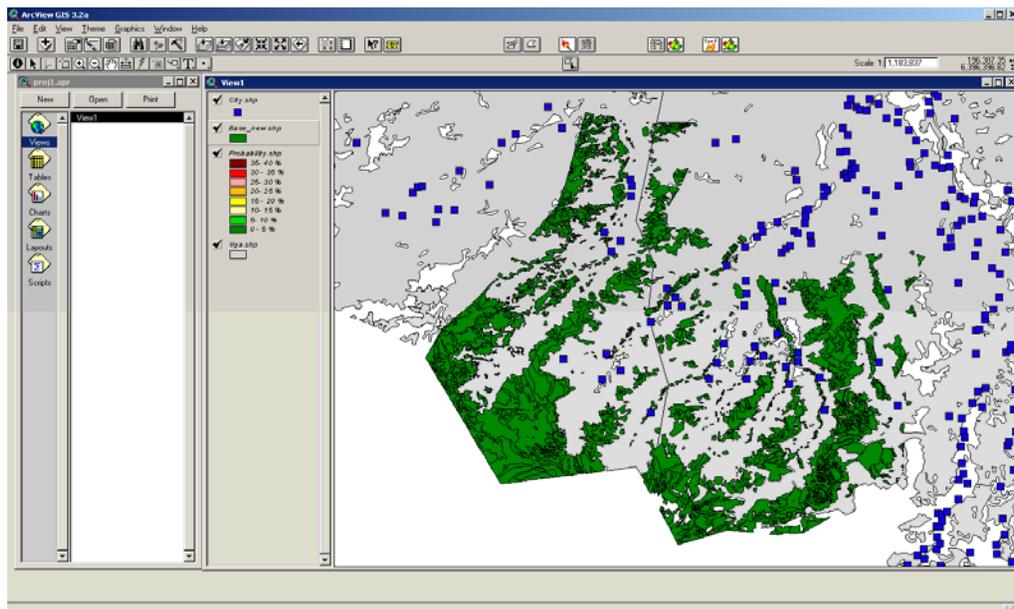


Рис. 1. Карта торфяников Бакчарского района Томской области с делением по породам торфа



Рис. 2. Панель управления разработанными средствами прогноза торфяной пожарной опасности

После ввода метеоданных автоматически запускается вычислительный модуль, определяющий текущее влагосодержание слоя торфа для каждого типа торфа. При этом вызывается ряд подпрограмм, вычисляющих зависимые от метеоданных характеристики среды, такие как температура точки росы, значения зенитного угла, склонения, значения суммарного солнечного излучения с учетом облачности на заданном временном интервале. Визуализация результатов моделирования вызывается автоматически после завершения работы вычислительного модуля. При этом тема, содержащая карту торфяников, автоматически становится активной. Полученные в результате моделирования данные вносятся в атрибутивную таблицу данных активной темы.

При отображении результата пользователю предлагается выбрать интересующий его критерий оценки пожарной опасности либо построить цветовую схему непосредственно по значениям текущего влагосодержания. Каждый участок выделяется цветом, соответствующим диапазону значений выбранного критерия (рис. 3).

По умолчанию цветовая схема формируется по значениям влагосодержания слоя торфа. При необходимости пользователь может выбрать другие данные для формирования цветовой схемы, используя один из разработанных инструментов или вернуть средство представления по умолчанию. На основании полученных расчетов оператор имеет возможность принять необходимые решения при возникновении чрезвычайной ситуации.

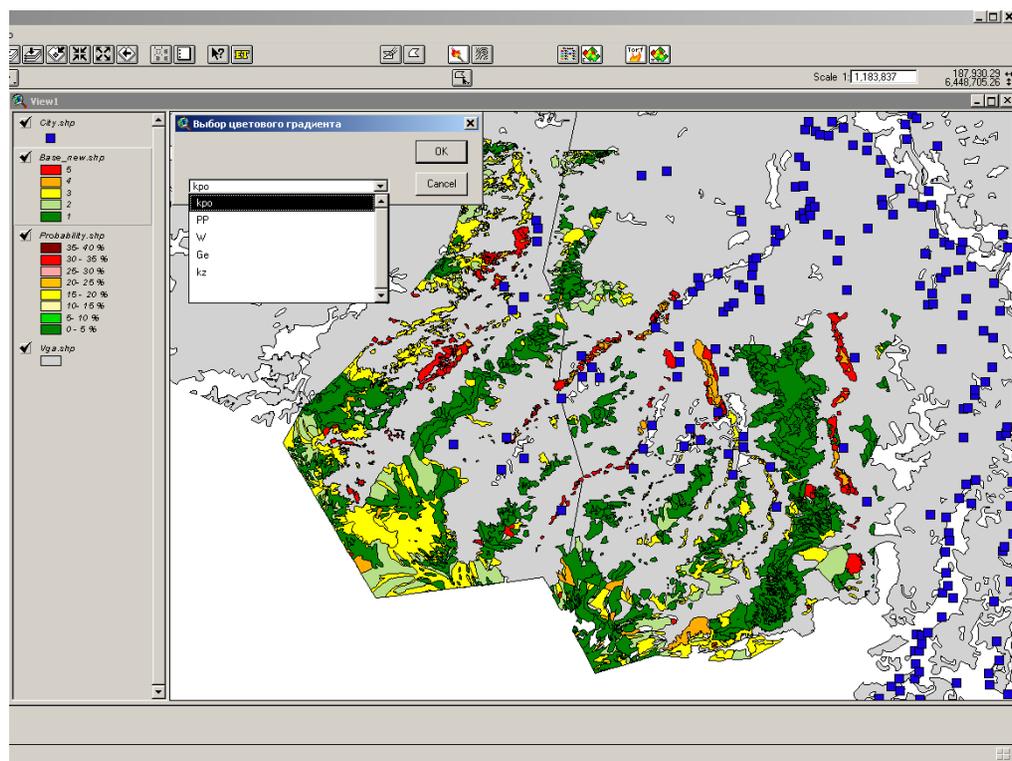


Рис. 3. Результат прогноза торфяной пожарной опасности

Разработанный программный комплекс позволяет определять вероятность возникновения торфяных пожаров на охраняемой территории в прогнозируемый период с учетом состояния почвенного покрова, природной и антропогенной нагрузки; представлять результаты прогноза возникновения пожара на электронной карте, что дает наглядное представление о пожароопасной ситуации на данной территории; оценить уровень объема работ по ликвидации пожаров и заранее подготовить силы и средства для их тушения на всей территории, для которой дается прогноз.

Работа выполнена при поддержке стипендии Президента РФ № СП-3968.2013.1 и гранта РФФИ №12-01-00142-а.

Литература

1. Grishin A.M., Yakimov A.S., Rein G., Simeoni A. On physical and mathematical modeling of the initiation and propagation of peat fires // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2009. № 82(6). P. 1235–1243.
2. Перминов В.А. Математическое моделирование возникновения и распространения верховых лесных пожаров в осредненной постановке // Журнал технической физики. 2015. Т. 85, № 2. С. 24–30.
3. Фильков А.И., Гладкий Д.А. Разработка программного комплекса для визуализации результатов прогноза возникновения и распространения лесных пожаров в геоинформационной системе // Вычислительные технологии. 2011. Т. 16, № 5. С. 89–99.
4. Coleman J., Sullivan A. SiroFire: the CSIRO Bushfire Spread Simulator // Proceedings Inst. Forest Aust.: 16th Biennial Conf. (Canberra, 1995). 1995. P. 309–19.

5. Finney M.A. Modeling the spread and behaviour of prescribed natural fires // Proceedings of the 12th Conference on Fire and Forest Meteorology (Jekyll Island, Georgia). Society of American Foresters. 1993. P. 138–143.
6. Lymberopoulos N., Papadopoulos C., Stefanakis E. et al. A GIS-based forest fire management information system // EARSeL J. 1996. № 4(4). P. 68–75.
7. Фильков А.И. О создании системы торфяной пожарной опасности // Пожары и чрезвычайные ситуации: предотвращение, ликвидация. 2013. № 1. С. 18–24.
8. Фильков А.И., Гладкий Д.А. Математическое моделирование низкотемпературной сушки слоя торфа // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2012. № 3(19). С. 93–106.
9. Синюткина А.А. Классификация болотных геосистем Томской области // Вестник Томского государственного университета. 2012. № 357. С. 192–195.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕЗГАЗОВОГО ГОРЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛИ СФЕРИЧЕСКИХ РЕАКЦИОННЫХ ЯЧЕЕК

Д.С. Шульц, А.Ю. Крайнов

Приводятся результаты численного моделирования нестационарного распространения волны СВС с использованием модели сферических реакционных ячеек и модели плоских реакционных ячеек.

NUMERICAL MODELING OF GASLESS COMBUSTION USING SPHERICAL REACTION CELLS MODEL

D.S. Shults, A.Yu. Krainov

Results of numerical modeling of unsteady wave propagation models using SHS reaction cells and spherical model of planar reaction cells.

При распространении пламени в безгазовых конденсированных системах важную роль играет гетерогенная структура реакционной смеси. В работах [1–4] для описания гетерогенной структуры СВС составов была предложена модель реакционной ячейки. Под реакционной ячейкой понимается усредненный элемент гетерогенной структуры смеси порошков, способных к самораспространяющемуся высокотемпературному синтезу (СВС).

В настоящей работе рассматривается распространение волны СВС по образцу, сформированному из смеси порошков двух веществ А и В, способных к реагированию друг с другом с образованием вещества АВ. Предполагается, что частицы вещества А более крупные и окружены мелкими частицами вещества В, занимающими все пространство между частицами вещества А (рис. 1).

В рамках подхода [2] выделим характерную реакционную ячейку в форме шарика, состоящего из вещества А, окруженного веществом В (рис. 2). Вещества находятся в стехиометрическом соотношении. На границе контакта веществ А и В будет образовываться продукт реакции АВ. При распространении реакционной волны по образцу заданной длины по мере прогрева реакционных ячеек в них активируется диффузия, происходит реакция и нарастание слоя продуктов реакции. Для моделирования распространения плоской реакционной волны СВС в однородной смеси порошков расположим реакционные ячейки непрерывным образом по длине образца. В силу малости реакционных ячеек пространственное распределение температуры в реакционной ячейке отсутствует [2, 6].

В данной работе приводятся результаты численного моделирования нестационарного распространения волны СВС по образцу и их сравнение с результатами [5], где представлены результаты моделирования в предположении, что реакционные ячейки имеют плоскопараллельную форму.

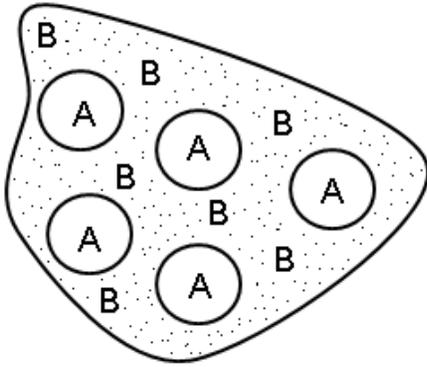


Рис. 1. Расположение ячеек в образце

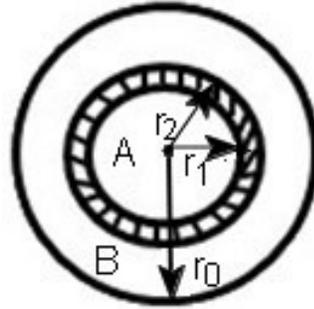


Рис. 2. Сферическая реакционная ячейка

Математическая модель представляет собой уравнение теплопроводности вдоль образца с источниками тепловыделения от химической реакции:

$$c_m \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + Q. \quad (1)$$

Начальные и граничные условия:

$$T(x, 0) = T_0, \quad T(0, t) = T_a, \quad \frac{\partial T(\infty, t)}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

В уравнении (1) приняты следующие обозначения: t – время, x – координата, T – температура, c_m – удельная теплоёмкость смеси порошков, ρ – плотность, λ – коэффициент теплопроводности, Q – скорость тепловыделения.

Скорость тепловыделения Q определяется скоростью образования продукта АВ в реакции веществ А+В в единице объёма порошковой смеси. Скорость перемещения границ r_1 и r_2 шарового слоя, образующегося в реакции вещества АВ, умноженная на тепловой эффект q образования вещества АВ, и количество реакционных ячеек в единице объёма определяют скорость тепловыделения Q в виде

$$Q = n \cdot q \cdot \frac{dV}{dt}, \quad n = \frac{1}{V_0}, \quad V_0 = \frac{4}{3} \pi r_0^3, \quad V = \frac{4}{3} \pi (r_2^3 - r_1^3),$$

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi \left(r_2^2 \frac{dr_2}{dt} - r_1^2 \frac{dr_1}{dt} \right), \quad (3)$$

где n – количество реакционных ячеек в единице объёма, V_0 – объём реакционных ячеек, r_1 и r_2 – внутренний и внешний радиусы продукта АВ, образующегося в реакционных ячейках в виде шарового слоя (см. рис. 2).

Скорости реакции определяются диффузионным переносом веществ А и В через слой продукта АВ. Через слой АВ происходит диффузия вещества А к границе r_2 и вещества В к границе r_1 соответственно. Достигнув границы, вещества вступают в реакцию, образуя продукт АВ, что приводит к нарастанию толщины слоя продукта АВ. Каждая реакционная ячейка имеет свою температуру, изменяющуюся во времени согласно уравнению (1). Поэтому при записи уравнения диффузии учтем зависимость коэффициента диффузии от температуры. При стехиометрическом соотношении количества веществ А (c_A) и В (c_B) будет выполнено: $c_B = (1 - c_A) = (1 - c)$. Обозначив $c_A = c$, запишем уравнение диффузии в сферической системе координат в виде

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_0 e^{-E_d/RT} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial c}{\partial r} \right). \quad (4)$$

Начальные и граничные условия:

$$c(r_1(t), t) = c_1, \quad c(r_2(t), t) = c_2, \quad c(r, 0) = c_2, \quad r_1 \leq r \leq r_2, \quad (5)$$

где t – время, c – концентрация, r – координата по толщине слоя продукта АВ, D_0 – предэкспоненциальный множитель в зависимости коэффициента диффузии от температуры, E_d – энергия активации диффузии, R – универсальная газовая постоянная, $r_1(t)$, $r_2(t)$ – координаты границы, разделяющей вещество А и В от продукта АВ, c_1 и c_2 – концентрации вещества на границах $r_1(t)$ и $r_2(t)$.

Движение границ $r_1(t)$ и $r_2(t)$ во времени определяется притоком вещества А на границу r_2 и притоком вещества В на границу r_1 за счёт диффузии через слой АВ. Этот процесс описывается равенствами:

$$D_0 e^{-E_d/RT} \frac{\partial c}{\partial r} \Big|_{r_1(t)} = c_2 \frac{dr_1}{dt}, \quad -D_0 e^{-E_d/RT} \frac{\partial c}{\partial r} \Big|_{r_2(t)} = c_2 \frac{dr_2}{dt}. \quad (6)$$

Обозначим: $\frac{dr_1}{dt} = U_1$ и $\frac{dr_2}{dt} = U_2$, тогда выражение (3) примет вид

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi (r_2^2 U_2 - r_1^2 U_1).$$

Систему уравнений (1)–(6) запишем в безразмерной форме. Выберем в качестве масштаба времени величину $t_* = c\rho RT_a^2 / (Q E_d D_0 e^{-E_d/RT_a})$, масштаб координаты на макроуровне: $x_* = \sqrt{t_* \lambda / c\rho}$, масштаб температуры: RT_a^2 / E , масштаб

координаты для реакционной ячейки: $r_* = r_0$. Введем безразмерные переменные:

$$\xi = x/x_*, \quad \tau = t/t_*, \quad \theta = \frac{E_d}{RT_a^2}(T - T_a), \quad \eta = r/r_*, \quad \bar{V} = V/V_0.$$

С учетом выбранных масштабов задача (1)–(6) в безразмерной форме принимает вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial \tau} \frac{1}{\gamma}, \quad (7)$$

$$\theta(\xi, 0) = -\frac{1}{\gamma}, \quad \theta(0, \tau) = 0, \quad \frac{\partial \theta(\infty, \tau)}{\partial \xi} = 0,$$

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = \gamma \cdot e^{\frac{\theta}{1+\beta\theta}} \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta^2 \frac{\partial c}{\partial \eta} \right), \quad (8)$$

$$c(\eta_1(\tau), \tau) = c_1, \quad c(\eta_2(\tau), \tau) = c_2, \quad c(\eta, 0) = c_2, \quad \eta_1(0) \leq \eta \leq \eta_2(0).$$

В уравнении (7)

$$\frac{d\bar{V}}{d\tau} = \eta_2^2 \frac{d\eta}{d\tau} - \eta_1^2 \frac{d\eta}{d\tau} = \eta_2^2 |\bar{U}_2| + \eta_1^2 |\bar{U}_1|.$$

Значения \bar{U}_1 и \bar{U}_2 определяются из соотношений (6), записанных в безразмерной форме:

$$\gamma e^{\frac{\theta}{1+\beta\theta}} \frac{\partial c}{\partial \eta} \Big|_{\eta_1(\tau)} = c_1 \bar{U}_1, \quad -\gamma e^{\frac{\theta}{1+\beta\theta}} \frac{\partial c}{\partial \eta} \Big|_{\eta_2(\tau)} = c_1 \bar{U}_2. \quad (9)$$

В задаче (7)–(9) введены безразмерные параметры γ , β , определяемые следующим образом: $\gamma = \frac{c_m \rho}{Q} \frac{RT_a^2}{E_d}$, $\beta = \frac{RT_a}{E_d}$.

Система уравнений (7)–(9) решалась численно. Уравнения (8), записанные в каждой точке вдоль координаты ξ , решались методом прогонки по неявной разностной схеме. Уравнение (7) решалось по явной разностной схеме.

Расчеты проводились в следующем диапазоне изменения параметров задачи: $0,10 \leq \gamma \leq 0,20$, $0,505 \leq c_1 \leq 0,55$, $\beta = 0,05$. Результаты расчетов приведены на рис. 3–5.

Из рис. 3 видно, что скорости фронта горения U_f для реакционных ячеек в виде шариков и в виде плоского слоя отличаются почти в $\sim 1,7$ раза (скорость фронта

горения при использовании модели сферических ячеек больше). При разных значениях параметра c_1 такое отличие скоростей U_f сохраняется.

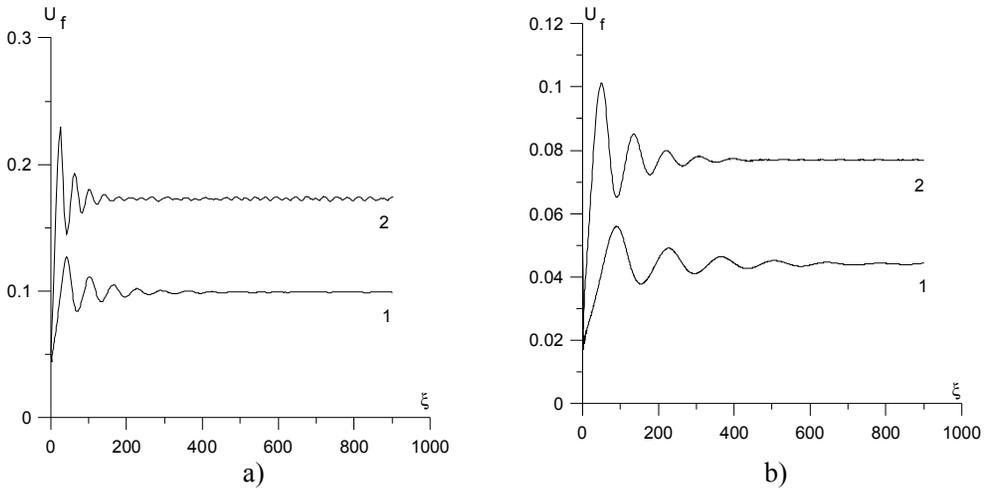


Рис. 3. Зависимости скорости горения U_f от координаты ξ при $\gamma = 0,125$: 1 – реакционные ячейки плоские; 2 – реакционные ячейки в форме шариков. $c_1 = 0,525$ (a); $c_1 = 0,505$ (b)

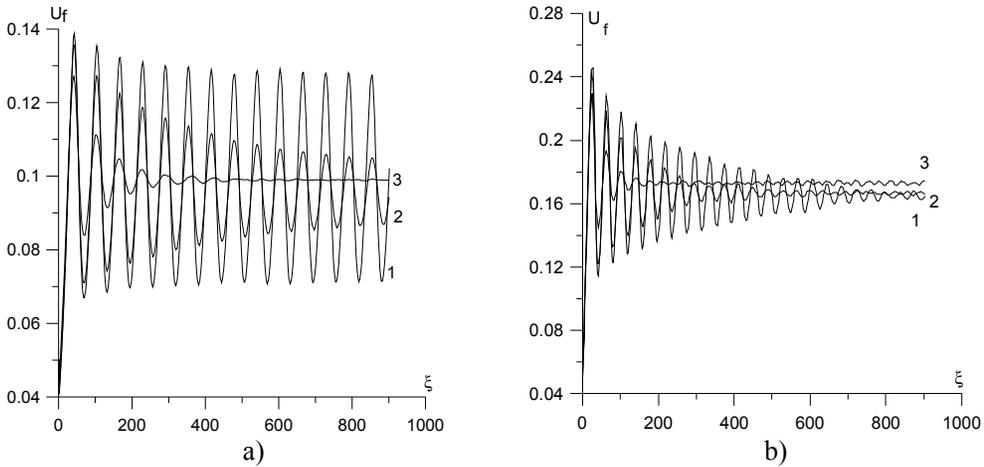


Рис. 4. Зависимости скорости горения U_f от координаты ξ при различных значениях γ : 1 – $\gamma = 0,12$; 2 – $\gamma = 0,121$; 3 – $\gamma = 0,125$; $c_1 = 0,525$. a – реакционные ячейки плоские, b – реакционные ячейки в форме шариков

Из рис. 4 можно определить критическое значение параметра γ_* , при котором происходит переход от стационарного к колебательному режиму распространения фронта горения. При $\gamma < \gamma_*$ наблюдается колебательный режим горения, а при $\gamma > \gamma_*$ – стационарный. Исследование зависимости скорости горения U_f от координаты ξ при других значениях параметра c_1 показало, что γ_* не зависит от зна-

чения c_1 . Полученное значение γ_* хорошо согласуется с аппроксимацией границы автоколебательного режима безгазового горения [7]: $9,1\gamma_* - 2,5\beta = 1$.

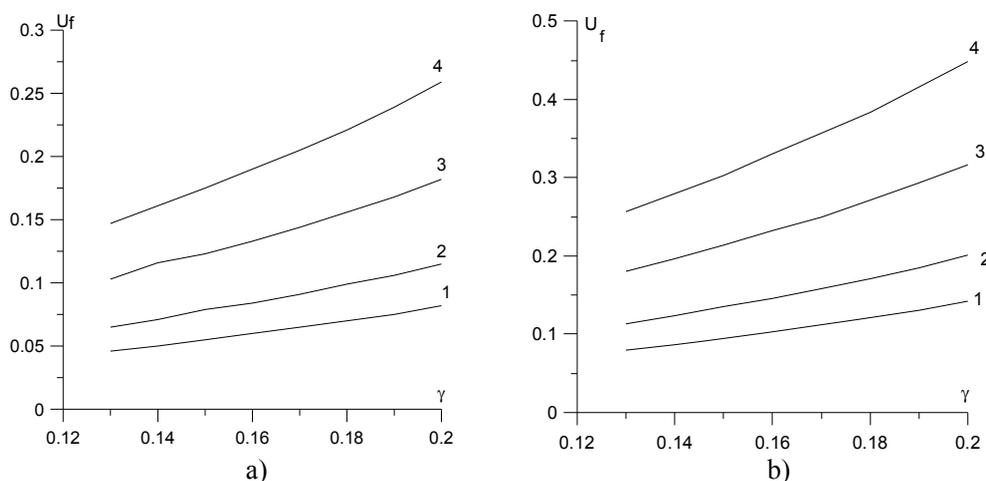


Рис. 5. Зависимости скорости горения U_f от γ при различных c_1 : 1 – 0,505; 2 – 0,51; 3 – 0,525; 4 – 0,55.
а – реакционные ячейки плоские, б – реакционные ячейки в форме шариков

На рис. 5 представлены зависимости скорости распространения волны СВС от параметра γ , выбранного из области устойчивого распространения волны СВС, рассчитанные при использовании модели реакционных ячеек плоской формы (на рис. 5, а) и реакционных ячеек в форме шариков (на рис. 5, б). С увеличением параметров γ и c_1 скорость волны увеличивается.

Из проведенных исследований выявлено, что от формы реакционных ячеек зависит величина скорости распространения реакционной волны СВС. Для реакционных ячеек в форме шариков она выше, чем для плоских реакционных ячеек. Это обусловлено большей реакционной поверхностью на единицу массы вещества для реакционных ячеек в форме шариков.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках выполнения государственного задания № 10.1329.2014/К.

Литература

1. Алдушин А.П., Хайкин Б.И. К теории горения смесевых систем, образующих конденсированные продукты реакции // Физика горения и взрыва. 1974. Т. 10, № 3. С. 313–323.
2. Хайкин Б.И. К теории процесса горения в гетерогенных конденсированных средах // Процессы горения в химической технологии и металлургии. Черноголовка: Изд-во ОИХФ АН СССР, 1975. С. 227–244.
3. Алдушин А.П., Каспарян С.Г., Шкадинский К.Г. Распространение фронта экзотермической реакции в конденсированных смесях, образующих двухфазные продукты // Горение и взрыв: матер. IV Все-союз. симпоз. по горению и взрыву. М.: Наука, 1977. С. 207–212.
4. Чернецова В.В., Шкадинский К.Г. Математическое моделирование макрокинетики взаимодействия во фронте горения гетерогенных составов с конденсированными продуктами реакции // Химическая физика процессов горения и взрыва: матер. XII симпозиума по горению и взрыву. Ч. I. Черноголовка, 2000. С. 153–155.
5. Шульц Д.С., Крайнов А.Ю. Численное моделирование нестационарного горения безгазовых составов на основе модели диффузионной кинетики // Известия вузов. Физика. 2013. Т. 56, № 9/3. С. 223–225.

6. Шульц Д.С., Крайнов А.Ю. Численное моделирование безгазового горения с учётом гетерогенности структуры и зависимости диффузии от температуры // Физика горения и взрыва. 2012. Т. 48, №5. С. 142–147.

7. Мержанов А.Г., Мукасян А.С. Твердопламенное горение. М.: ТОРУС ПРЕСС, 2007. 336 с.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ТЕЧЕНИИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ИЗОГНУТОМ КАНАЛЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕХНОЛОГИИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Е.И. Херай

Приведены результаты численного расчета течения жидкости в изогнутом канале. Показана эффективность применения параллельного программирования для расчетов.

NUMERICAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF FLOW OF A VISCOUS FLUID IN A CURVED CHANNEL WITH THE USE OF PARALLEL PROGRAMMING

E.I. Hergay

Results of numerical calculation of fluid flow in a curved channel is showed. Efficiency of parallel programming for the calculations is illustrated.

Параллельные вычисления – современная многогранная область вычислительных наук, бурно развивающаяся и являющаяся наиболее актуальной в ближайшее время. Актуальность данной области складывается из множества факторов, и в первую очередь исходя из потребности в больших вычислительных ресурсах для решения прикладных задач моделирования процессов в физике, биофизике, химии и др. К тому же традиционные последовательные архитектуры вычислителей и схемы вычислений находятся в преддверии технологического предела. В то же время технологический прорыв в области создания средств межпроцессорных и межкомпьютерных коммуникаций позволяет реализовать одно из ключевых звеньев параллелизма – эффективное управление в распределении вычислений по различным компонентам интегрированной вычислительной установки [1].

Процессы течения вязких жидкостей представляют большой интерес для ряда отраслей науки и промышленности. Отдельным классом могут быть выделены задачи о течении в каналах различной формы вязкой жидкости при неизотермических условиях. В данном случае рассматривается изогнутый канал. Такие задачи встречаются в технологии переработки полимерных материалов, которая сопровождается сложными гидродинамическими и теплофизическими процессами. Аналитическое решение такого класса задач очень сложно получить в силу сложного вида нелинейных уравнений, описывающих течение, а также соответствующих граничных условий. В связи с этим большое распространение для исследования движения вязкой жидкости получили численные методы [2].

Рассматривается плоское установившееся течение ньютоновской несжимаемой жидкости в изогнутом канале. Жидкость подается в канал через входное сечение с постоянным расходом, на стенках выполняются условия прилипания, на выходе – «мягкие» граничные условия. Решение поставленных задач сводится к отысканию стационарных полей скорости и давления, а также распределения изолиний функции тока, которые характеризуют картину течения.

Течение описывается системой, состоящей из уравнения движения Навье–Стокса и уравнения неразрывности [3]:

$$\begin{aligned} \rho \frac{d\mathbf{U}}{dt} &= -\text{grad}p + \mu \Delta \mathbf{U}, \\ \text{div} \mathbf{U} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь \mathbf{U} – вектор скорости, компоненты которого (U, V) , t – время, ρ – плотность, p – давление, μ – динамическая вязкость.

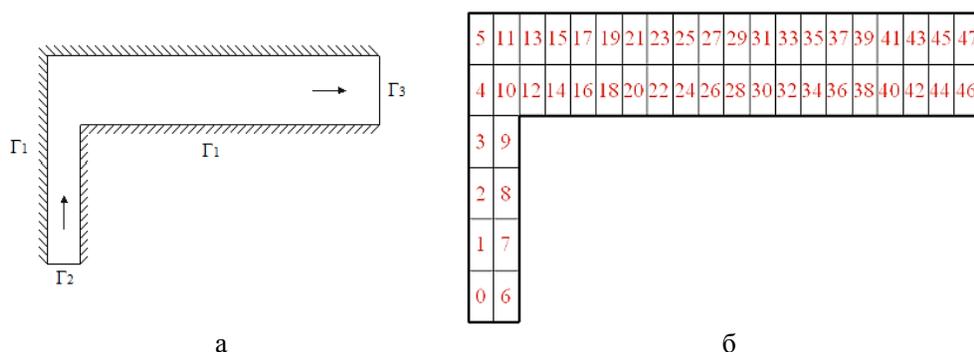


Рис. 1. Область течения (а); б – разбиение области

На рис. 1, а представлена область течения. Жидкость подается через входное сечение Γ_2 с постоянным расходом. В этом случае профиль скорости совпадает с параболическим профилем, характерным для установившегося течения ньютоновской жидкости в плоском бесконечном канале. В выходном сечении Γ_3 используются «мягкие» граничные условия, согласно которым градиент скорости по нормали равен нулю. На твердых границах Γ_1 выполняются условия прилипания. Заметим, что входные и выходные границы находятся на достаточном удалении от уступа во избежание влияния последнего на характер течения в окрестности Γ_2 и Γ_3 . Отношение поперечных размеров входного и выходного каналов α является основным параметром, определяющим геометрию области, и в рамках данной постановки $\alpha=1:2$.

В основе численной методики лежат алгоритм и программа для одного процессора, подробно описанные в дипломной работе студентки физико-технического факультета О.А. Дьяковой «Неизотермическое течение степенной жидкости в изогнутом канале» [2]. Задача решается численно с помощью конечно-разностного метода в безразмерных переменных. Для нахождения стационарных полей скорости и давления в расчетных узлах разнесенной сетки используются метод установления и алгоритм SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations). Расчет на каждом шаге по времени сопровождается организацией итерационного процесса, при этом для расчета скорости используется экспоненциальная схема [4].

Принцип решения задачи на суперЭВМ заключался в следующем. Вся область течения разбивается на 48 одинаковых подобластей (рис. 1, б). Данное разбиение не принципиально, другие разбиения реализуются без особых программных затрат. Каждая из подобластей рассчитывается на отдельном процессоре.

Был проведен ряд расчетов при значениях числа Рейнольдса, равных $Re=1$ и $Re=40$, картины течений представлены на рис. 2. Установлено, что линии тока уста-

новившегося течения, рассчитанные на 48 процессорах, полностью совпадают с ранее полученными результатами [3]. Все циркуляционные зоны остались, и размеры их совпадают. Наблюдается качественное и количественное совпадение результатов, что подтверждает работоспособность программного кода с использованием библиотек MPI (Message Passing Interface).

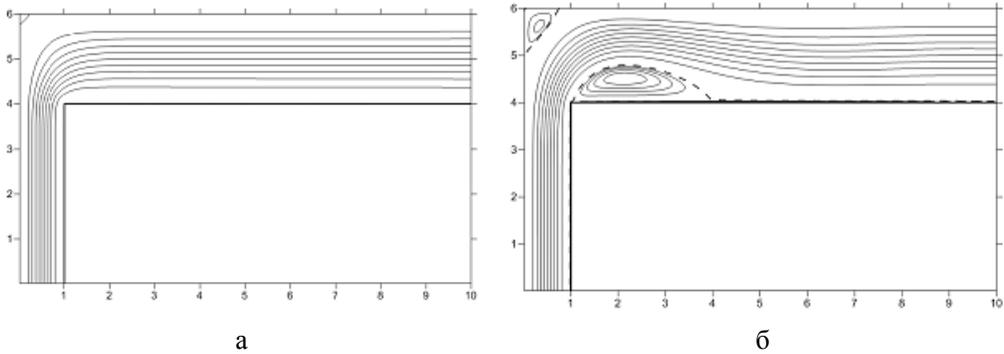


Рис. 2. Линии тока для $Re=40$ (а – посчитанные на одном процессоре; б – на 48 процессорах)

Видно, что увеличение числа Рейнольдса приводит к увеличению размеров циркуляционных зон вблизи изгибов канала. Так, при $Re=1$ размеры этих зон незначительны, а при $Re=40$ ширина этих зон немного меньше одной безразмерной единицы.

Таблица 1. Время расчета на различных сетках при $Re=1$, на сетках 1/20, 1/40 и 1/80, с

Количество процессоров	Время расчета		
	1/20	1/40	1/80
1	530	7900	260000
48 (передача «Точка-точка»)	20	600	7400
48 (пакетная передача)	5	100	2100

Также было измерено время расчета программы на последовательности сеток на одном процессоре и на 48 процессорах. Используя два метода обмена информацией, добились значительного ускорения расчета. В первом случае процессоры обмениваются информацией последовательно по одному значению, во втором – пакетами данных [5].

Таблица 2. Время расчета на различных сетках при $Re=40$, на сетках 1/20, 1/40 и 1/80, с

Количество процессоров	Время расчета		
	1/20	1/40	1/80
1	80	10400	237000
48 (передача «Точка-точка»)	10	400	8500
48 (пакетная передача)	5	80	2400

Из результатов, приведенных в табл. 1 и 2, видно, что использование пакетной передачи приводит к уменьшению расчетов в 3–5 раз по сравнению с передачей «Точка-точка» и в 30–100 раз по сравнению с расчетами на одном процессоре.

Литература

1. *Введение*. Параллельное программирование [Электронный ресурс]. URL: <http://www.course-as.ru/caper4/1%20Vvedenie.html> (дата обращения: 15.05.2013).
2. *Дьякова О.А.* Неизотермическое течение вязкой жидкости в изогнутом канале: дипломная работа. Томск: ТГУ, ФТФ, 2013.
3. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. М.: Наука, 1973. 848 с.
4. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С. Патанкар. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
5. *Антонов А.С.* Параллельное программирование с использованием технологии MPI: учеб. пособие. М.: Изд-во МГУ, 2004. 71 с.

**ОЦЕНКА ТЕХНОЛОГИЧНОСТИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ
ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ТВЕРДОТОПЛИВНЫХ КОМПОЗИЦИЙ****С.Ю. Чижов***Дана оценка технологичности изготовления высокоэнергетических твердотопливных композиций.***THE ESTIMATION to EASE OF MANUFACTURING OF THE FABRICATION
VYSOKOENERGETICHESKIH TVERDOTOPLIVNYH COMPOSITION****S.Yu. Chijov***It given the estimation to ease of manufacturing of the fabrication vysokoenergeticheskikh tverdotoplivnyh composition.***Введение**

Расчет состава топливных композиций дает возможность изготовления топливных систем, содержащих металлическое горючее в интервале от 5 до 20 мас. % в диапазоне α от 0,5 до 1,0. Практическая ценность – подготовка исходных данных для расчета термодинамических характеристик топливных систем.

Цель работы. Поиск соотношений окислителя и горючего в ТРТ, обеспечивающих необходимые механические характеристики композиций (адгезию окислителя и горючего, сопротивление растяжению и сжатию, возможность механической обработки изделий, чувствительность к удару и т.п.).

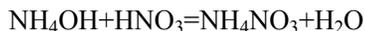
Практическая значимость. Сокращение времени и предварительного эксперимента на выбор соотношений окислителя и горючего в топливе, обеспечивающих технологичность изготовления изделий.

В представленной работе проведены:

- 1) расчет компонентного состава ТРТ в широком диапазоне коэффициентов избытка окислителя;
- 2) оценка содержания окислителя на единицу массы горючего;
- 3) построение графической зависимости и определение точек перегиба;
- 4) определение области получения технологичности топливных масс ТРТ.

Характеристики исходных компонентов.

Окислители. Нитрат аммония (NH_4NO_3) – соль азотной кислоты – относится к числу самых первых твердых ракетных окислителей. Нитрат аммония широко применяют во взрывчатых веществах и бездымных порохах, он относится к характерным соединениям первого типа (не содержащих металл). Его получают в больших количествах путем нейтрализации азотной кислоты гидроокисью аммония:



Это соединение существует в пяти кристаллических состояниях, что является большим недостатком, ограничивающим его применение. Можно выделить температуры превращения приблизительно при -18 ; $32,1$; $84,2$; и $125,2$ °С. Стоит отметить, что превращение при $32,1$ °С сопровождается заметным уменьшением плотности, приводящим к увеличению размера заряда при температурах его хранения. В результате заряд может растрескиваться, что приведет к нарушению режима горения, однако эта проблема разрешима благодаря введению нитрата калия (KNO_3). Значения теплоты превращения равны соответственно $0,13$; $0,38$; $0,32$ и $1,01$ ккал/моль, а теплота плавления равна $1,3$ ккал/моль. Содержание кислорода составляет $59,96$ вес. %. Молекулярный вес составляет $80,048$ г.

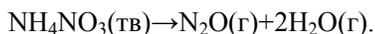
Разложение. Известны три основных типа разложения:

а) при низких температурах идет преимущественно обратимая реакция



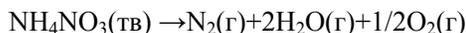
Эта реакция является эндотермической ($\Delta H = +43,2$ ккал/моль) и смещается справа налево;

б) при более высоких температурах происходит экзотермическая необратимая реакция разложения



Эта реакция является основной ($\Delta H = -8,72$ ккал/моль);

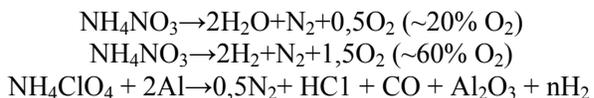
в) суммарной реакцией разложения является в сильной степени экзотермическая реакция



($\Delta H = -28,33$ ккал/моль).

Нитрат аммония является окислителем, содержащим в своем составе большее количество кислорода, чем необходимо для полного окисления входящего в его состав водорода. Этот дополнительный кислород при взрыве смеси селитры с горючими веществами окисляет их, чем значительно увеличивает тепловыделение и объем выделяемых газов, что сильно сказывается на увеличении скорости детонации и работоспособности.

Разложение нитрата аммония может дать от 20 до 60 % кислорода в зависимости от схемы реакции:



Таким образом, в некоторых случаях при неблагоприятном ходе реакции его окислительная способность резко сокращается.

Из-за своей гигроскопичности нитрат аммония увлажняется даже на открытом воздухе. Как правило, хранят нитрат аммония над осушителем и работают с ним в помещениях с влажностью не более 30 %.

Нитрат аммония очень легко воспламеняется и склонен к самораспространяющейся детонации. В результате исследования, приведенного в литературных источниках, способности к взрыву установлено, что детонация чистого нитрата аммония

происходит при температурах 277–344 °С и давлениях 180–210 ата. Добавление небольшого количества органических веществ облегчает условия перехода к детонации (114 °С и давления 140–180 ата). Дальнейшее добавление органических веществ еще более облегчает условия перехода к детонации (134–153 °С и давление до 18–21 ата). Смесь нитрат аммония – органическое вещество, оно может саморазогреваться, поэтому хранение ракетных топлив на основе этого окислителя представляет сложную задачу.

Все недостатки нитрата аммония компенсируются его низкой стоимостью, возможностью смешивания со множеством горючих и взрывчатых веществ, что дает возможность получать дешевые и разнообразные взрывчатые вещества с достаточной для промышленных целей мощностью. Кроме того, продукты сгорания и разложения нитрата аммония относятся к экологически чистым по сравнению с продуктами распада ПХА, в которых содержатся хлор и его соединения.

Перхлорат аммония (NH₄ClO₄) – белое кристаллическое вещество, молекулярная масса – 117,497, суммарное содержание кислорода – 54,47 %, плотность при температуре 20 °С – 1,95 г/см³. При обычной температуре ПХА имеет ромбическую форму решетки кристаллов, при температуре выше 238 °С ромбическая форма переходит в кубическую. ПХА крупных фракций мало гигроскопичен (гигроскопическая точка – 73 %), с уменьшением размера частиц гигроскопичность повышается. Термическая стойкость ПХА высокая. При температуре 270 °С наступает термическое разложение. Присутствие примесей, особенно меди, железа, ускоряет распад ПХА. При температуре 370 °С происходит быстрый распад, который может оканчиваться вспышкой. ПХА не плавится. Нагревание под давлением или в оболочке может закончиться детонацией, добавление небольших количеств неорганических или органических горючих веществ сильно увеличивает возможность детонации. Уравнение разложения перхлората аммония зависит от того, сгорает ли он в чистом виде (1), в смеси с алюминием (2) или алюминием и углеводородным связующим (3):



Органические добавки в количестве от 3 до 30 % повышают чувствительность, и работа с такими смесями является взрывоопасной. ПХА – вещество токсичное, он способен, особенно мелкие фракции, проникать через неповрежденную кожу. Вызывает изменения функционального состояния центральной нервной системы, угнетает функцию щитовидной железы, печени. Предельно допустимая концентрация в воздухе – 1 мг/м³, в водоемах – 5 мг/дм³. Перхлорат аммония является наиболее употребляемым окислителем в твердых смесевых ракетных топливах. Твердое ракетное топливо на основе перхлората аммония при воздействии на них достаточно мощного начального импульса может детонировать.

Металлические горючие. С целью повышения энергетических характеристик смесевого топлива в его составе используются металлы в виде порошков различной дисперсности. Наиболее дешевыми и распространенным металлическим горючим для ТРТ является алюминий.

Алюминий (AL) – твердый, прочный металл серебристо-белого цвета с высоким окислительным потенциалом, но устойчивый к окислению вследствие образования защитной окисной пленки. Алюминий обладает высокой тепло- и электропроводно-

стью, стойкостью к коррозии за счет быстрого образования прочных оксидных пленок, защищающих поверхность от дальнейшего воздействия кислорода. Широко применяется в твердых ракетных топливах, а также как регулирующая добавка. Применение алюминия в смесевых ТРТ не только повышает удельный импульс, но и расширяет диапазон надежного их запуска и увеличивает стабильность горения ТРТ. Он встречается в виде минерала боксита – гидратированной окиси. Получение методом Холла состоит в растворении очищенной окиси алюминия в расплавленном криолите при 800–1000 °С и последующем электролизе. В порошкообразном виде образует с воздухом воспламеняющиеся взрывчатые смеси, поэтому его необходимо изолировать от источников искры. Молекулярный вес 26,98 г, температура плавления – 659 °С, температура кипения – 2467 °С, плотность – 2,70 г/см³, теплота плавления и теплота испарения – соответственно 2,55 и 70,7 ккал/моль. Указанные выше данные заимствованы из работ Д.Р. Стилла.

Магний находит небольшое применение в ракетных топливах, но его широко используют в воспламенителях и других пиротехнических устройствах, а также как легирующую добавку. Более тяжелые щелочноземельные металлы вообще не применяются в ракетных топливах, так как молекулярные веса продуктов сгорания были бы слишком высоки. Магний средне реакционноспособен (нежели бериллий); тонкий порошок магния огнеопасен, но на воздухе не самовоспламеняется. Металлический магний легко воспламеняется ниже температуры плавления, поэтому его сгорание происходит в паровой фазе. Ниже приведены данные, заимствованные из работ Д.Р. Стилла и Г.С. Синке.

Молекулярный вес магния 24,32 г. Температура плавления 650 °С. Температура кипения 1108 °С. Плотность 1,74 г/см³. Удельная теплоемкость (при температуре 25 °С и атмосферном давлении) 0,244 кал/г·град. Теплота плавления 2,14 ккал/моль. Теплота испарения 30,56 ккал/моль.

Бор – бесцветное, серое или красное кристаллическое либо темное аморфное вещество. Известно более 10 аллотропных модификаций бора, образование и взаимные переходы которых определяются температурой, при которой бор был получен. Чрезвычайно твердое вещество (уступает только алмазу, нитриду бора (боразону), карбиду бора, сплаву бор-углерод-кремний, карбиду скандия-титана). Обладает хрупкостью и полупроводниковыми свойствами (широкозонный полупроводник). У бора самый высокий предел прочности на разрыв – 5,7 ГПа. В природе бор находится в виде двух изотопов ¹⁰B (20 %) и ¹¹B (80 %). Бор имеет очень высокое сечение поглощения тепловых нейтронов, поэтому ¹⁰B в составе борной кислоты применяется в атомных реакторах для регулирования реактивности. Часто применялся в ракетных топливах, но он имеет недостатки, обусловленные низкой эффективностью горения. Помимо ракетных топлив, бор широко применяется в воспламенителях и для защиты от нейтронов. Бор встречается в важных месторождениях в виде борной кислоты или боратов. Получают этот элемент восстановлением В₂О₃ металлическим магнием, но степень чистоты обычно не превышает 95–98 %. Кристаллический бор исключительно инертен. Если нагреть бор до 700 °С, то он загорается и горит красноватым пламенем, превращаясь в борный ангидрид, выделяя большое количество тепла. На него не действуют кипящие соляная (HCl) и плавиковая (HF) кислоты. Тонко измельченный бор лишь медленно окисляется горячей концентрированной азотной кислотой HNO₃. Именно слабой реакционной способностью бора можно объяснить невысокую эффективность горения.

Органическое горючее связующее. Горючие вещества, входящие в состав твердого топлива, органического происхождения и по своей структуре могут быть твердыми, аморфными, пластичными и сыпучими.

Горючие можно разделить на следующие группы:

- Смолы.
- Каучуки.
- Мономеры.
- Производные целлюлозы.

В общем виде органическое горючее связующее (каучуки) можно легко представить как $[\text{CH}_2]_n$ – горючее связующее, взятое в количестве n . В работе использовалась обобщенная формула органического горючего. Органическое горючее выполняет несколько основных функций. Оно должно связывать кристаллические вещества, используемые в смесевых топливах, и придавать топливу достаточную механическую прочность, чтобы заряд топлива не разрушался при хранении и горении топлива. Горючее связующее также влияет на реакционную способность топлива и является дополнительным горючим.

В приведенной ниже таблице проиллюстрированы характеристики исходных компонентов.

Компонент	Хим. формула	Молекулярный вес, г	α	Эквивалентные формулы
Перхлорат аммония (ПХА)	NH_4ClO_4	117,5	2,5	$\text{N}_{8,513}\text{H}_{34,054}\text{Cl}_{8,513}\text{O}_{34,054}$
Нитрат аммония (НА)	NH_4NO_3	80	1,50	$\text{N}_{25,000}\text{H}_{50,000}\text{O}_{37,500}$
Каучук	$[\text{CH}_2]_n$	14	0	$\text{C}_{71,428}\text{H}_{142,857}$
Алюминий	Al	27	0	$\text{Al}_{37,037}$
Бор	B	11	0	$\text{B}_{92,421}$
Борид алюминия	AlB_2	49	0	$\text{Al}_{20,576}\text{B}_{41,152}$
Магний	Mg	24	0	$\text{Mg}_{41,135}$

Методики эксперимента

Методику расчета следует начать с введения важнейшего понятия коэффициента окислителя.

В работе использовали методики расчета коэффициентов избытка окислителя топливных систем при заданном составе топливной композиции, расчета эквивалентных формул как исходных компонентов, так и топливной системы в целом, и компонентного состава ТРТ.

Расчеты эквивалентных формул топливных систем.

Определение компонентного состава ТРТ и его эквивалентной формулы по заданному коэффициенту избытка окислителя и качественному составу топливной системы.

Пример. Состав содержит:

Нитрат аммония (НА).

Натуральный каучук (НК).

Алюминий – 15 вес. %.

Коэффициент избытка окислителя топливной массы $\alpha=0,5$.

Эквивалентные формулы исходных компонентов известны:

НА – $\text{N}_{25,000}\text{H}_{50,000}\text{O}_{37,500}$.

НК – $\text{C}_{71,428}\text{H}_{142,857}$.

Al – $\text{Al}_{37,037}$.

$\text{Mg}_{41,135}$ – магний.

B – бор $\text{B}_{92,421}$.

AlB_2 – борид алюминия $\text{Al}_{20,576}\text{B}_{41,152}$.

Содержание металла фиксированное, т.е. на сумму окислителя и горючего приходится 85 %.

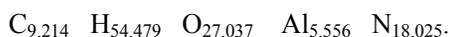
Записываем формулу коэффициента избытка окислителя, обозначив процентное содержание НК через x , а НА – через $(0,85-x)$ и учитывая природу и валентность атомов исходных компонентов:

$$0,5 = (2 \times 37,500 \times (0,85 - x)) / (4 \cdot 71,428x + 142,857x + 50 \times (0,85 - x) + 0,15 \times 3 \times 37,037).$$

Отсюда $x = 12,9$.

Таким образом, количественный состав топлива, содержащего 15 % при $\alpha = 0,5$ состоит из вес. %: НА – 72,1; НК – 12,9; АI – 15,0.

Учитывая содержание исходных компонентов, записываем эквивалентную формулу рассчитанного состава топлива, суммируя содержание одноименных атомов:



Полученная формула позволяет оценить правильность расчета компонентного состава композиции:

$$\alpha = (2 \times 27,037) / (4 \cdot 9,214 + 54,479 + 16,668) = 0,500.$$

Результаты расчетов

Результаты эксперимента, описанного выше, были записаны в виде таблиц и графиков (табл. 1–3, рис. 1).

Таблица 1. При $\alpha = 0,5$

Me	Содерж., %	ПХА/[CH ₂] _n	НА/[CH ₂] _n
Al	0	3,6	4,3
	5	3,8	4,6
	10	4,1	5,0
	15	4,5	5,6
	20	5,0	6,3
B	0	3,6	4,3
	5	4,2	5,168
	10	5,3	6,5
	15	6,8	9,4
	20	10,1	15
AlB ₂	0	3,6	4,3
	5	4,0	6,2
	10	4,5	7,9
	15	5,3	14,6
	20	6,5	20,1
Mg	0	3,6	4,3
	5	3,52	4,5
	10	3,74	5,1
	15	4	5,8
	20	4,3	6,9

Таблица 2. При $\alpha = 0,7$

Me	Содерж., %	ПХА/[CH ₂] _n	НА/[CH ₂] _n
Al	0	5,7	7,5
	5	6,2	8,5
	10	7,0	9,8
	15	8,0	11,9
	20	9,7	15,7
B	0	5,7	7,5
	5	7,33	10,44
	10	10,25	17,4
	15	17,8	60
	20	79	–
AlB ₂	0	5,7	7,5
	5	7,4	9,6
	10	12,6	19,1
	15	25,7	37
	20	89	–
Mg	0	5,7	7,5
	5	5,8	7,9
	10	6,5	8,11
	15	7,5	12,5
	20	8,2	14,2

Следует ввести одно из важнейших понятий для СРТ.

Отношение объемов твердых и жидких составляющих

При рассмотрении горючего-связующего, состоящего из полимера, полимирирующего агента, каких-либо пластификаторов и катализаторов как жидких составляющих и окислителя и металлических добавок как твердых составляющих, было получено эмпирическое соотношение, которое связывает относительные объемы твердых и жидких составляющих смеси с технологичностью. Фактор технологично-

сти может быть определен через отношение объемов твердых и жидких составляющих или через относительный объем твердых составляющих.

Таблица 3. При $\alpha = 1,0$

Me	Содерж., %	ПХА/[CH ₂] <i>n</i>	НА/[CH ₂] <i>n</i>
Al	0	10,1	17,2
	5	11,8	22,7
	10	14,8	35,0
	15	19,7	–
	20	31	–
B	0	10,1	17,2
	5	15,96	42
	10	39,9	68
	15	–	–
	20	–	–
AlB ₂	0	10,1	17,2
	5	15,96	37
	10	39,9	51
	15	–	–
	20	–	–
Mg	0	10,1	17,2
	5	10,9	24,5
	10	12,4	36,3
	15	15,3	–
	20	19,5	–

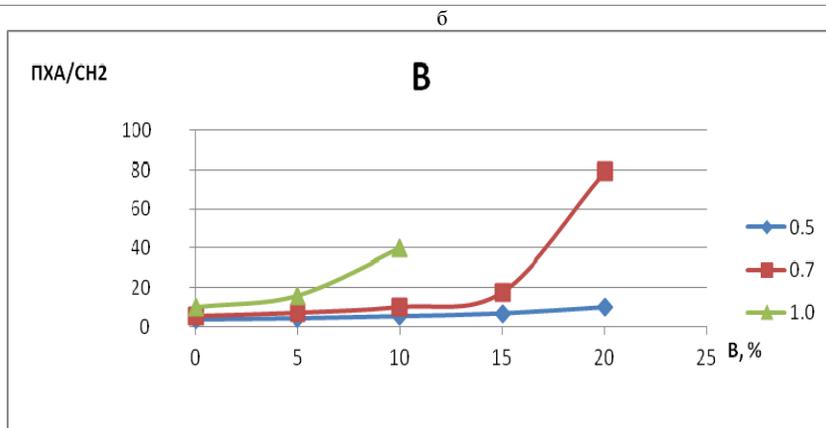
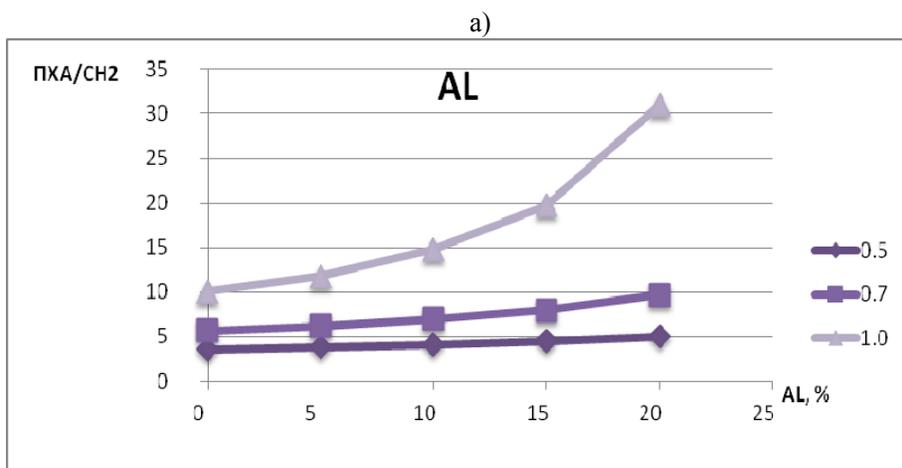


Рис. 1 (начало)

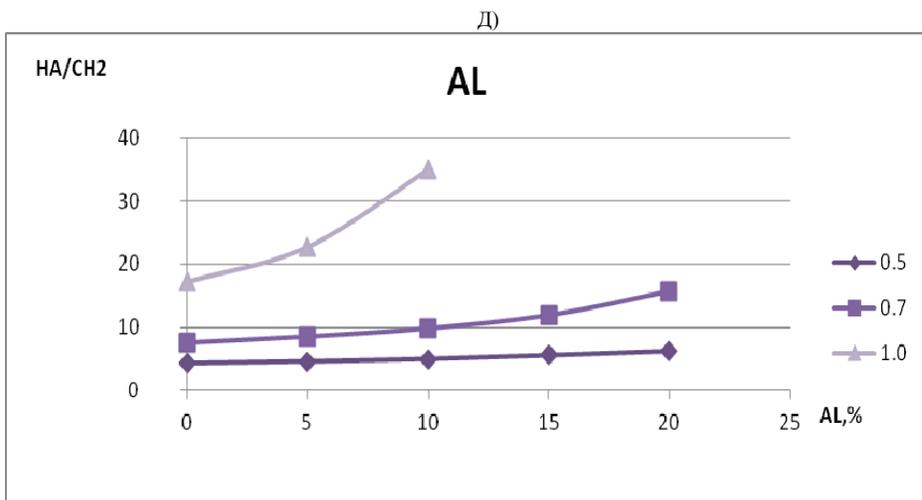
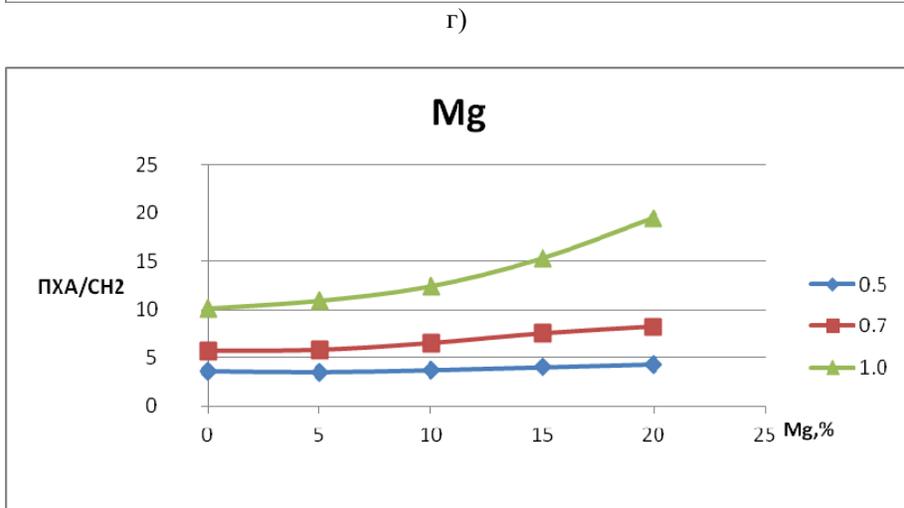
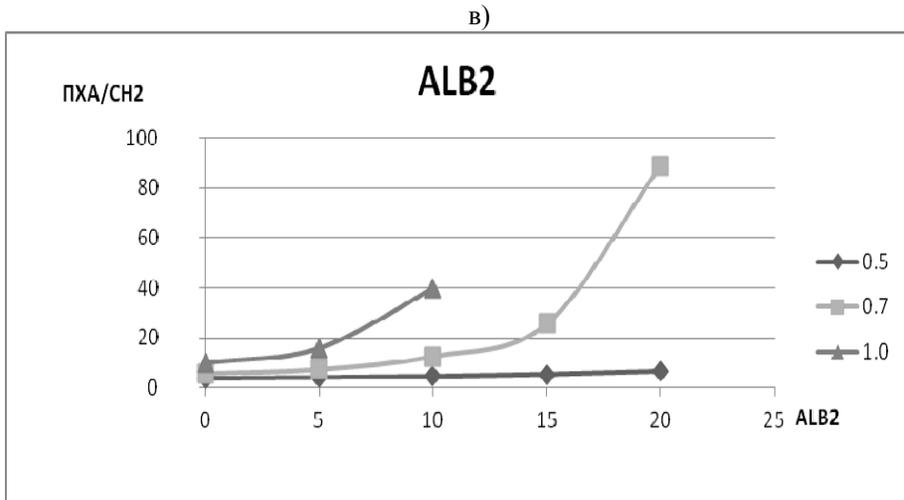
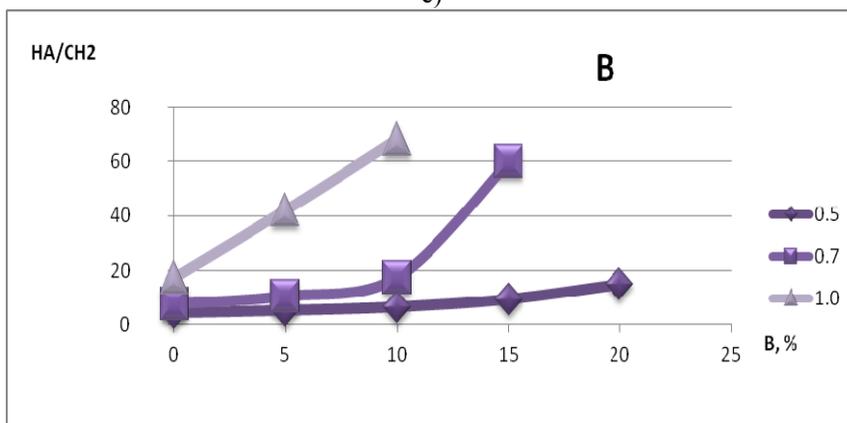
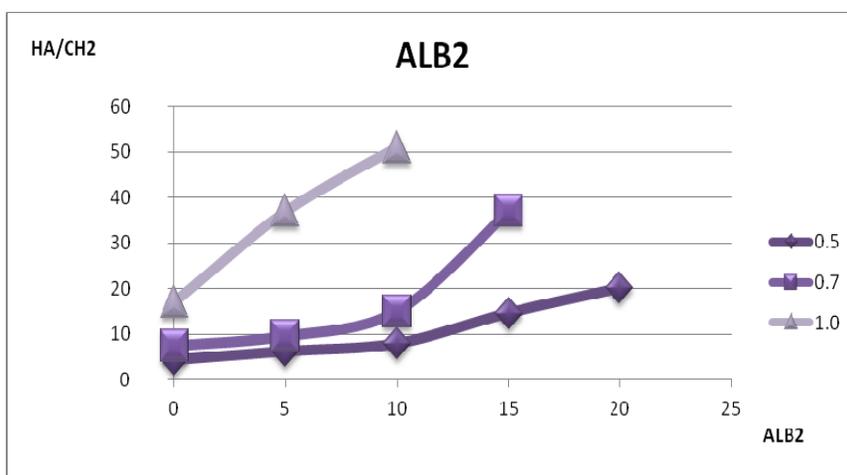


Рис. 1 (продолжение)

е)



ж)



з)

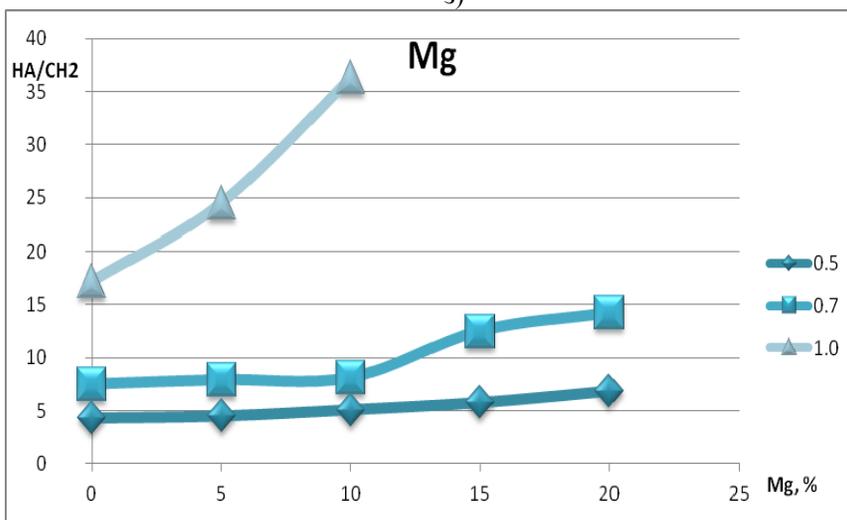


Рис. 1 (окончание)

На основе табличных данных построим графики рис. 1, где a – зависимости ПХА/[CH₂] n от % содерж. Al; b – зависимости ПХА/[CH₂] n от % содерж. В; c – зависимости ПХА/[CH₂] n от % содерж. AlB₂; d – зависимости ПХА/[CH₂] n от % содерж. Mg; e – зависимости НА/[CH₂] n от % содерж. Al; f – зависимости НА/[CH₂] n от % содерж. В; g – зависимости НА/[CH₂] n от % содерж. AlB₂; h – зависимости НА/[CH₂] n от % содерж. Mg.

Выводы

1. Показано, что технологичность топливных систем зависит от природы исходных компонентов и их соотношения в ТРТ. Наиболее отчетливо зависимость проявляется для стехиометрических систем (при $\alpha = 1,0$).
2. Установлено, что при замене алюминия на бор или сплав борида алюминия для сохранения технологичности ТРТ требуется снижение содержания металла в системе. Так как при $\alpha = 0,7$ технологичны системы, содержащие 20 мас. % алюминия или 15 мас. % бора и борида алюминия, замена алюминия на магний не влияет на технологичность ТРТ.
3. Полученные закономерности на качественном уровне не зависят от природы окислителя.
4. Оценка соотношений окислителя и горючего в топливных композициях является начальным этапом разработки любой новой топливной композиции.

НАШИ АВТОРЫ

- Агафонцев Михаил Владимирович* студент 4-го курса механико-математического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: kim75mva@gmail.com
- Арбит Ольга Анатольевна* аспирант физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. Тел.: 8 952 884 80 79
- Архипов Владимир Афанасьевич* д-р физ.-мат. наук, проф., завотделом НИИПММ Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: leva@niipmm.tsu.ru
- Астахов Алексей Львович* студент 4-го курса физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: lehandros777@mail.ru
- Багутдинов Равиль Анатольевич* магистрант физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: ravil_bagutdinov@yahoo.com
- Баранников Егор Андреевич* магистрант 1-го курса физического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: yegor-barannikov@mail.ru
- Баранникова Светлана Александровна* д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотр. ЛФП ИФПМ СО РАН, проф. КСМ ТГАСУ. E-mail: bsa@ispms.ru
- Батурин Алексей Павлович* канд. физ.-мат. наук, доц. каф. астрономии и космической геодезии физического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: alex.baturin@sibmail.com
- Бодров Александр Станиславович* магистрант 2-го года обучения физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: alex.vodrov@mail.ru
- Борзенко Евгений Иванович* канд. физ.-мат. наук, доц. каф. прикладной газовой динамики и горения Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: borzenko@ftf.tsu.ru
- Бояркина Кира Евгеньевна* магистрант 1-го года обучения физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: zaidynakir@mail.ru
- Браун Олег Витальевич* студент 4-го курса физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: taredel@mail.ru
- Буяков Алесь Сергеевич* магистрант 1-го курса обучения физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: alesbuyakov@gmail.com

- Буякова Светлана Петровна* д-р техн. наук, с.н.с. E-mail: sbuyakova @i spms.tsc.ru
- Бычкова Оксана Ивановна* специалист по учебно-методической работе интернет-лица Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: bychkova@ido.tsu.ru
- Володченков Сергей Игоревич* м.н.с. РФЯЦ-ВНИИЭФ
- Галушина Татьяна Юрьевна* канд. физ.-мат. наук, доц. каф. астрономии и космической геодезии физического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: volna@sibmail.com
- Гладкий Денис Андреевич* инженер-исследователь лаборатории гуманитарных проблем информатики Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: fireguard_tsu@mail.ru
- Гольдин Виктор Данилович* с.н.с. НИИ ПММ Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: vdg@math.tsu.ru
- Грибовский Михаил Викторович* канд. ист. наук, директор интернет-лица Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: mgrib@ido.tsu.ru
- Гук Владимир Олегович* магистрант 2-го курса механико-математического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: bwridd@ mail.ru
- Дедова Валерия Константиновна* специалист по учебно-методической работе Интернет-лица Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: dedova@ido.tsu.ru
- Десятник Антон Владимирович* аспирант 3-го года обучения физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: desyatnik@ litecfd.net
- Дьячковский Алексей Сергеевич* инженер-исследователь НИИ ПММ Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: Lex_okha@mail.ru
- Евсеев Николай Сергеевич* аспирант физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: nicollay90 sibmail.ru
- Жарова Ирина Константиновна* д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотр. НИИ ПММ Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: zharova@ niipmm@tsu.ru
- Жуков Илья Александрович* канд. техн. наук Института физики прочности и материаловедения СО РАН Национального исследовательского Томского государственного университета
- Зелепугин Сергей Алексеевич* д-р физ.-мат. наук, профессор физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: szel@ yandex.ru
- Зиновьева Ольга Сергеевна* аспирант 2-го года обучения физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: emelyanova @ispms.tsc.ru
- Ионова Наталья Александровна* студентка 5-го курса ФТФ Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: ionova_tsu@mail.ru

- Иценко Александр Николаевич*
Касимов Владимир Зинатович
- Катаева Лилия Юрьевна*
- Кинзерский Владислав Владимирович*
- Котов Иван Андреевич*
- Крайнов Алексей Юрьевич*
- Кузнецов Валерий Тихонович*
- Кузнецова Алина Евгеньевна*
- Кузнецова Виктория Васильевна*
- Кульков Сергей Николаевич*
- Левков Руслан Викторович*
- Ли Ю.В*
- Литунов Игорь Борисович*
- Литошина Анна Дмитриевна*
- Лобода Егор Леонидович*
- Логонова Мария Олеговна*
- Лунев Алексей Геннадьевич*
- Макарова Елена Андреевна*
- зам. директора НИИ ПММ ТГУ по НИР
зав. лаб. НИИ ПММ Национального исследовательского Томского государственного университета
д-р физ.-мат. наук, проф. каф. прикладной математики Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева.
E-mail: kataeval2010@mail.ru
- студент 5-го курса физического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: kinzerski.Wladis@mail.ru
- студент 1-го курса магистратуры механико-математического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: kia1992@bk.ru
- д-р физ.-мат. наук, проф. каф. математической физики физико-технического факультета ТГУ. E-mail: akrainov@ftf.tsu.ru
- канд. техн. наук, с.н.с. НИИ ПММ при НИ ТГУ. E-mail: fire@mail.tsu.ru
- магистрант 1-го курса физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: lina_kuznetsova@inbox.ru
- студентка 6-го курса физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: kisa.tear43@inbox.ru
- д-р физ.-мат. наук, проф., зав. лаб. физики наноструктурных керамических материалов Института физики прочности и материаловедения СО РАН. E-mail: kulkov@ms.tsc.ru
- студент 5-го курса физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: Levkov.r.v@mail.ru
- студентка физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: bus083@mail.2000ru
- студент физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. Тел.: 8 923 403 4135
- студентка 2-го курса инженерно-технологического факультета Самарского государственного аэрокосмического университета
- д-р физ.-мат. наук, зав. каф. физической и вычислительной механики Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: loboda@mail.tsu.ru
- магистрант физического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: pin-gvin-ka@yandex.ru
- канд. техн. наук, н.с. ЛФП ИФПМ СО РАН, доцент ТПМ ИФВТ ТПУ. E-mail: agl@ispms.ru
- студентка 1-го курса магистратуры механико-математического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета

- Мамонов Денис Вячеславович* студент физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. Тел.: 8 9539173274
- Маркович Милош* Университет в Белграде, Сербия. Факультет машиностроения, Департамент систем вооружения. E-mail: mdmarkovic@mas.bg.ac.rs
- Марценко Анастасия Александровна* аспирант 2-го года обучения физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: martsenko@sibmail.com
- Марценко Максим Сергеевич* канд. физ.-мат. наук, доц. каф. прикладной аэромеханики физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: martsenko@sibmail.com
- Маслов Евгений Анатольевич* нанд. физ.-мат. наук, доц. каф. атомных и тепловых электростанций Национального исследовательского Томского политехнического университета, с.н.с. НИИ ПММ Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: maslov_eugene@mail.ru
- Микушина Валентина Алексеевна* студентка 5-го курса физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: mikushina_93@mail.ru
- Милинович Момчило* Университет в Белграде, Сербия. Факультет машиностроения, Департамент систем вооружения. E-mail: mmilinic@mas.bg.ac.rs
- Мицкович Деян* Университет в Белграде, Сербия. Факультет машиностроения, Департамент систем вооружения. E-mail: dmickovic@mas.bg.ac.rs
- Мицарина Елена Юрьевна* аспирантка физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. Т-н 89609787435
- Моисеева Ксения Михайловна* ассистент каф. математической физики физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: Moiseeva_KM@t-sk.ru
- Надежкин Михаил Владимирович* канд. техн. наук, м.н.с. ЛФП ИФПМ СО РАН, ст. преп. МД ИМОЯК ТПУ. E-mail: mvn@ispms.ru
- Нарикович А.С.* Балтийский федеральный университет им. И. Канта. E-mail: Bkhandaev@gmail.com
- Нариманов Ринат Казбекович* канд. физ.-мат. наук, доц. каф. прикладной аэромеханики НИИ ТГУ
- Орлов Максим Юрьевич* с.н.с. лаб. №21 НИИ ПММ ТГУ. E-mail: orloff_m@mail.ru
- Орлова Юлия Николаевна* ст. препод. каф. разработки нефтяных месторождений Национального исследовательского Томского политехнического университета. E-mail: orlovaun@mail.ru
- Пахомов Максим Александрович* д-р физ.-мат. наук, доцент, в.н.с. Института теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН. E-mail: pakhomov@ngs.ru
- Перфильева Ксения Григорьевна* магистрант 1-го года обучения физико-технического факультета ТГУ. E-mail: kis_33365@yandex.ru
- Помогаева Светлана Владимировна* магистрант механико-математического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: lanarom.92@gmail.com

- Пономарева Мария Андреевна* канд. физ.-мат. наук, доц. каф. прикладной газовой динамики и горения физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: pma@ftf.tsu.ru
- Порязов Василий Андреевич* аспирант каф. математической физики физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета
- Елек Предрог* Университет в Белграде, Сербия. Факультет машиностроения, Департамент систем вооружения. E-mail: pelek@mas.bg.ac.rs
- Рейно Владимир Владимирович* вед. науч. сотр. Института оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН. E-mail: reyno@iao.ru
- Рикун Юлия Александровна* студентка 1-го курса магистратуры физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: yulirik.93@mail.ru
- Рыльцев Иван Александрович* магистрант 1-го года обучения физико-технического факультета ТГУ. E-mail: stalak133@mail.ru
- Савельева Лилия Алексеевна* с.н.с. НИИ ПММ Национального исследовательского Томского государственного университета
- Савриков Виктор Андреевич* студент 4-го курса физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: o_1_1_o@mail.ru
- Саморокова Нина Михайловна* инженер-исследователь НИИ ПММ Национального исследовательского Томского государственного университета
- Самбаров Георгий Евгеньевич* аспирант 2-го года обучения физического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: detovelli@vtomske.ru
- Селюнина Нина Владимировна* студент 5-го курса физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета
- Сидоренко Юрий Николаевич* канд. физ.-мат. наук, доц. кафедры механики деформируемого твердого тела физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: sid@strelka.ftf2.tsu.ru
- Сидоров Алексей Дмитриевич* магистрант 1-го курса физико-технического факультета ТГУ. E-mail: alex_sid92@mail.ru
- Синяев Сергей Витальевич* канд. ф.-м. н., с.н.с., вед. науч. сотр. НИИ ПММ Национального исследовательского Томского государственного университета
- Скрипниченко Павел Вадимович* ассистент каф. астрономии и геодезии Института естественных наук УрФУ. E-mail: savl-silverheart@rambler.ru
- Сорокин Владимир Анатольевич* учитель биологии МБОУ Академического лицея г. Томска. E-mail: <bio5@sibmail.com>
- Степанов Евгений Юрьевич* инженер-исследователь НИИ ПММ Национального исследовательского Томского государственного университета
- Сюсина Ольга Михайловна* канд. физ.-мат. наук, м.н.с. НИИ ПММ Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: kleo77@sibmail.com

- Усанина Анна Сергеевна* канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры динамики полета физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: usaninaanna@mail.ru
- Филина Мария Петровна* магистрант 1-го года обучения физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: filina.mari@mail.ru
- Фильков Александр Иванович* канд. физ.-мат. наук, доц. каф. физической и вычислительной механики механико-математического факультета, Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: aifilkov@gmail.com
- Хандаев Б.В.* Томский государственный университет, 634050, Томск, пр. Ленина, 36
- Хегай Ефим Игоревич* магистрант 1-го курса физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: efim41362@mail.ru
- Худобина Юлия Петровна* с.н.с. НИИ ПММ Национального исследовательского Томского государственного университета. Сот. тел. 89069582246
- Чижов Сергей Юрьевич* студент кафедры прикладной газовой динамики и горения физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета
- Шахиджанов Валерий Суренович* студент 4-го курса физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: arm3n1an@mail.ru
- Шваб Александр Вениаминович* д-р физ.-мат. наук, зав. каф. прикладной аэромеханики физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: avshvab@inbox.ru
- Шрагер Геннадий Рафаилович* проф., д-р. физ.-мат. наук, зав. каф. ФТФ Национального исследовательского Томского государственного университета
- Шульц Денис Сергеевич* ассистент каф. прикладной математики и информатики Национального исследовательского Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. E-mail: d_schulz@mail.ru
- Якименко Виктория Анатольевна* студентка физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. Тел. 8 9528036219
- Якутенок Владимир Альбертович* д-р физ.-мат. наук, с.н.с., проф. каф. математической физики физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: yva@ftf.tsu.ru
- Ярамаз Слободан* Университет в Белграде, Сербия. Факультет машиностроения, Департамент СИСТЕМ вооружения. E-mail: sjaramaz@mas.bg.ac.rs

СОДЕРЖАНИЕ

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

Грибовский М.В., Бычкова О.И., Дедова В.К. Организация дистанционной работы со школьниками по физико-математическому профилю в интернет-лицее Томского государственного университета	5
Маслов Е.А., Архипов В.А., Жарова И.К. Экспериментальное исследование сверхзвукового обтекания модельных РПД	9
Орлов М.Ю. Мобильная лаборатория «Исследование поведения природных материалов при взрывном нагружении». Взрыв системы «снег – шуга – лед»	14

СЕКЦИЯ 1

ВЗРЫВНЫЕ, ДЕТОНАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ И СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА ПРИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Маркович М., Милюнович М., Елек П., Ярамаз С., Мицкович Д. Сравнительные подходы к моделированию взрывообразного сформированного снаряда	18
Орлова Ю.Н. Экспериментальное исследование процесса взрывного нагружения системы «снег – шуга – лед»	26
Порязов В.А., Крайнов А.Ю. Расчет скорости горения металлизированного СТТ с учетом процессов в газовой фазе	28
Порязов В.А., Крайнов А.Ю. Сравнение расчетных стационарных и нестационарных скоростей горения пороха Н при меняющемся давлении	33

СЕКЦИЯ 2

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ, АЛГОРИТМЫ, ПРОГРАММЫ И ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

Kharik E.K., Roubtsova V.P., Fafard M., Morse B., Côté A. 1D ice material model generalization in 3D for its implementation into ANSYS	37
Арбит О.А. Применение переменных Лагранжа в задаче о волнах конечной амплитуды на поверхности тяжелой жидкости	40
Бодров А.С., Зелепугин С.А. Влияние давления и скорости титанового образца на процесс динамического канально-углового прессования	45
Браун О.В., Шваб А.В. Численное моделирование аэродинамики в воздушно-центробежном классификаторе	49
Володченко С.И., Селюнина Н.В., Синяев С.В. Сравнительный анализ результатов расчета индукционного нагрева полых цилиндрических проводников в электротехнической и магнитно-диффузионной постановках задачи	52
Десятник А.В., Пономарева М.А., Якутенок В.А. Моделирование растекания капли вязкой жидкости по твердой стенке в плоской постановке методом VOF	56
Кирюшкин А.Е. Газодинамический подход к моделированию горячей поверхности	59
Котов И.А., Гольдин В.Д. О решении задачи сверхзвукового вязкого обтекания затупленного тела	62
Кузнецова А.Е., Пономарева М.А., Якутенок В.А. Численное исследование аппроксимационной сходимости непрямого метода граничных элементов при моделировании осесимметричных течений вязкой жидкости	66

Липунов И.Б. Прямой метод решения уравнения Пуассона.....	69
Мамонов Д.В. Задача о сферическом маятнике	72
Помогаева С.В., Гольдин В.Д. Об одном алгоритме решения задачи сверхзвукового невязкого обтекания затупленных тел.....	76
Рыльцев И.А. Численное моделирование течения вязкой жидкости в плоской каверне с использованием алгоритма SIMPLE	79
Пономарева М.А., Филина М.П., Якутенок В.А. Особенности использования метода простой итерации для решения системы нелинейных алгебраических уравнений при моделировании течений степенной жидкости непрямом методом граничных элементов.....	83
Мицарина Е.Ю., Худобина Ю.П. Расчет течения слоистой жидкости в полосе.....	86
Шваб А.В., Евсеев Н.С. Исследование влияния параметров закрутки на эффективность фракционного разделения частиц	89
Якименко В.А. Движение материальных частиц в центральном поле	93

СЕКЦИЯ 3

ИССЛЕДОВАНИЯ НОВЫХ ПЕРСПЕКТИВНЫХ МАТЕРИАЛОВ В ПРИЛОЖЕНИЯХ
МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

Багутдинов Р.А., Нариманов Р.К. К вопросу расчета полевого транзистора Шоттки на основе гидродинамической модели	96
Буяков А.С., Кульков С.Н. Изучение влияния концентрации MgO в композите с ZrO ₂ (MgO) на параметры спекания и структуру материала	100
Надежкин М.В., Лунев А.Г., Баранникова С.А., Ионова Н.А. Исследование локализации пластической деформации в титановом сплаве ВТ6.....	103
Левков Р.В., Буякова С.П., Кульков С.Н., Савриков В.А., Жуков И.А. Пористая керамика, полученная из оксида и гидроксида алюминия.....	106
Микушина В.А. Изучение свойств углепластиков с учетом особенностей накопления повреждений.....	111
Рикун Ю.А., Сидоренко Ю.Н. Сравнение критериев оценки прочности в задачах механики композитов.....	114
Хандаев Б.В., Ли Ю.В., Нарикович А.С. Структура и физико-механические свойства легких конструкционных сплавов после интенсивной пластической деформации.....	117

СЕКЦИЯ 4

БАЛЛИСТИКА И НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА

Астахов А.Л., Архипов В.А. Методика экспериментального исследования диспергирования жидкости эжекционными форсунками.....	119
Баранников Е.А. Оценивание вероятности столкновения астероидов с планетами.....	122
Батурин А.П., Кинзерский В.В. Расчет сближений астероидов с Землей с использованием эфемерид DE405, DE432 И EPM2011	125
Кузнецова В.В., Савельева Л.А. Влияние химической природы металлического горючего на термодинамические характеристики твердых топлив.....	130
Логнинова М.О., Скрипченко П.В., Галушина Т.Ю. Астрометрическая поддержка позиционных наблюдений в программном комплексе EROS	133
Самбаров Г.Е., Сюсина О.М. Влияние возмущающих факторов на точность вероятностного описания движения потенциально опасных астероидов	136
Ищенко А.Н., Дьячковский А.С., Касимов В.З., Саморокова Н.М., Сидоров А.Д., Степанов Е.Ю. Моделирование ввода электрической энергии в пороховой заряд	139

СЕКЦИЯ 5

МАТЕМАТИКА, МЕХАНИКА И ИНФОРМАТИКА ДЛЯ МОЛОДЫХ
ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ И УЧАЩИХСЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ШКОЛ И ЛИЦЕЕВ

Сорокин В.А. Использование IT-технологий на уроках биологии в рамках авторского УМК.....	143
-------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

СЕКЦИЯ 6
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ
И ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ

Агафонцев М.В., Лобода Е.Л., Рейно В.В. Исследование пульсаций температуры в пламени с применением методов ИК-диагностики в различных спектральных диапазонах.....	148
Агафонцев М.В., Лобода Е.Л., Макарова Е.А., Рейно В.В. Об особенностях применения термографии для исследования полей температуры в пламени.....	151
Борзенко Е.И., Бояркина К.Е., Шрагер Г.Р. Течение степенной жидкости в трубе с внезапным сужением.....	154
Гук В.О., Кузнецов В.Т., Фильков А.И., Катаева Л.Ю. Особенности воспламенения древесины под воздействием убывающего потока лучистой энергии.....	158
Зиновьева О.С., Шахиджанов В.С. Поведение поверхности при деформации модельной системы типа матрица – включение.....	162
Крайнов А.Ю., Моисеева К.М. Численное исследование устойчивости горения 4%-ной метановоздушной смеси в узком канале.....	166
Марценко А.А., Марценко М.С. Моделирование динамики аномально вязкой жидкости в канале сложной формы с препятствием.....	172
Пахомов М.А., Усанина А.С. Влияние поверхностно-активных веществ на динамику всплытия одиночного газового пузырька.....	175
Перфильева К.Г., Архипов В.А. Движение осесимметричных моделей в водной среде.....	178
Селюнина Н.В., Синяев С.В. Математическое моделирование индукционного нагрева ансамблей тонкостенных цилиндрических проводников аксиальным магнитным полем.....	181
Фильков А.И., Гладкий Д.А. Использование ГИС для прогноза торфяных пожаров.....	185
Шульц Д.С., Крайнов А.Ю. Численное моделирование безгазового горения с использованием модели сферических реакционных ячеек.....	189
Хегай Е.И. Численное решение задачи о течении вязкой жидкости в изогнутом канале с применением технологии параллельного программирования.....	195
Чижов С.Ю. Оценка технологичности изготовления высокоэнергетических твердотопливных композиций.....	198
НАШИ АВТОРЫ	208

CONTENTS

PLENARY SESSION

Gribovskiy M.V., Bychkova O.I., Dedova V.K. Organization of distance work with pupils in physics and mathematics specialization in Internet-lyceum OF Tomsk State University	5
Maslov E.A., Arkchipov V.A., Zharova I.K. Experimental research of supersonic flow around models of the rocket-ramjet engines	9
Orlov M.Yu. Mobile laboratory «Investigation of the behavior of natural materials in explosive detection». The explosion of the system «Snow – sugar – ice»	14

Session 1. EXPLOSION, DETONATION PHENOMENA AND PROPERTIES OF MATTER AT HIGH-INTENSIVE

Markovic M., Milinovic M., Elek P., Jaramaz S., Mickovic D. Comprative approaches to the modelling of explosively formed projectiles	18
Orlova Yu.N. Experimental study of explosive loading system «Snow – sugar – ice»	26
Poryzov V.A., Krainov A.Yu. Compration value of calculated steady and non-steady powder combustion rate with pressure change	28
Poryzov V.A., Krainov A.Yu. Calculation of aluminized solid rocket propellant burning rate with provision for Gas-phase process	33

Session 2. NUMERICAL METHODS, ALGORITHMS, CODES, AND ACCURATE SOLUTIONS OF THE CONTINUUM MECHANICS

Kharik E.K., Roubtsova V.P., Fafard M., Morse B., Alain C. 1D Ice material model generalization in 3D for its implementation into ANSYS	37
Arbit O.A. Application lagrange’s variables in a problem about waves of final amplitude on a surface of heavy liquid	40
Bodrov A.S., Zelepugin S.A. Influence of pressure and velocity of titanium specimen on the dynamic channel-angular pressing process	45
Braun O.B., Shvab A.V. Numerical simulation of aerodynamic sincetrifugalair classifier	49
Volodchenkov S.I., Selyunina N.V., Sinyayev S.V. Comparative analysis of the simulation data by inductive heating of light-wall cylindrical conductors in the electro-technical and magneto-diffusive statements of the problem	52
Desyatnik A.V., Ponomareva M.A., Yakutenok V.A. Simulation of 2D viscous drop spreading on a solid wall using VOF-method	56
Kiryushkin A.E. Gas-dynamic approach to modelling a burning surface	59
Kotov I.A., Gol’din V.D. The model of a viscous shock layer	62
Kuznetsova A.E., Ponomareva M.A., Yakutenok V.A. Numerical investigation of indirect boundary element method approximations for axisymmetric viscous fluid flow simulation	66
Lipunov I.B. Direct method decision of the Poisson’s equation	69
Mamonov D.V. Problem about a spherical pendulum	72
Pomogaeva S.V., Goldin V.D. An algorithm for solving the problem of supersonic inviscid flow around blunt bodies	76
Ryltsev I.A. Numerical simulation of viscous flow in a planar cavity using simple algorithm	79
Ponomareva M.A., Filina M.P., Yakutenok V.A. An effective simple iteration scheme of nonlinear algebraic equations system solving for power law fluid flow simulation by indirect boundary element method	83
Mishcharina Ye.Yu., Khudobina Ju.P. Calculation of a current of a layered liquid in a strip	86

Shvab A.V., Evseev N.S. Investigation of the influence of parameters of rotation on the efficiency of fractional separation of particle	89
Yakimenko V.A. Movement of material particles in the central field.....	93

Session 3. INVESTIGATION OF ADVANCED MATERIALS IN APPLICATIONS OF CONTINUUM MECHANICS

Bagutdinov R.A., Narimanov R.K. The issue of calculating the fet based Schottky hydrodynamic model	96
Buykov A.S., Kulkov S.N. Study of the influence of magnesia concentration on sintering parameters and structure of the in magnesia-stabilized zirconia composite	100
Nadezhkin M.V., Lunev A.G., Barannikova S.A., Ionova N.A. Localization of plastic deformation in the titanium alloys	103
Levkov R.V., Buykova S.P., Kulkov S.N., Savrikov V.A., Gukov I.A. Porous ceramic obtained from aluminium oxide and gidrodiksid	106
Mikushina V.A. Investigation of damages accumulation in carbon fiber reinforced plastics	111
Rikun Yu.A., Sidorenko Y.N. Evaluation of the effectiveness of the perlocation strength criterion in problems of mechanics of composites.....	114
Handaev B.V., Li Yu.V., Narikovich A.S. Influence of severe pkastic deformation on the physics mechanical properties of light stuctural alloys.....	117

Session 4. BALLISTICS AND CELESTRAL MECHANICS

Astakhov A.L., Arkhipov V.A. Technique for experimental study of liquid disperation by ejection atomizers	119
Barannikov E.A. Estimation of probability of asteroids impacts with planets	122
Baturin A.P., Kinzersky V.V. Computing of asteroids' encounters to the earth with the ephemerides DE405, DE432 AND EPM2011	125
Kuznetsova V.V., Savelieva L.A. The influence of the chemical nature of metal fuel on the thermodynamic characteristics of solid propellants	130
Loginova M.O., Skripchenko P.V., Galuschina T.Yu. Astrometric support positional observation in the Software package EROS	133
Sambarov G.E., Syusina O.M. The influence of systematic errors on the motion dynamics of potentially Hazardous asteroids.....	136
Ishenko A.N., Diachkovsky A.S., Kasimov V.Z., Samorokova N.M., Sidorov A.D., Stepanov E.U. Simulation input electrical eergy into the powder charge.....	139

Session 5. MATHEMATICS, MECHANICS AND INFORMATICS FOR YOUNG RESEARCHERS AND UCHASCHIH SYA GENERAL SCHOOLS AND LYCEE

Sorokin V.A. Use IT-technology on lesson of the biologies within the framework of author's UMK	143
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

Session 6. MATHEMATICAL AND PHYSICAL MODELING OF TECHNICAL AND NATURAL SYSTEMS

Agafontsev M. V., Loboda E. L., Reyno V.V. Study of temperature fluctuations in the flame using the method of IR diagnostics in different spectral ranges	148
Agafontsev M.V., Loboda E.L., Makarova E.A., Reyno V.V. On the use of thermography for research fields temperature in flames.....	151
Borzenko E.I., Boyarkina K.E., Shrager G.R. The power-law fluid in a pipe with a sudden contraction.....	154
Guk V.O., Kuznetsov V.T., Filkov A.I., Kataeva L.Yu. Experimental investigation of ignition of pine wood under decreasing radiant energy flux	158
Zinovieva O.S., Shakhijanov V.S. Surface deformation behavior of a single inclusion model....	162
Krainov A.Yu., Moiseeva K.M. The numerical study of the stability of the 4% methane-air mixture combustion in the narrow channel.....	166

Martsenko A.A., Martsenko M.S. Modeling of dynamics of power-law fluid in the channel with obstacle.....	172
Pakhomov M.A., Usanina A.S. Effect of surfactants on rising dynamics of a single gas bubble	175
Perfilieva K.G. Movement of axisymmetrical models in the water medium	178
Selyunina N.V., Sinyayev S.V. Mathematical modeling of inductive heating ensembles of light-wall cylindrical conductors by axial magnetic field.....	181
Filkov A.I., Gladky D.A. Using GIS to predict peat fires.....	185
Shults D.S., Krainov A.Yu. Numerical modeling of gasless combustion using spherical reaction cells model.....	189
Hegay E.I. Numerical solution problem of flow of a viscous fluid in a curved channel with the use of parallel programming.....	195
Chijov S.Yu. The Estimation to ease of manufacturing of the fabrication vysokoenergeticheskikh tverdotoplivnyh composition.....	198
Our author	208

Научное издание

Труды Томского государственного университета

Т. 296

Актуальные проблемы современной механики
сплошных сред и небесной механики

Международная молодежная научная конференция

17–19 ноября 2014 г., Томск

Редактор *В.Г. Лихачева*
Компьютерная верстка *Г.П. Орлова*

Подписано в печать 17.08.2015 г. Формат 70×108¹/₁₆.
Печ. л. 13,8; усл. печ. л. 19,3; уч.-изд. л. 19,0.
Тираж 100. Заказ

ООО «Издательство ТГУ», 634029, г. Томск, ул. Никитина, 4
ООО «Интегральный переплет», 634040, г. Томск, ул. Высоцкого, 28, стр. 1