

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
РОССИЙСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
НИИ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЁНЫХ ТГУ

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОЙ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД И НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ

II Всероссийская молодёжная научная конференция
посвященная 50-летию физико-технического факультета
Томского государственного университета

11–13 апреля 2012 г.

Основные направления конференции:

- 1. Взрывные, детонационные процессы и свойства вещества при высокоэнергетических воздействиях.*
- 2. Численные методы, алгоритмы, программы и точные решения задач механики сплошных сред.*
- 3. Исследования новых перспективных материалов в приложениях механики сплошных сред.*
- 4. Баллистика и небесная механика*
- 5. Математика, механика и информатика для молодых исследователей и учащихся общеобразовательных школ и лицеев.*



Издательство Томского университета
2012

УДК 539.3.004
ББК 22,25. 22.251.22.62
Т 78

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

Председатели:

А.А. Глазунов, д.ф.-м.н., профессор, ТГУ
Э.Р. Шрагер, д.ф.-м.н., профессор, ТГУ
А.М. Липанов, академик РАН

Сопредседатели:

В.А. Архипов , профессор, д.ф.-м.н., зав. отд. НИИ ПММ ТГУ	А.Н. Ищенко , профессор, д.ф.-м.н., зам. директора НИИ ПММ ТГУ
И.Б. Богоряд , профессор, д.т.н, академик РАН	Е.А. Козлов , профессор, член-корр. РАН
Т.В. Бордовицкая , профессор, д.ф.м.н, зав. отд. НИИ ПММ ТГУ	А.Ю. Крайнов , профессор, д.ф.-м.н. ТГУ
В.И. Биматов , профессор, зав. кафедрой ФТФ ТГУ	С.Н. Кульков , профессор, д.ф.-м.н. ТГУ
В.Г. Бутов , профессор, зав. отд. НИИ ПММ ТГУ	А.А. Кузнецов , председатель СМУ ТГУ
И.М. Васенин , профессор, д.ф.-м.н., зав. кафедрой ФТФ ТГУ	В.И. Масловский , доцент, директор МЦ ТГУ
А.В. Герасимов , профессор, д.ф.-м.н., зав. отд. НИИ ПММ ТГУ	С.В. Разоренов , профессор, д.ф.-м.н., ТГУ
Г.Е. Дунаевский , проректор по НР ТГУ	В.А. Скрипняк , профессор, д.ф.-м.н., зав. кафедрой ФТФ ТГУ
В.В. Жаровцев , доцент, ученый секретарь НИИ ПММ ТГУ	Г.Р. Шрагер , профессор, д.ф.-м.н., зав. кафедрой ФТФ ТГУ

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

Председатель – **М.Ю. Орлов**, ученый секретарь СМУ ТГУ

Ответственный секретарь конференции – **А.А. Козулин**, доцент, к.ф.-м.н., ТГУ

Технические секретари конференции:

А.С. Усанина , к.ф.-м.н., ТГУ	Е.И. Борзенко , ст. преп., к.ф.-м.н., ТГУ
М.А. Баньщикова доцент к.ф.-м.н., ТГУ	М.А. Сухоярский , студент ТГУ
Г.Н. Богомолов инженер НИИ ПММ ТГУ	М.В. Коробенков , аспирант ТГУ
А.И. Фильков , доцент, к.ф.-м.н., ТГУ	А.М. Жармухамбетова , студентка ТГУ
В.А. Солоненко , доцент, к.ф.-м.н., ТГУ	

Труды Томского государственного университета. – Т. 282. Серия физико-математическая: Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики: Материалы II Всероссийской молодежной научной конференции, посвященной 50-летию физико-технического факультета Томского государственного университета. Томск: Изд-во Том. ун-та. 2012 – 346 с.

ISBN 978-5-7511-2114-3

Представлены материалы II Всероссийской конференции молодых ученых «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики», прошедшей 11–13 апреля 2012 г. в Томском государственном университете.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов.

УДК 539.3.004
ББК 22,25. 22.251.22.62

ISBN 978-5-7511-2114-3

© Томский государственный университет

ПРЕДИСЛОВИЕ

В апреле текущего года на базе НИИ прикладной математики и механики и физико-технического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета прошла II Всероссийская молодежная научная конференция «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики». Конференция была приурочена к 50-летию ФТФ, который в этом году был признан лучшим факультетом в России.



На открытии конференции с приветственным словом к ее участникам выступил заместитель декана физико-технического факультета профессор А.Ю. Крайнов. Бывший выпускник ФТФ, а ныне директор Молодежного Центра В.И Масловский рассказал об успехах молодых ученых университета в различных научных конкурсах. Студенты, аспиранты и молодые ученые ФТФ и НИИ ПММ (в основном выпускники факультета) занимают сегодня лидирующие места в престижных Всероссийских научных конкурсах, доказывая высокий уровень своей подготовки.

На пленарном заседании были заслушаны приглашенные доклады из МГТУ им. Н.Э. Баумана и НИИ прикладной математики и механики Томского госуниверситета. Доцент ФН-11 А.П. Соколов рассказал о современных методах расчета процессов разрушения

неоднородных композиционных материалов с периодической микроструктурой. Лекция профессора Т.В. Бордовицыной была посвящена актуальной научной проблеме космического мусора на околоземных земных орбитах. Профессор В.П. Глазырин и докторант кафедры МДТТ Ю.Н. Орлов доложили о результатах исследования процессов ударно-взрывного нагружения поликристаллического льда.

Работало 5 секций, на которых было заслушано и обсуждено свыше 100 докладов. Доклады представили молодые ученые из Томска (большинство докладов), Москвы, Н. Новгорода, Тольятти, Новосибирска, Перми, Екатеринбурга, Краснодара, Новокузнецка, Бирска, Иркутска, Комсомольска-на-Амуре, Самары и Алматы (Казахстан).

Лучшие доклады были отмечены почетными дипломами. Заметная часть исследовательских работ поддержана различными научными фондами, в том числе ФЦП «Кадры», РФФИ и Советом по грантам Президента РФ, что доказывает их высокий уровень.

Впервые в работу конференции была включена школьная секция «Математика, механика и информатика» для учеников старших классов общеобразовательных школ, лицеев и гимназий. Это было сделано с целью популяризации научных исследований и будущего закрепления молодых кадров в области науки, инноваций и образования.

Хотелось бы поблагодарить всех участников конференции, пожелать им дальнейших успехов на научном поприще, а также выразить признание Совету молодых ученых ТГУ за помощь в ее организации.

До новых встреч!

*Председатель оргкомитета конференции,
директор НИИ ПММ ТГУ
профессор А.А. Глазунов*

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

УДК 539.3

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ УДАРНО-ВЗРЫВНОГО
НАГРУЖЕНИЯ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО ЛЬДА[©]****В.П. Глазырин, М.Ю. Орлов, Ю.Н. Орлов****Научно-исследовательский институт прикладной математики и механики
Томского государственного университета**

Представлены результаты теоретических исследований процессов деформирования и разрушения поликристаллического льда при ударных и взрывных нагрузках. Предложены физико-математическая модель поведения поликристаллического льда, численный метод расчета его напряженно-деформированного состояния, а также программные алгоритмы для решения многоконтактных динамических задач механики деформируемого твердого тела.

Введение

Актуальность исследований поведения льда при ударно-взрывных нагрузках в настоящее время не вызывает сомнений. Российская Федерация входит в пятерку «ледовых» стран, поэтому существует необходимость в развитии транспортных связей и проектировании портов в замерзающих морях Крайнего Севера, а также увеличении добычи природных ископаемых в районах вечной мерзлоты. Острой проблемой все еще стоит образование весенних заторов на сибирских реках, длина которых достигает более 150 километров. Изучать прочностные свойства льда необходимо также в военных целях. Ярким примером служит 15-й пуск баллистической межконтинентальной ракеты «Булава» с подводного крейсера тактического назначения «Юрий Долгорукий», который вначале был отложен по причине сложной ледовой ситуации в Белом море осенью 2010 г. Известно, что некоторые астероиды могут полностью состоять из льда, поэтому существует вероятность их столкновения с космическими аппаратами. Тема столкновения астероида с Землей была даже экранизирована в Голливуде.

Основная сложность исследований определена в прошлом веке в работах Мальгрема, Канна, Маэно, Богородского и заключается в том, что такой древнейший природный материал, как лед (сегодня известно более 15 его разновидностей), мало изучен в условиях динамического нагружения. Это объясняется сложной внутренней структурой, особенностями кристаллической решетки, аномальными пластическими свойствами, многократными фазовыми переходами в процессе деформирования и т.д. С точки зрения разрушения поликристаллический лед вообще может не иметь аналогов [1].

В лаборатории 21 НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета разработаны новая физико-математическая модель поведения льда при ударно-взрывных нагрузках, численный метод расчета его напряженно-деформированного состояния с учетом фрагментарного разрушения, а также суммированы научные данные (теоретические и экспериментальные) о поведении по-

ликристаллического льда при ударе и взрыве. Значительная часть результатов была получена в соответствии с календарным планом гранта РФФИ 07-08-00623а «Исследование процессов деформирования и разрушения поликристаллического льда при ударе и взрыве».

Краткий анализ современных работ отечественных исследователей

Ежегодно по ледовой тематике выходит более 1400 статей (данные Всемирной сети Интернет), однако работ по моделированию его ударно-взрывного нагружения значительно меньше. Это подтверждается работой юбилейного X Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, где из тысячи представленных докладов по ледовой тематике было заявлено не более десятка. В текущем году под руководством СО РАН в ИГ им. М.А. Лаврентьева пройдет Всероссийская научная конференция «Полярная механика», на которой будут представлены новейшие разработки научно-технических коллективов в области современной механики льда [2].

Таким образом, по состоянию на середину 2012 г. достоверно известно, что изучением основных механизмов и закономерностей льда при высокоскоростном деформировании занимаются различные коллективы ученых в следующих научных организациях нашей страны: ФГУП «ЦНИИ им. А.Н. Крылова», ААНИИ, ВНИИ им. Б.Е. Веденева (Санкт-Петербург), ИПМ им. А.Ю. Ишлинского (Москва), НИ ННГУ им. Н.И. Лобачевского (Н. Новгород), РФЯЦ-ВНИИ ЭФ (Саров), ИГ им. М.А. Лаврентьева, ИГД им. Н.А. Чалакала, ИТПМ СО РАН им. С.А. Христиановича (Новосибирск), НИ ТГУ, НИ ТПУ (Томск), ИВМ СО РАН (Красноярск), ИММ ДВО РАН (Комсомольск-на-Амуре), ЯГУ (Якутск), ДФУ (Владивосток) и др. Следует отметить, что большинство работ поддержана грантами РФФИ и ФЦП «Кадры».

Физико-математическая модель

Описание поведения льда при динамических нагрузках проводится с позиции феноменологической макроскопической теории механики сплошных сред на основе фундаментальных законов сохранения. Лед моделировался упругопластической, пористой, сжимаемой средой с учетом свойств прочности, ударно-волновых явлений, а также совместного образования отрывных и сдвиговых разрушений. Упругопластическое течение задается уравнениями Прандтля – Рейса при условии текучести Мизеса. Уравнение состояния выбрано в форме Уолша, основным достоинством которого является широкая доступность фигурирующих в нем постоянных.

В качестве основного инструмента исследований использован модифицированный лагранжев метод, расчетная часть которого дополнена механизмами расщепления расчетных узлов и разрушения расчетных элементов. Оригинальность метода заключается в новом способе выделения поверхностей разрыва сплошности материалов, не накладывающем серьезных ограничений на решение современных динамических многоконтактных задач МДТТ [3].

Объект и предмет исследований

Объект исследований – кожеляционный лед, полученный путем заморозки пресной воды в течение 48 ч в климатической камере при температуре – 24 °С. Рассматривался поликристаллический лед без фазовых переходов с усредненными физико-механическими характеристиками, взятыми из общедоступных источников. Действие гравитационных сил на лёд не учитывается, так как они существенно меньше сил ударного взаимодействия. Предметом исследований являлось осесим-

метричное 2D напряженно-деформированное и термодинамическое состояние льда с учетом эволюции его деформационных картин и областей разрушения.

Достоверность результатов численного моделирования установлена путем решения ряда тестовых задач и сравнением с известным аналитическим решением, а также экспериментальными данными. Экспериментальные данные были получены на уникальном баллистическом стенде с высокоточными приборами регистрации в НИИ прикладной математики и механики. Отдельные эксперименты специально были проведены в ЦНИИ им. А.Н. Крылова (Санкт-Петербург). Результаты физических экспериментов представлены в [4].

Расчет ударно-взрывного нагружения поликристаллического льда

Ниже проведены параметрические исследования с целью выявления влияния глубины закладки ВВ на процесс деформирования и разрушения ледовой пластины, расположенной на воде. Толщина ледовой пластины составляла 80 см, а глубина закладки ВВ была равной 20, 50 и 80 см. Масса ВВ (ТНТ) равна 6 кг. Расчетная область разбивалась «конвертом» на 5000 треугольных элементов (рис. 1).

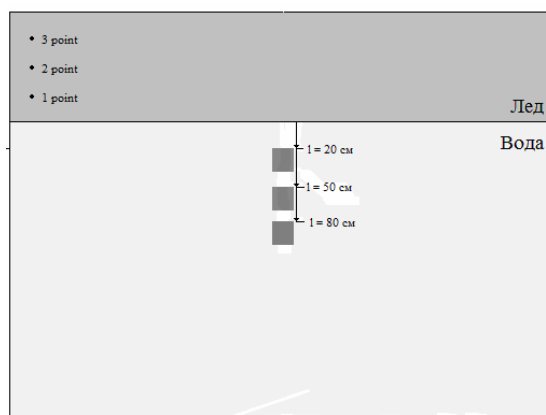


Рис. 1. Система «лед – вода – ВВ»

Серия вычислительных экспериментов была проведена для осесимметричного случая и состояла из 3 вариантов. Расчеты проведены на суперкомпьютере СКИФ-Cyberia. В процессе счета отслеживались время образования первых очагов разрушения, изменение деформационных картин и областей разрушения льда, вычислен объем его поврежденности. Примененная в работе методика позволяет наблюдать давление, напряжение, деформации, массовые скорости и другие параметры среды в любой точке исследуемой среды в заданный момент времени. С этой целью были выбраны три контрольные точки (рис. 1). Точка 1 расположена на расстоянии 4 см от контактной поверхности «лед – вода», точка 2 – в середине пластины и точка 3 – на расстоянии 4 см от свободной поверхности льда.

Вначале проанализируем процесс деформирования и разрушения льда при закладке ВВ на глубине 20 см. Для этого поэтапно воспроизведем процесс его взрывного нагружения вплоть до 4 мс. Установлено, что до 300-й мкс имеет место уплотнение льда под действием продуктов детонации в зоне контакта «лед – вода». Нетрудно заметить, что в указанной зоне лед немного деформирован. Расчетным путем установлено, что первые очаги разрушения появляются во льду после 400 мкс и начинают распространяться от поверхности «лед – вода» к его тыльной поверхности. Видно, что с 500-й мкс во льду начинает образовываться «пробка» в форме усеченного конуса. Установлено, что ее диаметр, равный основанию конуса, составлял 140 см. На второй миллисекунде образовывается магистральная трещи-

на, которая распространяется от границы контакта «лед – вода» к тыльной поверхности пластины.

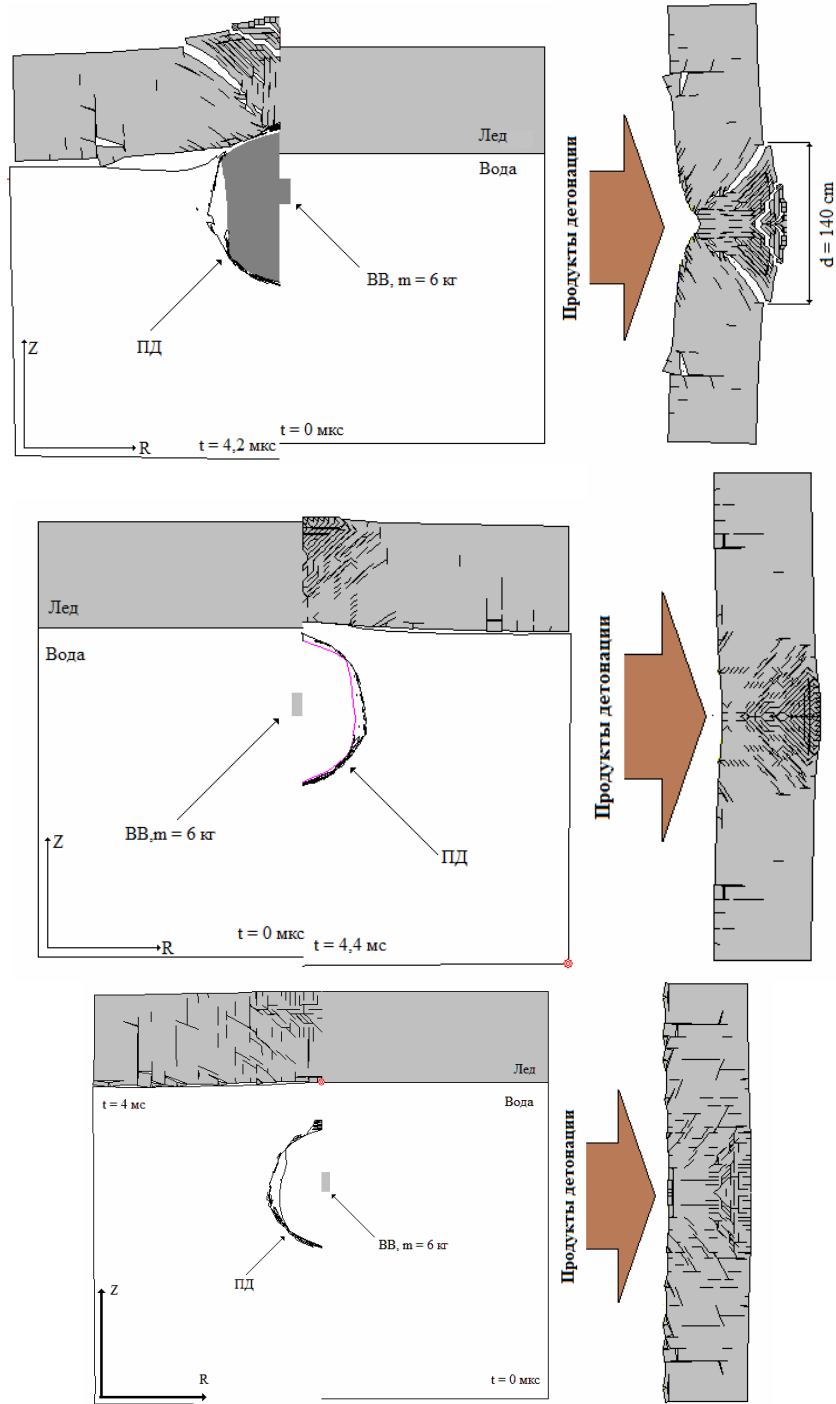


Рис. 2. Текущие конфигурации «лед – ВВ – вода»

Далее проанализируем результаты процессов деформирования и разрушения льда под действием продуктов детонации при глубине закладки ВВ равной 50 см. Сравнительный анализ деформационных картин и областей разрушения льда показал, что на первой миллисекунде деформационные картины в обоих вариантах имеют много общего; имело место пластическое деформирование льда в зоне контакта с водой. Несколько позже происходит разрушение льда в зоне контакта «ударник – лед», а затем вблизи его тыльной границы. Зафиксировано образование очагов разрушения ближе к боковой поверхности ледовой пластины. Следует отметить, что в данном варианте формирование «пробки» во льду не происходило.

В последнем варианте расчетов глубина закладки ВВ была равной 80 см. Первые очаги разрушения во льду зарождались на 500-й мкс вблизи тыльной поверхности льда. Видно, что очаги разрушения образовывались во льду в виде прямых и косых трещин, параллельных оси симметрии, а также расположенных под углом 45 и 90 градусов. Очаги разрушения во льду формировались равномерно по всей площади пластины, что является основным отличием от предыдущих вариантов. Пластина льда «несколько» прогнулась в осевом направлении.

График зависимости поврежденности льда для разных глубин закладки ВВ приведен на рис. 3. Видно, что основной объем разрушений во льду для глубин закладки 20 и 50 см был образован на первой миллисекунде. Для глубины закладки 80 см время образования основного объема разрушений увеличилось до 1,75 мс. Данный факт можно объяснить более поздним времени прихода ударной волны, образовавшейся вследствие порыва «ВВ». Установлено, что кривые *A* и *B* несколько раз пересекаются, причем на первых миллисекундах процесса. Расчетным путем получено, что максимальный объем поврежденности льда, равный 5,61% зафиксирован при глубине закладки 50 см, а минимальный объем поврежденности, равный 5,02%, отмечен при глубине закладки 80 см.

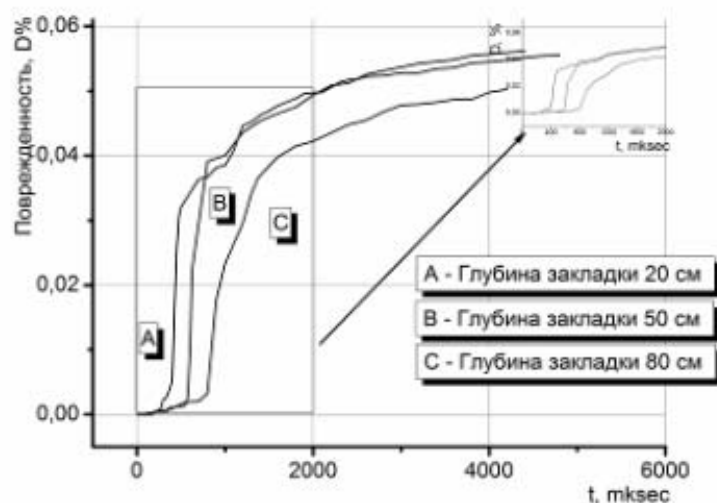


Рис. 3. График поврежденности льда от времени

Анализ напряженно-деформированного состояния показал, что в 1-й контрольной точке при глубине закладки, равной 20 см давление достигает своего максимального значения равного 0,44 ГПа на 125-й мкс. Во второй контрольной точке максимальное значение давления при глубине закладки, равной 50 см, было в 2 раза меньше, чем при глубине закладки 20 см, и в 3 раза больше, чем при глубине закладки 80 см.

Расчет процесса разрушения крупногабаритным ударником, наполненным ВВ

Исследован процесс соударения крупногабаритного ударника с ледовой пластиной, лежащей на воде (рис. 4). Ударник состоит из стальной оболочки, наполненной взрывчатým веществом (ВВ). Внешний диаметр оболочки 48 см, длина 110 см, толщина стенки в цилиндрической части 1,5 см. Данная задача имеет военные приложения.

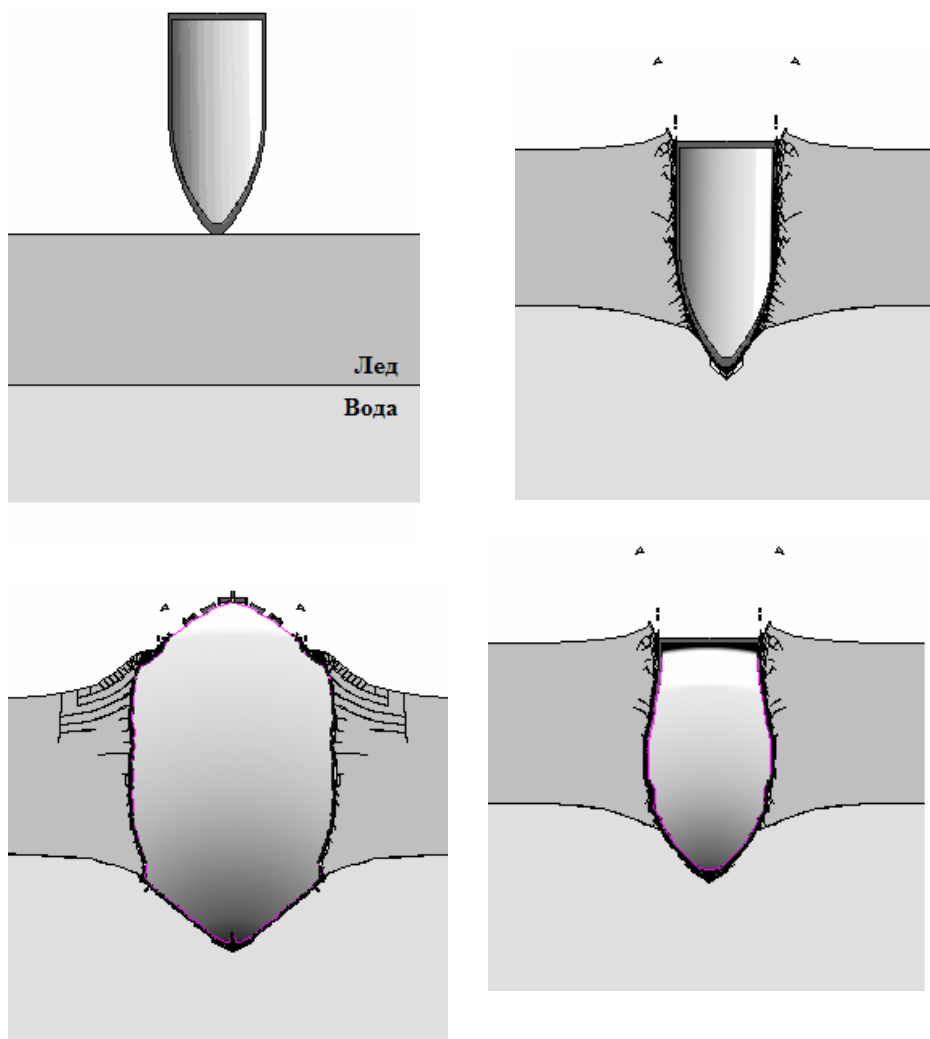
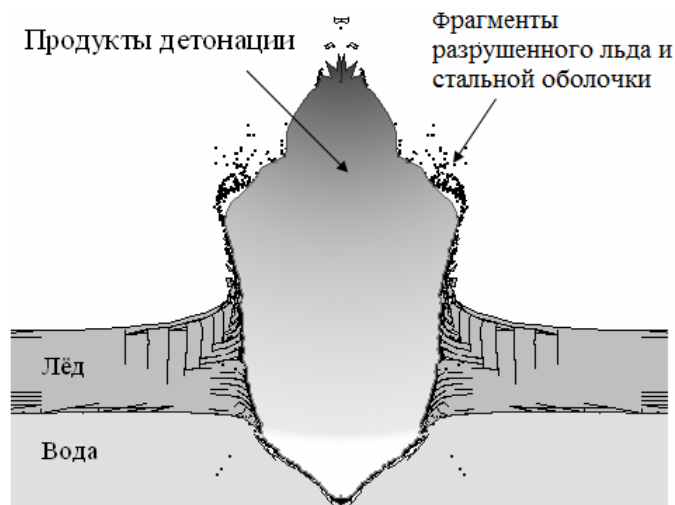


Рис. 4. Рассчитанные конфигурации системы в моменты времени 0, 8, 8.15, 8.5 мс

Материал оболочки стали плотностью 7.85 г/см^3 , модуль сдвига 80 ГПа, предел текучести 0.6 ГПа. Внутри оболочка заполнена взрывчатым веществом типа ТНТ: плотность 1.6 г/см^3 , модуль сдвига 11.5 ГПа, предел текучести 0.2 ГПа, скорость детонации 6.9 км/с. Масса ударника 440 кг, начальная скорость $V_0 = 150 \text{ м/с}$.

Рис. 5. Рассчитанные конфигурации системы в $t = 9,5$ мс



В процессе счета было установлено, что внедрение ударника в лёд сопровождалось разрушением льда вокруг образующегося кратера, причем форма кратера повторяла форму ударника (рис. 5). Когда дно ударника равнялось с поверхностью льда (8 мс), осуществлялся «подрыв» ВВ. В дальнейшем процесс разрушения ледовой пластины был вызван действием продуктов детонации. Диаметр кратера через 0,5 мс после детонации ВВ увеличился примерно вдвое и составил в средней части 110 см. В верхней части льда появляются отрывные разрушения, которые отсутствуют в нижней части льда. Это объясняется наличием слоя воды, препятствующего появлению достаточных для разрушения растягивающих напряжений. Расчет проводился до момента времени, равного 9,5 мкс, тогда диаметр кратера в средней части составил примерно 180 см, т.е. после детонации ВВ увеличился более чем в три раза, лёд вокруг кратера значительно разрушился и часть его выброшена продуктами детонации наружу.

В работе представлен далеко не полный обзор исследований, выполненный коллективом авторов. За истекшие десять лет опубликовано более 25 публикаций по данной теме, готовится к защите кандидатская диссертация, планируется организация виртуальной лаборатории «Ударное и взрывное нагружение поликристаллического льда». Зимой 2012/13 года запланированы физические эксперименты, объектом исследования которых являются пластины речного пресноводного льда из р. Томь. Основные результаты опубликованы в [5–13].

Основные выводы и результаты

1. Развита физико-математическая модель деформирования и разрушения поликристаллического льда при ударных и взрывных нагрузках, базирующаяся на фундаментальных законах сохранения массы, движения и энергии. Модель является упругопластичной, пористой, сжимаемой, учитывающей свойства прочности, ударно-волновые явления, а также совместное образование отрывных и сдвиговых разрушений. При этом она не является чрезмерно громоздкой и не привязана к какому-либо уравнению состояния, что позволяет экономить время счета.

2. Новый метод расчета ударного и взрывного нагружения поликристаллического льда способен на качественном уровне прогнозировать его поведение в труднодоступной для физического эксперимента области определяющих пара-

метров и начальных условий. Оригинальность метода заключается в новом способе выделения поверхностей разрыва сплошности материала, без серьезных ограничений на решение динамических многоконтактных задач механики деформируемого твердого тела.

3. Получен ряд оригинальных научных результатов, в том числе детально изучена динамика деформирования и разрушения толстых льдов при взрывном нагружении. Установлено, что увеличение массы заряда ВВ в воде подо льдом приводит к образованию на начальной стадии процесса двух очагов разрушения, которые затем сливаются в один. Увеличение заглубления в воду заряда ВВ приводит к значительному снижению степени разрушения ледовой пластины и снижению по гиперболической зависимости максимального давления во льду и скорости свободной поверхности льда.

4. Впервые с учетом совместного образования отрывных и сдвиговых разрушений исследован процесс глубокого внедрения компактных ударников в пресноводный лед при начальных скоростях удара ниже скорости звука в воздухе. Установлены основные механизмы и закономерности процесса разрушения пластины льда конечной толщины при ударе, а именно: образование кольцевой трещины отрыва в середине ледяной пластины. Рассчитан объем разрушений, диаметр и глубина образовавшегося кратера. Показано, что снижение скорости ударника во льду происходит по линейному закону. Проанализирована эволюция деформирования и разрушения льда с целью выявления влияния пористости льда на процесс проникания. Установлено влияние начальной пористости льда на запреградную скорость ударника. Получено временное распределение пористости по ледовой преграде и выявлены области уплотнения и области увеличения пористости материала преграды.

5. Изучена динамика деформирования наполненных ударников при взаимодействии со льдом. Замена ВВ наполнителем, имитирующим его физико-механические свойства, вызвана необходимостью описания и прогнозирования результатов той части стендовых испытаний, в которой исследуются не только вероятность самодетонации, но и параметры ударников и преград до и после момента детонации. Установлено, что при высоких скоростях наполнитель деформируется в значительно большей степени, чем оболочка, а значит, самодетонация может наступить раньше, чем если бы рассчитывалась только по деформации оболочки. Выявлены наиболее вероятные места разрушения ударников.

Работа поддержана ФЦП «Кадрь» (ГК 14.740.11.0585 от 05.10.2010 г.).

Литература

1. *Физика и механика льда*: Пер. с англ. / Под ред. П. Трюде. М.: Мир, 1983. 352 с.
2. <http://conf.nsc.ru/files/conferences/polar-mech/123506/pm2012.pdf>
3. Глазырин В.П., Орлов Ю.Н., Орлов М.Ю. Моделирование разрушения материалов при ударе и взрыве // Вестник Академии военных наук. 2008. №3(24). Спец. вып. С. 94–99.
4. Глазырин В.П. Исследование процессов высокоскоростного деформирования и неоднородных материалов и конструкций: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Томск, 2010. 34 с.
5. Глазырин В.П. Ударное и взрывное нагружение льда // Изв. вузов. Физика. 2007. Т. 50, №9. С. 54–57.
6. Глазырин В.П., Орлов М.Ю., Орлов Ю.Н. Разрушение льда под действием продуктов детонации ВВ // Известия вузов. Физика. 2008. Т. 51, №8/2. С. 136–142.
7. Глазырин В.П., Орлов Ю.Н., Орлов М.Ю. Разрушение льда при ударном и взрывном нагружении // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13, Ч. 1. Спец. вып. С. 425–432.
8. Глазырин В.П., Орлов Ю.Н., Орлов М.Ю. Анализ действия заряда ВВ на ледовую пластину // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: матер. конф. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2008. С. 224–226.
9. Глазырин В.П., Орлов Ю.Н., Орлов М.Ю. Моделирование взрывного разрушения сверхтолстых льдов // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: Матер. конф. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2008. С. 222–224.
10. Глазырин В.П., Орлов Ю.Н., Орлова Ю.Н. Исследования ударно-взрывного нагружения ледовой пластины // Изв. вузов. Физика. 2009. №7/2. С. 77–80.

11. Глазырин В.П., Орлов Ю.Н., Орлова Ю.Н. Моделирование контактной границы при взрыве // Физика. 2009. №7/2. С. 74–77.

12. Орлов М.Ю., Орлова Ю.Н. Моделирование процесса внедрения компактного цилиндрического ударника в лед // Материалы конференции «Современная баллистика и смежные вопросы механики», посвященная 100-летию со дня рождения профессора М.С. Горохова – основателя Томской школы баллистики. Томск, 2009. С. 235–237.

13. Glazyrin V.P., Kruszka L.S., Orlov M.Yu., Orlov Yu.N. Numerical Simulation of Integration Processes of Projectiles with Concrete and Ice // Abstracts of Workshop 2012: Dynamic Behavior of Materials and Safety of Structures, 2–4 May. 2012, Poznan, Poland. P. 12.

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА БАЗЕ МЕТОДА АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ГОМОГЕНИЗАЦИИ[©]

Ю.И. Димитриенко, А.П. Соколов

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Предложены математическая модель численные методы и программные алгоритмы для математического моделирования упругопрочностных характеристик неоднородных композиционных материалов с периодической микроструктурой. Были проведены тестовые расчеты упруго-прочностных характеристик тканевых композитов. Микроструктура исследуемых материалов уточнялась с использованием электронных микроскопов.

Введение

Актуальность поставленной задачи очень велика. Композиционные материалы (КМ) находят широкое применение в аэрокосмической технике, машиностроении, легкой промышленности, медицинской технике (протезировании, стоматологии) и многих других отраслях. Ярким примером современного эффективного использования композитов в авиастроении является разработка новейшего пассажирского самолета Boeing 787 Dreamliner, конструкция которого более чем на 50% состоит из композитов. Большинство свойств получаемых различными технологическими процессами КМ определяют экспериментально (см. [3, 4, 8]) либо с использованием приближенных формул (см. [3, 9, 14, 15]). Натурные исследования очень дороги (исчисляются миллионами рублей), в то время как существующие формулы и оценки зачастую не дают требуемой точности.

Практическая ценность предлагаемого подхода заключается в возможности: а) получения результатов с наперед заданной точностью, б) экономической выгоды за счет сокращения количества экспериментальных исследований, в) решения задач синтеза материалов, г) повышения качества получаемого на производстве материала.

Математическая постановка задачи

Большинство КМ имеют сложную гетерогенную внутреннюю микроструктуру, распространяющуюся на несколько масштабных уровней как для наполнителей, так и для матриц: комплексные нити, моноволокна, фибриллы и пр. Для описания напряженно-деформированного состояния конструкций из таких материалов было введено понятие многоуровневой иерархической структуры (МИС) композита. Оно предполагает, что компоненты рассматриваемой модели КМ, в свою очередь, могут также быть композитами и т.д. (рис. 1).

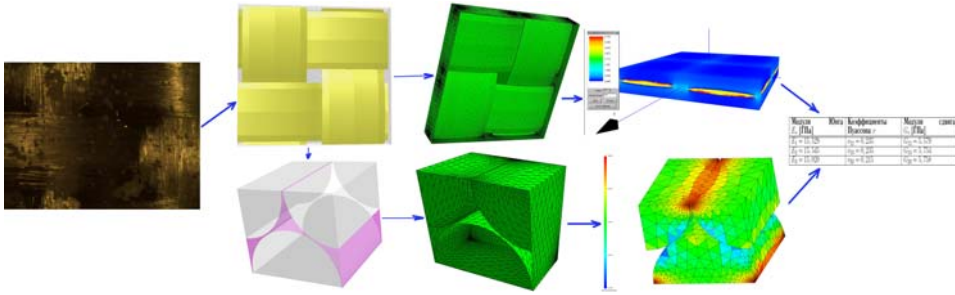


Рис. 1. Упрощенная модель трехуровневого дисперсно-армированного КМ

В основе используемого в работе численного алгоритма использовался метод осреднения гетерогенных периодических структур (замена гетерогенного материала на однородный – гомогенизация) – метод асимптотического осреднения (МАО) (метода гомогенизации (МГ)), предложенный в работах Н.С. Бахвалова [1] и Б.Е. Победри [1, 12], – этот метод был адаптирован для МКМ в сочетании с методом конечных элементов. Метод гомогенизации основан на введении двухмасштабных координат [1, 2, 11–13] («быстрых» и «медленных») и позволяет численно найти эффективные характеристики (в работе рассматривались механические) (ЭХ) композита с помощью решения специальных «локальных задач теории упругости на ячейке периодичности» (ЯП) (1), в основе которых лежит система уравнений равновесия, соотношения Коши и обобщенный закон Гука:

$$\begin{cases} \sigma_{ij|j}^{(0)} = 0, \\ \varepsilon_{kl}^{(0)} = \bar{\varepsilon}_{kl} + \frac{1}{2}(u_{k|l}^{(1)} + u_{l|k}^{(1)}), \\ \sigma_{ij}^{(0)} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}^{(0)}, \end{cases} \quad (1)$$

где $\sigma_{kl}, \varepsilon_{kl}$ – компоненты тензоров напряжений и деформаций соответственно в ячейке периодичности V_{ξ} , за $\bar{\varepsilon}_{kl}$ обозначены средние деформации, определяемые как: $2\bar{\varepsilon}_{ij} = u_{i,j}^{(0)} + u_{j,i}^{(0)}$, C_{ijkl} – компоненты тензора модулей упругости материала, $_{,l} = \partial / \partial \xi^l$ – производные по «быстрым» координатам [1]. Система (1) дополняется специальными граничными условиями: условиями периодичности для перемещений $u_i^{(1)}$ и вектора напряжений $\sigma_{ij}^{(0)} h_j$: $[u_i^{(1)}] = 0$, $[\sigma_{ij}^{(0)}] h_j = 0$, условиями идеального контакта (по силам и перемещениям) на границе раздела $\Sigma_{\xi\alpha\beta}$, компонентов α и β в модели ячейки периодичности: $[\sigma_{ij}^{(0)}] h_j = 0$, $[u_i^{(1)}] = 0$, h – вектор нормали, и условиями нормировки: $\langle u_i^{(1)} \rangle = 0$ [5–7].

В результате была получена «**локальная задача теории упругости**», называемая также «задачей на ячейке периодичности». Неизвестными в этой задаче являются функции 1-го уровня – $u_i^{(1)}(\bar{x}_j, \xi_k)$, зависящие от «медленных» \bar{x}_j и «быстрых» ξ_k координат, а функции нулевого уровня $u_i^{(0)}(\bar{x}_j)$, так же как и $\bar{\varepsilon}_{ij}$, рассматриваются в этой задаче как известные исходные данные. Для определения $u_i^{(0)}(\bar{x}_j)$ и $\bar{\varepsilon}_{ij}$ служит осредненная система уравнений [1, 5–7].

В [1] было установлено, что «локальная задача теории упругости» имеет единственное решение в классе периодических функций при обязательном выполнении условий нормировки. Эта задача может быть решена с использованием методов конечных элементов с учетом удовлетворения граничным условиям специального вида. Известны работы, в которых методы гомогенизации применялись для двухуровневых иерархических структур [2, 11–13]. В настоящей работе была сделана попытка обобщить модель на случай произвольного числа взаимосвязанных уровней.

При использовании идеи введения разномасштабных координат **предложен метод многоуровневой асимптотической гомогенизации (МАГ)** для многоуровневых иерархических структур (МИС) с произвольным числом уровней. Предложена математическая модель МИС, представляющая древовидную структуру связанных ячеек периодичности (рис. 2).

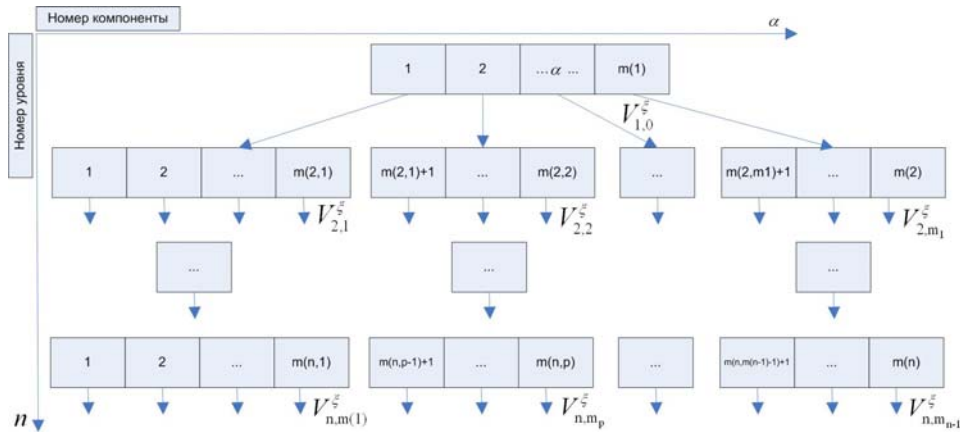


Рис. 2. Схема МИС

Задача была сведена к решению рекурсивно вложенных друг в друга «локальных задач теории упругости» на ячейках периодичности разных структурных уровней модели МКМ (2).

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla_n \cdot \sigma_{\{n\gamma\}}^{(0)} = 0, \xi_n \in V_{n\gamma}, m_{n,\alpha-1} \leq \gamma, \gamma' \leq m_{n,\alpha}, \\ \sigma_{\{n\gamma\}}^{(0)} = C \cdot \varepsilon_{\{n\gamma\}}^{(0)}, \\ 2\varepsilon_{\{n\gamma\}}^{(0)} = 2\bar{\varepsilon}_{\{n\alpha\}} + \nabla_n \otimes u_{\{n\gamma\}}^{(1)} + \nabla_n \otimes u_{\{n\gamma\}}^{(1)T}, \\ [\sigma_{\{n\gamma\}}^{(0)}] \cdot h_n = 0, [\sigma_{\{n\gamma\}}^{(1)}] = 0, \xi_n \in \Sigma_{n\gamma\gamma'}, \\ \langle u_{\{n\gamma\}}^{(1)} \rangle_{\{n\alpha\}} = 0, [u_{\{n\gamma\}}^{(1)}] = 0, \end{array} \right. \quad (2)$$

где n – номер структурного уровня; γ – номер компоненты в ячейке периодичности α на n -м структурном уровне. Для решения полученной формулировки «локальных задач теории упругости» n -го структурного уровня применялся модифицированный метод конечных элементов, который сводился к решению серий стандартных задач статики с классическими граничными условиями, которые были обозначены L_{pq} (см. рис. 2).

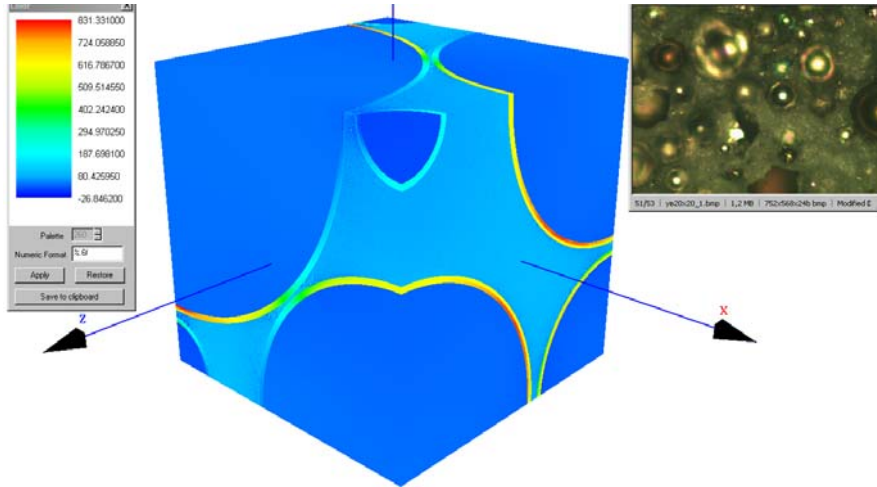


Рис. 3. Решение задачи L_{13} — поле компоненты σ_{13} тензора напряжений

Для определения **эффективных упругих характеристик композита** использовались эффективные определяющие соотношения, включающие решения задач L_{pq} (псевдоперемещения $U_{i(pq)}^\alpha$ и псевдонапряжения $\sigma_{ij(pq)}^\alpha$): $\langle \sigma_{ij}^{(0)} \rangle = \sum_{p,q} \bar{\sigma}_{ij(pq)}$,

где: $\bar{\sigma}_{ij(pq)} = \langle \sigma_{ij(pq)}^\alpha \rangle = \sum_{\alpha=1}^N \int_V \sigma_{ij(pq)}^\alpha dV$, тогда $\bar{C}_{ijpq} = \frac{\bar{\sigma}_{ij(pq)}}{\bar{\epsilon}_{pq}}$, где по p и q суммирование нет, где $\bar{C}_{ijpq} = \langle C_{ijpq}^{(0)} \rangle$ — компоненты тензора эффективных модулей упругости композита. После расчета тензора модулей упругости \bar{C}_{ijpq} рассчитывался эффективный тензор упругих податливостей $\bar{\Pi}_{ijpq}$, являющийся обратным к \bar{C}_{ijpq} , и были

получены девять технических констант: $E_\alpha = \frac{1}{\bar{\Pi}_{\alpha\alpha\alpha\alpha}}$ — эффективные модули Юнга;

$\nu_{\alpha\beta} = -\frac{\bar{\Pi}_{\alpha\alpha\beta\beta}}{E_\alpha}$ — эффективные коэффициенты Пуассона; $G_{\alpha\beta}^{(n)} = \bar{C}_{\alpha\beta\alpha\beta}^{(n)}$ — эффективные

модули сдвига. Совместно с расчетом эффективных модулей МКМ **определялись поля компонент тензора концентраций напряжений $B_{ijkl}^{(n)}(\xi)$** [5].

Расчет прочностных характеристик МКМ

Алгоритм расчета пределов прочности КМ.

1) Решение серии локальных задач L_{pq} теории упругости на $1/8$ ячейки периодичности композита \tilde{V}_ξ для определения эффективных упругих характеристик КМ

[2]. Особенностью данных задач в работе был учет анизотропии входящих в геометрию ЯП волокон: учитывалась искривленность волокон. Это повлекло за собой необходимость пересчета компонент тензора модулей упругости $C_{ijkl}(\gamma)$, зависящих от угла анизотропии волокон, определяемого заранее заданной его образующей. Для такого учета был разработан специализированный программный модуль, который связал локальную систему координат (физическую СК) «прямого» волок-

на с глобальной для искривленного. С математической точки зрения осуществлялось преобразование компонент тензора n ранга при замене ортонормированного базиса $e_{i_1} \dots e_{i_n}$ на криволинейный $R_{i_1} \dots R_{i_n} : {}^n \hat{\Omega}^{J_1 J_2 \dots J_n} = P_{i_1}^{J_1} P_{i_2}^{J_2} \dots P_{i_n}^{J_n} \cdot {}^n \Omega^{i_1 i_2 \dots i_n}$, где использовалось правило Эйнштейна (n -кратная сумма), $P = Q^{-1}$ – матрица, обратная к матрице Якоби, и ${}^n \Omega^{i_1 i_2 \dots i_n}$, ${}^n \hat{\Omega}^{J_1 J_2 \dots J_n}$ – компоненты тензора n ранга в старом и новом базисах соответственно. Решение задач L_{pq} в трехмерной постановке осуществлялось с помощью метода конечного элемента.

2) Вычисление эффективных упругих модулей композита.

3) Вычисление компонент тензора концентрации напряжений: $B_{ijkl}(\xi_s) = C_{ijpq}^\alpha(\xi_s) \bar{\Pi}_{pqkl}$, связывающих напряжения в компонентах композита с осредненными напряжениями:

$$\sigma_{ij}^\alpha = B_{ijkl} \bar{\sigma}_{kl} \quad (3)$$

4) Часто на практике прочностные свойства материалов определяют на базе решения задач о напряженно-деформированном состоянии (НДС) с учетом возможного разрушения при выполнении критерия прочности. В качестве критерия прочности использовался тензорный квадратичный критерий прочности Гольденבלата–Копнова или Цая–Ву [5, 6]. Разрушение в точке ξ_s^* наступает при выполнении соотношения

$$f^{(\alpha)}(\xi_s^*) = S_i^{(\alpha)} \sigma_i^{(\alpha)}(\xi_s^*) + \frac{1}{2} S_{ij}^{(\alpha)} \sigma_i^{(\alpha)}(\xi_s^*) \sigma_j^{(\alpha)}(\xi_s^*) = 1, i, j = 1 \dots 6, \quad (4)$$

где $S_{ij}^{(\alpha)}$, $S_i^{(\alpha)}$ – матрицы и векторы констант прочности α -й компоненты композита (заданы и определяются на базе пределов прочности на растяжение σ_r , сжатие σ_c , сдвиг σ_s).

Подставляя (3) в (4), получим

$$f^{(\alpha)}(\xi_s^*, t^*) = S_i^{(\alpha)} B_{ij}(\xi_s^*) \bar{\sigma}_j(t^*) + \frac{1}{2} S_{ij}^{(\alpha)} B_{ik}(\xi_s^*) B_{jl}(\xi_s^*) \bar{\sigma}_k(t^*) \bar{\sigma}_l(t^*) = 1, \quad (5)$$

где t^* – момент времени разрушения компоненты композита в точке ξ_s^* .

5) Зададим теперь серию из M законов изменения компонент средних напряжений $\bar{\sigma}_k(t)$ в виде линейной функции от параметра нагружения t : $\bar{\sigma}_i^{(\beta)}(t) = \tilde{\sigma}_i^{(\beta)} t$, $\beta = 1 \dots M$. Для каждого β -го элемента серии осуществляется нагружение композита с заданным вектором $\tilde{\sigma}_i^{(\beta)}$ при изменяющемся t от 0 до t_β^* . Осуществляется итерационное приращение аргумента t и на каждом шаге итерации проверяется выполнение условия $f^{(\alpha)}(\xi_s, t) \leq 1$. Как только при некотором t^* впервые выполняется условие $f^{(\alpha)}(\xi_s^*, t_\beta^*) \approx 1$, происходит разрушение множества конечных элементов, аппроксимирующих модель ЯП КМ. Этот момент считается моментом первичного разрушения КМ и фиксируется текущая нагрузка: находятся значения ξ_s^* , t_β^* и $\tilde{\sigma}_i^{(\beta)}(t_\beta^*)$.

6) На базе серии экспериментов, проводимых аналогично п. 6, строится сечение поверхности прочности первичного разрушения (см. рис. 3), далее синтезируется

эффективный квадратичный критерий прочности на базе использования метода наименьших квадратов.

Численные расчеты проводились для тканевых КМ с полотняным и простейшим сатиновым типом переплетения.

Некоторые результаты расчета представлены на рис. 4–6.

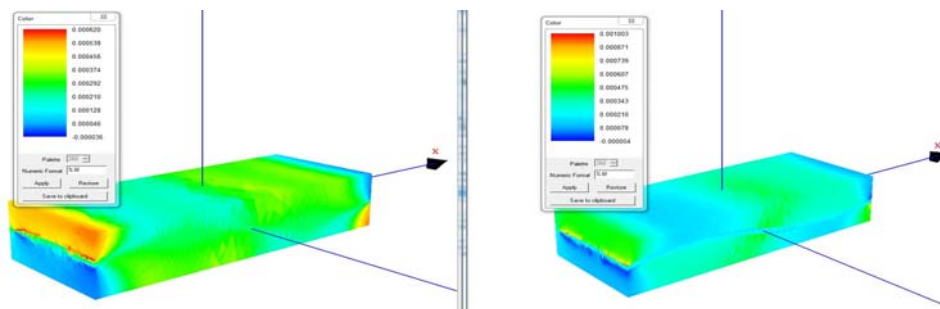


Рис. 4. Распределение компоненты $\varepsilon_{11}(x)$ тензора деформации в части ЯП тканевого КМ без учета анизотропии (слева) и с учетом (справа)

На рис. 5 показаны некоторые результаты процессов расчета микро-разрушения тканевого композита.

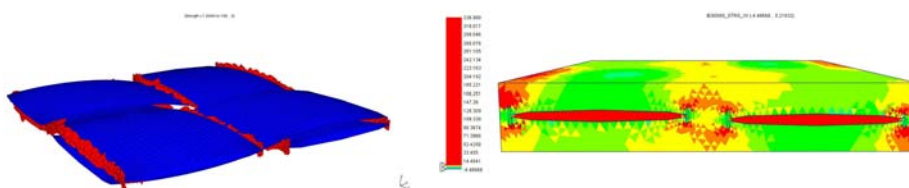


Рис. 5. Процесс распространения микротрещин в матрице ячейки периодичности тканевого КМ: трещина и волокна (слева), компонента тензора напряжений σ_{11} в ячейке периодичности (справа)

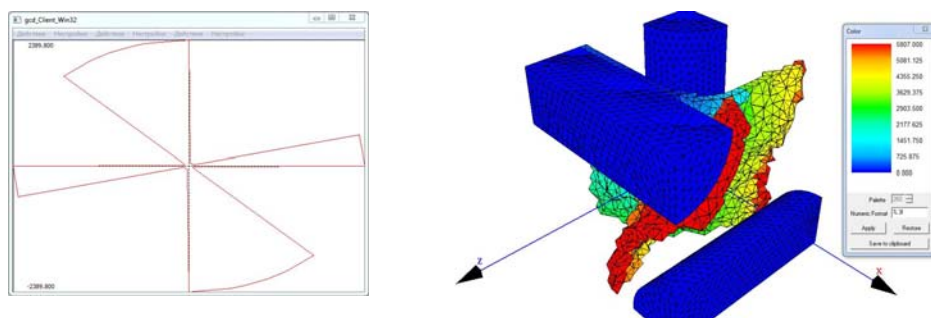


Рис. 6. Сечение аппроксимированной поверхности прочности первичного разрушения тканевого КМ полотняного типа переплетения (слева). Распространение микротрещины в ячейке периодичности 3D армированного КМ

Предлагаемый метод обладает высокой точностью вычислений, возможные погрешности вычисляемых пределов первичного разрушения определяются допущениями модели линейной теории упругости и могут быть устранены при использовании теории пластичности Ильюшина.

Выводы

Разработана оригинальная методика вычисления прочностных свойств КМ, позволяющая аппроксимировать поверхность прочности КМ по известным прочностным характеристикам компонентов КМ. Разработано специализированное программное обеспечение для автоматизированного решения задач расчета эффективных упругопрочностных (пределов упругости или пределов пропорциональности) характеристик композитов, в том числе и полей микронапряжений для всех структурных уровней композита. Представлены характерные результаты моделирования упруго-прочностных свойств дисперсно-армированных МКМ.

Для обеспечения достоверности результатов работы и практической значимости проводятся сравнения с экспериментальными данными. Результаты, полученные в рамках настоящих исследований, докладывались на ряде научных конференций.

Исследование выполнено при поддержке грантов Президента РФ: МК-6421-2012-9, МК-765.2012.8.

Литература

1. Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П. Осреднение процессов в периодических средах. М.: Наука, 1984. 352 с.
2. Бардзокас Д.И., Зобнин А.И. Математическое моделирование процессов в композиционных материалах периодической структуры. М.: УРСС, 2003. 374 с.
3. Ванин Г.А. Микромеханика композиционных материалов. Киев: Наукова думка, 1985. 300 с.
4. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
5. Dimitrienko Y.I., Sokolov A.P. Elastic properties of composite materials // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2010, Vol. 2, № 1. P. 116–130.
6. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П. Разработка численного метода расчета эффективных упругих характеристик композиционных материалов // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки*. 2008. №2. С. 56–67.
7. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П. Система автоматизированного прогнозирования свойств композиционных материалов // *Информационные технологии*. 2008. №8. С. 31–38.
8. *Композиционные материалы: Справочник* / Под ред. В.Ж. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. М.: Машиностроение, 1989. 510 с.
9. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. М.: Мир, 1982. 335 с.
10. Малмейстер А.К., Тамуж В.П., Тетерс Г.А. Сопротивление полимерных и композитных материалов. Рига: Зинатне, 1980. 572 с.
11. Мольков В.А., Победря Б.Е. Эффективные характеристики однонаправленного волокнистого композита с периодической структурой // *Изв. АН СССР. Механика твердого тела*. М., 1985. №2. С. 119–130.
12. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. М.: МГУ, 1984. 336 с.
13. Санчес-Паленсия. Неоднородные среды и теория колебаний. М.: Мир, 1984. 471 с.
14. Сендецки Дж. Механика композиционных материалов. М.: Мир, 1978. 563 с.
15. Тарнопольский Ю.М., Жигун И.Г., Поляков В.А. Пространственно-армированные композиционные материалы. М.: Машиностроение, 1987. 225 с.
16. Graeme W. Milton The theory of composites // University of Utah. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 719 p.

СЕКЦИЯ 1
**ВЗРЫВНЫЕ, ДЕТОНАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ
 И СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА
 ПРИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ СИСТЕМЫ
 УГЛЕРОД – ИНЕРТНЫЙ МАТЕРИАЛ ПРИ ПОСЛОЙНОЙ ЗАГРУЗКЕ**

С.А. Вагнер, А.Ю. Крайнов, Е.А. Салганский

Проведено теоретическое исследование фильтрационного горения системы углерод – инертный материал при послойной загрузке. Получены распределения параметров состояния среды по длине реактора в процессе горения.

**MODELING OF FILTRATION COMBUSTION OF CARBON –
 INERT MATERIAL WITH LAYERED LOADING**

S.A. Vagner, A.U. Krainov, E.A. Salgansky

A theoretical study of filtration combustion of carbon - inert material with layered loading was accomplished. The parameters distributions of condition of environment along the length of the reactor during combustion were given.

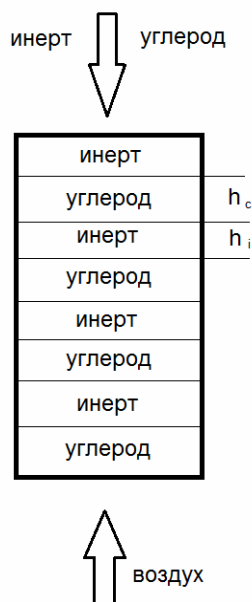


Рис. 1. Принципиальная схема реактора

Под фильтрационным горением (ФГ) понимается распространение волн экзотермического превращения в пористой среде при фильтрации газа. Механизм распространения зоны реакции в таких системах обычно включает прогрев исходных веществ перед фронтом и локальное химическое взаимодействие реагентов с выделением большого количества тепла [1]. ФГ представляет собой особый вид процессов горения, активно используемый в различных технологических процессах [1–3].

Математическая постановка задачи. Рассматривается воздушная газификация смеси частиц углерода с инертным материалом при спутном распространении волны горения и вынужденной фильтрации воздуха в вертикальном неадиабатическом реакторе. Загрузка шихты происходит послойно: слой углерода – слой инертного материала. Принципиальная схема показана на рис. 1.

Для формулировки математической модели примем допущения: рассматриваем процесс в одномерном приближении в рамках однотемпературной модели; реактор неадиабатический; перепад давления мал и давление по всему реактору принимаем равным 1 атм; химическая реакция происходит с образованием единственного продукта $C+O_2=CO_2$; скорость химической реакции записываем в аррениусовском виде с первым порядком по концентрации каждого

реагента; изменением пористости пренебрегаем; используется уравнение состояния идеального газа.

С учетом сделанных предположений процесс описывается следующими уравнениями:

сохранения энергии

$$\begin{aligned} (\theta_s \rho_g c_g + (1 - \theta_s) c_s \rho_s) \frac{\partial T}{\partial t} = (\lambda_g \theta_s + \lambda_s (1 - \theta_s)) \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \\ - \theta_s \rho_g c_g v \frac{\partial T}{\partial z} - \alpha_{эф} (T - T_0) - \frac{2\varepsilon\delta}{r} (T^4 - T_0^4) + QW, \end{aligned} \quad (1)$$

где $c_s \rho_s = \begin{cases} c_c \rho_c, & \text{для углерода} \\ c_i \rho_i, & \text{для слоя инерта} \end{cases}$, $\lambda_g = \begin{cases} \lambda_c, & \text{для слоя углерода} \\ \lambda_i, & \text{для слоя инерта} \end{cases}$, $\alpha_{эф} = \frac{2}{r} \alpha$;

сохранения массы углерода

$$(1 - \theta_s) \frac{\partial \rho_c}{\partial t} = -W; \quad (2)$$

сохранения массы кислорода

$$\theta_s \frac{\partial \rho_x}{\partial t} = -\theta_s \frac{\partial (\rho_x v)}{\partial z} - W; \quad (3)$$

уравнение состояния идеального газа

$$P = \rho_g RT. \quad (4)$$

Выражение для расхода газа

$$G_0 = \theta_s \rho_g v. \quad (5)$$

Выражение для скорости химической реакции

$$W = k_0 \rho_c \rho_x \exp(-E / R_y T). \quad (6)$$

Краевые условия:

$$t = 0: T = \begin{cases} T_z, & 0 \leq x \leq 0.005 \\ T_0, & 0.005 < x \leq L \end{cases}; \rho_s = \begin{cases} \rho_c^0, & \text{для слоя углерода} \\ \rho_i, & \text{для слоя инерта} \end{cases}, \rho_x = 0; \quad (7)$$

$$z = 0: T = T_0, \rho_x = \rho_x^0 = 0,2 \rho_v \quad (\rho_v - \text{плотность воздуха}); \quad (8)$$

$$z = L: \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \frac{\partial \rho_x}{\partial z} = 0, \quad (9)$$

где T – температура; t – время; θ_s – пористость; ρ – плотность газа; c – теплоемкость газа; λ – коэффициент теплопроводности газа; v – скорость газа; α – коэффициент теплоотдачи из закона Ньютона; r – радиус реактора; Q – тепловой эффект химической реакции; W – скорость химической реакции; ε – степень черноты; δ – постоянная из закона Стефана–Больцмана; P – давление; R_y – универсаль-

ная газовая постоянная; G_0 – расход газа; E – энергия активации; R – газовая постоянная; k_0 – предэкспонент. Индексы: s – твердая фаза; g – газ; x – кислород; c – углерод; i – инертный компонент; 0 – начальное значение.

Система уравнений решалась по явной разностной схеме, где конвективные слагаемые аппроксимируются разностями против потока. Шаг по времени выбирался из условий устойчивости, которые возникают в связи с явностью схемы и типа уравнений:

$$r \leq \frac{\theta_s \rho_g c_g + (1 - \theta_s) c_s \rho_s}{2(\lambda_g \theta_s + \lambda_s (1 - \theta_s))} u \Delta t \leq \frac{h}{\max(v)}, \quad (10)$$

где $r = \Delta^2 / h^2$ – число Куранта.

Результаты расчета. Задача решалась в размерных переменных со следующими значениями теплофизических и химико-кинетических характеристик: $c_g = 1000$ Дж/(кг·К); $c_i = 1300$ Дж/(кг·К); $c_c = 1500$ Дж/(кг·К); $\lambda_g = 0,022$ Вт/м·К; $\lambda_c = 0,5$ Вт/м·К; $\lambda_i = 0,5$ Вт/м·К; $\theta_i = 0,5$, $\theta_c = 0,5$; $\rho_c = 400$ кг/м³; $\rho_i = 900$ кг/м³; $\rho_v = 1,19$ кг/м³; $\rho_x = 0,2\rho_v$; $E = 98000$ Дж/моль; $Q = 9211000$ Дж/кг; $k_0 = 14130$ м³/кг·с; $\nu_{эф} = 2000$ Вт/м²·К; $\varepsilon = 0,7$; $\delta = 5,6704 \cdot 10^{-8}$ Дж/с·м²·К⁴; $T_z = 1800$ К; $T_0 = 300$ К.

Рассматривалось ФГ в реакторе при слоевой загрузке углерод – инерт с учетом теплопотерь через боковые стенки реактора по закону Ньютона и за счет излучения. Расчеты проводились по модели (1)–(9) с исходными данными, описанными выше. Результаты представлены на рис. 2. Слои располагались следующим образом: 1 см углерода – 0,5 см инерта. На рисунке изображены реактор, распределения температуры, парциальной плотности кислорода и плотности углерода по реактору в последовательные моменты времени через 6,25 с. Волна горения довольно растянутая, так как существен конвективный теплообмен. Нагретый газ, состоящий из газообразных продуктов реакции и инертных составляющих воздуха, прогревает слои вещества перед фронтом волны горения. А твердые продукты реакции разогревают газ после фронта волны горения. Кислород выгорает полностью, для углерода имеет место неполное выгорание.

Из графиков на рис. 2, б для температуры хорошо видны небольшие скачки температуры сразу за инертными слоями. Как показал численный эксперимент, стабильная волна ФГ в рамках данной модели в чистом углероде осуществится в достаточно узком диапазоне $\nu_{эф}$. То есть появляется эффект «всплеска» температуры сразу за инертным слоем. Из-за чего реакции начинают слишком быстро развиваться, температура растет, достигая очень высоких значений. Поэтому все расчеты были проведены с учетом конвективных и лучистых теплопотерь.

Когда фронт горения доходит до слоя инертного вещества, волна приостанавливается, но за счет интенсивного теплообмена за слоем начинает развиваться новая волна горения. Из графиков на рис. 2, в для парциальной плотности кислорода, видны «проскоки» кислорода за счет того, что реакции не идут в инертных слоях. Причем в процессе формирования волны горения возникает «всплеск» температуры, о котором говорилось выше. Это можно объяснить следующим образом. Реакции за слоем развиваются, температура повышается, и так как кислород не расходовался в инертном слое, появляется некоторый его избыток, что способствует более полному выгоранию углерода и, соответственно, имеет место более высокая температура.

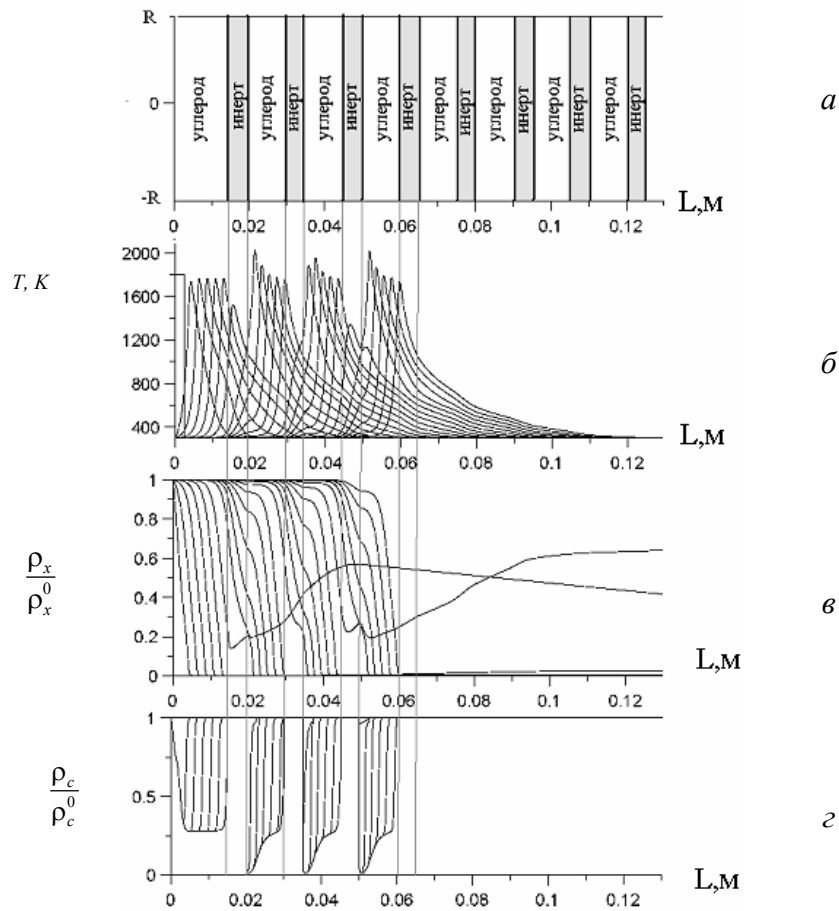


Рис. 2. Реактор, со слоевой загрузкой (а); б – распределение температуры; в – распределение парциальной плотности кислорода; з – распределение плотности углерода. Распространение волны слева направо

Также вычислялась скорость фронта волны при горении в углероде. При расчете скорости за координату фронта горения принимали точку с максимальной температурой. Линейная скорость волны горения в чистом углероде составила $3 \cdot 10^{-4}$ м/с или 0,3 мм/с.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ №11-08-00370а.

Литература

1. Алдушин А.П., Мержанов А.Г. Теория фильтрационного горения: общие представления и состояния исследования // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах / Под ред. Ю.Ш. Магроса. М.: Наука; Новосибирск, 1988, С. 9–49.
2. Салганский Е.А., Фурсов В.П., Глазов С.В. и др. Модель воздушной газификации твердого горючего в фильтрационном режиме // Физика горения и взрыва, 2003, Т. 39, № 1. С. 44–50.
3. Салганский Е.А., Кислов В.М., Глазов С.В. и др. Фильтрационное горение смеси углерод – инертный материал в режиме со сверхадиабатическим разогревом // Физика горения и взрыва. 2008, Т. 44, № 3. С. 30–38.
4. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решений сеточных уравнений. М.: Наука, 1978. 592 с.

ВЛИЯНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ГОРЮЧЕГО НА СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ В ГАЗОВОЙ СМЕСИ С ИНЕРТНЫМИ ЧАСТИЦАМИ

А.А. Дементьев, А.Ю. Крайнов

Исследуется зависимость скорости горения газовой смеси с инертными частицами от концентрации горючего, взятого в стехиометрическом соотношении: с окислителем и в недостатке. Приведено сравнение результатов расчетов, полученных для двух математических моделей: с учетом теплового расширения, без его учета.

EFFECT OF FUEL CONCENTRATION ON THE RATE OF FLAME PROPAGATION IN GAS MIXTURE WITH INERT PARTICLES

A.A. Dementiev, A.Yu. Krainov

The dependence of the combustion rate of the gas mixture with inert particles from the concentration of the fuel is investigated. The comparison of simulation results for the two mathematical models (with thermal expansion and without) is obtained.

Физическая постановка. Горючая газовая смесь со взвесью инертной пыли занимает область $0 < x < \infty$. Считается, что реакция в газовой фазе второго порядка. Частицы одного размера, шаровой формы, с радиусом r_k , в начальный момент времени распределены равномерно в газовой смеси. В координате $x = 0$ размещена горячая непроницаемая стенка с температурой, равной адиабатической температуре сгорания газа в изобарических условиях. Горение протекает в ламинарном режиме при постоянном давлении [1–3]. Предполагается, что число Льюиса и коэффициент теплопроводности не зависят от температуры; теплообмен между газовой фазой и частицами описывается законом Ньютона; при движении на частицы со стороны газа действует сила сопротивления, описываемая законом Стокса, из-за малой объемной концентрации частиц, пренебрегаем их обратным влиянием на движение газа.

Система уравнений, описывающая процессы в горючем газе с частицами, в безразмерной форме запишется в виде

$$\frac{\partial \theta_g}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta_g}{\partial \xi} = \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial^2 \theta_g}{\partial \xi^2} - \frac{\rho_k B}{\rho_g \chi} (\theta_g - \theta_k) + \rho_g C_1 C_2 \exp\left(\frac{\theta_g}{1 + \beta \theta_g}\right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial \tau} + u \frac{\partial C_1}{\partial \xi} = \frac{Le}{\rho_g} \frac{\partial^2 C_1}{\partial \xi^2} - \gamma \rho_g C_1 C_2 \exp\left(\frac{\theta_g}{1 + \beta \theta_g}\right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial \tau} + u \frac{\partial C_2}{\partial \xi} = \frac{Le}{\rho_g} \frac{\partial^2 C_2}{\partial \xi^2} - \left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right) \left(\frac{Y_1^{*0}}{Y_2^{*0}}\right) \gamma \rho_g C_1 C_2 \exp\left(\frac{\theta_g}{1 + \beta \theta_g}\right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho_g u}{\partial \xi} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho_k w}{\partial \xi} = 0, \quad (5)$$

$$\rho_g = \frac{(1 - \beta/\gamma)}{1 + \beta\theta_g}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial\theta_k}{\partial\tau} + w \frac{\partial\theta_k}{\partial\xi} = \frac{(\theta_g - \theta_k)}{\chi}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial\rho_k w}{\partial\tau} + \frac{\partial\rho_k w^2}{\partial\xi} = \frac{3}{2} \frac{\text{Pr} C}{\chi \text{Nu}} \rho_k (u - w). \quad (8)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} \theta_g(0, \tau) = 0, \quad \frac{\partial\theta_g(\infty, \tau)}{\partial\xi} = 0, \quad \frac{\partial\theta_k(0, \tau)}{\partial\xi} = 0, \quad \frac{\partial\rho_k(0, \tau)}{\partial\xi} = 0, \quad \frac{\partial C_1(0, \tau)}{\partial\xi} = 0, \\ \frac{\partial C_2(0, \tau)}{\partial\xi} = 0, \\ \frac{\partial C_1(\infty, \tau)}{\partial\xi} = 0, \quad \frac{\partial C_2(\infty, \tau)}{\partial\xi} = 0, \quad u(0, \tau) = 0, \quad w(0, \tau) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Начальные условия:

$$\begin{aligned} \theta_g(\xi, 0) = -1/\gamma, \quad \theta_k(\xi, 0) = -1/\gamma, \quad C_1(\xi, 0) = C_1^0, \quad C_2(\xi, 0) = 1, \quad u(\xi, 0) = 0, \\ w(\xi, 0) = 0, \quad \rho_g(\xi, 0) = 1, \\ \rho_k(\xi, 0) = 1. \end{aligned} \quad (10)$$

Уравнение (1) описывает перенос тепла в газовой смеси за счет теплопроводности, конвекции с учетом теплообмена между газовой фазой и частицами, а также тепловыделения за счет химической реакции; (2) – уравнение концентрации горючего; (3) – уравнение концентрации окислителя; (4), (5) – уравнения сохранения массы газа и частиц; (6) – уравнение состояния для идеального газа при постоянном давлении; (7) – уравнение энергии частицы с учетом ее движения и теплообмена с газом; (8) – уравнение движения частиц.

При записи системы уравнений выбраны следующие масштабы: времени

$$t_* = \frac{\bar{R}\bar{T}_a^2 \bar{c}_g}{\bar{Q}\bar{E}_g \bar{\rho}_{g,0} Y_1^0 Y_2^0 k_0 \exp\left(-\frac{\bar{E}_g}{\bar{R}\bar{T}_a}\right)}; \text{ координаты } x_* = \sqrt{\frac{\bar{\lambda} \bar{t}_*}{\bar{c}_g \bar{\rho}_{g,0}}}; \text{ скорости } V_* = \frac{x_*}{t_*}; \text{ плот-$$

ности газа $\bar{\rho}_{g,0}$ – начальная плотность газа; приведенной плотности частиц $\bar{\rho}_{k,0}$ –

начальная приведенная плотность частиц; температуры $T_* = \frac{\bar{R}\bar{T}_a^2}{\bar{E}_g}$, где \bar{T}_a – адиабатическая температура продуктов сгорания газа в изобарических условиях; концен-

трации горючего $Y_1^{*0} = \frac{\bar{\rho}_1^0}{\bar{\rho}_{g,0}}$ – начальная концентрация горючего, концентрации

окислителя $Y_2^{*0} = \frac{\bar{\rho}_2^0}{\bar{\rho}_{g,0}}$ – начальная концентрация окислителя. Безразмерные пере-

менные: $\tau = \frac{t}{t_*}$ – время; $\xi = \frac{x}{x_*}$ – координата; $\theta_{g,k} = \frac{E}{RT_a^2}(T_{g,k} - T_a)$ – температура;

$C_1 = \frac{Y_1}{Y_1^0}$, $C_2 = \frac{Y_2}{Y_2^0}$ – относительные концентрации горючего и окислителя в газовой

фазе, где $Y_1 = \frac{\rho_1}{\rho_g}$, $Y_2 = \frac{\rho_2}{\rho_g}$, $Y_1^0 = \frac{\rho_1}{\rho_{g,0}}$, $Y_2^0 = \frac{\rho_2}{\rho_{g,0}}$; $\rho_g = \frac{\bar{\rho}_g}{\bar{\rho}_{g,0}}$ – плотность газа;

$\rho_k = \frac{\bar{\rho}_k}{\bar{\rho}_{k,0}}$ – приведенная плотность частиц; $u = \frac{\bar{u}}{V_*}$ – скорость газа; $w = \frac{\bar{w}}{V_*}$ – ско-

рость частиц. Индексы: g – газ; k – частицы; 0 – начальные условия; 1 – горючее; 2 – окислитель; $*$ – масштаб; черта над обозначением – размерная величина.

Безразмерные параметры (критерии): $Pr = \frac{\bar{\mu}_g \bar{c}_g}{\lambda}$ – число Прандтля, $Nu = \frac{\bar{\alpha} \bar{r}_k}{\lambda}$ –

число Нуссельта, $Le = \frac{\bar{D} \bar{c}_g \bar{\rho}_{g,0}}{\lambda}$ – число Льюиса, $C = \frac{\bar{c}_k}{\bar{c}_g}$ – отношение теплоемко-

стей, $B = \frac{4 \pi \bar{r}_k^3 \bar{c}_k \bar{\rho}_{k,0} n}{3 \bar{c}_g \bar{\rho}_{g,0}}$ – начальная массовая концентрация частиц, $\chi = \frac{\bar{r}_k^2 \bar{c}_k \bar{\rho}_{k,0}}{3 Nu \lambda t_*}$ –

размер частиц, $\gamma = \frac{\bar{c}_g \bar{R} \bar{T}_a^2}{\bar{Q} \bar{E} \bar{\rho}_{g,0} Y_1^0}$, $\beta = \frac{RT_a}{E}$ – параметр Аррениуса характеризует теп-

ловой эффект и энергию активации реакции, $\frac{\mu_2}{\mu_1}$ – отношение молекулярных масс,

$\frac{Y_1^{*0}}{Y_2^{*0}}$ – отношение начальных концентраций.

Обозначения: t – время, x – координата, T – температура, Y – отношение плотности окислителя/горючего к начальной плотности газовой смеси, ρ – плотность, u – скорость газа, w – скорость частиц, c – удельная теплоемкость, λ – коэффициент теплопроводности, D – коэффициент диффузии, μ – вязкость, α – коэффициент теплоотдачи, r_k – радиус частиц, n – количество частиц в единице объема, R – универсальная газовая постоянная, Q – тепловой эффект реакции, k_0 – предэкспоненциальный множитель, E – энергия активации химической реакции, T_a – температура продуктов сгорания газа в изобарических условиях.

Математическая модель (1)–(10) описывает распространение пламени с учетом теплового расширения в газовой смеси с инертными частицами. При $u \equiv 0$, $w \equiv 0$, $\rho_g \equiv 1$ модель переходит в теплодиффузионную модель горения газодисперсных сред.

Система уравнений решалась численно, уравнения (1)–(3) решались по неявной разностной схеме, конвективное слагаемое аппроксимировалось разностями против потока. Значения температуры газа на новом временном слое использовались для нахождения плотности газа из уравнения (6). Затем из уравнения сохранения массы (4) определяли скорость газа. Уравнения (5), (7), (8) решались по явной разностной схеме.

Расчеты проводились при значениях параметров: $\gamma = 0.1$, $\beta = 0.07$, $Le = 1$, $Nu = 1$, $\mu_1 = 16$, $\mu_2 = 64$, $Y_1 = 1$, $Y_2 = 4$, $Pr = 1$, $C = 1$, $B = 0.15$. В расчетах варьи-

ровались значения C_1 в интервале от 1 до 0.7 и параметр χ в интервале от 2000 до 500000.

В численных экспериментах горение газовой смеси инициировали передачей тепла от горячей стенки. В момент времени, когда фронт пламени достигал безразмерной координаты $\xi = 500$, граничное условие $\theta_g(0, \tau) = 0$ заменялось граничным условием $\frac{\partial \theta_g(0, \tau)}{\partial \xi} = 0$. Скорость фронта определялась скоростью перемещения координаты с концентрацией горючего $C_1 = 0.5$.

На рис. 1, а, б представлены распределения параметров среды в последовательные моменты времени ($\Delta \tau = 120000$) для модели без расширения, на рис. 2, а-г для модели с расширением ($\chi = 50000, C_1 = 0.8$).

Температура частиц во фронте горения ниже, чем у газовой смеси, за фронтом их температуры выравниваются (см. рис. 1, а, 2, а). Концентрация горючего, взятого в недостатке, за фронтом пламени обращается в ноль. Окислитель, взятый в избытке, расходуется до концентрации $C_2 = 0.2$ (рис. 1, б, 2, в).

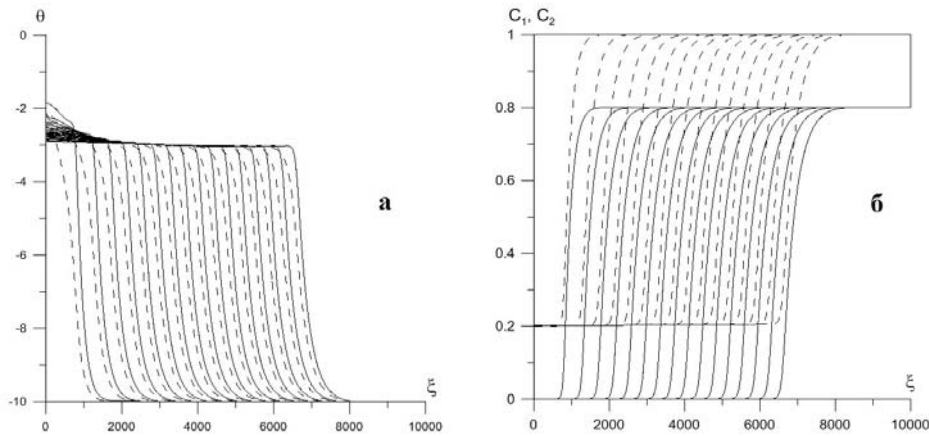


Рис. 1. Распределения температур: а – сплошная линия – газ, пунктир – инертные частицы; концентраций: б – сплошная линия – горючее, пунктир – окислитель. Модель «без расширения»

Значения установившейся скорости фронта: $V_1 = 0.003$ для модели без расширения и $V_2 = 0.0038$ для модели с расширением. Отличие объясняется ускорением фронта горения за счет теплового расширения. На рис. 2, б представлено распределение плотностей газовой смеси и частиц. В процессе горения (модель «с расширением») плотность частиц в зоне химических реакций больше плотности газовой смеси. Это объясняет снижение скорости горения по сравнению с чистым газом (рис. 3, а).

Частицы забирают часть тепла от газа, причем, чем их размеры меньше, тем активнее происходит теплообмен между газовой смесью и частицами, и, соответственно, возникает более сильное влияние частиц на скорость горения. Однако, учитывая тот факт, что скорость движения частиц несколько больше, чем скорость расширения газа (см. рис. 2, г), горячие частицы опережают фронт и предварительно разогревают газовую смесь.

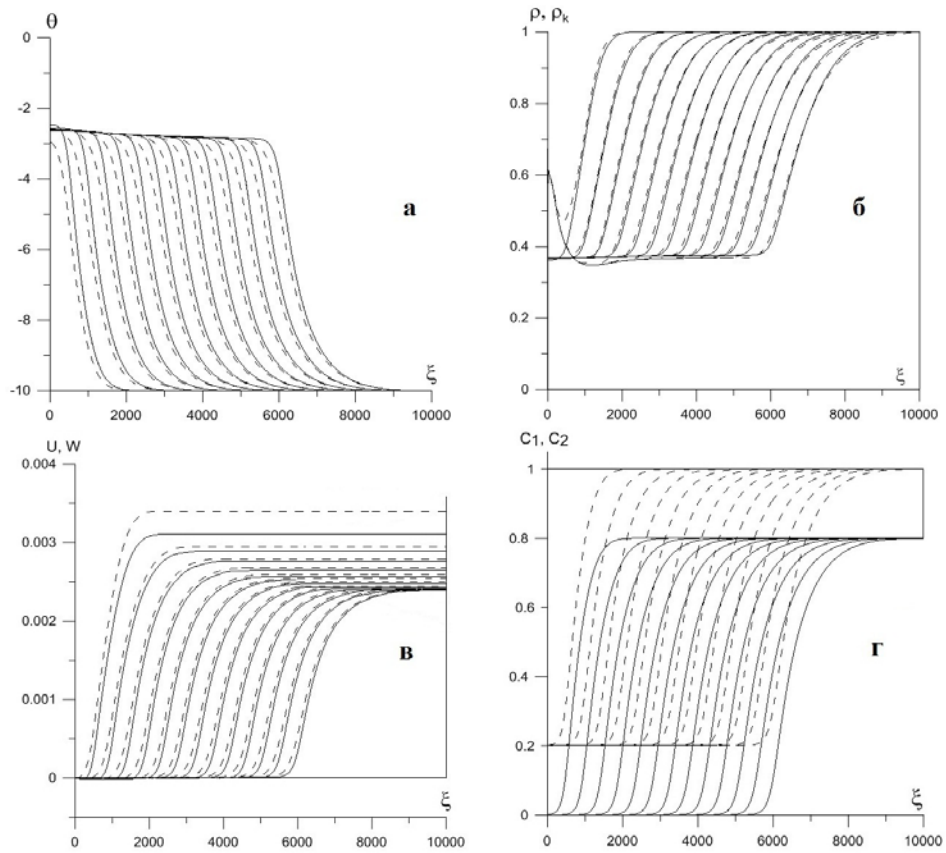


Рис. 2. Распределения температур (а), плотности (б), скорости (в) (сплошная линия – газ, пунктир – инертные частицы), концентрации (г) (сплошная линия – горючее, пунктир – окислитель). Модель «с расширением»

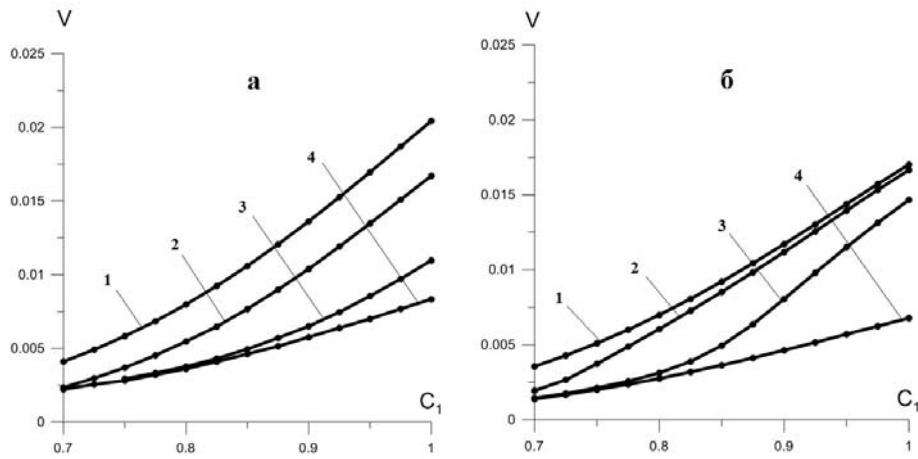


Рис. 3. Зависимости значений скоростей фронта пламени от концентрации горючего: а – модель «с расширением» (1 – чистый газ, 2 – $\chi = 500000$, 3 – $\chi = 50000$, 4 – $\chi = 2000$); б – модель «без расширения» (1 – чистый газ, 2 – $\chi = 300000$, 3 – $\chi = 50000$, 4 – $\chi = 2000$)

На рис. 3, а, б представлены зависимости видимых скоростей горения от начальной концентрации горючего при различных значениях χ . Для модели «без расширения» зависимость более сильная. По мере отклонения смеси от стехиометрического соотношения в сторону уменьшения концентрации горючего скорость горения начинает менее зависеть от размера частиц. Для модели «с расширением» эта зависимость более плавная. При $\chi = 50000$ заметно существенное различие в величине скорости горения для соотношений, близких к значению концентрации горючего $C_1 = 1$ (рис. 3, а, б).

Литература

1. Мержанов А.Г., Хайкин Б.И., Шкадинский К.Г. Установление стационарного распространения пламени при зажигании газа накалиной поверхностью // ПМТФ. 1969. №5. С. 42–48.
2. Шкадинский К.Г., Барзыкин В.В. Закономерности зажигания газов накалиной поверхностью с учетом диффузии и гидродинамики // Физика горения и взрыва. 1968. Т. 4, № 2. С. 176–181.
3. Дементьев А.А., Крайнов А.Ю. К вопросу о распространении ламинарного пламени в газе с инертной пылью // Физика горения и взрыва. 2011. Т. 47, № 4. С. 70–75.

**РЕЖИМЫ ЗАЖИГАНИЯ КОНДЕНСИРОВАННОГО ВЕЩЕСТВА
МОЩНЫМ ИМПУЛЬСОМ ИЗЛУЧЕНИЯ**

А.М. Домуховский, Р.С. Буркина

Проводится численное исследование режимов зажигания конденсированного реакционноспособного вещества мощным импульсом излучения в зависимости от длительности импульса излучения и параметров вещества переходного слоя, который образуется у поверхности конденсированного вещества.

**IGNITION REGIMES OF CONDENSED SUBSTANCE BY RADIATION
POWERFUL IMPULSE**

A.M. Domukhovsky, R.S. Burkina

In the paper the numerical investigation of the ignition regimes of condensed reactive substance by radiation powerful impulse are carried out depending on duration of a radiation impulse and the substance parameters of transition layer which generated near the surface of a condensed substance.

При воздействии на конденсированное реакционноспособное вещество (КРВ) мощного импульса излучения происходят сложные структурные изменения его приповерхностного слоя, которые оказывают существенные влияния на процессы инициирования и горение КРВ. В настоящей работе исследуется процесс разрушения поверхности КРВ и влияние образующегося переходного слоя на режимы зажигания КРВ при воздействии мощного импульса излучения.

Рассматривается неограниченное конденсированное реакционноспособное вещество, внутри которого имеется высокотемпературная плоскопараллельная полость (область плазмы), импульс излучения из которой воздействует на граничащую с ней поверхность КРВ (рис. 1). Возникновение высокотемпературной полости может происходить, например, при электрическом разряде [1]. При воздействии мощного импульса излучения на по-

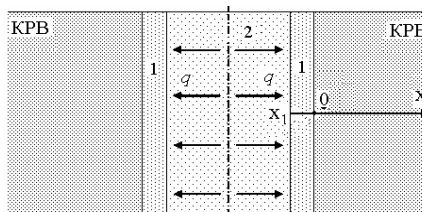


Рис. 1. Схема теплового воздействия на КРВ: 1 – переходный слой, 2 – излучающая полость

верхность КРВ происходит разрушение его приповерхностного слоя. В модели за критерий разрушения приповерхностного слоя КРВ принимается условие достижения критического значения градиента температуры $|\partial T/\partial x| > J_*$. Процесс разрушения рассматривается как эндотермический. Продукты разрушения образуют переходный слой между КРВ и высокотемпературной полостью. Полагается, что поток излучения поглощается в переходном слое по закону Бугера с постоянным коэффициентом поглощения, а КРВ для потока излучения непрозрачно. Теплопередача по веществу и переходному слою происходит по теплопроводностному механизму. В данном исследовании используются положения [2] для состояния вещества переходного слоя. Считается, что плотность вещества переходного слоя пропорциональна давлению высокотемпературной полости. На границе между переходным слоем и КРВ имеет место идеальный тепловой контакт. На границе с высокотемпературной полостью происходит теплообмен по закону Ньютона. В КРВ может проходить экзотермическая химическая реакция с глобальной кинетикой и аррениусовской зависимостью скорости от температуры. Считается, что продукты химического процесса имеют такие же теплофизические характеристики, как и исходное вещество. При достаточной энергии импульса излучения прогрев КРВ может привести к его зажиганию.

Математическая постановка задачи аналогична [2], различие связано с используемым критерием разрушения.

Задача решалась численно с использованием неявной разностной схемы на равномерной прямоугольной сетке четырехточечного шаблона. Для решения конечно-разностных уравнений теплопроводности применялся алгоритм прогонки. Также рассматриваемая система уравнений включает уравнения кинетики и неразрывности, для решения которых использовался метод сквозного счета. Точность численного расчета составила 5%.

Расчеты проводились для модельного вещества с параметрами аналогичными [2]. Решалась безразмерная задача с безразмерными переменными и параметрами:

$$\Theta = \frac{E(T-T_*)}{RT_*^2}, \quad \Theta_1 = \frac{E(T-T_*)}{RT_*^2}, \quad \eta = \frac{a_b - a}{a_b}, \quad \tilde{\rho}_1 = \frac{\rho_1}{\rho}, \quad \tilde{V} = \frac{V}{V_m}, \quad \tilde{V}_0 = \frac{V_0}{V_m}, \quad \tilde{q} = \frac{q_p}{q_m}, \quad \tilde{P} = \frac{P_p}{P_m},$$

$$\tau = \frac{t}{t_m}, \quad \xi = \frac{x}{x_m}, \quad t_m = \frac{RT_*^2 c \rho}{EQz \rho^n a_0^n \exp(-E/RT_*)}, \quad x_m = \sqrt{\frac{\lambda t_m}{c \rho}}, \quad V_m = \frac{x_m}{t_m}, \quad q_m = \frac{\lambda RT_*^2}{x_m E}, \quad P_m = \frac{\rho RT_*}{M},$$

$$K_\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda}, \quad \tau_{izl} = \frac{t_{izl}}{t_m}, \quad k_{dp} = \frac{k_p RT_m}{M}, \quad Bi = \frac{\alpha x_m}{\lambda}, \quad r_* = -\frac{x_m E J_*}{\lambda RT_*^2}, \quad K_c = \frac{c_1}{c}, \quad K_\mu = \mu_1 x_m, \quad N_{ph} = \frac{EL}{c RT_*^2},$$

$$Ar = \frac{RT_*}{E}, \quad Td = \frac{c RT_*^2}{Q a_0}, \quad \Theta_0 = \frac{E(T_* - T_b)}{RT_*^2}, \quad T_* = \frac{1}{3} \left(T_b + \frac{Q a_b}{c} \right).$$

Для размерных параметров использованы общепринятые обозначения. Индексы 1, P , b и m обозначают соответственно параметры переходного слоя, высокотемпературной полости, начального состояния КРВ и масштабы, V_0 – скорость перемещения поверхности КРВ.

Параметры расчета: $\Theta_0=14,2$, $Ar = 0,0478$, $Td = 0,0178$; $N_{ph}=12,35$; $Bi = 0,001$; $\tilde{P} = 0,842$; $k_{dp}=0,457$; $r_*=6,62 \cdot 10^3$; $K_\lambda=5,86 \cdot 10^{-2}$; $K_c=0,576 \div 0,704$; $K_\mu=0,221 \cdot 10^{-2} \div 0,718$; $\tilde{q} = 6,76 \cdot 10^3 \div 8,73 \cdot 10^3$. Время излучения τ_{izl} менялось в широких пределах.

Анализ результатов численного исследования рассматриваемой задачи показал, что в зависимости от плотности мощности и длительности импульса излучения, а также параметров переходного слоя, реализуются три режима протекания процесса: устойчивый режим зажигания, неустойчивый и когда зажигание совсем не происходит. На рис. 2 представлен режим устойчивого зажигания КРВ. При больших $\tilde{q} \geq r_*$ зажигание происходит после окончания разрушения приповерх-

$\bar{q} \geq r^*$ зажигание происходит после окончания разрушения приповерхностного слоя КРВ и роста переходного слоя. В момент зажигания наблюдается резкий рост температуры и выгорания у поверхности КРВ, после этого по КРВ распространяется устойчивая волна горения. При уменьшении времени излучения $\tau_{изл}$ наблюдается неустойчивый режим зажигания. В этом режиме после резкого роста температуры и выгорания горючей компоненты у поверхности КРВ, ввиду малого запаса тепла, горение прекращается. Неустойчивые режимы зажигания наблюдаются в узком диапазоне изменения $\tau_{изл}$. При дальнейшем уменьшении времени излучения зажигание КРВ не происходит, после окончания импульса излучения температура КРВ монотонно понижается.

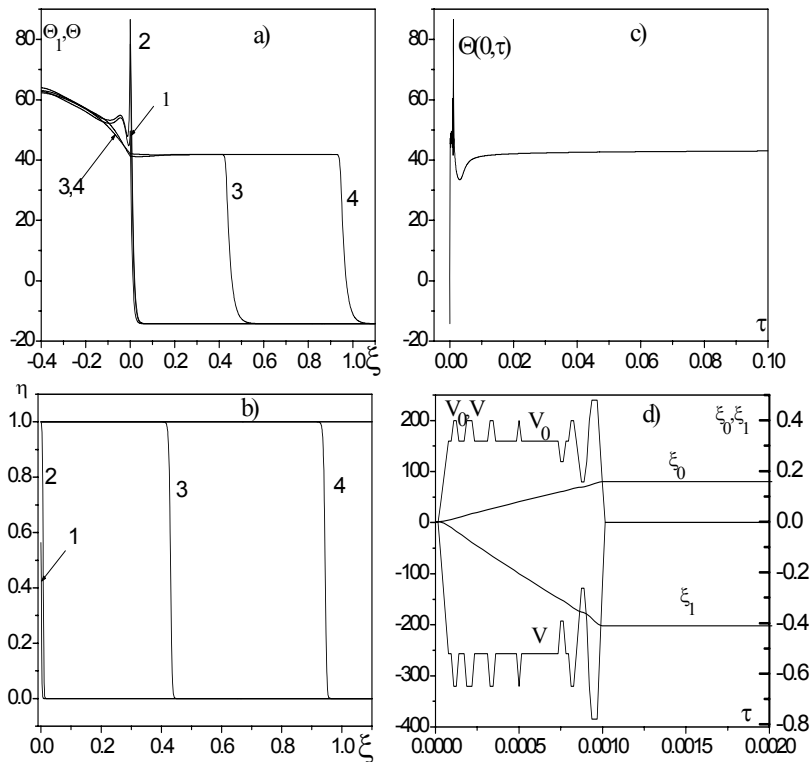


Рис. 2. Профили температуры в КРВ $\Theta(\xi > 0, \tau)$ и переходном слое $\Theta_1(\xi < 0, \tau)$ (а), изменение глубины превращения η в КРВ (b): $\tau = 1 - 0,1 \cdot 10^{-2}$; 2 - $0,1078 \cdot 10^{-2}$; 3 - 0,01; 4 - 0,02; изменение температуры поверхности КРВ $\Theta(0, \tau)$ (c), изменения скорости движения поверхности КРВ V_0 и скорости движения вещества переходного слоя V , длин разрушенного приповерхностного слоя КРВ ξ_0 и переходного слоя ξ_1 (d); $K_c = 0,704$; $K_\mu = 0,718$; $\bar{q} = 0,764 \cdot 10^4$; $\tau_{изл} = 0,106 \cdot 10^{-2}$

Проведенное численное исследование режимов зажигания позволяет сделать следующие выводы:

1. Увеличение плотности мощности потока излучения приводит к росту ширины разрушенного приповерхностного слоя КРВ. Этот слой ослабляет мощность потока излучения, доходящего до поверхности КРВ, что приводит к увеличению времени зажигания.

2. С уменьшением теплоемкости переходного слоя критическое время излучения и время зажигания возрастают. В зависимости от плотности мощности лучи-

стого потока тепла и прозрачности переходного слоя изменения составляют от 10 до 50%.

3. Сильное влияние на режимы зажигания оказывает прозрачность переходного слоя для потока излучения. При малых K_{μ} зажигание не происходит при любых длительностях импульса излучения.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ (код проекта № 11-03-00136-а).

Литература

1. Буркин В.В., Буркина Р.С., Домуховский А.М. Моделирование теплового инициирования конденсированных реакционноспособных веществ электроразрядной плазмой // Изв. вузов. Физика. 2007. № 9. Приложение. С. 282–285.

2. Burkina R.S., Burkin V.V., Domukhovskiy A.M. Research of formation of the transitive layer and its influence on process of condensed reactive substances initiation at influence of powerful radiation pulse. XI International Symposium of Self-Propagating High Temperature Synthesis. 5–9 Sept. 2011. Anavyssos, Attica, Greece. Book of Abstracts. P. 208–209.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ УРОВНЯ ГРУНТОВЫХ ВОД НА САМОВОСПЛАМЕНЕНИЯ ТОРФА ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ КОЛЕБАНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

К.Н. Жильцов, А.С. Штейнберг, В.А. Горельский

Исследовано влияние изменения уровня грунтовых вод на самовоспламенение торфа при наличии колебаний температуры окружающей среды. При низкочастотных (годовых) колебаниях температуры оценивалось влияние толщины «сухого» слоя торфа на период индукции.

ANALISYS INFLUENCE OF GROUNDWATER LEVELS ON AUTO-IGNITION OF PEAT UNDER CONDITION OF OSCILLATING AMBIENT TEMPERATURE

K.N. Zhiltsov, A.S. Shteinberg, V.A. Gorel'skii

Influence of change the level of groundwater on auto-ignition of peat in the presence of ambient temperature fluctuations is investigated. The influence on induction period the thickness of the "dry" peat-layer, in the low-frequency oscillating of temperature is presented.

Заканчивающиеся воспламенением саморазогревы являются причиной многих лесных пожаров. Как известно, пожары наносят серьезный вред экосистеме, уничтожая не только огромные пространства лесных массивов, но и выбрасывая в атмосферу большое количество вредных веществ. Существенно, что в этих условиях саморазогревы протекают при наличии периодических низкочастотных (сезонных) колебаний температуры воздуха.

Современная теория теплового взрыва (ТВ) была разработана лишь для процессов с постоянной или линейно растущей во времени температурой среды, окружающей реакционноспособное вещество [1, 2]. Теория самовоспламенения пористых горючих материалов была разработана также только для случая постоянной температуры окружающей среды. В предшествующих работах [3, 4] были проведены расчеты, характеризующие качественные особенности процесса. Установлено, что колебания температуры окружающей среды могут существенно влиять на условия возникновения ТВ. Между тем исследование влияния толщины торфяного слоя на параметры ТВ представляет как теоретический, так и практический интерес. Как известно, осушение торфяников и, следовательно, понижение уровня грунтовых вод существенно изменяет температурный режим поч-

вы. Это обусловлено тем, что с понижением влажности и плотности торфа соотношение между его жесткой, жидкой и газообразной фазами меняется резко, чем на минеральных почвах. Это может привести к сработке торфяной залежи и его уплотнению, при этом на торфяниках увеличивается пожарная угроза, математические модели которой описаны в [5, 6]. С учетом ущерба, связанного с указанными пожарами, исследование влияния глубины залегания грунтовых вод на критические условия и период индукции ТВ имеет важное значение.

В работе анализируются особенности нестационарного развития саморазогрева вещества, обусловленные наличием колебаний внешней температуры.

Область расчета представлена на рис. 1. Задача решалась в одномерной, нестационарной постановке, при протекании реакции нулевого порядка в среде, заполняющей полосу вещества толщиной $0 \leq x \leq h_{grunt}$, где $0 \leq x \leq h_{torf}$ – область торфа толщиной h_{torf} , $h_{torf} \leq x \leq h_{grunt}$ – область грунта толщиной h_{grunt} .

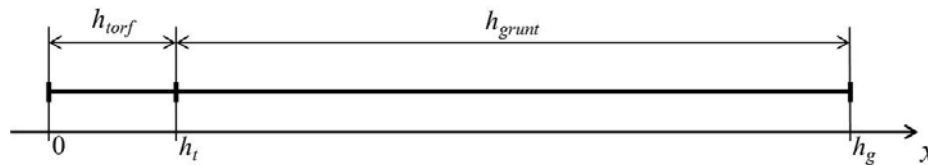


Рис. 1. Область расчета

Граница раздела торф–грунт, считается границей грунтовых вод. Решение такой задачи проводилось с учетом положения, что после слоя грунтовых вод кинетика считается непроницаемой и отсутствует фильтрация.

Уравнение, описывающее изменение во времени температуры T , имеет вид

$$C\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \rho Q k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (1)$$

Здесь: C – теплоемкость; ρ – плотность; λ – коэффициент теплопроводности; E – энергия активации; Q – тепловой эффект реакции; k_0 – предэкспонент; R – универсальная газовая постоянная.

Граничные условия для температуры:

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0) = T_0 + T_A \sin(\omega t) \quad \frac{\partial T}{\partial x}(h_{grunt}) = 0,$$

где T_0 – начальная температура торфа и грунта; T_A – амплитуда колебаний; ω – частота колебаний; t – время колебаний.

При рассмотрении начальных условий предполагалось, что температура во всей области $0 \leq x \leq h_{grunt}$ постоянна и равна $T|_{t=0} = T_0 = 273$ К. На границе раздела торф – грунт выполнялось условие неразрывности.

В расчете использовались следующие теплофизические и кинетические константы: толщина грунта $h_g = \text{const} = 27$ м, толщина слоя торфа $h_t = 2,5$ м. Теплоемкость торфа и грунта $C_t = 1700$ Дж/(кг·К), $C_g = 3400$ Дж/(кг·К); плотность $\rho_t = 500$ кг/м³, $\rho_g = 1600$ кг/м³. Коэффициенты теплопроводности $\lambda_t = 0,0697$ Вт/(м·К) и $\lambda_g = 1,254$ Вт/(м·К); универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К); амплитуда колебаний атмосферной температуры изменяется

в диапазоне $0 \leq T_A \leq 50$ °С; частота колебаний $\omega = (2\pi/86400) \cdot 365$ 1/с – одно колебание за год.

В работе [7] экспериментальным путем были получены кинетические константы энергии активации $E = 70,6$ кДж/моль и $Qk_0 = 1,41 \cdot 10^{10}$ Дж/кг·с, при деструкции шатурского торфа.

Уравнения решались численным методом конечных элементов [8] с разбивкой рассматриваемой области на равные элементы длиной 0.1 м.

Рассмотрим основные результаты расчетов. На рис. 1 представлен график зависимости периода индукции τ_{ind} от амплитуды колебаний $5 \leq T_A \leq 50$ К. Из графика видно, что на величину τ_{ind} влияет не только амплитуда колебаний окружающей температуры, но и величина h_t . При $T_A \geq 35$ К время индукции для толщин 2.5 и 3.5 м приходит к одинаковым значениям. Чем больше значения параметра h_t , тем быстрее происходит реакция воспламенения. В то же время, при малой толщине $h_t = 1$ м критический параметр амплитуды колебаний достигается только при $T_A \geq 45$ К. При значениях $T_A < 45$ К самовоспламенения не происходит.

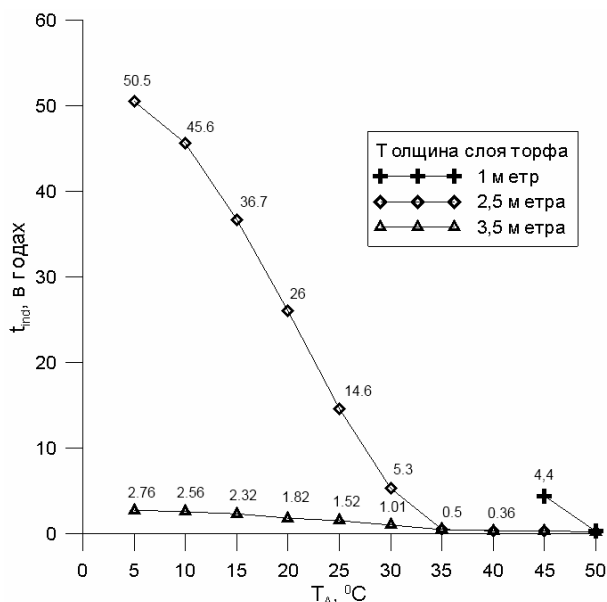


Рис. 1. График зависимости периода индукции τ_{ind} от амплитуды колебаний температуры T_A при значениях $1 \leq h_t \leq 3,5$ м

Результаты расчетов, проведенных в широком интервале вариации параметров процесса, позволяют сделать вывод о том, что на период индукции теплового самовоспламенения торфяного слоя оказывает влияние не только амплитуда температурных колебаний внешней среды [3, 4], но также существенную роль оказывает толщина слоя торфа. При этом накопление тепла в слое происходит достаточно медленно и периоды индукции теплового самовоспламенения торфа могут достигать нескольких лет. Это облегчает задачи мониторинга, прогнозирования и предупреждения самовоспламенения.

Литература

1. Мержанов А.Г., Барзыкин В.В., Абрамов В.Г. // Хим. физика, 1996. Т. 15, № 6. С. 3.
2. Струнина А.Г., Абрамов В.Т., Мержанов А.Г. // Физика горения и взрыва. 1966. Т. 2, №2. С. 200.
3. Штейнберг А.С., Худяев С.И. // Докл. РАН. 2005. Т. 403. №2. С. 1.
4. Горельский В.А., Штейнберг А.С., Яцук А.А. // Хим. физика. 2010. Т. 29? №9. С. 37–41.
5. Гришин А.М., Фильков А.И. Прогноз возникновения и распространения лесных пожаров. Кемерово: Практика, 2005. 201 с.

6. Гришин А.М., Бурасов Д.М. Математическое моделирование низовых лесных и степных пожаров. Кемерово: Практика, 2006. 134 с.
 7. Рубцов Ю.И., Казаков А.И., Дьяков и др. // ХТТ. 2001. № 6. С. 44–55.
 8. Сегерлинд Л. // Применения МКЭ. М.: Мир, 1979. 392 с.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИНТЕНСИВНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ СПЛАВОВ С УЧЕТОМ СТРУКТУРЫ И ПОВРЕЖДЕНИЙ МАТЕРИАЛА

В.А. Красновейкин, А.А. Козулин, В.А. Скрипняк

Приводятся постановка задачи об интенсивной пластической деформации сплавов и ряд подходов по её моделированию. Оцениваются возможности моделей и обосновывается необходимость подобных численных экспериментов.

STATEMENT OF THE PROBLEM AND SIMULATION OF SEVERE PLASTIC DEFORMATION OF ALLOYS IN VIEW OF THE STRUCTURE AND MATERIAL DAMAGE

V.A. Krasnovykin, A.A. Kozulin, V.A. Skripnyak

We formulate the problem of severe plastic deformation of alloys and a number of approaches to its modeling. We estimate the possible models and the necessity of such numerical experiments.

Для получения ультрамелкозернистой (УМЗ) структуры сплавов, обеспечивающей высокие прочностные свойства, широко используются методы интенсивной пластической деформации (ИПД). Различные модификации методов канального прессования используют последовательное локализованное развитие пластических деформаций в объеме материала.

Использование компьютерных технологий при моделировании процессов деформации материала с учетом структурных превращений в процессе прессования сокращает сроки и затраты на определение рациональных режимов ИПД при разработке схем прессования. В работе представлены результаты моделирования интенсивной пластической деформации образцов при канальном прессовании титана ВТ1-0 и магниевого сплава Ма-2, рассмотрены закономерности развития ИПД при использовании двух схем прессования – классического равноканального углового прессования (РКУП) и альтернативной схемы прессования с использованием канала переменной формы (КППФ). При КППФ цилиндрический образец проходит через канал с сечением переменной формы, в котором круглое сечение постепенно переходит в эллиптические, главные оси которых расположены под углами друг к другу. Площадь внутреннего сечения канала постоянна по всей его длине.

Процесс интенсивной пластической деформации в рассмотренных схемах моделировался с помощью метода частиц (SPH), интегрированного в систему автоматического проектирования Ansys Workbench/Autodyn.

Механическое поведение материала описывается в лагранжевой постановке системой уравнений, включающей в себя уравнения законов сохранения массы, импульса и энергии, нелинейное определяющее уравнение:

Закон сохранения массы:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla_i v^i = 0.$$

Закон сохранения импульса:

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \nabla_j \sigma_i^j .$$

Закон сохранения энергии:

$$\rho \frac{dE}{dt} = \sigma^{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} .$$

Кинематические соотношения:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i v_j + \nabla_j v_i) .$$

Определяющее уравнение используется в виде соотношений для давления p и девиатора тензора напряжений S_{ij}

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + S_{ij} ,$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений Коши.

Повреждение материала описывается в рамках подхода механики сред с повреждениями [1]. При определении степени поврежденности учитывается предельная эквивалентная пластическая деформация в условиях растяжения до макроскопического разрушения, а также величина пластической деформации, при которой начинается зарождение повреждений при $P=0$. Степень поврежденности материала определяется относительным объемом повреждений D , который определяется для дискретных моментов времени t_k соотношением

$$D = \sum_{k=0} [\Delta \varepsilon_{eq}^p]_k / \varepsilon_f ,$$

где ε_f – предельная эквивалентная пластическая деформация в условиях растяжения до макроскопического разрушения:

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{f0} (1 + k_f \frac{p}{p_f}) ,$$

где ε_{f0} – величина пластической деформации, при которой начинается зарождение повреждений при отсутствии сжимающего давления; k_f , p_f – постоянные материала; p – давление.

Критерий локального разрушения принимался в виде

$$D = 1 .$$

Влияние микроповреждений на величину давления учитывалось в линейном приближении

$$p = (1 - D)[p]_c , \quad S_{ij} = (1 - D)[S_{ij}]_c ,$$

где $[p]_c$ – давление, действующее в конденсированной фазе повреждаемого материала.

Для определения давления в конденсированной фазе использовано уравнение состояния Л.В. Альтшулера, учитывающее тепловое расширение материала при прессовании:

$$p = A_1 \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right) + A_2 \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right)^2 + A_3 \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right)^3 + \gamma E_{tepl} ,$$

где A_k – константы материала; ρ – массовая плотность; субиндекс 0 соответствует значению в начальном состоянии.

С ростом поврежденности эффективные макроскопические напряжения уменьшаются. В предельном случае при $D=1$ материал считается локально разрушенным и компоненты тензора эффективных макроскопических напряжений обращаются в ноль.

Поверхность течения среды с повреждениями определена в предположении о кинематическом упрочнении вследствие возрастания внутренних ориентированных напряжений и изотропного разупрочнения, обусловленного ростом поврежденности:

$$F = \frac{1}{2}(S_{ij} - \alpha_{ij})(S_{ij} - \alpha_{ij}) - \frac{1}{3}\sigma_s^2,$$

где σ_s – напряжение течения конденсированной фазы материала, α_{ij} – внутренние ориентированные напряжения.

Эволюция внутренних ориентированных напряжений описывается в рамках подхода С. Юна.

$$\left[\frac{2}{3}\alpha_{ij}^2 \right] = \left[\frac{3}{2}f^2\beta^2 d\varepsilon_{eq}^{p2} + \frac{2}{3}(1-f)^2 \xi\sigma_{eq}^2 + f(1-f)\beta\xi d\varepsilon_{eq}^p \sigma_{ij} \right]^{1/2} / [f\gamma d\varepsilon_{eq}^p + (1-f)\xi],$$

где f – параметр, связанный с однородностью микроструктуры; β, γ – коэффициен-

ты модели,
$$\xi = \frac{S_{pq} d\sigma_{pq}}{S_{kl}(\sigma_{kl} - \alpha_{kl})}.$$

Для описания зависимости напряжения течения от среднего размера субзерна, скорости деформации, степени пластической деформации, температуры применялась модель [1]:

$$\sigma_s = \left[(A + k d_g^{-n}) + B \left(\frac{d_g}{d_{g0}} \right)^{n_2} \left(\left(1 - \frac{\ln \dot{\varepsilon}_{eq}^p}{\ln D_0^p} \right) \left(\frac{T_m}{T} \right) \right)^{n_1} (\varepsilon_{eq}^p)^{n_0} \right] \times \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq}^p}{\dot{\varepsilon}_0^p} \right) \left(\frac{T_m - T}{T_m - T_R} \right)^m,$$

где d_g – средний размер субзерна; d_{g0} – размер зерна в исходном крупнокристаллическом состоянии; $a, k, B, n_g, n_0, n_1, n_2, C, m$ – постоянные для сплава; $\dot{\varepsilon}_{eq}^p$ – скорость эквивалентной пластической деформации; T – температура деформации, T_m – температура плавления; T_R – комнатная температура, $D_0^p = 1 \dot{\eta}^{-1}$, $\dot{\varepsilon}_0^p = 1 \dot{\eta}^{-1}$ – нормирующие параметры.

Изменение средних размеров субзерен d_g от величины кумулятивной пластической деформации описывалось в приближении, предложенном Г. Севилано [2]:

$$\frac{d}{d\varepsilon_{eq}^p} d_g = \frac{\delta_r}{\delta_s} (d_g^2 - d_g \delta_s),$$

где $\varepsilon_{eq}^p = \int_0^t \dot{\varepsilon}_{eq}^p dt$, $\delta_r(\dot{\varepsilon}_{eq}^p, T)$ – нормализованная скорость измельчения зерна, $\delta_s(\dot{\varepsilon}_{eq}^p, T)$ – предельный равновесный размер дислокационной ячеистой субструктуры или субзеренной структуры.

Изменение температуры при пластическом течении определялось в приближении

$$T = T_0 + \frac{0,9}{C_p} \int_0^t \left| \sigma_{ij} \cdot \dot{\varepsilon}_{ij} \right| dt,$$

где C_p – удельная теплоемкость при постоянном объеме; T_0 – температура до начала деформации.

Предлагаемая физико-математическая модель учитывает процессы структурных превращений и повреждения при пластическом течении в условиях канального прессования. Модель содержит ряд коэффициентов, входящих в эволюционные уравнения для структурных параметров, и соотношения модели повреждаемой среды, которые необходимо определять с использованием экспериментальных данных.

С помощью разработанной физико-математической модели проведены параметрические исследования закономерностей процессов деформации, возможного разрушения и упрочнения сплавов в процессе канального прессования, а также определены критические скорости прессования, не приводящие к повреждению материала, и оптимальные параметры режимов прессования для достижения требуемых физико-механических характеристик материалов и размеров зерен.

Литература

1. Скрипняк Е.Г., Скрипняк Н.В., Козулин А.А., Скрипняк В.А. Моделирование влияния наноструктурированного поверхностного слоя на механическое поведение алюминиевых и магниевых сплавов при динамических воздействиях // Изв. вузов. Физика. 2010. № 12/2. С. 235–242.
2. Seviliano J., Van Houte P., Aernoudt E. Large strain work hardening and textures // Prog. Mater. Sci. 1980. Vol. 25. P. 71–412.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ФОРСУНОК

А.В. Левихина

Рассмотрены результаты отработки пневмогидравлического стенда для исследования характеристик распыливания жидкости центробежными форсунками, а также рассмотрена теория Абрамовича–Клячко для расчета характеристик распыливания жидкости центробежными форсунками.

RESEARCH EXPENDITURE CHARACTERISTICS OF NOZZLES

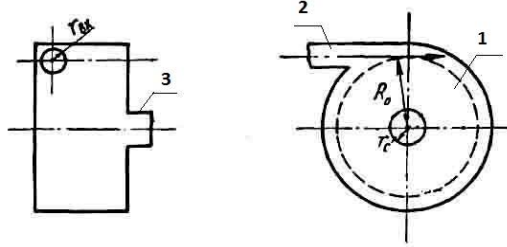
A.V. Levikhina

Considered the results of testing pneumohydraulic stand for investigation of characteristics of the fluid atomization by centrifugal nozzles and considered the theory of Abramovich–Klyachko for the calculation of the characteristics of the fluid atomization by centrifugal nozzles.

Распыливание жидкости широко применяется в современной технике – в химической и пищевой промышленности, а также в ряде технологических процессов. Распыливание обеспечивает большую равномерность распределения жидкости и лучшее взаимодействие ее с реагирующей средой. Принцип распыливания широко осуществляется при сжигании жидкого топлива в топках паровых котлов, камерах горения газовых турбин, промышленных печах, двигателях внутреннего сгорания и других устройствах [1]. Во всех этих случаях применяются форсунки, приспособленные для мелкого и равномерного распределения жидкости по сечению струи.

Центробежные форсунки (ЦБФ) являются важнейшими элементами системы подачи жидкости в камеру сгорания [3]. Схема ЦБФ (рис. 1) состоит из камеры закручивания, входных тангенциальных каналов и выходного сопла.

Рис. 1. Схема центробежной форсунки:
1 – камера закручивания; 2 – входные каналы; 3 – сопло



Основной характеристикой ЦБФ является зависимость расхода жидкости от перепада давления. В настоящее время для определения этой характеристики используется теория, развитая Г.Н. Абрамовичем и Л.С. Клячко [1].

Используя эту теорию, приведем пример расчета характеристик ЦБФ по заданным геометрическим параметрам. Характеристики ЦБФ определяются следующими геометрическими параметрами:

Геометрические параметры форсунки	
i , мм	3
d ,	0,9
d_c ,	1,6
R ,	1,32

- i – количество входных каналов;
- d – диаметр входного канала;
- S – суммарная площадь сечения входных каналов;
- d_c – диаметр выходного сопла;
- S_c – площадь сечения выходного сопла;
- R – радиус закручивания.

Найдем геометрическую характеристику A . Определив величину A по заданной геометрии форсунки (d_c, d, R, i), можно рассчитать все параметры распыла ($u_{\text{вых}}$ – аксиальная компонента скорости, $\omega_{\text{вых}}$ – тангенциальная компонента скорости, 2α – угол распыла, $\varphi_{\text{ж}}$ – коэффициент живого сечения ЦБФ, φ – коэффициент расхода форсунки) [2]:

$$A = \frac{\pi \cdot R \cdot r_c}{S},$$

где $r_c = \frac{d_c}{2}$; $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot i \Rightarrow A = \frac{2 \cdot R \cdot d_c}{d^2 \cdot i} = \frac{2 \cdot 1,32 \cdot 1,6}{(0,9)^2 \cdot 3} \approx 1,74$.

С другой стороны, $A = \frac{1 - \varphi_{\text{ж}}}{\sqrt{\frac{\varphi_{\text{ж}}^3}{2}}}$. Построив зависимость $A=A(\varphi_{\text{ж}})$ (рис. 2), определим значение $\varphi_{\text{ж}}$, при котором $A=1,74$.

Из графика видно, что $A=1,741$ при $\varphi_{\text{ж}} = 0,528$.

Теперь, зная $\varphi_{\text{ж}}$, можем определить коэффициент расхода φ , который определяется по формуле:

$$\varphi = \sqrt{\frac{\varphi_{\text{ж}}^3}{2 - \varphi_{\text{ж}}}} = \sqrt{\frac{(0,528)^3}{2 - 0,528}} \approx 0,316.$$

Далее рассчитаем угол распыла $2\alpha_{cp}$:

$$tg\alpha_{cp} = \frac{2 \cdot \varphi \cdot A}{\sqrt{(1 + \sqrt{1 - \varphi_{жс}^2})^2 - 4 \cdot \varphi^2 \cdot A^2}} = \frac{2 \cdot 0,316 \cdot 1,741}{\sqrt{(1 + \sqrt{1 - 0,528^2})^2 - 4 \cdot 0,316^2 \cdot 1,741^2}} = 0,8604,$$

$$\alpha_{cp} = 40^\circ 43' \Rightarrow 2\alpha_{cp} = 80^\circ 86'.$$

Определим массовый секундный расход жидкости G через форсунку по формуле

$$G = \varphi \cdot \pi \cdot \frac{d_c^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot \Delta p},$$

где $\Delta p = (1...7) \cdot 10^5$ Па.

Полученные данные занесем в табл. 2.

Теория Абрамовича–Клячко получена в рамках ряда допущений, поэтому при расчете конкретных устройств для получения точных результатов необходимо проведение экспериментального исследования. Это позволяет оценить погрешность результатов теоретических расчетов.

В настоящей работе рассмотрен экспериментальный метод изучения распыла жидкости ЦБФ, с помощью пневмогидравлического стенда, схема которого представлена на рис. 3.

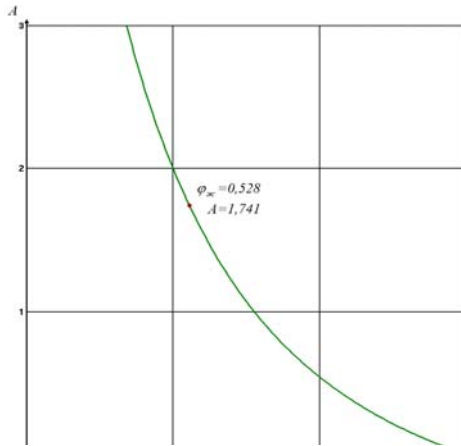


Рис. 2. График зависимости $A=A(\varphi_{ж})$

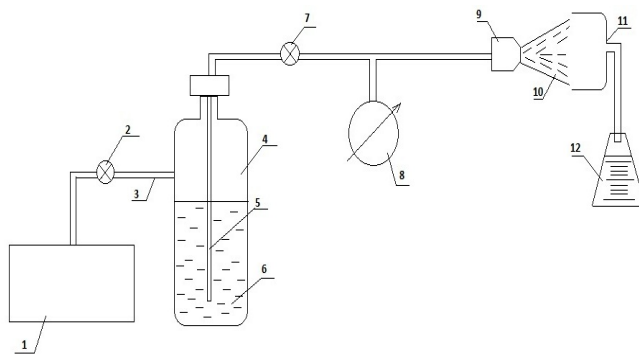


Рис. 3. Схема пневмогидравлического стенда: 1 – компрессор, 2 – вентиль, 3 – трубопровод, 4 – баллон, 5 – трубка для подачи жидкости, 6 – модельная жидкость, 7 – вентиль, 8 – манометр, 9 – форсунка, 10 – факел распыла, 11 – приемник жидкости, 12 – мерная емкость

Подавая жидкость (в данном эксперименте воду) при различных давлениях, измеряем с помощью манометра давление и при помощи мерной емкости замеряем, сколько распылится жидкости за время $t=10,2$ с. Полученные данные объема распыленной жидкости V и давления Δp приведены в табл. 1. Расход жидкости рассчитываем по формуле

$$G = \frac{m}{t} = \frac{\rho \cdot V}{t},$$

где m – масса распыленной жидкости, ρ – плотность распыленной жидкости. Полученные данные заносим в табл. 2.

Таблица 1

Давление Δp , атм	1,07	2,07	3,03	4,03	5,12	6,03
Объем распыленной жидкости V , мл	80	108	129	152	168	185

На рис. 4 приведены графики зависимости расхода от давления $G(p)$, полученные из экспериментальных данных и теоретического расчета. Проведем аппроксимацию этих кривых методом наименьших квадратов. Вид аппроксимирующей функции

$$G = a\sqrt{\Delta p}.$$

Полученные аппроксимирующие функции имеют вид:

$$G = 7.39\sqrt{\Delta p} \text{ – для экспериментальной кривой,}$$

$$G = 8.80\sqrt{\Delta p} \text{ – для теоретического расчета.}$$

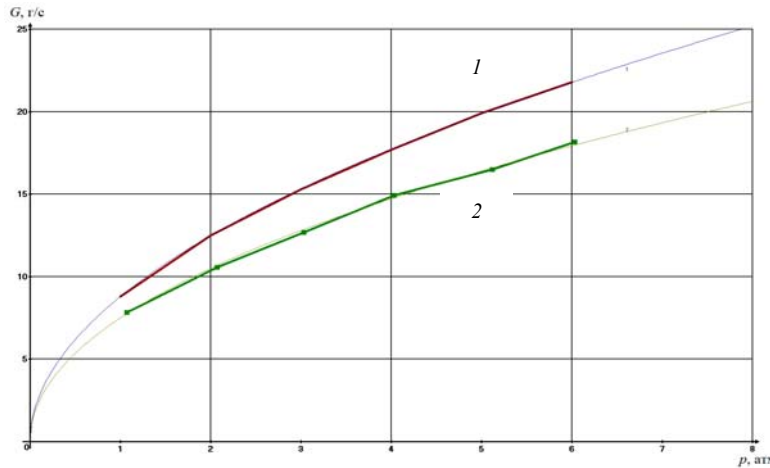


Рис. 4. Графики зависимости расхода от давления $G(\Delta p)$: 1 – кривая расхода, полученная из теоретического расчета, 2 – кривая, полученная из экспериментальных данных

Рассчитываем погрешность теоретического расчета по формуле

$$\delta = \frac{G_{\text{теор}} - G_{\text{эксп}}}{G_{\text{эксп}}}.$$

Полученные данные заносим в табл. 2.

Таблица 2

Δp , атм	1,07	2,07	3,03	4,03	5,12	6,03
$G_{\text{теор}}$, г/с	9,10	12,71	15,37	17,77	20,13	21,85
$G_{\text{эксп}}$, г/с	7,84	10,56	12,68	14,93	16,50	18,17
δ , %	16	20	21	19	22	20

Результаты проведенного эксперимента показали, что для исследования форсунок в диапазоне давлений $\Delta p = (1...7) \cdot 10^5$ Па, отклонение расчетных данных от экспериментальных может достигать порядка 20%, при этом расчетные данные дают завышенные значения расхода.

Литература

1. Витман Л.А., Кацнельсон Б.Д., Палеев И.И. Распыливание жидкости форсунками. М.: ГЭИ, 1962. 265 с.
2. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1976.
3. Архипов В.А., Трофимов В.Ф. Характеристики факела распыла центробежной форсунки в нестандартных условиях // Авиационная техника. 2003. С. 70–72.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ ОКСИДА УРАНА В РЕАКТОРЕ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ТЕПЛООБМЕНА

Т.А. Мух

Проведено численное исследование гидродинамики и теплообмена в химическом реакторе. На основе траектории движения частиц проведен анализ движения твердой фазы и теплового взаимодействия со средой. Проведено параметрическое исследование процесса двухфазного изотермического течения.

THE STUDY OF MOTION OF PARTICLES OF URANIUM OXIDE IN THE REACTOR, TAKING INTO ACCOUNT THE INFLUENCE OF HEAT TRANSFER

T.A. Muh

A numerical study of fluid flow and heat transfer in a chemical reactor. Based on the trajectories of particles behavioral analysis of the motion of the solid phase and the thermal interaction with the environment. A parametric study of the process of two-phase isothermal flow.

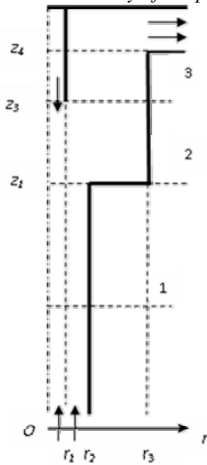


Рис. 1. Схема реактора

При моделировании движения частиц оксида урана необходимо знать аэродинамику в рабочей камере. В связи с этим рассматривается течение несущей среды в реакторе, схема которого приведена на рис. 1.

Поток нагретого газа втекает в камеру реактора через сечение $O - r_2$ в нижней части трубы. В верхней приосевой области реактора находится канал, из которого навстречу потоку поступают частицы оксида урана.

Для описания гидродинамики и теплообмена в реакторе используются уравнения Навье–Стокса и переноса тепла (1). Решение поставленной задачи удобно проводить в безразмерной форме.

Задача решается в переменных «вихрь – функция тока», что значительно упрощает расчет за счет исключения градиента давления в уравнениях Навье–Стокса.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\Omega r;$$

$$\frac{\partial r \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial r u_r \Omega}{\partial r} + \frac{\partial r u_z \Omega}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{\text{Re}} \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{r}{\text{Re}} \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) = -\Omega u_r - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\Omega}{r} - \frac{Gr}{\text{Re}^2} \frac{\partial \theta}{\partial r}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial u_r \theta}{\partial r} + \frac{\partial u_z \theta}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\text{Re Pr}} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\text{Re Pr}} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) = 0.$$

Здесь $\text{Re} = u_0 r_0 / \nu$ – критерий Рейнольдса, $\text{Pr} = \nu / a$ – критерий Прандтля и $\text{Gr} = g \beta \Delta T r_0^3 / \nu^2$ – критерий Грасгофа, где u_0 – среднерасходная скорость газа; r_0 –

радиус трубы; ν , α , β – коэффициенты кинематической вязкости, температуропроводности и объемного расширения.

При решении задачи используется приближение Буссинеска, согласно которому можно принять жидкость несжимаемой, а изменение плотности учитывать только в члене, описывающем термическую подъемную силу.

Для замыкания данной системы определяются граничные условия для всех искомых компонент. На входе в камеру функция тока определяется значением расхода газа, на выходе из аппарата используются мягкие условия для всех компонент. Значение вихря на непроницаемых стенках определяется по формуле Тома. Вихрь в угловых точках определяется двумя значениями в зависимости от направления нормали.

В результате численного решения были получены распределения полей компонент скоростей, температур и линий тока [4]. Достоверность полученных результатов проверялась на задаче, решенной в переменных «скорость – давление». На рис. 4 показано это сравнение.

Моделирование движения твердой фазы проводилось на основе траекторного метода. Движение тонкодисперсной фазы моделируется совокупностью решений для i -й фракций частиц с j -ми точками старта. Уравнения, с помощью которых может быть определена траектория и скорость движения частицы, имеют вид

$$\frac{dr^{i,j}}{dt} = W^{i,j}; \quad m^{i,j} \frac{dW^{i,j}}{dt} = F^{i,j}, \quad (2)$$

где m , r , W – соответственно масса, радиус-вектор, вектор скорости частицы и F – вектор сил, действующих на частицу. Система уравнений (2), справедлива для любой фиксированной точки и требует постановки только начальных условий. На твердые, тяжелые и тонкодисперсные частицы в реакторе действуют инерционные, центробежные, аэродинамические и гравитационные силы. Важным фактором, влияющим на дополнительную миграцию частиц, являются стохастические явления, в результате которых появляется дополнительная пульсационная составляющая. Значение случайной величины пульсационной скорости u' можно определить из вероятностного закона Гаусса:

$$u' = \pm \gamma \sqrt{-2k \ln N},$$

где N – случайное число в диапазоне $0 < N < 1$; γ – эмпирическая константа. Тогда уравнения движения в цилиндрической системе координат и в безразмерной форме можно представить в виде

$$\frac{dw_r}{dt} = \frac{(u_r + u') - w_r}{Stk} \xi; \quad \frac{dw_z}{dt} = \frac{(u_z + u') - w_z}{Stk} \xi - \frac{1}{Fr},$$

где w_r , w_z – составляющие вектора скорости; ξ – коэффициент, учитывающий отклонение аэродинамического сопротивления, определяемого по закону Стокса; Stk – безразмерное число Стокса.

Уравнение теплопроводности для твердой фазы имеет следующий вид:

$$cm \frac{d\theta}{dt} = -\alpha S (\theta_s - \theta_z) - \varepsilon Sc_0 \left[\left(\frac{\theta_s}{100} \right)^4 - \left(\frac{\theta_z}{100} \right)^4 \right], \quad (3)$$

где c – удельная теплоемкость; m – масса частицы; θ – средневзвешенная объемная температура частицы; α – коэффициент теплоотдачи; S – площадь поверхности частицы; θ_s – температура поверхности частицы; θ_r – температура газа; ε – степень

черноты поверхности частицы; c_0 – коэффициент излучения абсолютно черного тела. При исследовании теплообмена тепловое излучение не учитывается за счет невысоких температур. Поскольку частицы весьма малы, распределение температуры внутри частицы в любой момент времени очень близко к распределению температуры по поверхности частицы. Запишем уравнение теплопроводности для случая сферической частицы. Масса и площадь поверхности сферической частицы выражаются так:

$$m = \frac{\pi\delta^3 \rho_m}{6}; S = \pi\delta^2.$$

Тогда уравнение (3) запишется в виде

$$\frac{d\theta_\delta}{dt} = -6St_\delta \frac{c_p \rho}{c_m \rho_m} |\vec{u} - \vec{w}| (\theta_\delta - \theta_\infty), \quad (4)$$

где c_p , c_m – удельные теплоемкости среды и частицы; ρ_m – плотность частицы. Критерий подобия Стантона и число Рейнольдса частицы имеют следующий вид:

$$St_\delta = \frac{\alpha}{c_p \rho |\vec{w} - \vec{u}|} = \frac{Nu_\delta}{Re_\delta Pr}; \quad Re_\delta = \frac{|\vec{w} - \vec{u}| \delta}{\nu}.$$

После приведения уравнения (4) к безразмерному виду имеем:

$$\frac{d\theta_\delta}{d\tau} = 6 \frac{Nu_\delta}{Re_\delta Pr} \frac{c_p}{c_m} \frac{1}{\delta} \sqrt{(w_r - u_r)^2 + (w_z - u_z)^2} (\theta_\infty - \theta_\delta). \quad (5)$$

Коэффициент теплоотдачи частиц записывается в виде эмпирической формулы, полученной Кацнельсоном и Тимофеевой:

$$Nu_\delta = 2 + 0,03 Pr^{0,33} Re_\delta^{0,54} + 0,35 Pr^{0,35} Re_\delta^{0,58}.$$

Численное решение уравнения (5) проводилось на основе неявной схемы Эйлера [1].

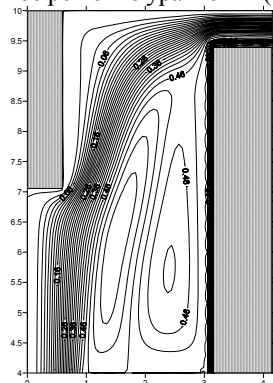


Рис. 2. Линии тока в верхней части аппарата при параметрах $Re=100$ и $Pr=1$

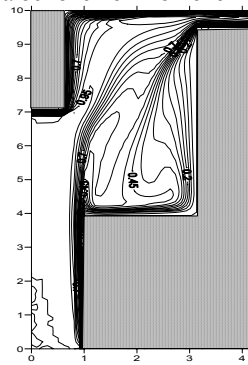


Рис. 3. Распределение изотермических линий несущей среды при параметрах течения $Re=100$, $Pr=1$ и $Gr=2000$

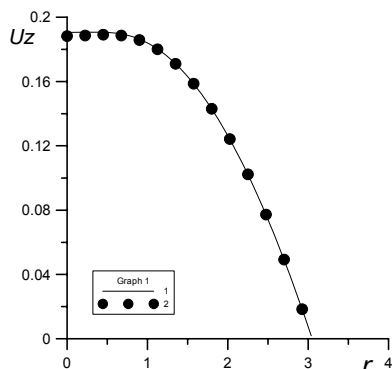


Рис. 4. Сравнение профиля u_z в сечении 2 при параметрах $Re=4,5$, $U_0=0,06203$ м/с, $d=80$ мм. 1 – расчет в переменных «скорость – давление», 2 – расчет в переменных «вихрь – функция тока»

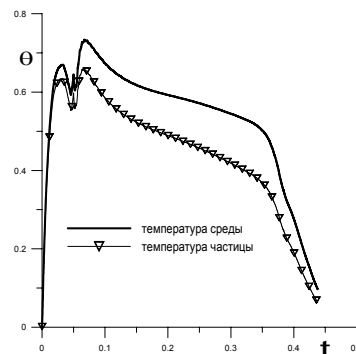


Рис. 5. Распределение температуры частицы в сравнении с локальной температурой среды при параметрах $\delta=25$ мкм, $dt=0,001$, $Re=100$, $Pr=1$ и $Gr=2000$

На рис. 2 представлены линии тока, которые характеризуются наличием отрывных и циркуляционных областей в рабочей камере реактора. Отрывные зоны начинают образовываться при параметре $Re \geq 10$.

На рис. 3 показаны изотермические линии, которые характеризуют процессы теплообмена с учетом влияния естественной конвекции в химическом реакторе.

На рис. 5 показано сравнение температуры частицы и среды, из этого графика видно, что отставание температуры частицы от температуры среды связаны с градиентом температур несущей среды, теплофизическими характеристиками частиц.

Литература

1. Роуч П.Дж. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
2. Патанкар С.В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах. М.: МЭИ, 2003.
3. Бусройд Р. Течение газа со взвешенными частицами. М.: Мир, 1975.
4. Садретдинов Ш.Р., Мух Т.А., Афанасьева О.И., Евсеев Н.С. Численное моделирование движения частиц оксида урана в реакторе // Матер. II Всерос. науч. конф. СПММ. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2011. С. 207–212.

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ПОЛЯ В МЕТАЛЛАХ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ РЕЗАНИИ

Н.В. Олимпиева, А.Н. Шипачев, С.А. Зелепугин

Численно исследуются температурные поля в металлических образцах при высокоскоростном резании при вариации глубины и скорости резания.

TEMPERATURE FIELDS IN METALS AT HIGH SPEED CUTTING

N.V. Olimpiyeva, A.N. Shipachev, S.A. Zelepugin

Temperature fields in metal samples are numerically investigated at high speed cutting with variation of the cutting depth and speed.

Процессы резания материалов относятся к процессам интенсивного пластического деформирования. Они сопровождаются трением стружки о переднюю поверхность резца и трением задней поверхности инструмента о поверхность реза-

ния, происходящих в условиях высоких давлений и скоростей скольжения [1]. Работа пластического деформирования, также как трения резац–стружка, в основном превращается в тепло, которое оказывает большое влияние на закономерности деформирования срезаемого слоя, на силы резания, износ и стойкость режущего инструмента.

В современном машиностроении часто используются высокопрочные и труднообрабатываемые материалы. Повышаются требования к точности и качеству изделий, усложняются формы деталей машин, получаемых резанием. Поэтому процесс механической обработки требует постоянного совершенствования. В настоящее время одним из наиболее перспективных направлений является обработка при высоких и сверхвысоких скоростях.

В научной литературе недостаточно представлены теоретические и экспериментальные исследования процессов сверхскоростного резания металлов. Имеются отдельные примеры экспериментально-теоретических исследований влияния температуры на прочностные характеристики материала в процессе высокоскоростного резания [2]. В теоретическом плане проблема резания металлов получила наибольшее развитие в создании ряда аналитических моделей ортогонального резания. Однако сложность проблемы и необходимость более полного учета свойств материалов, тепловых эффектов привели к необходимости использования численных методов, из которых применительно к рассматриваемой проблеме наибольшее распространение получил метод конечных элементов.

В данной работе процессы сверхскоростного резания металлов исследуются численно методом конечных элементов в плоскодеформационной постановке в рамках упругопластической модели среды. В численных расчетах используется модель повреждаемой среды, характеризующаяся возможностью зарождения и развития в ней трещин. Общий объем среды W составляют ее неповрежденная часть, занимающая объем W_c и характеризующаяся плотностью ρ_c , а также занимающие объем W_f поры (трещины), в которых плотность полагается равной нулю. Средняя плотность среды связана с введенными параметрами соотношением $\rho = \rho_c (W_c / W)$. Степень поврежденности среды характеризуется удельным объемом пор $V_f = W_f / (W \rho)$.

Система уравнений, описывающая нестационарное адиабатическое движение сжимаемой среды, состоит из уравнений неразрывности, движения, энергии [3]. Моделирование «отрывных» разрушений проводится с помощью кинетической модели разрушения активного типа [4]. Давление в неповрежденном веществе считается функцией удельного объема и удельной внутренней энергии и во всем диапазоне условий нагружения определяется с помощью уравнения состояния типа Ми–Грюнайзена, в котором коэффициенты подбираются на основе констант и ударной адиабаты Гюгонио. Определяющие соотношения связывают компоненты девиатора напряжений и тензора скоростей деформаций и используют производную Яуманна. Для описания пластического течения используется условие Мизеса. Учтены зависимости прочностных характеристик среды (модуля сдвига и динамического предела текучести) от температуры и уровня поврежденности материала [3, 4].

Моделирование процесса отделения стружки от заготовки осуществлялось с использованием критерия разрушения материала расчетных элементов вдоль линии резания, при этом использовался подход, аналогичный моделированию разрушения материала эрозионного типа. В качестве критерия разрушения – критерия отделения стружки – применялось предельное значение удельной энергии сдвиговых деформаций, которое зависит от условий взаимодействия и задается функцией скорости резания [3].

Расчеты проводились для образцов из низкоуглеродистой стали С15 [2]. Размеры рабочей части инструмента: длина верхней грани 1.25 мм, боковой – 3.5 мм,

передний и задний угол 0 и 6° . Обрабатываемая стальная пластина имела толщину 2 мм, глубина резания составила $0,26$ и $0,38$ мм для скоростей резания 23 и 61 м/с соответственно. Материал рабочей части инструмента – плотная модификация нитрида бора.

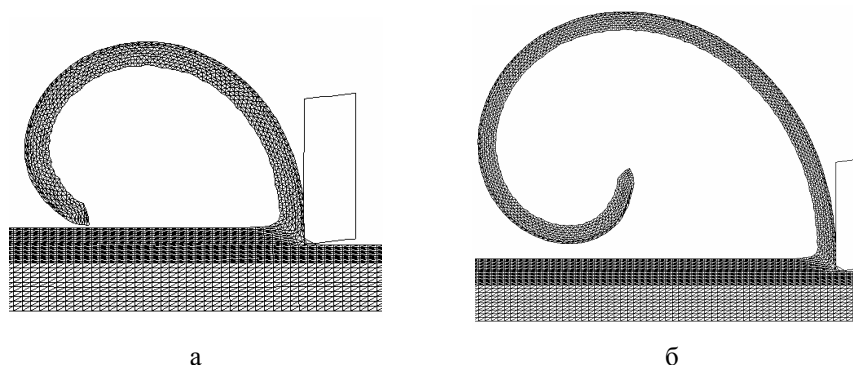


Рис. 1. Хронограммы процесса резания при движении резца со скоростью 61 м/с, в моменты времени $0,285$ мс (а) и $0,6$ мс (б)

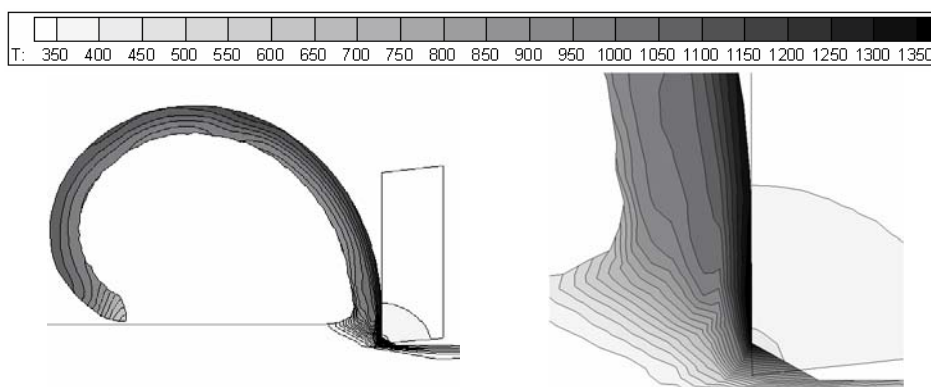


Рис. 2. Температурные поля в момент времени $0,285$ мс при глубине резания $0,38$, движении резца со скоростью 61 м/с

В данной работе использованы линейные треугольные элементы, которые при использовании в расчетах необходимо малом шаге по времени обеспечивают устойчивость расчета при значительном их деформировании, вплоть до выполнения критерия отделения стружки и при практически неограниченной длине заготовки (рис. 1).

На рис. 2 показаны поля температуры (в К) в момент времени $0,285$ мс при глубине резания $0,38$, движении резца со скоростью 61 м/с. Слева представлены поля температур в стружке и части заготовки с рабочей частью резца, справа – в выделенной области стружки в зоне ее контакта с резцом. Расчеты показывают, что величины скорости и глубины резания существенно влияют на форму стружки и на размер площади контакта резца со стружкой. При увеличении скорости резания уменьшается степень закрутки стружки, а площадь контакта с резцом увеличивается. Температуры в области контакта резца со стружкой достигают высокого значения, при которых резец может терять работоспособность, что свидетельствует о необходимости применения смазывающе-охлаждающих жидкостей.

Литература

1. Кожевников Д.В., Кирсанов С.В. Резание материалов. М.: Машиностроение, 2007. 304 с.

2. Sutter G., Ranc N. Temperature fields in a chip during high-speed orthogonal cutting – An experimental investigation // Int. J. Machine Tools & Manufacture. 2007. № 47. P. 1507–1517.

3. Зеленин С.А., Шупачев А.Н. Моделирование методом конечных элементов процессов сверх-скоростного ортогонального резания металлов // Изв. вузов. Физика. 2009. Т. 52, № 7/2. С. 109–114.

4. Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортков В.Е. Исследования механических свойств материалов при ударно-волновом нагружении // Изв. РАН. МТТ. 1999. № 5. С. 173–188.

ПРЕДЕЛЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ В ПОТОКЕ АЭРОВЗВЕСИ ЧАСТИЦ АЛЮМИНИЯ

А.С. Тизилев

Определена область устойчивого горения порошка алюминия марки АСД в высокоскоростном потоке воздуха. Получена зависимость скорости срыва пламени в потоке алюминиево-воздушной смеси в диапазоне изменения $\alpha = 0,04 \div 3,0$.

LIMITS OF FLAME PROPAGATION IN STREAM AIR-SUSPENSIONS OF ALUMINUM PARTICLES

A.S. Tizilov

The region of stable combustion of aluminum powder ASD in a high speed air flow. The dependence of the stall speed of the flame in the flow of aluminum-air mixture in the range of $\alpha = 0,04 \div 3,0$.

В гомогенных смесях горючих газов с воздухом скорость распространения пламени u_f имеет максимальное значение при коэффициентах избытка воздуха α , близких к единице [1]. В аэровзвесьях капель углеводородов и частиц угля закономерность сохраняется: U_{fmax} при $\alpha = 0,7 \div 0,9$ [2]. Эти экспериментальные данные соответствуют теоретическим представлениям, согласно которым при $\alpha \approx 1,0$ в указанных смесях тепловыделение, температура, нормальная скорость распространения пламени принимают максимальные значения [3].

Термодинамический анализ горения металлических частиц в потоке воздуха указывает на два максимума на кривых тепловыделения и температуры продуктов сгорания. Первый максимум находится в диапазоне $\alpha = 0,11 \div 0,14$, что обусловлено реакцией азотирования. Второй максимум соответствует диапазону значений $\alpha = 0,9 \div 1,1$, за счёт наличия достаточной концентрации кислорода в смеси [4].

Известные в настоящее время данные [5, 6], по определению области устойчивого горения порошков алюминия в потоке воздуха были получены при низких скоростях потока (до 40 м/с) и в узком диапазоне (до 0,3), что не позволяет однозначно судить о влиянии гидродинамических параметров потока и состава смеси на скорость распространения пламени в аэровзвеси частиц алюминия.

Целью настоящей работы является определение области устойчивого распространения пламени в высокоскоростном потоке аэровзвеси частиц алюминия при изменении коэффициента избытка воздуха в диапазоне $\alpha = 0,04 \div 3,0$.

Схема экспериментальной установки и методика проведения испытаний подробно представлены в [7].

Полученные экспериментальные данные по определению области устойчивого горения в высокоскоростном потоке аэровзвеси частиц алюминия представлены в виде зависимости на рис. 1 $U_{sb} = f(\alpha)$.

Из рис. 1 видно, что при $\alpha = 0,04 \div 0,12$ происходит резкое увеличение скорости потока, при которой происходит срыв пламени и которая достигает первого своего максимума (110 м/с) при $\alpha \approx 0,12$. Далее, с увеличением α , растёт содержание кислорода в зоне реакции, молекулы кислорода замещают молекулы азота, однако

в виду низкого содержания кислорода в зоне реакции в диапазоне изменения значений $\alpha = 0,2 \div 0,6$ наблюдается уменьшение скорости срыва. Затем, при насыщении зоны реакции кислородом, его количества достаточно для полного сгорания частиц алюминия, вследствие чего наблюдается рост скорости срыва пламени. Второе максимальное значение скорости потока (130 м/с), при котором происходит срыв пламени, достигается при $\alpha = 0,9 \div 1,1$. При дальнейшем увеличении коэффициента избытка воздуха α скорость срыва равномерно уменьшается.

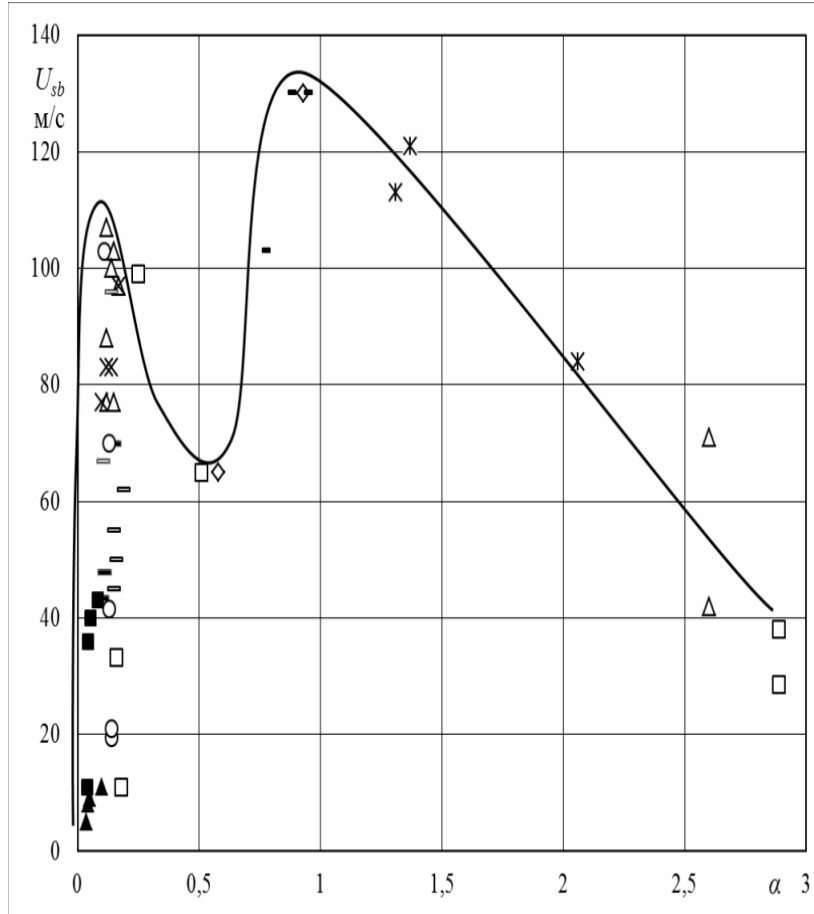


Рис. 1. Область устойчивого горения порошка алюминия марки АСД в высокоскоростном потоке воздуха; диаметр канала $D_k = 40 \div 80$ мм; степень турбулентности $\epsilon = 5 \div 22\%$; температура воздуха $T = 293$ °К; размер частиц алюминия $d_{32} = 7,4 \div 17,5$ мкм.

○, □, ◇, △, ×, +, * – данные настоящей работы; ▲, ■ – данные [4]

Полученные нами экспериментальные данные о пределах распространения пламени в высокоскоростном потоке алюминиево-воздушной смеси подтверждаются проведённым в [4] термодинамическим анализом. На рис. 2 представлена зависимость термодинамической температуры продуктов сгорания взрывавшей порошка алюминия от состава смеси. Из анализа рис. 1 и 2 видно, что максимальные значения термодинамической температуры продуктов сгорания (см. рис. 2) при $\alpha = 0,1 \div 0,3$ и $\alpha = 0,9 \div 1,1$ соответствуют максимальным значениям скорости срыва пламени при тех же α (см. рис. 1).

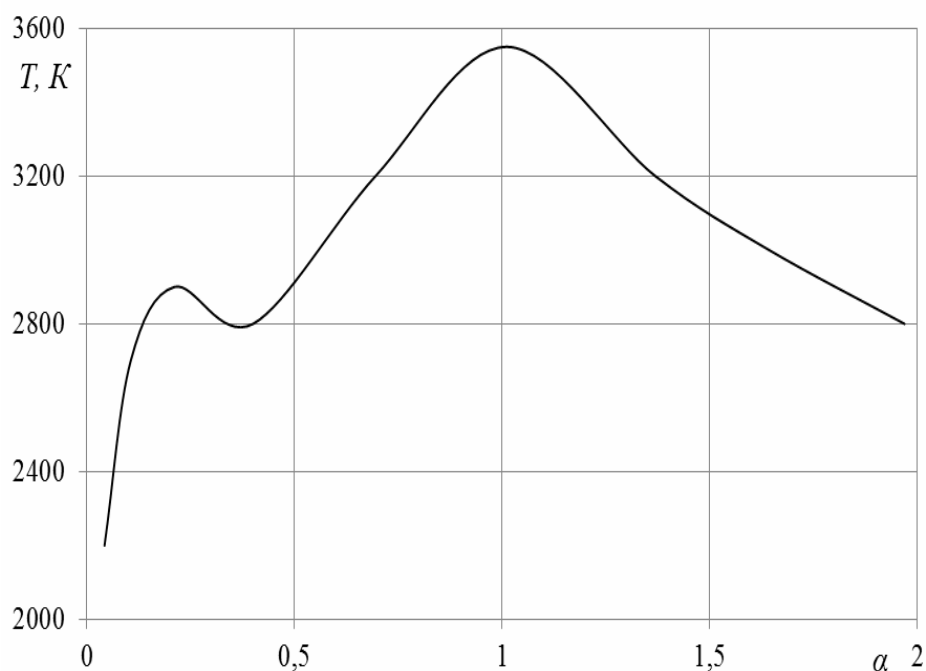


Рис. 2. Термодинамическая температура продуктов сгорания $p = 0,1$ МПа, $T_0 = 300K$ [4]

Следует отметить, что изменения гидродинамических параметров потока алюминиево-воздушной смеси (скорость потока от 10 до 130 м/с; степень турбулентности от 5 до 22%; диаметр канала от 40 до 80 мм; диаметр исходных частиц алюминия d_{32} от 7,4 до 17,5 мкм) не привели к качественному изменению зависимости скорости срыва пламени от состава смеси.

Таким образом, полученные пределы распространения пламени в высокоскоростном потоке аэрозвеси частиц алюминия в диапазоне $\alpha = 0,04 \div 3,0$ впервые показали, что на кривой зависимости $U_{sb} = f(\alpha)$ имеется два максимума, а на скорости срыва пламени в значительной степени влияет состав смеси, а не гидродинамические параметры потока.

Литература

1. Бахман Н.Н., Беляев А.Ф. Горение гетерогенных конденсированных систем. М.: Наука, 1967. 226 с.
2. Раушенбах Б.В., Белый С.А., Беспалов И.В. и др. Физические основы рабочего процесса в камерах сгорания воздушно-реактивных двигателей. М.: Машиностроение, 1961. 521 с.
3. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987. 502 с.
4. Малинин В.И., Коломин Е.И., Антипин И.С. Воспламенение и горение аэрозвеси алюминия в реакторе высокотемпературного синтеза порошкообразного оксида алюминия // Физика горения и взрыва. 2002, Т. 38, № 5.
5. Малинин В.И. Внутрикамерные процессы в установках на порошкообразных металлических горючих. Екатеринбург; Пермь: УрО РАН, 2006.
6. Ягодников Д.А. Воспламенение и горение порошкообразных металлов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. 432 с.
7. Егоров А.Г. Процессы горения порошкообразного алюминия в прямоточных камерах реактивных двигательных установок. Самара: Изд-во СНИЦ РАН, 2004. 375 с.

АНАЛИЗ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ИЗЛУЧЕНИЯ

Н.Ю. Юрлова, В.А. Архипов, И.К. Жарова

Рассмотрен модифицированный нестационарный метод измерения интегрального коэффициента излучения. По результатам численных экспериментов проведен анализ эффективности метода.

ANALYSIS OF THE MODIFIED METHOD OF INTEGRAL EMISSIVITY MEASUREMENT

N.Y. Yurlova, V.A. Arhipov, I.K. Zharova

The modified method for the integral emissivity measurement is presented. The analysis of this method efficiency has been carried out on the basis of the numerical experiment results.

Интегральный коэффициент излучения является одной из важнейших характеристик теплообмена. Информация об интегральных коэффициентах излучения поверхности материалов необходима при решении задач в различных областях, например, при проектировании систем тепловой защиты, в расчетах проточных трактов энергоустановок, при разработке новых материалов, обладающих заранее заданными свойствами. Для применения новых материалов на практике, в том числе в области повышенных температур, необходима достоверная информация об их физических свойствах. Надежные данные по коэффициентам излучения могут быть получены только экспериментальным путем. В настоящее время для измерения интегрального коэффициента излучения поверхности материалов в широком диапазоне температур используются устройства, реализующие радиационный, калориметрический и нестационарные методы [1]. Одним из методов, широко используемых в практике экспериментальных исследований, является нестационарный метод [1, 2]. Однако классический вариант метода применим только для образцов, в объеме которых температурное поле однородно. Для реальных материалов, например, теплозащитных или имеющих рыхлую структуру, это допущение может не выполняться. В настоящей работе представлен вариант нестационарного метода [3] определения интегрального коэффициента излучения поверхности материалов, позволяющий повысить точность измерений за счет учета неравномерного температурного поля в объеме образца.

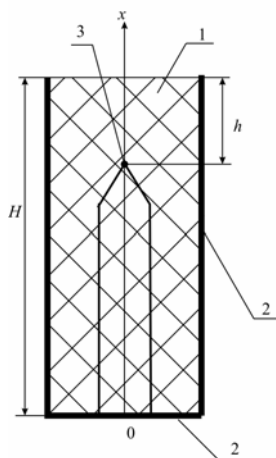


Рис. 1. Схема образца: 1 – исследуемый материал; 2 – теплоизоляция; 3 – рабочий спай термопары

Теоретической основой метода является использование аппарата обратных задач теплопроводности (ОЗТ) [4]. Суть метода заключается в том, что в процессе

остывания предварительно нагретого и размещенного в вакуумированной камере цилиндрического образца температура контролируется с помощью термопары, установленной на глубине на оси симметрии образца. Одна из торцевых граней и боковая поверхность образца термоизолированы (рис. 1).

Предполагается, что отсутствует конвективный теплообмен с окружающей средой и переток тепла в радиальном направлении пренебрежимо мал. Интегральный коэффициент излучения ε определяется из решения граничной обратной задачи теплопроводности:

$$\rho c(T) \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda(T(x,t)) \frac{\partial T(x,t)}{\partial x}), \quad (1)$$

$$0 < x < H; \quad 0 < t < t_k,$$

$$T(x,0) = T_0 = \text{const}, \quad 0 < x < H, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = 0, \quad 0 < t < t_k, \quad (3)$$

$$\lambda(T(H,t)) \frac{\partial T(H,t)}{\partial x} = -\varepsilon \sigma T^4(H,t), \quad 0 < t < t_k. \quad (4)$$

Для определения ε необходимо сопоставить решение задачи (1)–(4) с измеренными значениями температуры в образце на глубине $(H-h)$:

$$T(H-h,t) = T_1(t), \quad 0 \leq t \leq t_k \quad (5)$$

и найти минимум функционала

$$\Phi(\varepsilon) = \sqrt{\frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} [T^*(t) - T(t)]^2 dt}.$$

Задача (1)–(5) численно решена с помощью метода Петухова, имеющего 4-й порядок аппроксимации по координате и 1-й по времени [5].

Использование предложенного метода рассмотрим на решении модельной задачи определения интегрального коэффициента излучения образца из механически обработанного пиролитического графита (пирографита) при излучении с одной из торцевых граней в процессе остывания в вакуумированной камере. Модельный эксперимент осуществлен при следующих условиях: плотность $\rho=2200$ кг/м³; коэффициент теплопроводности $\lambda=2,8$ Вт/(м·К); удельная теплоемкость $c=1340$ Дж/(кг·К); $\varepsilon=0,834$ (при $T=1200$ К) [6]; высота образца $H=50$ мм; радиус основания $R=5$ мм; начальная температура $T_0=1000$ К.

На первом этапе определено температурное поле в объеме образца при его остывании. На втором этапе в полученные данные с помощью датчика случайных чисел были внесены возмущения ΔT , имитирующие погрешность измерений температуры термопарами. Далее возмущенные данные использовались как «экспериментальная» информация. В процессе численных экспериментов варьировалась глубина заделки «термопары» $(H-h)$. На каждой глубине была проведена серия расчетов для определения интегрального коэффициента излучения. В таблице приведены осредненные значения ε при разных возмущениях ΔT и различном расстоянии h от излучающей поверхности.

Интегральный коэффициент излучения пирографита, $T_0=1000$ К

$\Delta T, K$	ϵ				
	$h=1$ мм	$h=2$ мм	$h=5$ мм	$h=10$ мм	$h=25$ мм
± 2	$0,828 \pm 0,002$	$0,831 \pm 0,001$	$0,829 \pm 0,001$	$0,83 \pm 0,0$	$0,779 \pm 0,06$
± 5	$0,834 \pm 0,005$	$0,834 \pm 0,005$	$0,821 \pm 0,01$	$0,826 \pm 0,005$	$0,765 \pm 0,08$
± 10	$0,829 \pm 0,001$	$0,823 \pm 0,008$	$0,814 \pm 0,02$	$0,781 \pm 0,06$	$0,636 \pm 0,2$

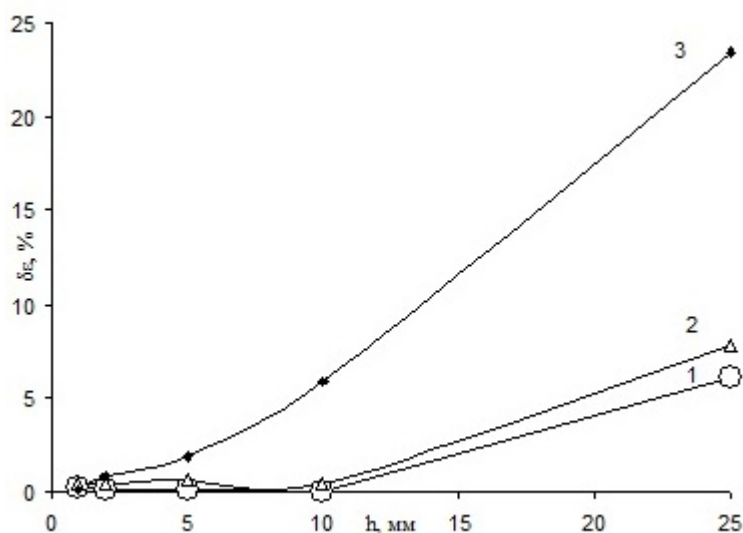


Рис. 2. Зависимость относительной погрешности измерения интегрального коэффициента излучения $\delta\epsilon$ от погрешности измерения температуры: 1 – $\Delta T = \pm 2$ К; 2 – $\Delta T = \pm 5$ К; 3 – $\Delta T = \pm 10$ К

Анализ приведенных в таблице данных показал, что с увеличением ΔT и h погрешность определения ϵ резко увеличивается (рис. 2). Получено, что минимальное значение относительной погрешности измерения интегрального коэффициента излучения достигается при измерении температуры на расстоянии $h < 10$ мм от излучающей поверхности. Таким образом, на основании численных экспериментов установлен диапазон расстояний для размещения термопары, обеспечивающий измерение интегрального коэффициента излучения с учетом неравномерного температурного поля в объеме образца с погрешностью $\delta\epsilon < 5\%$.

Литература

1. Излучательные свойства твердых материалов: справочник / Под общ ред. А.Е. Шейндлина. М.: Энергия, 1974. 472 с.
2. Butler C.P., Jenkins R.J. Measurement of Thermal Radiation Properties of Solids / Ed. J.C. Richmond. Wash. D. C. NASA SP-31, 1963. 127 p.
3. Архипов В.А., Жарова И.К., Гольдин В.Д., Куриленко Н.И. Нестационарный метод измерения коэффициента излучения теплозащитных материалов // Приборы. 2012. № 2 (140). С. 43–46.
4. Алифанов О.М. Обратные задачи теплообмена. М.: Машиностроение, 1988. 280 с.
5. Гольдин В.Д., Ёркина Е.В. Применение метода И.В. Петухова к решению задачи Коши и краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений // Исследование по баллистике и смежным вопросам механики. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2001. Вып. 4. С. 56–58.
6. Полежаев Ю.В., Шишков А.А. Газодинамические испытания тепловой защиты: справочник. М.: Промедэк, 1992. 248 с.

СЕКЦИЯ 2

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ, АЛГОРИТМЫ, ПРОГРАММЫ И ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАВНОПРОЧНОЙ РЕБРИСТОЙ ДЕРЕВЯННОЙ ПЛИТЫ

А.В. Ажермачев, Ю.В. Немировский

Разработана методика проектирования равнопрочной ребристой деревянной плиты при учете естественных особенностей дерева, связанных с его разностойкостью при растяжении-сжатии и нелинейным сопротивлением.

DESIGN OF FULL-STRENGTH RIBBED WOODEN PLATE

A.V.Azhermachev, Y.V.Nemirovskiy

In this work the method for calculating full-strength ribbed wooden plate is presented in view of the natural characteristics of wood, like its difference of resistance tension-compression and nonlinear resistance.

В качестве основных элементов деревянных перекрытий и покрытий зданий часто используются конструкции в виде плоских фанерных плит с подкрепляющими деревянными ребрами. При воздействии равномерно распределенных нагрузок расчет такой плиты может быть сведен к расчету балки Т-образного сечения с различными характеристиками материалов полки и стенки.

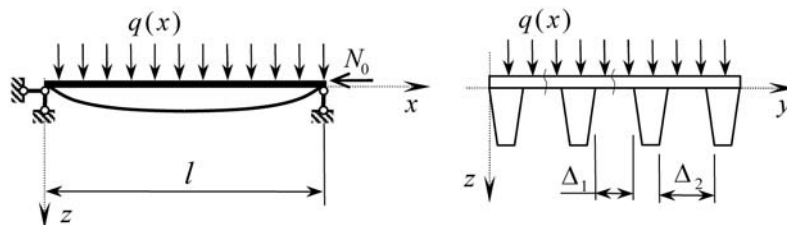


Рис. 1. Расчетная схема ребристой плиты

Задача оптимального проектирования поставлена следующим образом – определить функции, описывающие размеры и профиль поперечного сечения продольных ребер при условии достижения предельных деформаций материалов по длине плиты.

Так как древесина обладает свойством разностойкости при растяжении и сжатии [1, 2], примем следующую зависимость между напряжениями и деформациями [3]:

$$\sigma^{\pm} = A_1^{\pm} \varepsilon + A_2^{\pm} \varepsilon^2. \quad (1)$$

Будем далее считать, что материал стенки (ребра) подчиняется закону деформирования (1), а материал полки (верхней обшивки) имеет аналогичную зависимость, но с коэффициентами B_1^{\pm} , B_2^{\pm} .

Для плиты, шарнирно опертой по двум сторонам и нагруженной распределенной нагрузкой $q(x)$ (рис. 1), в случае цилиндрического изгиба выберем балочную

расчетную схему с «тавровым» поперечным сечением (рис. 2). Тогда, выбирая начало системы координат на линии соединения фанерной обшивки и деревянного ребра, при $\varepsilon_0 \leq 0$, $\kappa > 0$ для продольного усилия N и изгибающего момента M получим выражения (2), (3):

$$N = \int_{-h_1}^0 \sigma_{\phi}^{-}(z) 2b_{\phi} dz + \int_0^{z_0} \sigma_{\delta}^{-}(z) 2b_{\delta}(z) dz + \int_{z_0}^{h_2(x)} \sigma_{\delta}^{+}(z) 2b_{\delta}(z) dz, \quad (2)$$

$$M = \int_{-h_1}^0 z \sigma_{\phi}^{-}(z) 2b_{\phi} dz + \int_0^{z_0} z \sigma_{\delta}^{-}(z) 2b_{\delta}(z) dz + \int_{z_0}^{h_2(x)} z \sigma_{\delta}^{+}(z) 2b_{\delta}(z) dz + N_0 z_N, \quad (3)$$

где $\sigma_{\delta}^{\pm} = A_1^{\pm} \varepsilon + A_2^{\pm} \varepsilon^2$; $\sigma_{\phi}^{\pm} = B_1^{\pm} \varepsilon + B_2^{\pm} \varepsilon^2$; z_N – координата точки положения продольной силы N_0 .

Согласно гипотезе Кирхгофа распределения деформаций по высоте сечения определяются выражением $\varepsilon(x, z) = \varepsilon_0(x) + z \kappa(x)$, где $\varepsilon_0(x)$ – деформация в уровне отсчетной поверхности; $\kappa(x)$ – кривизна.

Положение нейтральной оси, определяемое координатой z_0 , найдем из условия:

$$\varepsilon(z_0) = \varepsilon_0(x) + z_0 \kappa(x) = 0, \quad z_0(x) = -\frac{\varepsilon_0(x)}{\kappa(x)}, \quad 0 \leq z_0(x) \leq h_2.$$

Выражения (2), (3) можно записать при условии, что ε_0 и κ будут иметь другие знаки.

Продольные ребра могут иметь различный профиль поперечного сечения:

1) трапецевидное сечение рис. 2а – линейная зависимость ширины сечения от высоты (4)

$$b_{\delta}(z) = \frac{b_2(x) - b_1(x)}{h_2(x)} z + b_1(x); \quad (4)$$

2) сечение с образующей произвольной формы (см. рис. 2, б) – нелинейная зависимость ширины сечения от высоты. В данной работе рассмотрена квадратичная функция (5), хотя вид функции может быть выбран произвольно

$$b_{\delta}(z) = c_1 z^2 + c_2 z + c_3, \quad (5)$$

где $b_1(x)$, $b_2(x)$ – верхняя и нижняя ширина ребра соответственно; $h_2(x)$ – высота ребра; z_0 – координата, определяющая положение нейтральной оси;

$$c_1 = \frac{b_2(x) - b_1(x)}{h_2^2(x) - 2z_0 h_2(x)}, \quad c_2 = -2z_0 \frac{b_2(x) - b_1(x)}{h_2^2(x) - 2z_0 h_2(x)}, \quad c_3 = b_1(x) - \text{коэффициенты,}$$

найденные из условия, что экстремум функции (5) находится на нейтральной оси сечения.

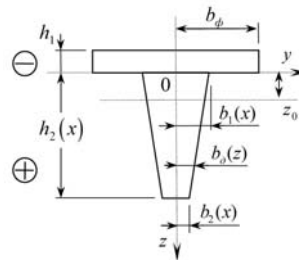


Рис. 2. Трапецевидное сечение

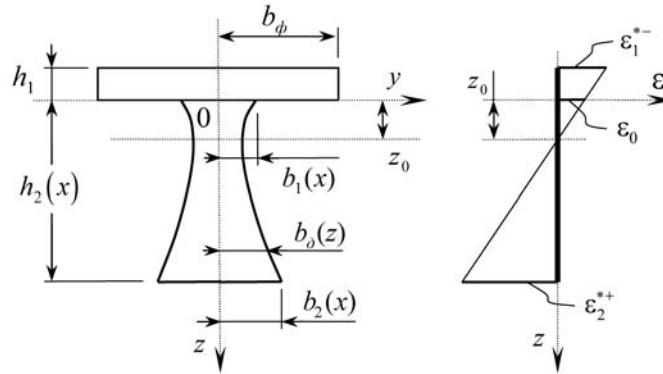


Рис. 3. Сечение с образующей произвольной формы

Подробно методика расчета таврового сечения приведена в [4]. Разрушение конструкции может происходить либо при достижении предела прочности только материала ребер, либо материала ребер и обшивки. Рассмотрим эти случаи.

Запишем условие равнопрочности для ребра:

$$\begin{cases} \varepsilon(0) = -\varepsilon_2^{*-} = \varepsilon_0(x) = \text{const}, \\ \varepsilon(h_2) = \varepsilon_2^{*+} = \varepsilon_0(x) + h_2(x)\kappa(x) = \text{const}, \end{cases}$$

где h_i – высота (толщина) i -го слоя; $\varepsilon_i^{*\pm}$ – предельная деформация материала i -го слоя при растяжении (+) и сжатии (–).

Отсюда

$$\varepsilon_0(x) = -\varepsilon_2^{*-}, \quad \kappa(x) = \frac{\varepsilon_2^{*+} + \varepsilon_2^{*-}}{h_2(x)}, \quad z_0(x) = \frac{\varepsilon_2^{*-} h_2(x)}{\varepsilon_2^{*+} + \varepsilon_2^{*-}}, \quad (6)$$

$$0 \leq z_0(x) \leq h_2(x), \quad 0 \leq \frac{\varepsilon_2^{*-}}{\varepsilon_2^{*+} + \varepsilon_2^{*-}} \leq 1.$$

При этом для обшивки $\varepsilon(-h_1) \leq -\varepsilon_1^{*-}$, $\varepsilon_0(x) - h_1\kappa(x) \leq -\varepsilon_1^{*-}$, с учетом (6) получим:

$$\frac{h_1}{h_2(x)} \geq \frac{\varepsilon_1^{*-} - \varepsilon_2^{*-}}{\varepsilon_2^{*+} + \varepsilon_2^{*-}}. \quad (7)$$

Условие равнопрочности для ребра и обшивки:

$$\begin{cases} \varepsilon(-h_1) = -\varepsilon_1^{*-} = \varepsilon_0(x) - h_1\kappa(x) = \text{const}, \\ \varepsilon(h_2) = \varepsilon_2^{*+} = \varepsilon_0(x) + h_2(x)\kappa(x) = \text{const}, \end{cases}$$

$$\kappa(x) = \frac{\varepsilon_1^{*-} + \varepsilon_2^{*+}}{h_1 + h_2(x)}, \quad \varepsilon_0(x) = \frac{\varepsilon_2^{*+}h_1 - \varepsilon_1^{*-}h_2(x)}{h_1 + h_2(x)}, \quad z_0 = \frac{\varepsilon_1^{*-}h_2(x) - \varepsilon_2^{*+}h_1}{\varepsilon_1^{*-} + \varepsilon_2^{*+}},$$

$$0 \leq \frac{\varepsilon_1^{*-}h_2(x) - \varepsilon_2^{*+}h_1}{\varepsilon_1^{*-} + \varepsilon_2^{*+}} \leq h_2(x). \quad (8)$$

Тогда для бруса при $\varepsilon_0 \leq 0$ и $-\varepsilon_2^{*-} \leq \varepsilon_0$, получим:

$$-\varepsilon_2^{*-} \leq \frac{\varepsilon_2^{*+} h_1 - \varepsilon_1^{*-} h_2(x)}{h_1 + h_2(x)} \leq 0. \quad (9)$$

Ограничения на ширину ребер из условия их расстановки (см. рис. 1) запишем в виде

$$\Delta_1 = \frac{2b - n 2b_1(x)}{n-1} > 0, \quad \Delta_2 = \frac{2b - n 2b_2(x)}{n-1} > 0. \quad (10)$$

Неравенства (7)–(9) определяют зависимость между основными геометрическими размерами сечения (толщинами слоев) и свойствами материалов слоев (предельными деформациями). Учитывая указанные неравенства, можно не только наиболее рациональным образом подобрать материалы для каждого из слоев, но и назначить толщины этих слоев.

Подставив в выражения (2) и (3) выражение (4), а также законы деформирования материалов полки и стенки, получим

$$\begin{aligned} N = & [c_{11}(z_0, \kappa) b_1(x) + c_{12}(z_0, \kappa) b_2(x)] h_2^3(x) + [c_{13}(z_0, \kappa) b_1(x) + c_{14}(z_0, \kappa) b_2(x)] h_2^2(x) + \\ & + [c_{15}(z_0, \kappa) b_1(x) + c_{16}(z_0, \kappa) b_2(x)] h_2(x) + c_{17}(z_0, \kappa) b_1(x) + \\ & + [c_{18}(z_0, \kappa) b_1(x) + c_{19}(z_0, \kappa) b_2(x)] \frac{1}{h_2(x)} + c_{110} = N_0 = \text{const}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} M = & [c_{21}(z_0, \kappa) b_1(x) + c_{22}(z_0, \kappa) b_2(x)] h_2^4(x) + [c_{23}(z_0, \kappa) b_1(x) + c_{24}(z_0, \kappa) b_2(x)] h_2^3(x) + \\ & + [c_{25}(z_0, \kappa) b_1(x) + c_{26}(z_0, \kappa) b_2(x)] h_2^2(x) + c_{27}(z_0, \kappa) b_1(x) + \\ & + [c_{28}(z_0, \kappa) b_1(x) + c_{29}(z_0, \kappa) b_2(x)] \frac{1}{h_2(x)} + c_{210} + N_0 z_N = M(x). \end{aligned} \quad (12)$$

Выражения, определяющие коэффициенты $c_{ps}(z_0, \kappa)$, ввиду их громоздкости в данной работе не приводятся.

Из условия равновесия шарнирно опертой балки и при условии, что $q(x) = q_0 = \text{const}$, $0 \leq x \leq l$, получим выражение для изгибающих моментов

$$M(x) = \frac{q_0 \cdot 2b_\phi \cdot x(x-l)}{2}. \quad (13)$$

Из выражений (11), (12) с учетом (13), полагая, что функция $b_1(x)$ известна, определяются функции $b_2(x)$ и $h_1(x)$ изменения ширины и высоты ребра по длине плиты.

Приведенный подход к оптимальному проектированию показывает, что существует целый ряд рациональных проектов для каждой конкретной конструкции, в зависимости от того, какие материалы назначаются для слоев конструкции и каким образом меняются габариты слоя.

Рациональное проектирование с учетом разномодульности и нелинейного сопротивления материала позволяет снизить вес конструкции, а также затраты на материалы при ее производстве.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проект №11-08-00186а).

Литература

1. Белянкин Ф.П. Деформативность и сопротивляемость древесины как упруговязкопластичного тела. Киев, 1957. 150 с.

2. Леонтьев Н.Л. Упругие деформации древесины, М.; Л.: Гослесбумиздат, 1951. 120 с.
3. Немировский Ю.В. Расчет и рациональное проектирование деревянных стержневых элементов// Труды III Международной научно-технической конференции «Современные проблемы совершенствования и развития конструкций в строительстве и на транспорте». Самара: СамГАСУ, 2005. С. 247–251.
4. Немировский Ю.В., Гребенюк Г.И., Аджермачев А.В. Расчет ребристых деревянных конструкций с учетом эффектов разномодульности и нелинейного сопротивления // Изв. вузов. Строительство. 2007. № 3. С. 4–12.

РАЗРАБОТКА МЕТОДА ИСПЫТАНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ПЛАТ С ЧИПАМИ С BGA- И CGA-КОРПУСАМИ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

А.В. Азин, Н.Н. Марицкий, С.А. Пономарев, С.В. Пономарев

Рассматриваются результаты разработки метода испытаний электронного модуля. Этот метод позволяет делать более качественный анализ надежности электронных плат.

DEVELOPMENT OF A TEST METHOD ON MECHANICAL INFLUENCES OF PRINTED CIRCUIT BOARD WITH CHIPS OF BGA AND CGA CASES

A.V. Azin, N.N. Maritskiy, S.A. Ponomarev, S.V. Ponomarev

This article is about of results of development a test method of electronic module. This method makes the better analysis of reliability of printed circuit board.

В настоящее время в радиоэлектронной промышленности широко используются чипы с корпусами BGA и CGA. Поэтому необходимо знать, как ведут себя чипы на этих корпусах в различных условиях. На предыдущем этапе работы проводилось исследование напряженно-деформируемого состояния и оценка долговечности контактов BGA- и CGA-корпусов [1, 2]. На основании результатов этих исследований определена модель долговечности паяного соединения и ее параметры, по результатам численного моделирования разработан алгоритм оценки долговечности исследуемого типа конструкции. Здесь будет рассмотрен метод испытания на механические воздействия электронных плат (ЭП) на BGA- и CGA-корпусах.

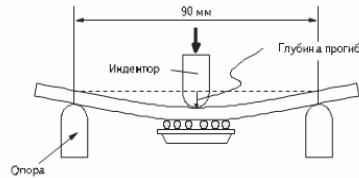
При эксплуатации приборов в составе различных машин и оборудования (например, космических аппаратов) платы с электрорадиоэлементами подвергаются различного вида внешним воздействующим факторам: механическим, климатическим, ионизационному излучению и т.д. К механическим воздействиям относят статические, вибрационные, линейные, ударные нагрузки и акустический шум. Изделия, предназначенные для функционирования в условиях воздействия механических нагрузок, должны быть прочными и устойчивыми при воздействии этих факторов. Эта способность проверяется в процессе проведения испытаний на механические воздействия.

При изготовлении ЭП необходимо проведение испытаний, подтверждающих способность ЭП выдерживать внешние воздействия при отработке и эксплуатации. Испытания ЭП на все виды воздействий требуют длительного времени, наличия разнообразного дорогостоящего оборудования и, кроме того, ЭП будут повторно проходить этот объем испытаний уже в составе аппаратуры. Поэтому необходим метод, который не задействует сложного оборудования и способен проверить надежность работы разрабатываемой ЭП при эксплуатационных нагрузках.

Существует способ испытания ЭП монотонным изгибом, предлагаемый стандартом IEC-PAS 62137-3 [3]. Для испытаний ЭП ее устанавливают на две опоры поверхностью с монтажом вниз и при помощи индентора (наконечника) произво-

дят на нее давление сверху до тех пор, пока паяные соединения не будут нарушены; глубину сгиба фиксируют (рис. 1). Оценка прочности соединений производится сравнением глубины сгиба до и после цикла резких смен температуры.

Рис. 1. Схема проведения испытания существующим методом



Но испытания согласно этому способу не учитывают условия эксплуатации и реальное нагружение ЭП в составе приборов (не отслеживаются граничные условия закрепления ЭП, вид деформаций при различных механических нагружениях). Кроме того, зона приложения нагрузки ограничена одной точкой, причем необходимо обеспечение линейной зависимости прикладываемой нагрузки от величины прогиба.

Для того чтобы проводить более качественные испытания надежности работы ЭП, необходимо устранить указанные недостатки. Компьютерное моделирование позволяет испытать ЭП на все виды воздействия и при этом учесть условия ее эксплуатации.

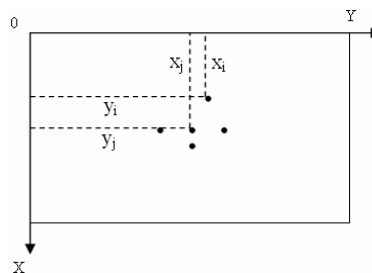
В предлагаемом методе сначала разрабатывают подробную конечно-элементную модель прибора с рассматриваемой ЭП и проводят анализ прибора на все виды механических нагрузок. Например, для аппаратуры применяемой на космических аппаратах, – это квазистатические (линейные), вибрационные (гармоническая и случайная вибрация) и ударные воздействия. По результатам такого моделирования получают поле перемещений, возникающих в ЭП при эксплуатации в составе прибора. Затем строят огибающую максимальных значений перемещений. Реализация этого поля перемещений с соблюдением соответствующих граничных условий закрепления платы в приборе обеспечит при отработочных испытаниях (испытания проводят на расчетные нагрузки, включающие коэффициенты безопасности) создание напряжений, которые не будут превышены при эксплуатации. Расчетным путем далее выбирают точки приложения нагрузки и точку с максимальным перемещением.

Затем величину нагрузки в каждой из выбранных точек определяют по формуле (рис. 2):

$$\delta_j(x_i, y_i) = G \cdot P_i(x_i, y_i) / D, \quad (1)$$

где $\delta_j(x_i, y_i)$ – перемещение в j -точке под влиянием нагрузки приложенной в i -точке; $P_i(x_i, y_i)$ – нагрузка приложенная в точке i ; G – коэффициент пропорциональности, связывающий перемещение с усилием и цилиндрической жесткостью платы; $D = = E \cdot h^3 / 12(1 - \nu^2)$ – цилиндрическая жесткость платы (E – модуль упругости материала печатной платы, h – толщина печатной платы, ν – коэффициент Пуассона материала печатной платы).

Рис. 2. Схема расчета предлагаемого метода



Такой подход (учет перемещений в контролируемой точке от нагрузок, приложенных во всех точках) позволяет получить поле перемещений и контролировать его уже по формуле (2):

$$\delta_{\max}(x_j, y_j) \geq \sum_{i=1}^N \delta_j(x_i, y_i) + \Delta, \quad (2)$$

где $\delta_{\max}(x_j, y_j)$ – максимальное перемещение в точке j ; $\sum_{i=1}^N \delta_j(x_i, y_i)$ – суммарное перемещение в j точке; N – количество точек приложения нагрузки ($N \geq 1$); j – номер точки с максимальным перемещением; i – номер текущей точки с перемещением; Δ – погрешность задания перемещения.

Затем переходят к проведению испытаний, при этом в оснастке для установки ЭП обеспечивают граничные условия, аналогичные условиям закрепления ЭП в составе прибора. Это обеспечивает нагружение ЭП в зоне закрепления, как при работе в составе прибора. Причем нагружение выбранных точек проводят последовательно, контролируя перемещения в остальных точках, и при необходимости увеличивают перемещение в последующих точках, обеспечивая создание поля перемещений с реальными возможностями оборудования без опасения ненужного перегрузения ЭП, при этом напряжения, возникающие в плате, не превышают допустимых значений для материала электронной платы и комплектующих элементов.

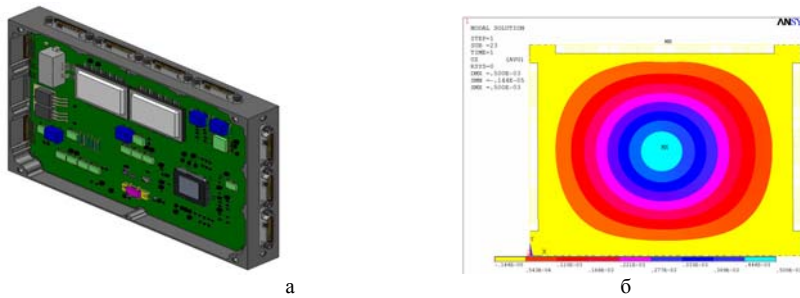


Рис. 3. Общий вид электронного модуля (а); б – динамические испытания электронного модуля

Для подтверждения работы данного метода проводится численное моделирование электронного модуля (ЭМ), состоящего из двух ЭП, наклеенных на алюминиевую рамку (рис. 3а). На рис. 3б показано поле перемещений поверхности ЭМ, возникающее при инерционной нагрузке с ускорением $20g$.

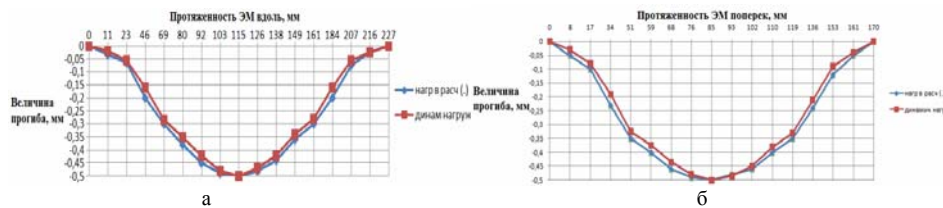


Рис. 4. Профили прогиба поверхности ЭМ: а – вдоль ЭМ, б – поперек ЭМ

Используя формулы (1) и (2), рассчитываются точки приложения локальных нагрузок и величины этих нагрузок. Затем переходят к проведению испытаний, при этом в оснастке для установки ЭМ обеспечивают граничные условия, аналогичные условиям закрепления ЭМ в составе прибора. Рассчитанные нагрузки прикладываются в выбранных точках, в результате получается определенный прогиб, который должен соответствовать прогибу поверхности ЭМ при динамическом нагружении.

Сравнение профилей прогиба вдоль и поперек ЭМ при двух способах нагружения представлено на рис. 4, а, б.

Из графиков видно, что прогибы совпадают. Поэтому можно заключить, что представленный метод учитывает условия эксплуатации и реальное нагружение ЭП в составе прибора, а следовательно, позволяет проводить более качественный анализ надежности работы ЭП.

Работа выполнена в рамках ОКР «УЭМ» (договор № 2148 по Постановлению Правительства РФ № 218 от 9 апреля 2010 г.).

Литература

1. Азин А.В., Пономарев С.В. и др. Экспериментально-теоретическое исследование напряженно-деформируемого состояния и оценка долговечности BGA- и CGA-контактов электронных модулей // Изв. вузов. Физика. Томск, 2011.
2. Пономарев С.В., Азин А.В., Жуков А.П. Численное моделирование НДС контактов типа BGA и CGA микросхем «система-на-кристалле» // Отчет по 2-му этапу ОКР «УЭМ» договор № 2148 от 05.07.10. Направление 2. Раздел 2. Томск, 2011.
3. Стандарт IEC-PAS 62137-3. Технология электронного монтажа. Методы тестирования надежности паяных соединений. Приложение D // Технологии в электронной промышленности. 2009. №1. С. 42.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ СТЕПЕННОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ С ВНЕЗАПНЫМ РАСШИРЕНИЕМ

К.Г. Алексеева, Е.И. Борзенко

Проводится численное моделирование процесса течения степенной жидкости в канале с внезапным расширением. Вычислена зависимость размера циркуляционной зоны от реологических параметров.

RESEARCH OF POWER LAW FLUID FLOW IN CHANNEL WITH SUDDEN EXPANSION

K.G. Alekseeva, E.I. Borzenko

Numerical simulation of flow process of power law in channel with sudden expansion is investigated. Dependence of circulatory zone size from rheological property is calculated.

Большинство полимеров в жидком состоянии характеризуются сложным реологическим поведением, поэтому необходимо знать особенности процесса течения при их переработке. В настоящей работе исследуется плоское течение вязкой несжимаемой жидкости в канале с внезапным расширением (рис. 1). Такое течение описывается уравнениями движения и неразрывности, которое в безразмерных переменных записывается в виде

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\left(\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y}\right) &= -\frac{\partial P}{\partial x} + B\Delta U + 2 \frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}\right), \\ \operatorname{Re}\left(\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y}\right) &= -\frac{\partial P}{\partial y} + B\Delta V + 2 \frac{\partial B}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial B}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y}\right), \\ \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Система уравнений (1) замыкается реологическим уравнением Оствальда-де-Вилля, с эффективной вязкостью B , определяемой соотношением

$$B = A^{k-1}.$$

Здесь: U, V – проекции вектора скорости на оси декартовой системы координат x, y ; t – время; p – давление; k – степень нелинейности; A – интенсивность тензора скоростей деформации; $Re = \frac{\rho U^{2-k} L^k}{\mu}$ – число Рейнольдса, характеризующее соотношение гравитационных и вязких сил в потоке жидкости; ρ – плотность; μ – консистенция. В качестве масштабов обезразмеривания выбраны следующие величины:

длины – L ; скорости – U ; времени – L/U ; давления – $\mu \left(\frac{U}{L} \right)^k$, где L – полуширина входного канала, U – среднерасходная скорость во входном сечении.

Жидкость подается в канал через входное сечение Γ_2 , при этом реализуется течение с профилем скорости, характерным для течения степенной жидкости в плоском бесконечном канале при заданном расходе. Аналогичные условия задаются в выходном сечении Γ_3 . При этом входная и выходная границы находятся на достаточном удалении от уступа, чтобы избежать влияния последних на характер течения в окрестности Γ_2 и Γ_3 . На твердой стенке Γ_1 выполняется условие прилипания. Выделяется плоскость симметрии Γ_4 с привлечением на ней условий симметрии течения.

Аналитическое решение такой задачи получить не удастся ввиду нелинейности уравнений и сложной геометрии. Задача решается численно с помощью алгоритма SIMPLE [1]. При этом на каждом шаге по времени организуется итерационный процесс, каждая итерация которого состоит из двух стадий. На первой рассчитывается поле скорости в расчетных узлах разнесенной сетки с привлечением поля скорости с предыдущего шага по времени и поля давления с предыдущей итерации. На второй стадии корректируются поля давления и скорости, выполнение уравнения неразрывности. Поле эффективной вязкости B вычисляется по значениям скоростей с предыдущего шага по времени.

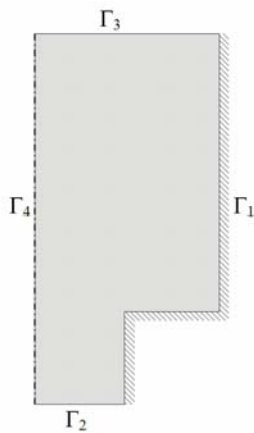


Рис. 1. Область течения

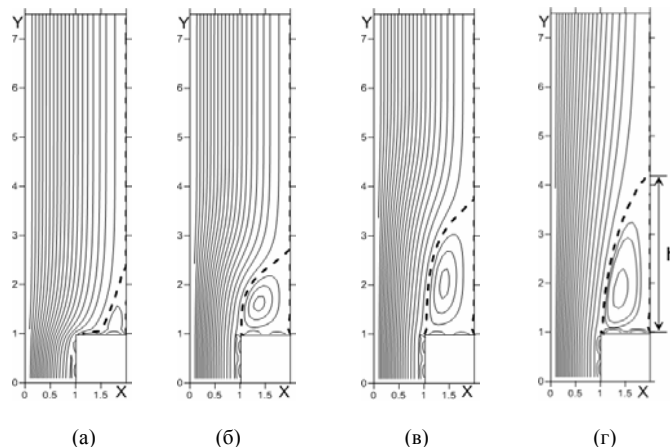


Рис. 2. Распределение линий тока в канале с течением времени при $Re=25, k=0.8$ ($a - t=0.05; б - t=20; в - t=40, z - t=60$)

Линии тока, характерные для течения в канале с внезапным расширением в различные моменты времени, представлены на рис. 2. Отношение ширины входного канала к ширине выходного составляет 1:2. Пунктирная линия отделяет основной поток от циркуляционной зоны, которая образуется сразу за уступом. Численные расчеты показали, что со временем в каналах формируется стационарное течение. В окрестностях входной и выходной границ реализуются течения, характерные для течения степенной жидкости в бесконечном канале, в окрестности скачка сечения формируется циркуляционная зона.

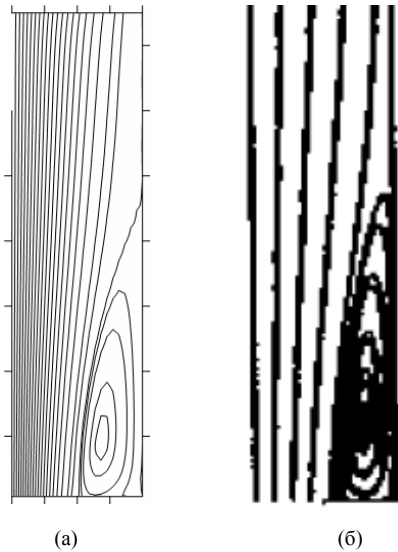
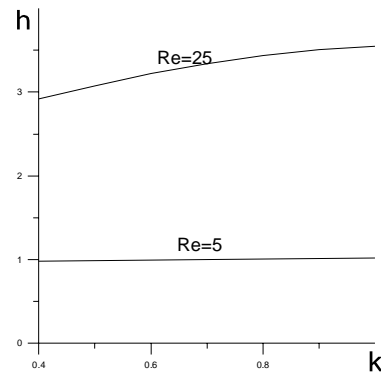


Рис. 3. Линии тока при $Re=33$, $k=1$ (а, б – настоящие результаты и из [2])

Сравнение результатов расчета размера вихревой зоны в стационарном режиме по описанной методике с результатами работы [2] представлено на рис. 3. Наблюдается качественное и количественное согласование результатов.

Рис. 4. Зависимость длины зоны циркуляции h от числа Re и степени нелинейности k



На рис. 4 представлен график зависимости длины зоны циркуляции h от числа Re и степени нелинейности k в канале для стационарного режима. Видно, что при малых числах Re размер зоны циркуляции практически не меняется. При больших числах Re с увеличением степени нелинейности зона циркуляции растет.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ (МК-2100.2012.1).

Литература

1. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
2. Drikakis D. Bifurcation phenomena in incompressible sudden expansion flows // Phys. Fluids. 1997. № 9. P. 76–87.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАНОИНДЕНТИРОВАНИЯ МЕТОДОМ ПОДВИЖНЫХ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ

Г.М. Аникеева, А.Ю. Смолин

Рассматривается модель процесса наноиндентирования титана алмазным индентором Берковича. Для моделирования выбран новый метод, основанный на дискретном подходе, метод подвижных клеточных автоматов. Показана перспективность предложенного подхода для решения подобного класса задач.

COMPUTER SIMULATION OF THE PROCESS BY NANOINDENTATION OF MOVABLE CELLULAR AUTOMATA

G.M. Anikeeva, A.Yu. Smolin

A model of the process of nanoindentation titanium Berkovich diamond indenter. To select a new modeling method based on the discrete approach – a method of movable cellular automata. The prospects of the proposed approach for solving this class of problems.

В современном мире активно развиваются нанотехнологии, они проникли уже практически во все сферы промышленности: цифровая техника использует нанодетали, в качестве новых функциональных материалов изготавливаются наноплёнки, наноструктурные металлы, нанокompозиты и др. Новые материалы требуют развития соответствующих средств по изучению их физико-механических свойств. Как известно, свойства материала на наноуровне заметно отличаются от свойств на макро- и микроуровнях. Если последние можно найти в справочниках, то свойства материалов на наноуровне всё еще представляют собой малоизученную область в современной науке. Одним из способов исследования свойств нанобъектов является метод наноиндентирования. Под наноиндентированием принято понимать процесс изучения физико-механических свойств материалов при вдавливании специальных инденторов с глубиной отпечатков порядка 20 нм [1].

Процесс наноиндентирования широко изучается не только экспериментальными методами, но также и с помощью компьютерного моделирования, которое не только позволяет значительно сэкономить денежные ресурсы при проведении исследовательских работ, но и существенно расширить понимание сущности явлений, протекающих на столь малых масштабах. Используемые при этом методы можно разделить на методы макроуровня (молекулярная динамика [3]). Одним из новых методов компьютерного моделирования, занимающих промежуточное положение между макро- и микроуровнями, является метод подвижных клеточных автоматов (ПКА) [4]. Его применению к задачам наноиндентирования и посвящена данная работа.

В рамках метода ПКА материал рассматривается как набор дискретных частей. Математическая постановка задачи методом подвижных клеточных автоматов представляет собой задачу Коши для системы уравнений движения Ньютона–Эйлера, описывающих пространственное перемещение и вращение ансамбля взаимодействующих элементов.

Геометрическая форма индентора и изучаемого материала при моделировании методом ПКА может задаваться либо графическими средствами специальной программы MCA_3D, либо импортироваться из DXF-файла. В данной работе в качестве формы индентора использовалась пирамида Берковича [1]. Геометрическая структура была получена путём генерации DXF-файла. Задача решалась в трёхмерной постановке. При этом нагружение задавалось в скоростях движения индентора.

Важной количественной характеристикой процесса наноиндентирования является зависимость силы P , действующей на индентор, от глубины вдавливания h . По таким диаграммам, полученным экспериментально, измеряются физико-механические характеристики исследуемых материалов, в основном по методу Оливера–Фарра. Построенная по результатам моделирования кривая P – h представлена на рис. 1. Эта диаграмма представляет собой ветвь упругого отклика материала при нагружении.

Значительный интерес представляет изучение методом наноиндентирования механических свойств тонких покрытий и плёнок. Анализ литературы по экспериментальным данным, а также результатов проведённых тестовых расчётов позволяет сделать вывод, что для адекватной оценки физико-механических характеристик упрочняющих покрытий методом Оливера–Фара необходимо, чтобы они обладали одинаковыми упругими свойствами с подложкой [6].

Возможности компьютерного моделирования позволяют достаточно точно решать задачи по индентированию систем покрытие–подложка при различных соотношениях свойств покрытия и подложки. При этом совместное использование моделирования и эксперимента может лечь в основу новых методик взамен метода Оливера–Фарра, которые позволят корректно измерять свойства плёнок и покрытий. Кроме того, станет возможным прогнозировать с помощью компьютерного моделирования свойства гетерогенных материалов без проведения натурального эксперимента.

Таким образом, моделирование методом подвижных клеточных автоматов представляется перспективным для исследования физико-механических характеристик материала средствами наноиндентирования. В первую очередь это связано с возможностью данного метода моделировать разрушение тонких плёнок и покрытий.

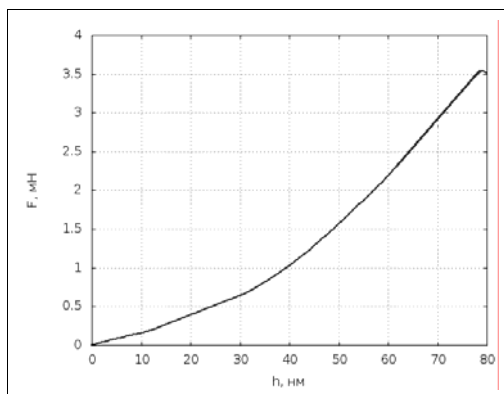


Рис. 1. P – h диаграмма наноиндентирования титановых образцов индентором Берковича

Литература

1. Головин Ю.И. Наноиндентирование и его возможности. М.: Машиностроение, 2009. 22 с.
2. Кузнецова Т.А., Андреев М.А., Макарова Л.В. Моделирование пластичности тонких защитных покрытий при исследовании отпечатков микротвёрдости методом атомно-силовой микроскопии. Минск. С. 54–59.
3. Матихин В.Б., Арзамасцев А.А. Двухмерная модель структуры материала в процессе наноиндентирования // Электронный журнал «Исследовано в России».
4. Псахье С.Г., Остермайер Г.П., Дмитриев А.И. и др. Метод подвижных клеточных автоматов как новое направление дискретной вычислительной механики. I. Теоретическое описание // Физическая мезомеханика. 2000. Т. 3, № 2. С. 5–13.
5. Трубецков Д.И. Введение в синергетику. Хаос и структуры. М.: Едиториал УРСС, 2004. 235 с.
6. Шугуров А.Р., Панин А.В., Оскомов К.В. Особенности определения механических характеристик тонких плёнок методом наноиндентирования // Физика твёрдого тела. 2008. Т. 50, вып. 6. С. 1007–1012.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ПЛАСТИЧЕСКИ ДЕФОРМИРУЮЩЕЙСЯ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

С.Д. Анфёров, О.И. Скульский, Е.В. Славнов

Описывается модель течения пористой среды в канале экструдера. Учитывается влияние изменения массового соотношения компонент на свойства материала. Получена аналитическая зависимость расхода отфильтрованной жидкости от параметров процесса.

MODELING OF PROUS MEDIUM INELASTIC FLOW

S.D. Anferov, O.I. Skulskij, E.V. Slavnov

Mathematical model of porous medium flow was discussed. Components mass ratio change influence on material's properties was taken into account. Analytical expression of filtrated liquid amount was received.

Необходимость описания поведения пористых сред в широком диапазоне нагрузений связана в первую с решением задач динамики грунтов и задач отжима. Первый класс задач связан с процессами, протекающими при больших внешних давлениях, но сопровождающимися небольшими деформациями, при этом основной интерес представляет движение фильтрующейся жидкости. При описании отжима к пористому скелету, как правило, прилагается значительный градиент давления, возникающие деформации значительны и необратимы. Вместе с этим происходит отток жидкой фазы, приводящий к существенному изменению свойств материала. Основными способами получения растительного масла являются плунжерное прессование и экструзионный отжим. При экструзии масличной культуры зерно подвергается значительным сдвиговым деформациям и большим градиентам давления (60–150 атм/м). В данной работе обсуждаются результаты построения модели течения пористого маслосодержащего материала в процессе экструзионного отжима. Принцип экструзионного отжима можно описать следующим образом. Сам шнек-пресс состоит из спиралевидного сердечника, заключенного в зерную камеру, представляющую собой набор пластин с зазорами для сбора масла. Вращение сердечника продвигает материал вперед по каналу, а установленная на выходе насадка с узким отверстием препятствует свободному выходу материала из установки и создает продольный градиент давления. Проницаемость зерной камеры для масла приводит к возникновению радиального перепада давления для масла и отжиму жидкой фазы за пределы канала шнека. Содержание жидкой фазы существенно влияет на свойства смеси. Пластическое течение пористого скелета зависит от процесса фильтрации жидкой фазы, приводящего к изменению свойств. Существующие модели этого процесса являются по большей части эмпирическими и не учитывают взаимовлияние процессов, происходящих с пористым скелетом и фильтрующейся жидкостью. В связи с этим возникает необходимость математического моделирования процесса экструзионного отжима с учетом указанных выше эффектов.

Концептуальная постановка

Задача была поставлена в обращенном движении [1, 2] (шнек неподвижен, а корпус вращается), было выделено продольное срединное сечение винтового канала и развернуто на плоскость. Смесь и ее компоненты предполагались несжимаемыми. Нижняя граница плоского канала оставалась неподвижной, а верхняя двигалась с заданной скоростью под углом к продольной оси, при этом продольная составляющая потока является результатом тянущего движения стенки и встречного градиента давления, возникающего за счет сопротивления формующего инструмента. Течение предполагалось изотермическим, а составляющие смеси химически

не реагирующими. Поскольку стенки зерной камеры проницаемы для масла и непроницаемы для смеси, поля давления масла и смеси не совпадают.

Двухкомпонентная среда была представлена неньютоновской жидкостью с вязкостью, зависящей от массового соотношения компонент. Эффективная вязкость в процессе экструзионного отжима является функцией многих параметров: давления, скорости сдвига, температуры, структуры и времени, причем эти параметры обладают перекрестным влиянием друг на друга и существенно осложняют как экспериментальные исследования, так и теоретическую задачу построения определяющих соотношений для такой среды.

При решении задачи была использована плоская постановка задачи, характерная для моделирования процессов экструзионной обработки полимеров [1]. Благодаря большой по сравнению с высотой длине канала, единственная ненулевая продольная компонента скорости смеси есть функция только поперечной координаты $v = v_z(x)$, а давление в смеси изменяется только по длине канала: $P = P(z)$.

Известно, что интенсивность фильтрации растет с увеличением перепада давления. Также известно, что чем ниже содержание масла, тем выше вязкость материала. Связывая эти два факта для учета влияния оттока масла на течение, вязкость была принята зависящей от давления:

$$\mu = \mu_0 (1 + \beta(A_1 + A_2 e^{kz} - P_a)). \quad (1)$$

Распределение давления смеси по каналу с учетом граничных условий принимает вид:

$$P(z) = \frac{1}{\beta} e^{kz}. \quad (2)$$

При экструзионном отжиме давление масла не совпадает с давлением смеси и может изменяться по высоте канала: $P_w = P_w(x, z)$. Уравнение Дарси в этом случае примет следующий вид:

$$K_f \left(\left(\frac{\partial^2 P_w(x, z)}{\partial z^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 P_w(x, z)}{\partial x^2} \right) \right) = F(x, z), \quad (3)$$

где $F(x, z)$ – массовые источники масла, распределенные по длине и высоте канала.

Давление масла определялось следующим образом по найденному полю давления смеси:

$$P_w(x, z) = P_1(x) P_2(z) = P_1(x) \frac{e^{kz}}{\beta}. \quad (4)$$

Массовые источники масла в этом случае примут следующий вид:

$$F(x, z) = A P_1(x) e^{kz}. \quad (5)$$

Формулы (4), (5) позволят получить аналитическое решение задачи. Незвестная функция $P_1(x)$ определяется после подстановки выражения (4) в уравнение Дарси. Константы интегрирования определяются из граничных условий задачи фильтрации масла: отсутствия фильтрационного течения масла на нижней стенке и условия свободной границы для масла на верхней стенке.

На основе полученного из уравнения Дарси поля давления масла была определена скорость фильтрации через верхнюю стенку:

$$W_x|_{x=H} = \frac{K_f \pi e^{kz}}{2H\beta}. \quad (6)$$

Помимо описанного выше подхода, течение смеси может быть описано с точки зрения динамики многофазных сред. Указанный подход позволяет описывать процессы, протекающие при экструзионном отжиме совместно. Обрабатываемый материал представляет собой двухфазную гетерогенную смесь. Компоненты смеси – это не реагирующие между собой вязкие жидкости. Была построена система уравнений для всех компонент смеси. Фильтрация описывалась в соответствии с [4] введением силы межфазного трения.

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla(\rho_1 \cdot \vec{v}_1) = 0 \\ \nabla(\rho_2 \cdot \vec{v}_2) = 0 \\ \rho_1 \vec{v}_1 \cdot \nabla \vec{v}_1 = -\alpha_1 \nabla P_1 + \nabla \cdot \vec{\tau}_1 + \vec{F}_{21} \\ \rho_2 \vec{v}_2 \cdot \nabla \vec{v}_2 = -\alpha_2 \nabla P_2 + \nabla \cdot \vec{\tau}_2 + \vec{F}_{12} \\ \rho_1 v_1^k \nabla^k \left(\frac{v_1^2}{2} \right) = \nabla^k \left(-\alpha_1 P_1 v_1^k + \tau_1^{kl} v_1^k \right) + F_{21}^k v_1^k \\ \rho_2 v_2^k \nabla^k \left(\frac{v_2^2}{2} \right) = \nabla^k \left(-\alpha_2 P_2 v_2^k + \tau_2^{kl} v_2^k \right) + F_{12}^k v_2^k \end{array} \right. \quad (7)$$

Полученную систему дифференциальных уравнений в частных производных необходимо дополнить граничными условиями и решить численно одним из известных методов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №10-08-96069р_урал-а.

Литература

1. Раувендаль К. Экструзия полимеров. СПб.: Профессия, 2006. 768 с.
2. Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. М., 1984. 628 с.
3. Герцуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А. Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989. 320 с.
4. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М., 1987. Т. 1. 464 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРУШЕНИЯ КРОВЛИ НАД ВЫРАБОТАННЫМ ПРОСТРАНСТВОМ КАК СТАДИЯ РАЗРУШЕНИЯ С ОБОСТРЕНИЕМ

Н.А. Бектемиров, П.В. Макаров

Рассматривается поведение сложных систем с точки зрения законов нелинейной динамики, в частности, катастрофическое обрушение кровли над выработанным пространством как следствие режима с обострением.

MODELING THE BREAKDOWN OF THE ROOF OVER THE OLD WASTE AS A STAGE OF FALLING WITH PEAKING

N.A. Bektemirov, P.V. Makarov

The behavior of complex systems in terms of the laws of nonlinear dynamics. In particular, the catastrophic collapse of the roof over the old waste as a consequence of the regime with peaking.

Жизнь современного человечества напрямую зависит от развития технологий. Любые новейшие технологии несут определенные риски. Различные техногенные катастрофы очень часто происходят «неожиданно», события развиваются в «режи-

мах с обострением», когда любые даже незначительные возмущения способны вывести систему из равновесия.

Эволюцию многих систем (например, социальных, финансовых, биологических, физических, в том числе нагружаемых материалов и геосред) можно описать основываясь на законах синергетики или нелинейной динамики. Задача нелинейной динамики и синергетики состоит в нахождении и подробном исследовании тех базовых математических моделей, которые исходят из наиболее типичных предположений о свойствах отдельных элементов, составляющих систему, и законах взаимодействия между ними. Поскольку главным отличительным свойством изучаемых сред являются протекающие в них процессы самоорганизации, синергетику можно также рассматривать как общую теорию самоорганизации в средах различной природы. Термин «синергетика» (от греч. *synergeia* – совместное действие, сотрудничество) был предложен в начале 1970-х гг. немецким физиком Г. Хакеном.

Самая общая особенность эволюции различных систем – это их способность к изменению хода развития событий, т.е. когда от плавного течения событий система переходит в режимы с обострением, в ходе которых система кардинально меняется, обретая новые структуры и свойства. В ходе такой эволюции системы происходит самоорганизация, которая осуществляется путем перехода системы через динамический хаос, распад старых структур и образование новых, более сложных. Самоорганизация не противоречит законам термодинамики, поскольку все перечисленные ранее системы не являются замкнутыми и обмениваются энергией с окружающей средой. Необходимая предпосылка эффектов самоорганизации заключается, кроме того, в наличии потока энергии, поступающего в систему от внешнего источника и диссипируемого ею. Именно благодаря этому потоку система становится активной, т.е. приобретает способность к автономному образованию структур.

Также одной из особенностей этих сложных систем является наличие горизонта прогноза, когда можно только указать вероятность того или иного развития событий. Горизонт прогноза не является следствием недостатков теории или информации. Это следствие особенностей эволюции любых сложных систем или сложного поведения простых систем. При изменении внешнего воздействия (управляющего параметра) и в силу внутренних причин развиваются неустойчивости, возникают бифуркации (от лат. *bifurcus* – раздвоенный), система становится чувствительной к малым воздействиям, которые могут существенно изменить ход событий и систему.

Решение различных прикладных задач механики горных пород и геосред, горной инженерии, а также технологические проблемы горных работ, начиная от способов измельчения геоматериалов и заканчивая технологиями проходки и задачами эволюции кровли над выработанным пространством, требуют разработки адекватных прогностических моделей поведения геоматериалов и геосред в полях действующих сил. Геоматериалы и геосреды, являясь иерархически организованными системами, демонстрируют все специфические черты сложного поведения динамических систем, в том числе наличие различных катастроф, связанных с характером их разрушения. Эти катастрофические события развиваются в режимах с обострением.

Все нагружаемые твердые тела являются блочными системами или, правильнее сказать, иерархически организованными многомасштабными системами, обладающими свойствами самоорганизованной критичности. То есть все нагружаемые материалы и среды функционируют как типичные синергетические системы. Тогда можно предположить, что подходы нелинейной динамики, примененные, в частности, к нагружаемым геоматериалам и геосредам, должны обеспечить научный и технологический прорыв в соответствующих исследованиях.

Как уже отмечалось ранее, самоорганизация в нелинейной динамической системе возможна, если система открыта. Наличие потоков энергии и вещества через

границы системы (традиционное понятие открытой системы) является только необходимым условием, для того чтобы открытая система была потенциально способна воспроизводить новые структуры. Кроме этого, в ней должны существовать распределённые объёмные источники (согласно исследованиям Курдюмова). В такой нелинейной среде развиваются неоднородности распределений тепла, деформаций и повреждений, т.е. происходит локализация этих параметров. С этой точки зрения деформируемые твёрдые тела в общем случае, и горные массивы в частности, идеальные нелинейные среды, способные к самоорганизации, поскольку в них под приложенными нагрузками генерируются деформационные дефекты и повреждения.

Изучение механического поведения таких нелинейных динамических систем предлагается исследовать с континуальной макроскопической точки зрения, что позволяет эффективно использовать методы и подходы механики сплошных сред и развитые там численные методы решения задач по моделированию деформационных процессов и процессов разрушения.

Различные подземные полости антропогенного происхождения (горные выработки, штреки, подземные сооружения) могут представлять серьёзную угрозу как для наземных сооружений, так и для безопасного проведения горных работ вследствие обрушения образующихся над ними кровель. Поэтому одной из актуальных проблем является задача управления кровлей над выработанным пространством. Например, увеличение скорости проходки и производительности труда на шахтах за последние 10–15 лет привело к тому, что и кровля и зона забоя стали находиться в существенно неравновесном, плохо прогнозируемом состоянии. Также заметно участились случаи обрушения и внезапные выбросы.

Эволюцию горных пород над выработанным пространством в процессе накопления повреждений можно условно разделить на 3 стадии:

1. Равновесный режим, который протекает при малых скоростях, или слабых породах, в которых скорости накопления повреждений велики. Обусловлено это значительной глубиной проводимых горных работ. В этом случае скорость накопления повреждений оказывается столь быстрой, что обрушения кровли следуют сразу за продвижением забоя.

2. Квазиравновесный режим. В этом случае заметные повреждения успевают накапливаться вместе с продвижением забоя, т.е. «волна» повреждений в кровле движется приблизительно со скоростью продвижения забоя, значительных и опасных зависаний кровли не наблюдается. Первая посадка кровли составляет первые десятки метров, шаги последующих обрушений кровли также невелики.

3. Существенно неравновесный режим. Это наиболее опасная ситуация. Забой успевает уйти достаточно далеко, прежде чем в кровле накопятся заметные повреждения. Зависают очень протяжённые участки кровли, шаги последующих обрушений также велики. Катастрофическое обрушение такого огромного массива могут спровоцировать различные причины.

Представляет интерес третья стадия, так как именно в этой стадии наблюдается разрушение с режимом обострения. Величина зависающего участка кровли (фактически, скорость накопления повреждений) зависит от ряда факторов: особенность геологии породы, глубина выработки, геометрия и размеры забойной зоны, физико-механические характеристики массива пород, степень обводнения, наличие крупных трещин и разломов.

В массиве формируется напряженно-деформированное состояние. Это обусловлено изменением геометрии выработанного пространства вследствие продвижения забоя, а также действием поля сил тяжести. Подобные неравновесные режимы чрезвычайно опасны и грозят катастрофическими обрушениями больших участков кровли.

Причинами подобных катастрофических обрушений могут быть различные причины (обводнение, наличие газов, быстрый рост исходных трещин и разломов в горном массиве). Все эти причины могут перевести медленную стадию эволюции повреждений в кровле в сверхбыстрые стадии в режимах с обострением.

Согласно исследованиям, проведенным группой ученых из ИФПМ СО РАН, была разработана двумерная модель разрушения кровли над выработанным пространством. Для численного решения поставленных задач был широко использован кластер «СКИФ Cyberia» в Томском государственном университете. Расчёты показали, что, меняя нелинейные характеристики среды, можно описать как вязкий, так и хрупкий режим разрушения, квазистационарный или сугубо неравновесный режимы обрушения кровли. По известным данным величин первой посадки кровли и последующих обрушений для известных исходных данных глубины выработки и её размеров тестируется модель, в которой устанавливаются две важнейшие её характеристики: скорость накопления повреждений и функция деградации прочностных характеристик массива.

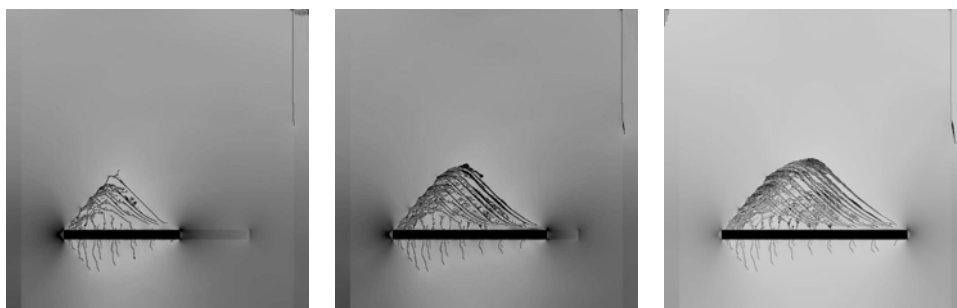


Рис. 1. Квазиравновесный режим обрушения кровли. Кровля обрушается вслед за продвижением забоя. Длина расчетной области 80 м, выработки – 50 м. Темным цветом показаны полосы локализованных повреждений

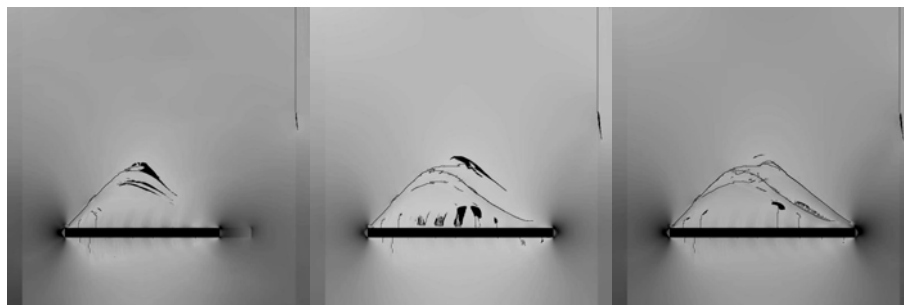


Рис. 2. Неравновесный режим обрушения с образованием протяженных участков зависшей кровли, полосы локализованных повреждений незамкнуты. Длина расчетной области 80 м, выработки – 50 м

На рисунках показана эволюция кровли над выработанным пространством в разных режимах и в разных временных рамках (12, 14, 16 сут соответственно).

Расчеты эволюции повреждений в кровле над выработанным пространством показали, что в кровле формируется иерархия блоков разных масштабов, разделенных полосами локализованных повреждений, т.е. они обладают свойством самоорганизованной критичности. Этот эволюционный подход является наиболее полной прогностической моделью, позволяющей изучать основные качественные черты эволюции нагружаемых твердых тел и сред.

Литература

1. Макаров П.В., Трубицин А.А., Ворошилов С.П. Самоподобие разрушения углей и эволюция нагружаемых твёрдых тел // Уголь. 2006. № 10. С. 55–58.
2. Макаров П.В., Смолин И.Ю., Евтушенко Е.П. и др. Моделирование обрушения кровли над выработанным пространством // Физ. мезомех. 2008. Т. 11, № 1. С. 44–50.
3. Нелинейная механика геоматериалов и геосред / П.В. Макаров [и др.]. Новосибирск: Гео, 2007. 235 с.
4. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Введение в синергетику. М.: Наука, 1990.
5. *Nonlinear dynamics* [Электронный ресурс]: Википедия свободная энциклопедия URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Nonlinear_dynamics.html (дата обращения: 26.03.2012).

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ РЕЖИМОВ ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В ЗАМКНУТОЙ КУБИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ

Н.С. Бондарева, М.А. Шеремет

Проведено математическое моделирование режимов естественной конвекции при наличии постоянного магнитного поля в замкнутой кубической полости, заполненной проводящей жидкостью. Получены распределения изолиний векторного потенциала и температуры, отражающие влияние интенсивности магнитного поля и температурного напора на режимы течения и теплоперенос.

NUMERICAL ANALYSIS OF NATURAL CONVECTION OF MAGNETIC FLUID INSIDE A CLOSED CUBICAL CAVITY

N.S. Bondareva, M.A. Sheremet

A mathematical simulation of natural convection under the influence of constant magnetic field inside a closed cubical cavity filled with conducting fluid has been performed. Distributions of isolines of vector potential functions and temperature reflecting effect of an intensity of the magnetic field and the temperature difference on flow modes and heat transfer have been obtained.

Магнитное поле в роли управляющего внешнего воздействия используют в различных отраслях промышленности. На сегодняшний момент известны общие характеристики и параметры такого воздействия, но нет четкой локальной картины, объясняющей формирование различных термогидродинамических режимов в узкоспециализированных технологических системах [1, 2].

Целью настоящего исследования является численный анализ режимов естественной конвекции в замкнутой кубической полости с двумя боковыми изотермическими гранями и остальными адиабатическими стенками при наличии однородного магнитного поля.

Постановка задачи

Несжимаемая магнитная жидкость находится в замкнутой кубической области (рис. 1). Предполагается, что электрическое поле отсутствует, тогда $\vec{j} = \sigma(\vec{V} \times \vec{B})$, где \vec{j} – плотность тока, \vec{V} – вектор скорости, \vec{B} – вектор магнитной индукции, σ – электрическая проводимость жидкости. Предполагается также, что магнитное число Рейнольдса небольшое и магнитное поле, вызванное движением электропроводной жидкости, пренебрежимо мало. Для описания нестационарных режимов естественной конвекции в замкнутом объеме используются трехмерные нестационарные уравнения Обербека–Буссинеска при наличии силы Лоренца, сформулированные в преобразованных переменных векторный потенциал $\vec{\Psi} = \Psi_x \vec{i} + \Psi_y \vec{j} + \Psi_z \vec{k}$, вектор завихренности скорости $\vec{\Omega} = \Omega_x \vec{i} + \Omega_y \vec{j} + \Omega_z \vec{k}$:

$$\frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial Z^2} = -\Omega_x, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial Z^2} = -\Omega_y, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_z}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi_z}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_z}{\partial Z^2} = -\Omega_z, \quad (3)$$

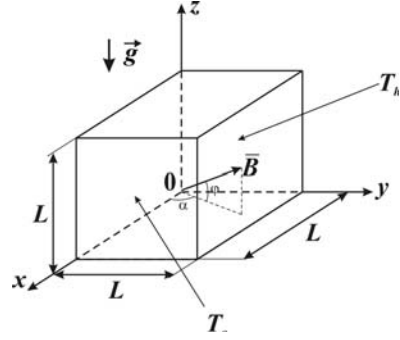


Рис. 1. Область решения задачи

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Omega_x}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega_x}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega_x}{\partial Y} + W \frac{\partial \Omega_x}{\partial Z} - \Omega_x \frac{\partial U}{\partial X} - \Omega_y \frac{\partial U}{\partial Y} - \Omega_z \frac{\partial U}{\partial Z} = \\ & = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Omega_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega_x}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Omega_x}{\partial Z^2} \right) + \frac{\partial \Theta}{\partial Y} + \text{Ha}^2 \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left\{ \left(\frac{\partial V}{\partial Y} - \frac{\partial W}{\partial Z} \right) \times \right. \\ & \times \sin(\varphi) \cos(\varphi) \sin(\alpha) - \frac{\partial W}{\partial Y} \cos^2(\varphi) + \frac{\partial V}{\partial Z} (\sin^2(\varphi) + \cos^2(\varphi) \cos^2(\alpha)) + \\ & \left. + \cos(\varphi) \cos(\alpha) \left[\frac{\partial U}{\partial Y} \sin(\varphi) - \frac{\partial U}{\partial Z} \cos(\varphi) \sin(\alpha) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Omega_y}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega_y}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega_y}{\partial Y} + W \frac{\partial \Omega_y}{\partial Z} - \Omega_x \frac{\partial V}{\partial X} - \Omega_y \frac{\partial V}{\partial Y} - \Omega_z \frac{\partial V}{\partial Z} = \\ & = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Omega_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega_y}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Omega_y}{\partial Z^2} \right) - \frac{\partial \Theta}{\partial X} + \text{Ha}^2 \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left\{ \left(\frac{\partial W}{\partial Z} - \frac{\partial U}{\partial X} \right) \times \right. \\ & \times \sin(\varphi) \cos(\varphi) \cos(\alpha) + \frac{\partial W}{\partial X} \cos^2(\varphi) - \frac{\partial U}{\partial Z} [\sin^2(\varphi) + \cos^2(\varphi) \sin^2(\alpha)] + \\ & \left. + \cos(\varphi) \sin(\alpha) \left[\frac{\partial V}{\partial Z} \cos(\varphi) \cos(\alpha) - \frac{\partial V}{\partial X} \sin(\varphi) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Omega_z}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega_z}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega_z}{\partial Y} + W \frac{\partial \Omega_z}{\partial Z} - \Omega_x \frac{\partial W}{\partial X} - \Omega_y \frac{\partial W}{\partial Y} - \Omega_z \frac{\partial W}{\partial Z} = \\ & = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Omega_z}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega_z}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Omega_z}{\partial Z^2} \right) + \text{Ha}^2 \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial X} - \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \cos^2(\varphi) \sin(\alpha) \cos(\alpha) - \right. \\ & - \frac{\partial V}{\partial X} [\sin^2(\varphi) + \cos^2(\varphi) \cos^2(\alpha)] + \frac{\partial U}{\partial Y} [\sin^2(\varphi) + \cos^2(\varphi) \sin^2(\alpha)] + \\ & \left. + \sin(\varphi) \cos(\varphi) \left[\frac{\partial W}{\partial X} \sin(\alpha) - \frac{\partial W}{\partial Y} \cos(\alpha) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} + W \frac{\partial \Theta}{\partial Z} = \frac{1}{\sqrt{\text{Ra Pr}}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2} \right). \quad (7)$$

Здесь $\text{Pr} = \nu/a$ – число Прандтля, $\text{Ra} = g\beta\Delta T L^3/\nu a$ – число Рэлея, $\text{Ha} = LB\sqrt{g/\mu}$ – число Гартмана, $\Delta T = T_h - T_c$ – температурный напор.

Принимается, что в начальный момент времени жидкость, заполняющая полость, является неподвижной и имеет постоянную и одинаковую во всех точках температуру.

Безразмерные граничные условия для предложенной системы уравнений имеют вид:

$$\begin{aligned}
 & X=0, \quad 0 \leq Y \leq 1, \quad 0 \leq Z \leq 1: \\
 & \frac{\partial \Psi_x}{\partial X} = \Psi_y = \Psi_z = 0, \quad \Omega_x = 0, \quad \Omega_y = -\frac{\partial W}{\partial X}, \quad \Omega_z = \frac{\partial V}{\partial X}, \quad \Theta = 1; \\
 & X=1, \quad 0 \leq Y \leq 1, \quad 0 \leq Z \leq 1: \\
 & \frac{\partial \Psi_x}{\partial X} = \Psi_y = \Psi_z = 0, \quad \Omega_x = 0, \quad \Omega_y = -\frac{\partial W}{\partial X}, \quad \Omega_z = \frac{\partial V}{\partial X}, \quad \Theta = 0; \\
 & Y=0, \quad Y=1, \quad 0 \leq X \leq 1, \quad 0 \leq Z \leq 1: \\
 & \Psi_x = \frac{\partial \Psi_y}{\partial Y} = \Psi_z = 0, \quad \Omega_x = \frac{\partial W}{\partial Y}, \quad \Omega_y = 0, \quad \Omega_z = -\frac{\partial U}{\partial Y}, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0; \\
 & Z=0, \quad Z=1, \quad 0 \leq X \leq 1, \quad 0 \leq Y \leq 1: \\
 & \Psi_x = \Psi_y = \frac{\partial \Psi_z}{\partial Z} = 0, \quad \Omega_x = -\frac{\partial V}{\partial Z}, \quad \Omega_y = \frac{\partial U}{\partial Z}, \quad \Omega_z = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial Z} = 0.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Сформулированная задача (1)–(8) с соответствующими начальными и граничными условиями решена методом конечных разностей [3]. Разностные уравнения Пуассона для компонент векторного потенциала решены с использованием метода последовательной верхней релаксации. Для аппроксимации конвективных слагаемых в эволюционных уравнениях применялась монотонная схема А.А. Самарского. Уравнения дисперсии компонент вектора завихренности и энергии решались с использованием локально одномерной схемы А.А. Самарского.

Тестирование численной методики проведено на ряде модельных задач [3–5].

Результаты

Численный анализ проведен в следующем диапазоне изменения чисел Рэлея $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ и Гартмана $0 \leq Ha \leq 50$, а также угла наклона вектора магнитной индукции в плоскости XZ ($\alpha = 0$) $0 \leq \varphi \leq \pi/2$.

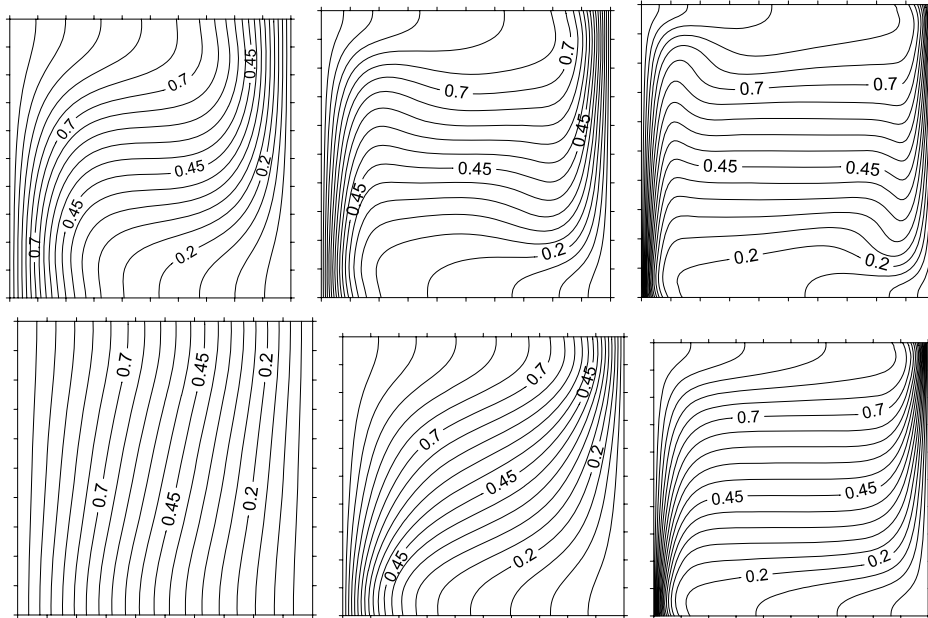


Рис. 2. Изолинии поля температуры без магнитного поля (сверху) и с магнитным полем ($Ha = 50$) (снизу) при $Ra = 10^4$, $Ra = 10^5$, $Ra = 10^6$ (слева направо)

На рис. 2 представлены изолинии температуры в плоскости $Y = 0.5$, отражающие влияние силы Лоренца на структуру течения и теплоперенос при $\tau = 100$, для различных чисел Рэлея ($Ra = 10^4, 10^5, 10^6$), $Pr = 0.7$.

Из рисунка видно, что магнитное поле ослабляет естественную конвекцию. При высоких значениях числа Гартмана доминирующим механизмом переноса энергии становится теплопроводность.

Ниже представлена таблица, отражающая зависимость среднего числа Нуссельта $\left(Nu = \int_0^1 \int_0^1 \left| \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} dXdZ \right)$ на нагреваемой стенке от чисел Рэлея и Гартмана, а также показаны сравнения с тестовыми задачами.

Зависимость среднего числа Нуссельта от чисел Рэлея и Гартмана

	[4]	[5]	Полученные результаты	
	Ha=0	Ha=0	Ha = 0	Ha = 50
	$Ra = 10^4$	2,055	2,100	2,074
$Ra = 10^5$	4,339	4,361	4,366	2,135
$Ra = 10^6$	8,656	8,770	8,961	6,56

Анализ таблицы позволяет установить снижение среднего числа Нуссельта с ростом интенсивности пондеромоторной силы.

Кроме величины магнитной напряженности, на режимы конвекции также влияет и её ориентация, вследствие анизотропности анализируемого магнитного поля. На рис. 3 представлено влияние угла наклона вектора магнитной индукции φ при $\alpha = 0$ на изолинии компоненты векторного потенциала Ψ_y и температуры при $Pr = 0.7$, $Ra = 10^6$, $Ha = 50$. На рис. 4 показано, что горизонтальная ориентация вектора магнитной индукции приводит к максимальному ослаблению естественной конвекции в полости, а в случае вертикальной ориентации – наблюдается минимальное снижение интенсивности конвективного движения по сравнению с режимом $Ha = 0$.

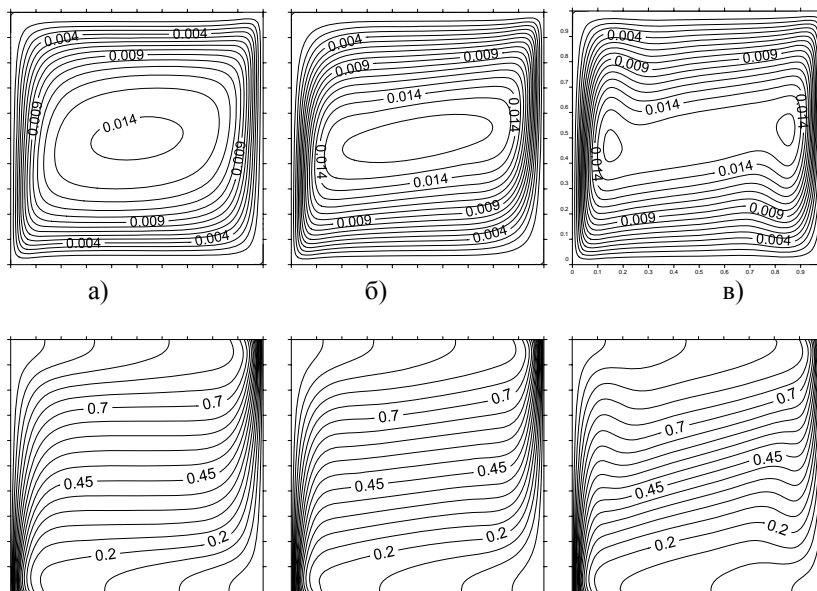


Рис. 3. Изолинии Ψ_y и изотермы Θ в плоскости $Y = 0,5$ при а – $\varphi = 0$; б – $\varphi = \pi/4$; в – $\varphi = \pi/2$

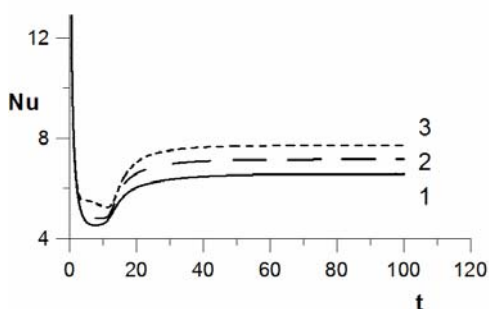


Рис. 4. Зависимость среднего числа Нуссельта от времени и ориентации вектора магнитной индукции: 1 – $\varphi = 0$; 2 – $\varphi = \pi/4$; 3 – $\varphi = \pi/2$

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МК-5652.2012.8).

Литература

1. Курко И.М., Курко Г.Е. Магнитная гидродинамика. Современное видение проблем. Ижевск: РХД, 2009. 632 с.
2. Ece M.C., Buyuk E. Natural-convection flow under a magnetic field in an inclined rectangular enclosure heated and cooled on adjacent walls // Fluid Dynamics Research. 2006. Vol. 38. P. 564–590.
3. Шеремет М.А. Сопряженные задачи естественной конвекции. Замкнутые области с локальными источниками тепловыделения. Берлин: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. 176 с.
4. Bessonov O.A., Brailovskay V.A., Nikitin S.A., Polezhaev V.I. Three-dimensional natural convection in a cubical enclosure: a benchmark numerical solution // Proceedings of Int. Symposium on Advances in Computational Heat Transfer. Turkey, 1997. P. 157–165.
5. Fusegi T., Hyun J.M., Kuwahara K. A numerical study of 3D natural convection in a differently heated cubical enclosure // Int. J. Heat Mass Transfer. 1991. Vol. 34. P. 1543–1557.

МЕТОД НЬЮТОНА–КАНТОРОВИЧА РАСЧЕТА НЕЕДИНСТВЕННЫХ РАВНОВЕСИЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, РАСТЯГИВАЮЩЕЙ КУБ ИЗ РАЗУПРОЧНЯЮЩЕГО МАТЕРИАЛА ПРИ ЗАДАНИИ СИЛ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Н.В. Бурмашева, В.В. Стружанов

Предлагается метод определения неединственных положений равновесия одной дискретной градиентной механической системы с разупрочняющимся элементом.

NEWTON–KANTOROVICH METHOD OF THE CALCULATION OF NOT UNIQUE EQUILIBRIA OF THE MECHANICAL SYSTEM WITH STRETCHES BY FORCES AND DISPLACEMENTS THE CUBE MADE FROM THE SOFTENING MATERIAL

N.V. Burmasheva, V.V. Struzhanov

The one method of the determining of not unique equilibria of the discrete gradient mechanical system with the softening element is suggested.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из трех стержней 1, 2 и 3, передающих нагрузку на кубический элемент 4 единичных размеров, выполненный из упругопластического материала, обладающего эффектом разупрочнения. Стержни линейно-упругие, их жесткость при растяжении равна $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Три грани куба присоединены шарнирами к жестким стенкам, к трем другим граням шарнирами присоединены упругие стержни таким образом, что куб при деформировании

может принимать только форму прямоугольного параллелепипеда. К свободным концам стержней 1, 2 приложены монотонно возрастающие усилия P_1, P_2 , а концу стержня 3 задается перемещение u_3 .

В ходе нагружения системы грани куба в отсчетной конфигурации получают удлинения ε_i ($i=1, 2, 3$). Величины ε_i можно трактовать как деформации, определяемые элементарной теорией. Далее полагаем, что работа сил на перемещениях не зависит от вида траектории, по которой движется точка с координатами $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ в евклидовом пространстве состояний R_e^3 , т.е. движение точки, изображающей процесс растяжения куба, происходит в потенциальном силовом поле с некоторым потенциалом $\Pi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$. В качестве потенциала возьмем функцию, описанную в работе [1].

Потенциальная функция при описанном способе нагружения нагружении системы имеет вид

$$W = \sum_{i=1}^3 \frac{\lambda_i}{2} (u_i - \varepsilon_i)^2 + \Pi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) - \sum_{i=1}^2 \int_0^{u_i} P_i de_i,$$

где последние три слагаемых – это работа растягивающих усилий, взятая со знаком минус. Здесь параметры состояния – деформации ε_i и перемещения концов стержней u_1, u_2 , а параметры управления – растягивающие усилия P_1, P_2 и перемещение u_3 . Критические точки функции W являются решениями системы уравнений [2].

$$W_{,\varepsilon_i} = \Pi_{,\varepsilon_i} - \lambda_i(u_i - \varepsilon_i) = 0, \quad W_{,u_j} = \lambda_j(u_j - \varepsilon_j) - P_j = 0. \quad (1)$$

Рассмотрим теперь функцию V , критические точки которой определяются следующей системой уравнений:

$$\{V_{,1} = \Pi_{,1} - P_1 = 0; V_{,2} = \Pi_{,2} - P_2 = 0; V_{,3} = \Pi_{,\varepsilon_3} - \lambda_3(u_3 - \varepsilon_3) = 0. \quad (2)$$

Отметим, что уравнения (2) – это первая группа уравнений (1), в которых выражения $\lambda_i(u_i - \varepsilon_i)$ заменены на $\Pi_{,i}$ в силу второй группы уравнений. Сравнивая системы (1) и (2), находим, что число решений у них одинаково и зависит только от значений управляющих параметров P_1, P_2 и u_3 , причем в положениях равновесия основной и упрощенной механических систем величины P_1, P_2 и u_3 определяют одни и те же параметры состояния. Тогда и проекции вырожденных точек функций W и V в пространство управлений совпадают и определяют одно и то же многообразие, образованное этими вырожденными критическими точками в евклидовом

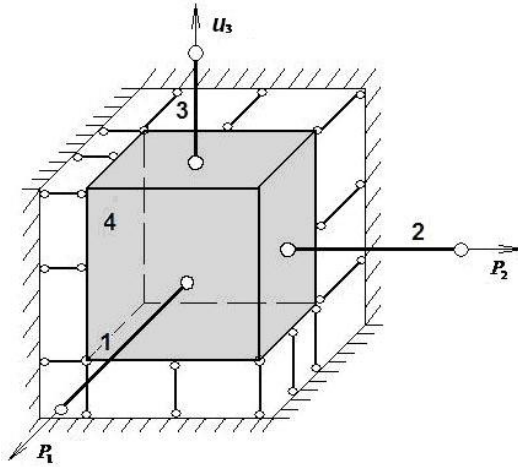


Рис. 1. Механическая система

пространстве управлений. Это многообразие называется сепаратрисой потенциальной функции [3].

Заметим, что система уравнений (2) определяет отображение f пространства состояний в пространство управлений ($P_i = f_i(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) = \Pi_i$, $u_3 = f_3(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) = 1/\lambda_3 \cdot \Pi_{,3} + \varepsilon_3$). В силу нелинейности функции Π отображение f имеет особенности, связанные с неединственностью обратного отображения [3]. На рис. 2, а изображено множество критических точек отображения f , состоящее из двух эллиптических поверхностей, которые разделяют пространство состояний на три области: ψ^1 , ψ^2 и ψ^3 . При действии отображения f область ψ^1 перейдет в область φ^1 (область 0456, ограниченную поверхностью II), схематично изображенную на рис. 2, б, ψ^2 отобразится на φ^2 (область 0123–456, ограниченную поверхностями I и II), и, наконец, ψ^3 перейдет в область φ^3 (область 0123–789). Таким образом, получаем, что сепаратриса состоит из двух поверхностей I и II. Предельные значения параметров управления определяют точки поверхности II, после пересечения которой путем нагружения в пространстве управлений происходит катастрофа (внезапная потеря устойчивости процесса деформирования механической системы) [3].

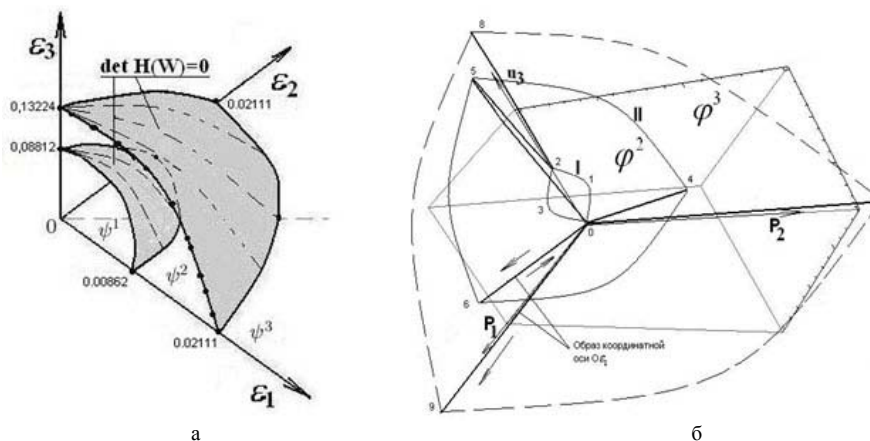


Рис. 2. Критические точки отображения (а); б – сепаратриса

Таким образом, для любой точки из области 0123 существует единственное решение (оно лежит в области ψ^1 пространства состояний), для точки из области φ^2 существует три различных решения (по одному из областей ψ^1, ψ^2, ψ^3 соответственно) и, наконец, существует единственное решение для любой точки, лежащей вне области, ограниченной поверхностью II.

Для нахождения всех решений системы (2) для заданного $y = (P_1, P_2, u_3)$ предлагается использовать метод Ньютона–Канторовича, согласно которому каждое последующее приближение $\varepsilon^{s+1} = (\varepsilon_1^{s+1}, \varepsilon_2^{s+1}, \varepsilon_3^{s+1})$ к решению определяется формулой [4]:

$$\varepsilon^{s+1} = \varepsilon^s - [f'(\varepsilon^s)]^{-1} f(\varepsilon^s) + [f'(\varepsilon^s)]^{-1} y \quad (s = 0, 1, 2, \dots) \quad (3)$$

Использование любого численного метода и метода Ньютона–Канторовича в частности предполагает нахождение таких начальных приближений ε^0 , начиная с которых итерации для заданного набора y управляющих параметров сходятся.

Возьмем в качестве примера $y = (4,6977; 4,733; 0,0366)$. Нам известно, что эта точка принадлежит области, ограниченной поверхностью I, а значит, ей отвечает единственное решение системы уравнений (оно лежит в области ψ^1). Для выбора начальных приближений, обеспечивающих сходимость, предлагается следующий алгоритм. Так как нагружение системы полагается активным, то все параметры состояния есть неотрицательные величины, а значит, решения уравнения (2) лежат в первом октанте пространства состояний. Разобьем эту область сеткой узлов с постоянным по всем осям достаточно малым шагом h (например, $h = 0,001$). Для нахождения начального приближения к первому решению отобразим те узлы, что принадлежат области ψ^1 , в пространство управлений с помощью отображения f и выберем среди образов этих узлов ближайшую к заданной точке y точку. Ею оказался образ узла $(0,003; 0,003; 0,02)$.

Применим один раз метод Ньютона–Канторовича для найденного начального приближения. Эта итерация позволяет получить первое приближение $\varepsilon^1 = (0,0030104; 0,0032009; 0,0200064)$. Выясним теперь, действительно ли ε^1 есть приближение к решению. Для этого сравним $\rho(y, f(\varepsilon^0))$ и $\rho(y, f(\varepsilon^1))$. Оказывается, что $\rho(y, f(\varepsilon^0)) = 0,10516 > 0,035029 = \rho(y, f(\varepsilon^1))$. Полученное соотношение говорит о том, что если дальше продолжать итерации по схеме (3), то получим искомое решение системы. Если бы расстояние от заданной точки y до образа первого приближения $f(\varepsilon^1)$ было бы больше, чем до образа начального приближения $f(\varepsilon^0)$, то необходимо вернуться на этап выбора начального приближения, взяв более мелкий шаг разбиения для сетки узлов. Задав нужную нам точность, после нескольких итераций метода Ньютона–Канторовича получаем искомое решение: $\varepsilon = (0,00301; 0,00317; 0,0201)$. Непосредственной подстановкой убеждаемся, что найденная точка и есть решение рассматриваемой системы. Аналогичным образом поступаем при поиске решений для набора управляющих параметров из других областей пространства управлений.

Если изначально взять сетку с достаточно малым шагом h то начальное приближение ε^0 , определяемое предложенным способом, будет находиться достаточно близко к искомому решению. В этом случае для определения непосредственно самого решения рассматриваемого нелинейного уравнения можно воспользоваться модифицированным методом Ньютона–Канторовича, позволяющим не пересчитывать значение матрицы Якоби на каждом шаге, а ограничиться лишь ее значением в точке начального приближения. Однако нахождение решения уравнения модифицированным методом может потребовать большего числа итераций по сравнению с классическим методом Ньютона–Канторовича.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10–08–00135) и молодежного гранта УрО РАН № 11–1–НП–539.

Литература

1. Стружанов В.В., Просвиряков Е.Ю., Бурмашева Н.В. Об одном методе построения единого потенциала // Вычисл. мех. спл. Сред. 2009. Т. 2, вып. 2. С. 96–107.
2. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. М.: Мир, 1980. 608 с.
3. Арнольд В.И., Варченко А.Н., Гусейн-Заде С.М. Особенности дифференцируемых отображений. М.: Наука, 1982. 304 с.
4. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. М.: Наука, 1984. 680 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ОБЛАЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С ВЗРЫВОЗАЩИТНЫМИ СООРУЖЕНИЯМИ

А.В. Астанин, В.Л. Гойко

Описываются возможности набирающей популярность технологии Облачных вычислений на примере расчета эффективности взрывозащитных сооружений при прохождении через них ударной волны.

APPLICATION FOR CLOUD COMPUTING TO SOLVE THE PROBLEM OF SHOCK WAVE INTERACTION WITH EXPLOSION-PROOF CONSTRUCTIONS

A.V. Astanin, V.L. Goiko

Describes the opportunities of increasingly popular technology Cloud computing as an example of calculating the efficiency of explosion-proof constructions, with the passage of a shock wave through them.

Для безопасности подземных работ на случай взрыва метановоздушной смеси в шахтах устанавливают так называемые взрывозащитные перемычки. Часто в качестве преград применяют подвешенные мешки с водой или инертной пылью. Такие преграды требуют меньше времени и материалов для возведения. Возникает вопрос о разработке методики оценки эффективности таких преград. В данной работе поставлена и решается задача о взаимодействии ударной волны с дисперсными взрывозащитными преградами в двумерной постановке. Решение в трехмерной постановке приведено в работе [1].

Решение данной задачи сопряжено с большими вычислительными трудностями и при использовании последовательных алгоритмов требует значительного времени. Развитие и удешевление использования высокопроизводительных систем позволяет существенно снизить затраты на проведение расчетов. В качестве алгоритмов для решения данной практической задачи использован открытый пакет OpenFOAM (Open Source Field Operation and Manipulation), а именно решатель CompressibleInterFoam из этого пакета для решения задач межфазного взаимодействия двух сжимаемых изотермических несмешивающихся жидкостей с использованием метода VOF (volume of fluid). С помощью данного пакета было проверено влияние учета вязкости газа при проведении расчета. Как показал расчет, разница между максимальным запреградным давлением, рассчитанным с учетом вязкости, и давлением, рассчитанным без учета вязкости, не превышает 0,5%. Инструментом для параллельного расчета стала технология OpenMPI – открытый проект, включающий в себя все возможности технологии MPI. Для оценки достоверности полученных результатов использовалась методика определения максимального запреградного давления, утвержденная Росгортехнадзором [2]:

$$P_{zn} = P_{exp} \left(1 - 0,472 \cdot l^{0,029} \left(\frac{P_{zn}}{P_{атм}} - 1 \right)^{0,222} \right), \quad (1)$$

где P_{zn} – максимальное запреградное давление; P_{exp} – давление в исходной ударной волне, а ширина преграды l измерялась в метрах.

Расчет проводился для нескольких типов преграды. Взрыв задавался повышением давления до 10^6 Па в области взрыва, в остальной области давление принималось равным атмосферному (10^5 Па).

Как показал расчет, максимальное запреградное давление отличается от давления, рассчитанного по методике, на 5.8%. В качестве высокопроизводительного комплекса выступил вычислительный кластер СКИФ-Cyberia.

На рис. 1 представлен процесс разрушения преграды 2×5 м:

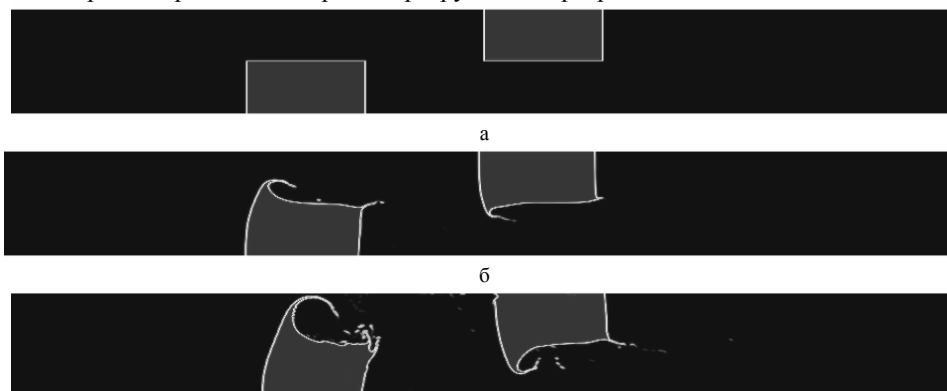


Рис. 1. Процесс разрушения преграды: *а* – 0.075 с; *б* – 0.105с; *в* – 0.12 с

В настоящее время набирает популярность технология Облачных вычислений (Cloud computing), позволяющая сократить расходы на инфраструктуру информационных технологий и гибко реагирующая на изменение вычислительных потребностей. Другими словами, оплачиваются только те ресурсы, которые требуются в данный момент. Для проверки эффективности Облачных вычислений в качестве вычислительного комплекса выступил проект компании Amazon.com в сфере Облачных вычислений Amazon Elastic Compute Cloud (Amazon EC2). Данный веб-сервис относится к классу IaaS (Infrastructure as a Service), предоставляет полный контроль над вычислительными ресурсами и доступную среду для работы. Эффективность облака EC2 сравнивалась с вычислительными возможностями суперкомпьютера СКИФ-Cyberia.

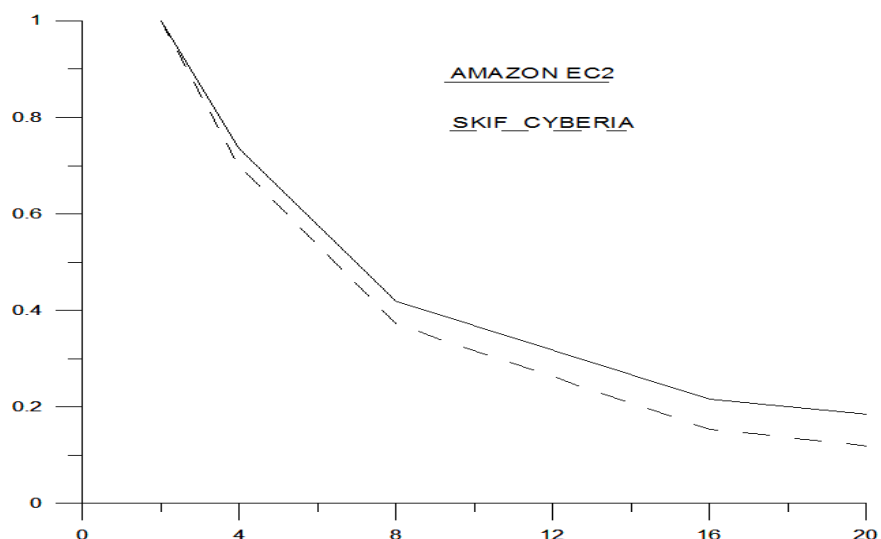


Рис. 2. Зависимость времени расчета от числа процессоров

Графики на рис. 2 иллюстрируют возможности технологии Облачных вычислений на примере Amazon EC2. Необходимо также отметить, что при

проведении расчета на Amazon EC2 в качестве вычислительных процессоров выступили не физические ядра, а так называемые ECU (Elastic Compute Unit).

Выбор в качестве инфраструктурного комплекса сервиса EC2 позволяет проводить расчеты, требующие больших вычислительных возможностей, не создавая при этом мощных суперкомпьютеров, требующих постоянного вложения средств.

Литература

1. Астанин А.В., Гранский А.А. Численное моделирование взрывозащитных преград с использованием высокопроизводительных вычислений // Современные проблемы математики и механики: матер. II Всерос. молодежной науч. конф. / Под ред. А.И. Филькова. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2011. 408 с.
2. Горбатов В.А., Игишев В.Г., Васенин И.М. и др. Аналитическая инженерная методика оценки затухания ударных волн при их прохождении через защитные сооружения. Кемерово: Кузбассвузиздат, 2003. 40 с.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: учеб. пособие для вузов: в 10 т. Т. 6. Гидродинамика. 5-е изд., стереотип. М.: Физматлит, 2001. 736 с.
4. OpenFOAM – The open source CFD toolbox [Электронный ресурс]. URL: <http://www.openfoam.com>

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНДИЦИОНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПОМЕЩЕНИЯ

С.М. Губанов, Д.А. Крайнов

Представлены математическая модель и результаты численного моделирования кондиционирования производственного помещения.

NUMERICAL MODELING OF AIR-CONDITIONING OF INDUSTRIAL SPACES

S.M. Gubanov, D.A. Kraynov

The mathematical model and the results of numerical simulation of air-conditioning of industrial spaces are presented.

Для производственных помещений существуют санитарно-гигиенические и технологические требования к воздуху в помещении. Особенно это важно для производств с вредными условиями труда. Для обеспечения необходимой атмосферы в здании и температуры воздуха используются вентиляция и кондиционирование. Расчет вентиляции проводится на основе принятых в отраслях методик [1]. Однако в некоторых случаях необходимо распределение температуры в здании. В данной работе приводится математическая модель и результаты расчетов вентиляции и теплового состояния производственного здания.

Рассматривается производственное здание размером $500 \times 50 \times 8,5$ м. Вентиляция его обеспечивается притоком воздуха от вентилятора с системой кондиционирования по воздуховодам в объем здания, равномерно и стационарно. Температура вентиляционного потока задана. В здании расположено выделяющее тепло оборудование. Для термостатирования оборудования в здание подается охлажденный воздух. Происходит теплообмен воздуха с нагретыми частями оборудования. Воздух выходит из здания за счет фильтрации через поры строительных материалов, оконных блоков и других элементов конструкции здания. Предполагается, что распределение пористости по площади стен и потолка здания однородное, расход воздуха при фильтрации определяется линейным законом [2]. Необходимо определить распределение температуры воздуха в здании с учетом его теплообмена со стенками, по-

лом и потолком здания и величину теплового потока от нагретых элементов оборудования в воздух в стационарном процессе вентиляции.

В основу математической модели вентиляции здания положим уравнения газовой динамики, записанные в двумерном плоском приближении [3, 4]. Приход массы и энергии воздуха от вентилятора, а также расход массы при фильтрации через строительные конструкции будем моделировать источниками и стоками в правых частях уравнений. Теплообмен воздуха с нагретыми элементами оборудования, стенами, потолком и полом здания будем учитывать по закону Ньютона для теплоотдачи и учитывать правыми частями в уравнении энергии. В уравнении движения учитываются силы сопротивления при движении воздуха между элементами технологического оборудования. Система уравнений имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = G_V - G_F, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial x} + \frac{\partial \rho uv}{\partial y} = G_V u - G_F u - F_x, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho uv}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2 + p)}{\partial y} = G_V v - G_F v - F_y, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Eu + pu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho Ev + pv)}{\partial y} = H_V G_V - \left(H_F + \frac{u^2 + v^2}{2} \right) G_F - \\ - \frac{\alpha_1}{h} (T - T_1) - \frac{\alpha_2}{h} (T - T_2) - \frac{\alpha_3}{h} (T - T_3) - \alpha_4 s_{ud1} (T - T_4) - \alpha_5 s_{ud2} (T - T_5), \end{aligned} \quad (4)$$

$$p = \rho RT, \quad (5)$$

$$E = c_v T + \frac{u^2 + v^2}{2}, \quad G_F = k(p - P_{am})\rho.$$

Начальные условия:

$$p(x, y, 0) = P_{am}, \quad T(x, y, 0) = T_0, \quad u(x, y, 0) = 0, \quad v(x, y, 0) = 0. \quad (6)$$

Граничные условия:

$$u(0, y, t) = u(L_x, y, t) = 0, \quad v(x, 0, t) = v(x, L_y, t) = 0. \quad (7)$$

Принятые обозначения: t – время; x, y – координаты по длине и ширине здания; ρ – плотность; p – давление; T – температура; u – скорость вдоль оси x ; v – скорость вдоль оси y ; R – газовая постоянная; c_v – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; E – полная энергия; P_{am} – начальное давление в здании; G_V, H_V – приход массы воздуха от вентиляции и его энтальпия; G_F, H_F – расход массы атмосферы здания из-за фильтрации через стены и потолок и ее энтальпия; L_x, L_y, h – длина, ширина и высота здания; k – коэффициент воздухопроницаемости стен; F_x, F_y – компоненты силы сопротивления движению возду-

ха; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ – коэффициенты теплоотдачи при теплообмене воздуха с полом, потолком, стенами, элементами оборудования здания; T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 – температура пола, потолка, стен, элементов оборудования здания; S_{ud1}, S_{ud2} – удельные площади нагретых и холодных частей оборудования здания (величины их площади в единице объема).

Сила сопротивления движению воздуха определялась по формуле Эргуня [5]:

$$F_x = \frac{150\eta(1-\varphi)^2}{\varphi^3 d_{ekv}^2} u + \frac{1,75(1-\varphi)}{\varphi^3 d_{ekv}} \rho u \sqrt{u^2 + v^2},$$

$$F_y = \frac{150\eta(1-\varphi)^2}{\varphi^3 d_{ekv}^2} v + \frac{1,75(1-\varphi)}{\varphi^3 d_{ekv}} \rho v \sqrt{u^2 + v^2},$$

где η – динамическая вязкость воздуха; d_{ekv} – эквивалентный диаметр элементов оборудования здания; φ – доля свободного от оборудования объема здания.

Коэффициенты теплоотдачи α_1, α_2 определялись по формулам [5] для течения жидкости в полости с учетом свободной и вынужденной конвекции:

$$\alpha_{1,2} = \frac{Nu_{1,2} \lambda}{h}, \quad Nu_{1,2} = (Nu_F^3 + Nu_N^3)^{1/3}, \quad Nu_F = 3.657,$$

$$Nu_N = \frac{0,75(Ra \cdot L_y / L_x)^{1/4}}{\left[1 + (0,492/Pr)^{9/16}\right]^{4/9}},$$

$$Ra = \frac{g \rho^2 c_p \zeta |T_{1,2} - T_g| h^3}{\eta \lambda}, \quad Pr = \frac{\eta c_p}{\lambda}, \quad (8)$$

Nu – число Нуссельта; Ra – число Релея; Re – число Рейнольдса; Pr – число Прандтля; c_p – теплоемкость при постоянном давлении; ζ – коэффициент объемного расширения; g – ускорение свободного падения; λ – коэффициент теплопроводности воздуха; $T_{1,2}, T_g$ – температура газа и стенок.

Коэффициент теплоотдачи α_3 определялся по формулам теплоотдачи при естественно-конвективном течении воздуха вдоль вертикальной стенки [5]:

$$\alpha_3 = \frac{Nu_3 \lambda}{h}, \quad Nu_3 = 0,63(Gr_l Pr)^{0,25}, \quad (9)$$

$$Gr_l = \frac{g \zeta |T_3 - T_g| h^3 \rho^2}{\eta^2} \text{ – число Грасгофа.}$$

Коэффициент теплоотдачи от технологического оборудования определялся по формулам теплоотдачи для пучка труб при коридорном их расположении [5]:

$$\alpha_{4,5} = \frac{Nu_{4,5} \lambda}{l}, \quad Nu_{4,5} = \left(0,3 + \sqrt{Nu_F^2 + Nu_N^2}\right) f_A, \quad Nu_F = 0,664 \sqrt{Re_l} Pr^{1/3}, \quad (10)$$

$$\text{Nu}_N = 0,037 \text{Re}_l^{0,8} \text{Pr}, \quad \text{Re}_l = \frac{\sqrt{u^2 + v^2} \rho l}{\psi \eta}, \quad l = \frac{d_{ekv} \pi}{2}, \quad f_A = 1 + \frac{0,7(b/a - 0,3)}{\psi^{1,5} (b/a + 0,7)^2},$$

$$\psi = 1 - \frac{\pi}{4a} \quad a = s_1/d_{ekv}, \quad b = s_2/d_{ekv},$$

где l – длина обтекания; ψ – доля пустот в рядах труб; s_1 – расстояние между трубами в ряду; s_2 – расстояние между рядами труб.

Система уравнений (1)–(7) решалась методом С.К. Годунова [3].

Система уравнений (1–7) решалась методом С.К. Годунова [3].

Расчеты проводились при следующих исходных данных: $L_x = 500$ м, $L_y = 50$ м, высота здания $h = 8,5$ м, $T_0 = 285$ К, температура потока воздуха от вентиляции задавалась равной 285 К, $T_1 = 287$ К, $T_2 = 291$ К, $T_3 = 289$ К, $T_4 = 290$ К, $T_5 = 285$ К, $c_v = 725$ Дж/(кг·К), $R = 290$ Дж/(кг·К), $k = 4 \cdot 10^{-5}$ м³/(Па·с), Предполагалось, что вентиляционный поток в здание подается с площадок 25х80 м в нижней части здания с расходом 37000 м³/ч с каждой площадки. Коэффициенты теплоотдачи $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ были определены по формулам (8) и (9): $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,65$ Дж/(м²·с·К), $\alpha_3 = 1,14$ Дж/(м²·с·К), α_4 и α_5 вычислялись по формулам (10) в зависимости от скорости течения воздуха. Расчеты проводились для различных комбинаций подачи охлажденного воздуха в здание. Результаты одного из вариантов расчетов представлены на рисунке в виде полей вектора скорости и температуры воздуха в здании.

Из рис. 1 видно, что воздух движется от места его подачи в две стороны. В центре вдоль здания имеется проход между оборудованием, в нем скорость движения воздуха немного выше, чем в местах расположения оборудования.

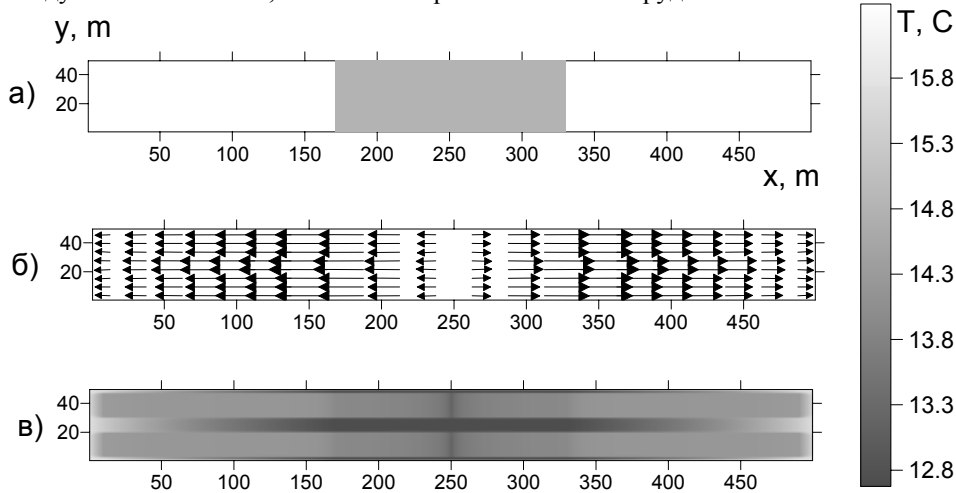


Рис. 1. Площадка подачи воздуха (а), поле вектора скорости (б) и температуры воздуха (в) в здании

Температура воздуха в проходе также немного ниже, чем в местах расположения оборудования (двумя рядами вдоль здания). Воздух, проходя в местах расположения оборудования, немного нагревается и при подходе к торцам здания имеет температуру 14,3 С. После вытекания воздуха в свободную от оборудования площадку в торцах здания, он нагревается от стен и потолка до температуры 15,5 °С. В

областях подачи воздуха между оборудованием он имеет температуру 13,7 °С, только в самом центре подачи воздуха его температура 12,7 °С (см. рис. 1).

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №11-08-00370а.

Литература

1. Богословский В.Н., Шепелев И.А., Эльтерман В.М. и др. Вентиляция и кондиционирование воздуха. М.: Стройиздат, 1977. Ч. 2. 502 с.
2. Ушаков К.З., Бурчаков А.С., Медведев И.И. Рудничная аэрология. М.: Недра, 1978. 440 с.
3. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
4. Губанов С.М., Крайнов Д.А. Численное моделирование вентиляции помещения // Современные проблемы математики и механики: матер. II Всерос. молодежной науч. конф. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2011. С. 150–154.
5. Справочник по теплообменникам: в 2 т. М.: Энергоатомиздат, 1987. Т. 1. 352 с.

ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ИЗОГНУТОМ КАНАЛЕ ПРИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

О.А. Дьякова, Е.И. Борзенко

Рассматривается течение вязкой жидкости в плоском канале сложной конфигурации при неизотермических условиях. Получены установившиеся поля температур и картины течения при различных значениях числа Пекле.

FLOW OF VISCOUS FLUID IN CURVED CHANNEL AT NON-ISOTHERMAL CONDITIONS

O.A. Diyakova, E.I. Borzenko

Viscous fluid flow in channel of complex configuration at non-isothermal conditions is considered. Steady temperature fields and pictures of flow are calculated at different Peklet numbers.

Технология переработки полимерных материалов сопровождается сложными гидродинамическими и теплофизическими процессами. Дополнительные трудности вносит геометрия области течения. В данной работе представлена задача о течении ньютоновской несжимаемой жидкости в технологическом элементе «колесо». Течение описывается уравнениями Навье–Стокса, теплопроводности и неразрывности, которые в безразмерных переменных имеют вид

$$\text{Re} \frac{d\mathbf{U}}{dt} = -\text{grad } p + \Delta \mathbf{U}, \text{Pe} \frac{dT}{dt} = \Delta T, \text{div} \mathbf{U} = 0. \quad (1)$$

Здесь: \mathbf{U} – вектор; t – время; T – температура; p – давление; $\text{Re} = \rho UL/\mu$ – число Рейнольдса, характеризующее соотношение инерциальных и вязких сил в потоке жидкости; $\text{Pe} = c\rho UL/\lambda$ – число Пекле; c – теплоемкость; λ – коэффициент теплопроводности; ρ – плотность; μ – вязкость. В качестве масштабов обезразмеривания выбраны следующие величины: длины – L , скорости – U , времени – L/U , давления – $\mu U/L$, температуры – T_0 , где L – ширина входного канала; U – среднерасходная скорость во входном сечении; T_0 – характерная температура.

В начальный момент времени жидкость полностью заполняет канал и покоится (рис. 1).

Жидкость подается через входное сечение Г2 с постоянным расходом и нулевой температурой. В этом случае профиль скорости совпадает с параболическим

профилем, характерным для установившегося течения в плоском бесконечном канале. Аналогичные условия для скорости задаются в выходном сечении Γ_3 , а для температуры используются адиабатические условия. Заметим, что входные и выходные границы находятся на достаточном удалении от уступа во избежание влияния последнего на характер течения в окрестности Γ_2 и Γ_3 . Отношение поперечных размеров входного и выходного каналов α является основным параметром, определяющим геометрию области. На твердых границах Γ_1 выполняются условия прилипания, задана постоянная температура.

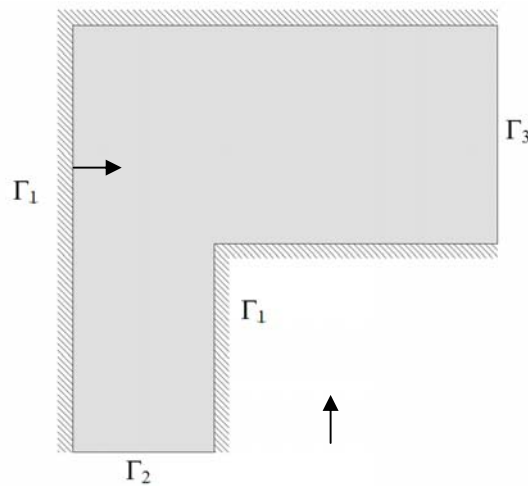
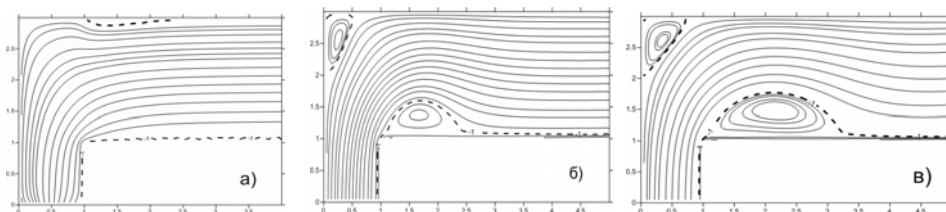


Рис. 1. Область течения

Таким образом, решение задачи сводится к нахождению стационарных полей скорости, давления и температуры, которые будут удовлетворять уравнениям (1) с заданными граничными условиями.

Задача решается численно с помощью конечно-разностного метода. Для нахождения полей скорости и давления в расчетных узлах разнесенной сетки используется алгоритм SIMPLE [1]. Расчет на каждом шаге по времени сопровождается организацией итерационного процесса, при этом для расчета скорости и температуры используются экспоненциальная и противопоточная схемы соответственно. Исследования аппроксимационной сходимости показали, что на сетках с шагом по пространству $1/20$ и $1/30$ различия в результатах незначительны, поэтому все расчеты проводились на сетках с шагом $1/20$.

Рис. 2. Эволюция функции тока ($Re=40$, $\alpha=0.5$, $a-t=1$, $b-t=250$, $e-t=500$)

Численные расчеты показали, что со временем в канале формируется стационарный режим течения. В подтверждение этому на рис. 2 приведена эволюция функции тока. Видно, что в окрестностях входной и выходной границ реализуется

плоскопараллельное течение с параболическим профилем скорости, а в окрестности угловых точек образуются циркуляционные зоны.

На рис. 3 представлены линии тока в стационарном режиме при $\alpha=1$ для различных значений числа Re . Из рисунка видно, что увеличение числа Рейнольдса приводит к увеличению размеров циркуляционных зон. В случае $Re=40$ размеры зоны в окрестности уступа незначительны. Однако при $\alpha=0.5$ (см. рис. 2) ширина этой зоны приблизительно равна 0.5 безразмерных единиц.

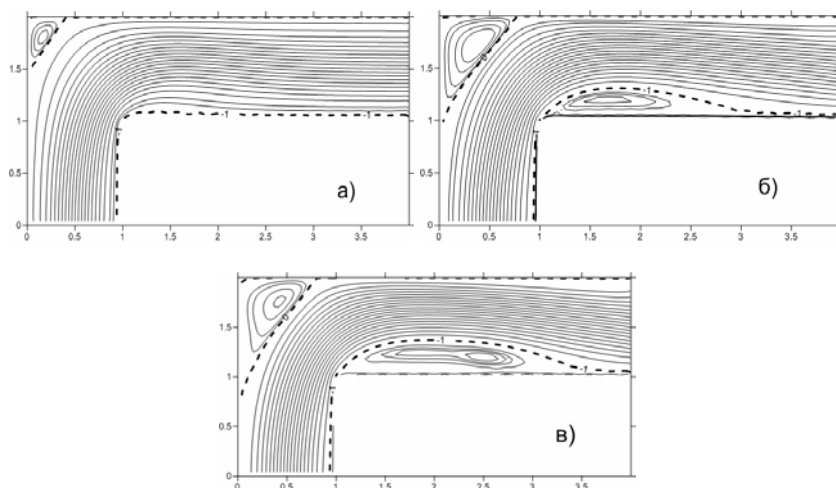


Рис. 3. Распределение линий тока при различных числах Re ($a - Re=40$, $b - Re=200$, $c - Re=400$)

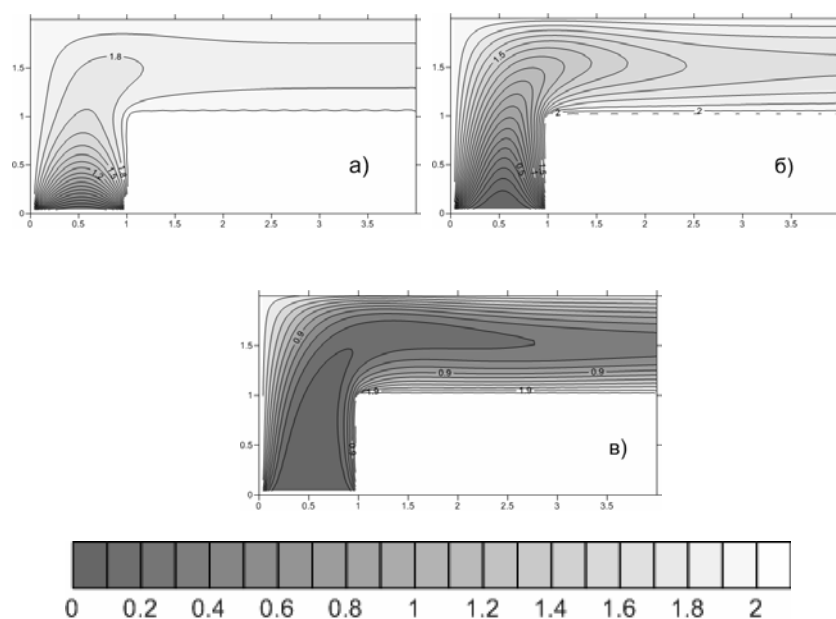


Рис. 4. Установившееся поле температур при различных значениях числа Pe ($Re=40$, $\alpha=1$, $a - Pe=1$, $b - Pe=10$, $c - Pe=100$)

С течением времени наблюдается установление и поля температур. Было выявлено, что в стационарном режиме с ростом значения числа Pe происходит уменьшение степени прогревания жидкости в канале вследствие роста роли конвектив-

ного механизма переноса тепла. Видно, при $Re=1$ практически вся область в окрестности выходного сечения является равномерно прогретой. А при $Re=100$ жидкость остается прогреваемой лишь вблизи твердых стенок. Эти результаты приведены на рис. 4.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ (МК-2100.2012.1).

Литература

1. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В ВИХРЕВОЙ КАМЕРЕ

Н.С. Евсеев, Ш.Р. Садретдинов, А.В. Шваб

Получены распределения полей компонент вектора скорости и кинетической энергии турбулентных пульсаций в сепарационной зоне вихревой камеры. Исследовано влияние режимных и геометрических параметров на гидродинамику турбулентного течения в центробежном аппарате.

MATHEMATICAL MODELLING OF TURBULENT FLOW IN THE VORTICAL CHAMBER

N.S. Evseev, Sh.R. Sadretdinov, A.V. Shvab

Distribution of fields a component of a vector of speed and kinetic energy of turbulent pulsations in separation zone of the vortical chamber are received. Influence of regime and geometrical parameters on turbulent flow hydrodynamics in the centrifugal device is investigated.

В настоящей работе рассматривается турбулентное течение в сепарационной зоне центробежного аппарата с дополнительным подводом газа (рис. 1). В предыдущих работах подробно была рассмотрена гидродинамика в данном аппарате при ламинарном режиме течения [1, 2]. Известно, что в существующих центробежных аппаратах режим течения является турбулизированным, поэтому в данной работе задача решена при турбулентном режиме течения.

На рис. 1 показана схема рабочей зоны вихревой камеры. Через сечение $A-A$ подается основной поток газа, имеющий радиальную и тангенциальную составляющие скорости. Через сечение $B-B$ предполагается дополнительный подвод газа, однако в данной работе представлен вариант с твердой стенкой. Течение в вихревой камере носит осесимметричный характер, причем ось $O-Z$ – ось симметрии.

Через сечение $C-C$ закрученный поток покидает рабочую зону вихревой камеры. Все твердые стенки аппарата могут вращаться вокруг оси $O-Z$, придавая тем самым дополнительное вращение потоку газа в исследуемом аппарате. На твердых стенках выполняется условие прилипания.

Для описания закрученного потока газа в геометрической области, показанной на рис. 1, используется система дифференциальных уравнений Рейнольдса. Для замыкания данной системы уравнений используется обобщенная модель Буссинеска, согласно которой рейнольдсовы напряжения считаются пропорциональными скорости деформации осредненного течения с неизвестным коэффициентом пропорциональности ν_t , кото-

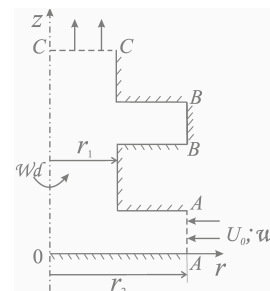


Рис. 1. Схема сепарационной зоны вихревой камеры

рый называют коэффициентом турбулентной, «кажущейся» вязкости. Таким образом, система уравнений Рейнольдса в цилиндрической системе координат в консервативном безразмерном виде для несжимаемой вязкой жидкости с учетом осевой симметрии ($\partial/\partial\varphi=0$) запишется в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial r}(u_r r) + \frac{\partial}{\partial z}(u_z r) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial ru_r}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r}(ru_r^2) + \frac{\partial}{\partial z}(ru_z u_r) - \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[r(1+v_t) \frac{\partial u_r}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[r(1+v_t) \frac{\partial u_r}{\partial z} \right] \right\} = u_\varphi^2 - r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{r}{\text{Re}} \left[\frac{\partial v_t}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial v_t}{\partial z} \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_r}{r^2} (1+v_t) \right]; \quad (2)$$

$$\frac{\partial ru_z}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r}(ru_r u_z) + \frac{\partial}{\partial z}(ru_z^2) - \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[r(1+v_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[r(1+v_t) \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] \right\} = -r \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{r}{\text{Re}} \left[\frac{\partial v_t}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial v_t}{\partial z} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right]; \quad (3)$$

$$\frac{\partial ru_\varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r}(ru_r u_\varphi) + \frac{\partial}{\partial z}(ru_z u_\varphi) - \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[r(1+v_t) \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[r(1+v_t) \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} \right] \right\} = -u_r u_\varphi - \frac{1}{\text{Re}} \left[(1+v_t) \frac{u_\varphi}{r} + u_\varphi \frac{\partial v_t}{\partial r} \right]. \quad (4)$$

За единицу масштаба скорости выбрана среднерасходная скорость по сечению U_0 (см. рис. 1), за масштаб длины принят радиус выходного канала r_1 .

Существуют различные подходы к моделированию турбулентной вязкости. В данной работе используется дифференциальная « $k-\omega$ » модель турбулентности Уилкокса [3]. Согласно этой модели турбулентности записываются два дополнительных уравнения для переноса кинетической энергии турбулентных пульсаций k и удельной скорости диссипации кинетической энергии ω . В цилиндрической системе координат, с учетом осевой симметрии, эти уравнения имеют следующий вид:

$$\frac{\partial rk}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r}(ru_r k) + \frac{\partial}{\partial z}(ru_z k) = \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[r(1+v_t \sigma^*) \frac{\partial k}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[r(1+v_t \sigma^*) \frac{\partial k}{\partial z} \right] \right\} + G - \beta^* rk \omega;$$

$$\frac{\partial r\omega}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r}(ru_r \omega) + \frac{\partial}{\partial z}(ru_z \omega) = \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[r(1+v_t \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[r(1+v_t \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial z} \right] \right\} + \gamma G \frac{\omega}{k} - \beta r \omega^2;$$

$$G = \frac{v_t r}{\text{Re}} \left\{ \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial z} \right)^2 + 2 \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] \right\};$$

$$v_t = \text{Re} \frac{k}{\omega}.$$

Здесь $k=k_0/U_0^2$, $\omega=\omega_0 r_1/U_0$, где k и ω -безразмерные величины. Значения используемых констант в модели турбулентности [3] равны: $\beta=3/40$; $\beta^*=9/100$; $\gamma=5/9$; $\sigma=1/2$; $\sigma^*=1/2$.

Решение системы уравнений переноса импульса и уравнения неразрывности проводится в переменных «скорость-давление» методом физического расщепления по времени полей давления и скорости аналогично работам [1, 2].

На входе в рабочую зону аппарата (сечение А-А) для радиальной и аксиальной компонент скорости будем иметь следующие граничные условия: $\partial u_z / \partial r = 0$, $u_r = -1$. На твердых стенках для радиальной и аксиальной компонент скорости выполняется условие прилипания: $u_r = 0$, $u_z = 0$. На оси симметрии $\partial u_z / \partial r = 0$, $u_r = 0$. На выходе (сечение С-С) для всех искомым переменных используется условие установления $\partial / \partial z = 0$. В качестве граничного условия для поправки к давлению на всех границах используется условие Неймана $\partial(\Delta P) / \partial n = 0$. Граничные условия для величин k и ω на входе в аппарат (сечение А-А, см. рис. 1) определяются из опытных данных для закрученных течений. В частности, значение кинетической энергии пульсационного

движения и коэффициента турбулентной вязкости принималось $k=0.1$, $\nu_t=0.08 \cdot \text{Re}$. По этим данным определялось значение удельной скорости диссипации $\omega=\text{Re} \cdot k/\nu_t$. На твердых границах значение кинетической энергии турбулентных пульсаций равно нулю в силу условия прилипания. Определение величины удельной скорости диссипации ω на твердой поверхности можно получить из исходного уравнения переноса. В этом случае граничное условие для удельной скорости диссипации на твердой стенке сводится к балансу между молекулярной диффузией и диссипацией.

На рис. 2 представлены развитие радиальной компоненты скорости во входной области аппарата и развитие аксиальной компоненты в рабочей зоне. Из анализа рис. 2 видно, что профили осредненных скоростей имеют вид, характерный для турбулентных течений. Это свидетельствует о том, что получено качественно достоверное решение, для количественной проверки необходимо провести сравнение с экспериментальными данными для данной или схожей установки.

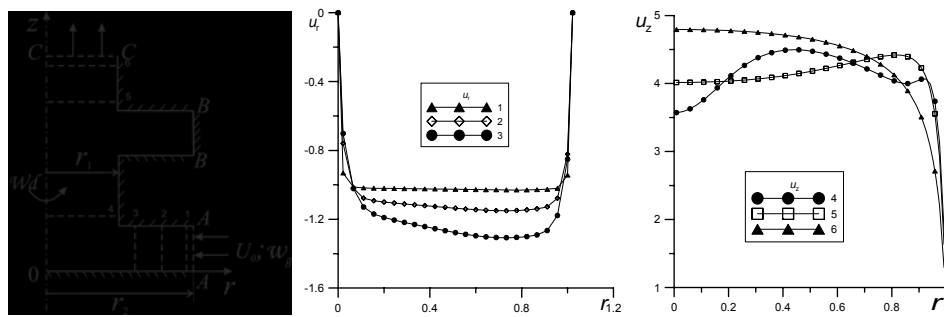


Рис. 2. Профиль скоростей u_r , u_z в различных сечениях при параметрах течения $\text{Re}=3000$ без учета вращения дисков и несущего потока

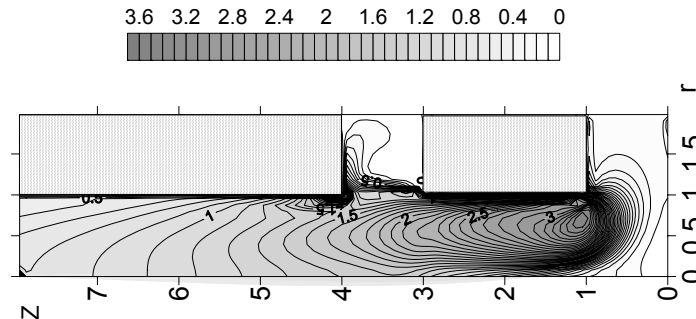


Рис. 3. Распределение кинетической энергии турбулентных пульсаций при параметрах течения $\text{Re}=3000$

На рис. 3 показано распределение кинетической энергии турбулентных пульсаций. Исследования показали, что максимальное значение кинетической энергии наблюдается после поворота течения в нижней части аппарата. Это объясняется большими градиентами скоростей в данной области.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проект № 11-08-00931-а).

Литература

1. Евсеев Н.С., Садретдинов Ш.Р., Шваб А.В. Исследование гидродинамики закрученного течения в вихревой камере с двумя зонами подвода газа // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. Пермь, 2011. Вып. 5(9). С. 83–86.

2. Евсеев Н.С., Садретдинов Ш.П. Численное исследование закрученного потока в сепарационном элементе центробежного аппарата // Материалы II Всероссийской молодежной научной конференции «Современные проблемы математики и механики», Томск. 2011. С. 104–109.

3. Wilcox D.C. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. // AIAA J. 1988. Vol. 26, № 11. P. 1299–1310.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОСАДКИ КРОВЛИ ПРИ ВЕДЕНИИ ВЫЕМОЧНЫХ РАБОТ В ШАХТЕ

Е.П. Евтушенко

Выполнены расчеты первой и последующих посадок кровли для разных скоростей движения забоя. Особое внимание уделено исследованию нестационарных неравновесных деформационных процессов в кровле при высоких скоростях движения забоя.

Simulation of Roof Caving In While Conducting Excavation Mining Work

E.P. Evtushenko

Calculations of the initial and subsequent roof cavings for different advancing rates were fulfilled. Special attention was given to the study of unsteady nonequilibrium deformation process in the roof at high face advancing rate.

Безопасная работа на угольных шахтах во многом зависит от правильного управления кровлей при ведении очистных работ и от возможности расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) и прогноза поведения геосреды в кровле. Проблема обрушения кровли над выработанным пространством может быть рассмотрена в рамках нового для механики подхода – математической теории эволюции твердых тел и сред [1]. В рамках этого подхода механическое поведение горного массива рассматривается с эволюционной точки зрения, что позволяет выяснить фундаментальные особенности его поведения, в частности, механизмы формирования очагов разрушения разных масштабов. Модель учитывает внутреннее трение, дилатансию, накопление повреждений и деградацию прочностных характеристик геосреды. Развитая методика проведения расчетов позволяет более точно и корректно решать практические задачи устойчивости выработок с учетом фактора времени. Разработанные модели повреждаемого горного массива позволяют моделировать как процессы накопления повреждений и развития трещин разных масштабов, так и катастрофические обрушения горных пород.

В настоящей работе внимание сосредоточено на изучении трех следующих важнейших проблем: особенности и механизмы формирования очагов разрушения в хрупких и квазихрупких средах, изучение процесса перехода разрушения из медленной квазистационарной фазы в сверхбыстрый катастрофический режим, оценка рисков и перспектива прогноза возможных катастрофических разрушений элементов горного массива с выработками. Численное решение проведено в двухмерной динамической постановке для условий плоской деформации.

Система уравнений, метод решения и подробная постановка задачи опубликованы ранее [2]. Предложенный подход позволяет описать этапы медленной подготовительной фазы эволюции НДС, формирование очагов разрушения и сверхбыстрого режима с обострением. Характерные времена и масштабы этих этапов эволюции определяются нелинейными свойствами геосреды на соответствующем масштабе. Так, при высоких скоростях выработки образуются протяженные участки зависшей кровли и реализуется неравновесный режим обрушения. Показано также, что в зависимости от конкуренции отрицательных обратных связей, стабилизирующих деформационный процесс и сглаживающих неоднородности в распре-

лениях параметров, и положительных обратных связей, обусловленных деградацией нагружаемой среды, сценарий эволюции среды может меняться от типичного вязкопластического течения до хрупкого поведения.

На рис. 1 представлены результаты расчета деформаций пород кровли к моменту достижения выработки длины 50 м (расчет и выработка могут продолжаться). Были выбраны различные значения параметров накопления повреждений, что дало возможность описывать поведение геосреды либо как вязкое (см. рис. 1, *а*), либо как хрупкое (см. рис. 1, *б*), в зависимости как от свойств среды, так и от особенностей нагружения.

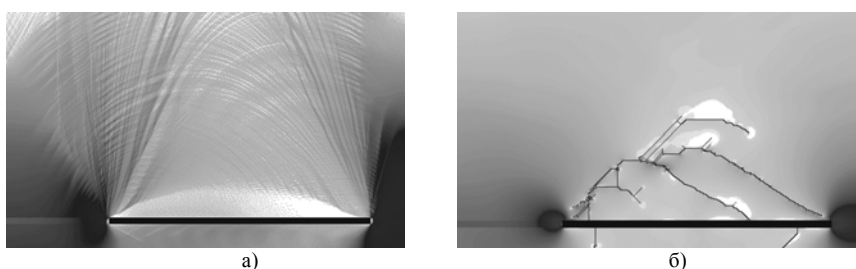


Рис. 1. Характер развития повреждений в горном массиве над выработкой (чёрная горизонтальная полоса). Оттенками серого показано среднее напряжение, тонкие линии – полосы неупругого скольжения (*а*), магистральные трещины (*б*)

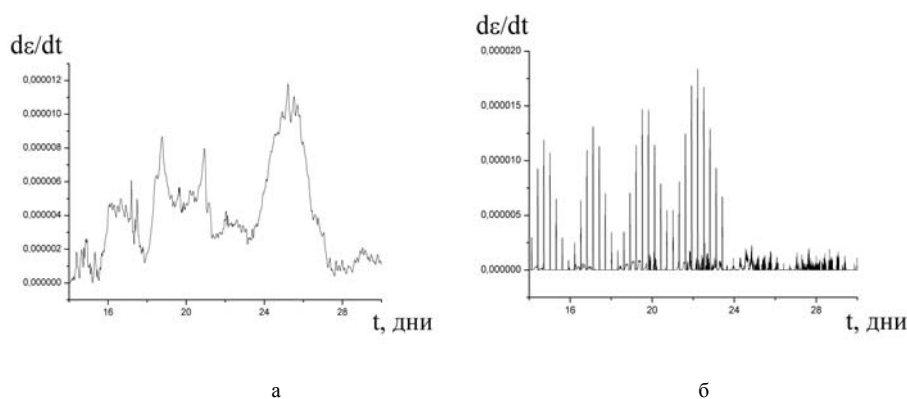


Рис. 2. График мониторинга скорости неупругих деформаций в кровле

Построенные графики мониторинга скорости неупругих деформаций (повреждений) в выбранных точках кровли представлены на рис. 2. Видно, что в случае вязкого отклика среды (см. рис. 2, *а*) неупругое течение в кровле развивается волнами, по мере того как продвигается выработка, и создает все большее напряжение и деформацию в зависящей кровле. Посадка кровли в хрупкой геосреде (см. рис. 2, *б*) развивается как последовательность периодических катастроф (подростаний магистральной трещины) по мере того, как продвигается выработка, период здесь связан с характером движения выработки и свойствами геосреды, в частности со скоростью накопления в ней повреждений. Таким образом, в модели отражен обязательный этап эволюции геосреды – катастрофа на соответствующем масштабе. Физически этот режим означает прорыв разрушения с меньших масштабов на большие, увеличение масштаба деструкции всегда развивается в режиме с обострением [2].

Разработанная методика расчетов позволяет описывать первую и последующие посадки кровли для современных условий увеличивающихся скоростей подвигания очистного забоя и неравновесного состояния пород обнаженной кровли.

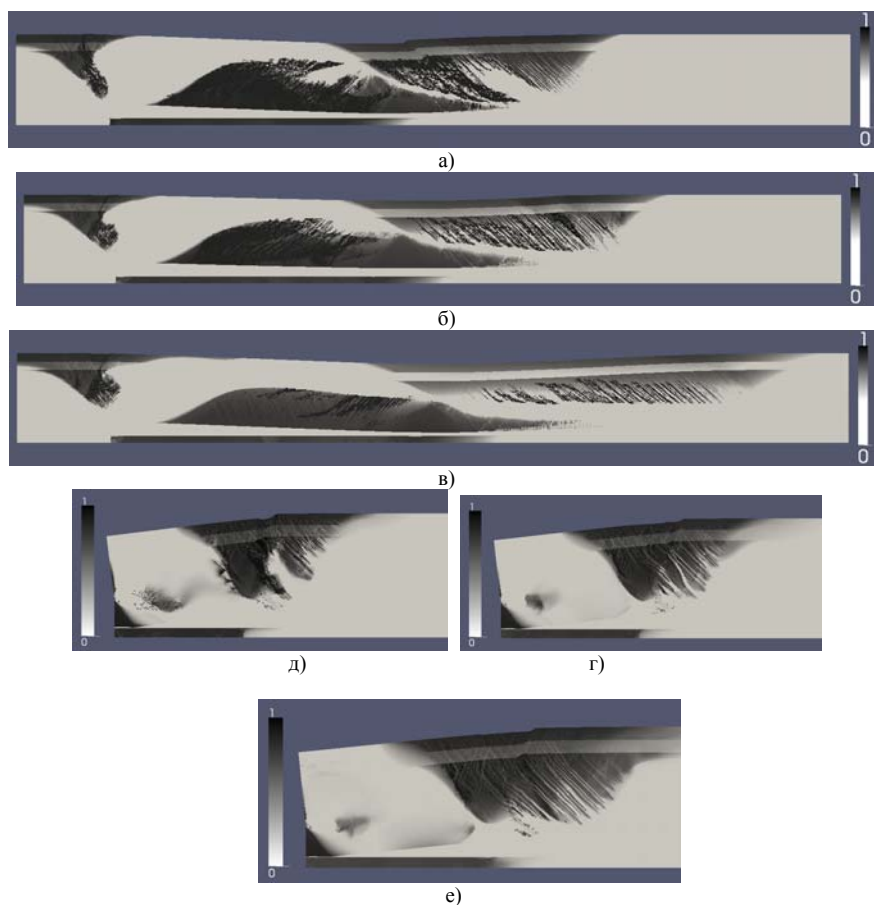


Рис. 3. Моделирование первичной (а–в) и вторичной (з–е) посадок кровли для разных скоростей подвигания забоя: 2 м/сут (а, з), 4 м/сут (б, д), 8 м/сут (в, е). Отражена накопленная поврежденность геосреды в условных значениях от 0 до 1

На рис. 3 представлены результаты моделирования посадок кровли для разных скоростей подвигания очистного забоя. Для первичной посадки использовалось модельное приближение для кровли в виде формирующейся в процессе выработки балки, для вторичных посадок – консоли. Для медленных скоростей выработки характерно более масштабное накопление повреждений в геосреде, соответственно, более вязкий (более продолжительный по времени) характер посадки и меньшая длина зависающей над выработанным пространством кровли.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проект № 10-05-00509).

Литература

1. Макаров П.В. Математическая теория эволюции нагружаемых твердых тел и сред // Физ. мезомех. 2008. Т. 11, № 3. С. 19–35.
2. Макаров П.В., Смолин И.Ю., Евтушенко Е.П. и др. Сценарии эволюции горного массива над выработкой // Физ. мезомех. 2009. Т. 12, № 1. С. 75–82.

ИЗУЧЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СВОЙСТВ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ПРИМЕРЕ РАСЧЕТА НДС КОМПОЗИТА

М.О. Еремин

Изучены некоторые свойства нелинейных динамических систем на примере моделирования разрушения хрупких керамических композитов на основе диоксида циркония с упрочняющими частицами корунда.

STUDYING OF THE NONLINEAR FEATURES OF DYNAMIC SYSTEMS ON THE EXAMPLE OF COMPOSITE MATERIAL STRESS –STRAIN STATE CALCULATION

M.O. Eremin

Several features of nonlinear dynamic systems are studied on the example of destruction simulation of brittle ceramic composite on the base of zirconium dioxide with hardening particles of corundum.

При подводе энергии или вещества извне нелинейная система должна быть способна к генерации температуры, дефектов, повреждений в своей структуре. С этой точки зрения деформируемое твердое тело представляет собой идеальную нелинейную динамическую систему, так как при внешних воздействиях в нем возникают дефекты, повреждения, генерируется температура [1].

Изучение процессов самоорганизации в деформируемом твердом теле является актуальной задачей современной механики, поскольку это способствует развитию оценки долговечности материалов и конструкций и прогнозу разрушения. Важнейшим фактором является, безусловно, время процесса, так как важна информационная составляющая механических процессов в системе, в связи с чем, моделирование процессов самоорганизации в твердых телах требует решения динамических уравнений механики.

В данной работе исследована эволюция НДС композита на основе диоксида циркония с различным содержанием упрочняющих частиц корунда. Полная система уравнений состоит из динамических уравнений МДТТ – законов сохранения и закона Гука в релаксационной форме.

Предельная поверхность напряжений взята в форме конуса Мизеса–Шлейхера $f = \frac{\alpha}{3} J_1 + J_2^{1/2} - Y$, являющаяся обобщением критерия текучести Кулона–Мора. За основу взята модель Друккера–Прагера–Николаевского с неассоциированным законом течения, позволяющая описывать процессы внутреннего трения и дилатансии при деформировании твердых тел.

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = (s_{ij} + \frac{2}{3} \Lambda (Y - \frac{\alpha}{3} I_1) \delta_{ij}) \dot{\lambda}.$$

В модель среды введем интегральную функцию поврежденности среды, учитывающую накопление повреждений на различных структурно-масштабных уровнях в ходе нагружения и чувствительность материала к виду напряженного состояния.

$$D = \int_{t_0}^t \frac{[(\varepsilon_{\text{тек}} - \varepsilon_0)^2 + K_1 (\varepsilon_{\text{тек}} - \varepsilon_0)^2]}{\varepsilon_*^2 t_*} dt, \quad \mu_\sigma = 2 \frac{S_2 - S_3}{S_1 - S_3} - 1,$$

$$\varepsilon_* = \varepsilon_{0*} (1 + \mu_\sigma)^n, \quad Y = Y_0 (1 - D), \quad D \leq 1,$$

$\varepsilon_{\text{тек}}$ – второй инвариант тензора деформаций, $\varepsilon_0, \varepsilon'_0$ – начальные степени деформации, по достижении которых в материале начинается накопление повреждений в областях сжатия и растяжения соответственно. Коэффициент Лоде–Надаи μ_σ отражает вид напряженного состояния в точке. При $\mu_\sigma \leq 0$ $K_1 = 1$ и $K_1 = 0$, если $\mu_\sigma > 0$. ε_{0*} – константа модели.

Задача решалась в двумерной постановке методом конечных разностей по схеме второго порядка точности, подробно описанной в работе [2].

На рис. 1 представлены модельные структуры керамических композитов с матрицей из диоксида циркония ZrO_2 и различным % содержанием второй фазы – упрочняющих частиц оксида алюминия Al_2O_3 (корунда).

В таблице приведены физико-механические свойства материалов, составляющих композит.

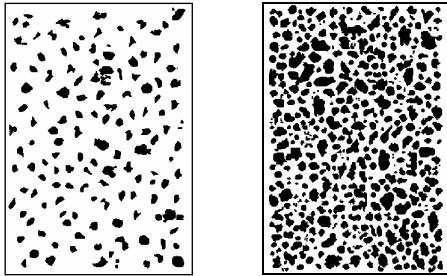


Рис. 1. Модельные структуры композитов с 15 и 40% содержанием упрочняющих частиц

Физико-механические свойства составляющих композита

Параметр	ρ , г/см ³	K , Мбар	μ , Мбар	γ , Мбар	Λ	α
ZrO_2	5,7	1,433	0,6615	0,021	0,22	0,62
Al_2O_3	3,984	3,46	1,6	0,0374	0,12	0,6

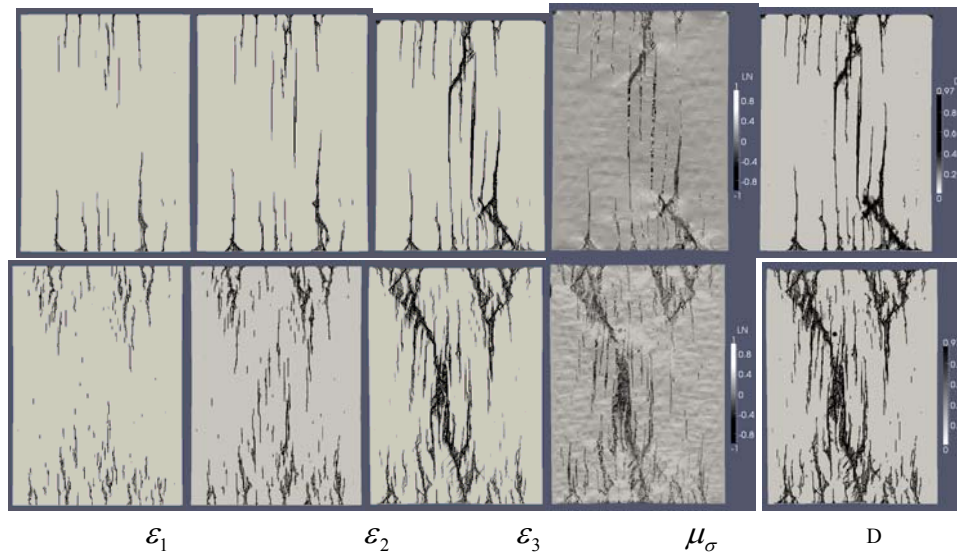


Рис. 2. Расчетные картины: неупругих деформаций (для трех степеней деформации), напряженного состояния (по коэффициенту Лоде–Надаи μ_σ), распределения поврежденности в образце (функция D) для двух композитов (сверху 15%, снизу 40% корунда)

Стоит отметить, что рост мезотрещин имеет преимущественно вертикальный характер, что наблюдается экспериментально в хрупких материалах (рис. 2). На более поздних стадиях деформирования образцов разрушение с формированием магистральной трещины происходит по заранее подготовленной перколяционной сети более мелких трещин.

Из представленных картин разрушения видно различие в механизмах разрушения модельных композитов с 15 и 40% содержанием упрочняющих частиц. Из-за большого числа упрочняющих частиц, препятствующих распространению трещин, формирование магистральных трещин связано именно с коллапсом поврежденных областей на заключительной стадии деформирования образцов в композите с 40% содержанием корунда. В то же время в композите с 15% содержанием корунда рост магистральных трещин происходит в отсутствие такого же сопротивления со стороны упрочняющих частиц, как в случае с 40% содержанием корунда. И магистральная трещина проходит через весь образец на более ранних стадиях деформирования, еще до стадии коллапса.

На рис. 3 представлены графики роста функции поврежденности D для нескольких точек, находящихся в зоне предполагаемого динамического влияния. Видно, что наблюдается квазистационарная фаза медленного роста поврежденности, затем режим с обострением. Более того, происходит последовательный переход в режим с обострением в соседних точках системы, что может свидетельствовать о переключении деформационной активности.

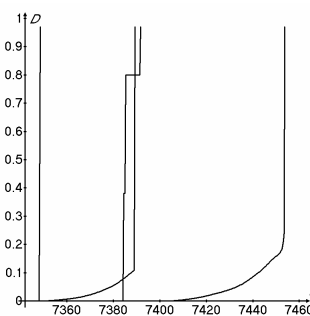


Рис. 3. Мониторинг функции поврежденности D для точек образца, принадлежащих сосед-

Литература

1. Макаров П.В. Математическая теория эволюции нагружаемой геосреды // Физ. мезомех. 2008. Т. 11, № 3. С. 19–35.
2. Wilkins M.L. Computer simulation of dynamic phenomena. Heidelberg: Springer, 1999. 265 p.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ САМОВОСПЛАМЕНЕНИЯ ТОРФА В ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ПОСТАНОВКЕ

К.Н. Жильцов, В.А. Горельский

Рассматривается задача о тепловом самовоспламенении реакционноспособного вещества в двухмерной осесимметричной постановке. Проведена оценка влияния амплитуды температурных колебаний окружающей среды на период индукции теплового взрыва.

FINITE ELEMENT METHOD IN THE SOLUTION OF THE AXISYMMETRIC TWO-DIMENSIONAL PROBLEM OF AUTO-IGNITION OF MEDIUM

K.N. Zhiltsov, V.A. Gorelski

The problem about thermal auto-ignition of reactive mixer in two-dimensional axisymmetric statement is observed. The influence of amplitude of ambient temperature oscillations on induction period of thermal explosion is made.

Метод конечных элементов (МКЭ) на сегодняшний момент является общепризнанным основным методом структурного анализа в целом ряде областей

науки и техники [1]. Широкое использование этого метода в значительной мере объясняется простотой физической интерпретации основных его вычислительных операций, большой геометрической гибкостью и применимостью к широкому классу уравнений в частных производных. В отличие от других численных методов МКЭ обеспечивает единственность приближенного решения дифференциального уравнения во всех точках рассматриваемой области и является более эффективным на практике.

В работе анализируется расчет двухмерной осесимметричной задачи о нестационарном развитии саморазогрева вещества в системе торф–грунт, выполненном методом конечных элементов.

Область расчета представлена на рис. 1. Граница G_1 – ось симметрии. На границах G_3, G_4 задавались условия не протекания. Граница G_2 – граница температурных колебаний. В среде, заполняющей полосу вещества толщиной $0 \leq x \leq h_{grunt}$, где $h_{torf} \leq x \leq h_{grunt}$ – область грунта с толщиной h_{grunt} , $0 \leq x \leq h_{torf}$ – область торфа с толщиной h_{torf} , протекает реакция первого порядка.

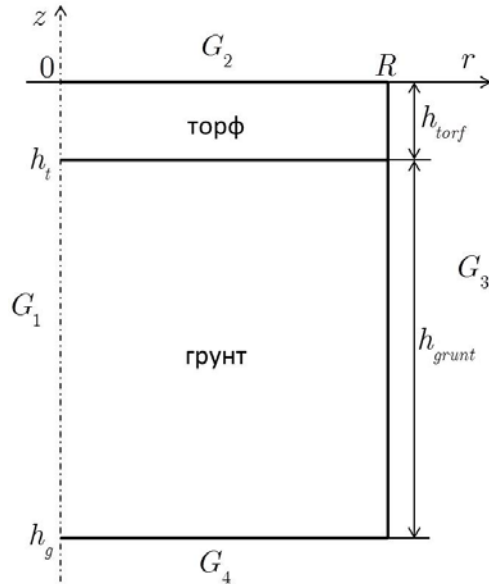


Рис. 1. Область расчета

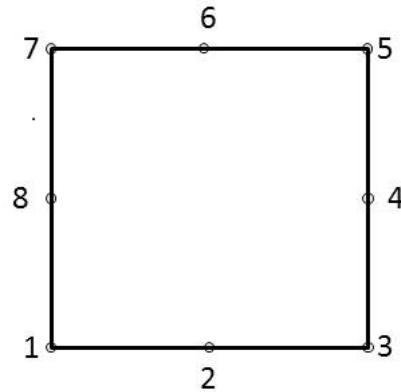


Рис. 2. Квадратичный конечный элемент

Система уравнений, описывающая изменение во времени температуры T и глубины превращения вещества α , основана на классической теории теплового взрыва [2, 3] и имеет вид

$$C_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \rho Q k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \lambda \frac{\partial T}{\partial r} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \quad (1)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = -\alpha k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right). \quad (2)$$

Здесь: C – теплоемкость; ρ – плотность; α – глубина превращения вещества; λ – коэффициент теплопроводности; E – энергия активации; Q – тепловой эффект реакции; k_0 – предэкспонент; R – универсальная газовая постоянная.

Граничные условия для температуры:

$$\frac{\partial T}{\partial x}(G_2) = T_0 + T_A \sin(\omega t) \quad \frac{\partial T}{\partial x}(G_3, G_4) = 0, \quad (3)$$

где T_0 – начальная температура торфа и грунта; T_A – амплитуда колебаний; ω – частота колебаний; t – время колебаний. При рассмотрении начальных условий предполагалось, что температура во всей области равна $T|_{t=0} = T_0 = 273$ К. На границе раздела торф–грунт выполнялось условие неразрывности.

Размеры области равны: толщина грунта $h_g = \text{const} = 27$ м, толщина слоя торфа $h_t = 2,5$ м, радиус $R = 5$ м. В расчете использовались теплофизические и кинетические константы, полученные экспериментальным путем в работах [4, 5].

Область разбивалась на квадратичные конечные элементы размером 0.1 м (рис. 2). Интерполяционный полином для элемента записан в виде

$$\varphi = a_1 + a_2 r + a_3 z + a_4 r z + a_5 r^2 + a_6 z^2 + a_7 r^2 z + a_8 r z^2.$$

Функция формы будет представлена в виде

$$N_\beta = \left[\prod_{j=1}^8 F_j \right] (a_1 + a_2 r + a_3 z + a_4 r^2 + a_5 z^2).$$

Вариационная формулировка задачи сводится к рассмотрению функционала для каждого уравнения с граничными условиями (3):

$$\chi = \int_V \frac{1}{2} \left[r \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + r \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 - 2r \left(q - \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \right) T \right] dV + \int_{S_{z=0}} (T_0 + T_A \sin(\omega t)) dS,$$

$$\chi = \int_V \left[2 \left(\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \alpha R \right) \alpha \right] dV.$$

Рассмотрим основные результаты расчетов. В таблице представлены данные зависимости изменения периода индукции τ_{ind} от начальной температуры T_0 для $h_t = 2,5$ м.

Зависимость периода индукции τ_{ind} от начальной температуры T_0 в слое торфа толщиной 2,5 м

T_A , К	T_0 , К					
	0	5	10	15	20	25
5	73.50	2.37	0.55	0.30	0.16	0.09
10	64.70	1.82	0.46	0.27	0.16	0.09
15	50.90	1.47	0.38	0.25	0.15	0.09
20	34.40	0.66	0.34	0.23	0.15	0.09
25	17.70	0.47	0.30	0.21	0.15	0.09
30	5.60	0.37	0.26	0.20	0.14	0.09
35	0.51	0.31	0.23	0.18	0.13	0.09
40	0.35	0.26	0.21	0.17	0.13	0.09
45	0.29	0.24	0.19	0.16	0.12	0.09
50	0.25	0.21	0.17	0.15	0.12	0.09

Из приведенных расчетов видно, что период индукции τ_{ind} , в случае двумерного осесимметричного расчета задачи теплового самовоспламенения реагирующего вещества с толщиной слоя, равной 2,5 м, значительно уменьшается при увеличении начальных значений температуры. При начальной температуре $T_0 = 0$ °С периоды индукции τ_{ind} соответствуют результатам, полученным при решении одномерной задачи самовоспламенения, но при увеличении значений T_0 период индукции резко сокращается, а по достижении 50 °С принимает значения, которые были получены при решении одномерной задачи.

Результаты расчетов, проведенных в широком интервале вариации параметров начального значения температуры и амплитуды колебаний температуры воздуха, позволяют сделать вывод о том, что период индукции τ_{ind} теплового самовоспламенения при расчетах в двумерной постановке задачи существенно отличается от значений, получаемых при одномерных расчетах. В частности, при расчетах в двумерной постановке повышение начальной температуры значительно сокращает период индукции, что позволяет с большей точностью определять момент воспламенения. Это облегчает задачи мониторинга, прогнозирования и принятия мер для предупреждения самовоспламенения.

Литература

1. Румянцев А.В. Метод конечных элементов в задачах теплопроводности: учеб. пособие. Калининград, 1995. 170 с.
2. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987. 502 с.
3. Семенов Н.Н. О некоторых проблемах химической кинетики и реакционной способности. М.: Изд-во АН СССР, 1958.
4. Стрыгин Н.Н. Исследование процессов и факторов самонагрева торфа // Труды ВНИИ торфяной промышленности / Под ред. С.С. Стрелкова. Госэнергоиздат, 1958. Вып. 16, 240 с.
5. Рубцов Ю.И., Казаков А.И., Дьяков и др. // ХТГ. 2001. № 6. С. 44–55.

ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СОВМЕСТНЫХ АЭРОГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ОБТЕКАНИЯ И ВНУТРЕННЕГО ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В КОНСТРУКЦИЯХ ОБОЛОЧЕК ПЕРСПЕКТИВНЫХ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Ю.И. Димитриенко, А.А. Захаров, М.Н. Коряков, Е.К. Сыздыков,
А.В. Жаворонков

Предложен метод решения сопряженной задачи аэрогазодинамики и внутреннего теплообмена. Представлены результаты моделирования обтекания гиперзвукового летательного аппарата, полученные с его помощью.

MODELING PROBLEMS OF COUPLED AEROGASDINAMICS FLOWS AND INTERNAL HEAT TRANSFER IN THE SHELL STRUCTURES OF PERSPECTIVE HYPERSONIC AIRCRAFTS

Yu.I. Dimitrienko, A.A. Zakharov, M.N. Koryakov, Ye.K. Syzdykov,
A.V. Zhavoronkov

A method is proposed for solving coupled aerogas dynamics flows and internal head transfer problem. Results of modeling flow around hypersonic aircraft by the method are presented.

Наличие автоматизированных программных комплексов для расчета аэродинамики конструкций летательных аппаратов с учетом теплообмена в широком диапа-

зоне изменения геометрии аппарата и режимов полета дает возможность проводить широкомасштабное математическое моделирование реальных прототипов изделий. Общеизвестных численных методов и алгоритмов, предназначенных для моделирования аэродинамики и теплообмена летательных аппаратов, пока не существует, и по этой причине продолжают интенсивные работы по разработке новых вычислительных технологий в области сверх- и гиперзвуковой аэродинамики. Чаще всего [1–2] при численных расчетах аэродинамики летательного аппарата температуру на поверхности тела находят либо из условия «холодной стенки», когда температура или тепловой поток на поверхности являются заданными величинами, либо из условия теплоизолированной (адиабатической) стенки, когда предполагают отсутствие обмена тепла между газом и стенкой.

В настоящей работе предложен новый алгоритм сопряженного решения задачи аэротермодинамики и внутреннего теплообмена, разработано программное обеспечение для его численной реализации и проведена апробация этого алгоритма на модельной конструкции летательного аппарата. Алгоритм основан на прямом численном моделировании аэротермодинамики с использованием модели трехмерного пограничного слоя [3] и специального численного алгоритма решения уравнения теплопроводности в области конструкции летательного аппарата. Данный подход не требует значительных вычислительных ресурсов. При разработке алгоритма использовались вычислительные технологии генерации адаптивных сеток [4] и конечно-разностные схемы высокого порядка точности с малой схемной диффузией [5].

Рассмотрим носовую часть конструкции летательного аппарата, обтекаемую гиперзвуковым газовым потоком. Будем рассматривать три характерные области: V_1 – область высокоскоростного течения идеального нетеплопроводного газового потока, в которой имеет место система уравнений Эйлера; V_2 – область пограничного слоя, в которой решаются полные динамические уравнения Навье–Стокса для теплопроводного газа; и V_3 – область, соответствующая оболочке конструкции летательного аппарата, в которой рассматривается уравнение теплопроводности.

Граничные условия на твердой стенке, являющейся поверхностью раздела газовой и твердой областей, имеют следующий вид:

$$\lambda_s \nabla \theta_s \cdot \mathbf{n} = \lambda_g \nabla \theta_g \cdot \mathbf{n} + \varepsilon_g \sigma \theta_e^4 - \varepsilon_s \sigma \theta_w^4, \quad [\theta] = 0, \quad (1)$$

где λ_s и λ_g – коэффициенты теплопроводности в твердом теле и в газе; $\nabla \theta_s$ и $\nabla \theta_g$ – градиенты температуры на твердой стенке со стороны конструкции и со стороны пограничного слоя газа; θ_w – температура твердой стенки (совпадает с температурой газа на этой стенке); θ_e – температура внешней поверхности пограничного слоя; ε_g и ε_s – интегральные коэффициенты излучения нагретого газа и твердой поверхности; σ – коэффициент Стефана–Больцмана; $[\theta]$ – скачок температуры на поверхности раздела. Физико-химические превращения материала стенки (унос, плавление, термодеструкция) не учитываются. На внутренней поверхности конструкции летательного аппарата ставится условие теплоизоляции.

Для решения сопряженной задачи предложен следующий метод: вводится цикл по «медленному» времени, соответствующему процессу распространения тепла в оболочке конструкции. Внутри этого цикла вводится «быстрое» время. Для каждого фиксированного момента медленного времени тепловой поток на твердой стенке полагается фиксированным, тогда для граничных условий уравнений газовой динамики на твердой стенке из двух уравнений (1) рассматривается только первое и системы уравнений газовой динамики отделяются от уравнения теплопроводности на одном шаге медленного времени.

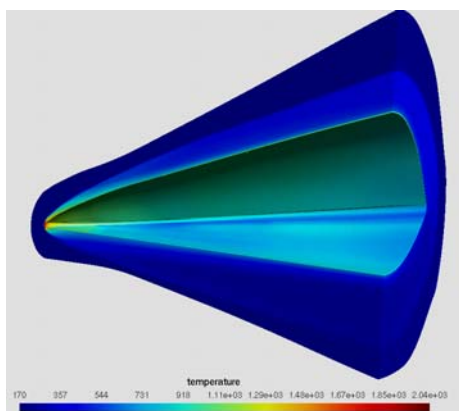


Рис. 1. Распределение температуры (К) воздуха в окрестности поверхности гиперзвукового летательного аппарата с учетом теплообмена между газом и оболочкой корпуса

Согласно модели трехмерного пограничного слоя [3], уравнения идеального и вязкого газа также разделяются: решение уравнений идеального газа ищется во всей области V_1+V_2 течения газового потока с граничными условиями непротекания на твердой стенке, затем полученное решение идеального потока на твердой стенке для плотности ρ_e , касательных компонент скорости $v_{el} = \mathbf{v}_e \cdot \boldsymbol{\tau}_{1e}$ и температуры θ_e переносится на внешнюю поверхность пограничного слоя. На внешней поверхности пограничного слоя, являющейся границей раздела движения идеального и вязкого потоков, формулируются следующие условия непрерывности: $\rho = \rho_e$, $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0$, $\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\tau}_1 = v_{el}$, $\theta = \theta_e$. Далее осуществляется решение системы вязких уравнений в области V_2 по «быст-

рому» времени до установления. После этого осуществляется переход к следующему моменту «медленного» времени. Тепловой поток на твердой стенке на очередном временном шаге «медленного» времени рассчитывается с помощью специального метода, предложенного в [6].

На рис. 1 представлено распределение температуры воздуха, полученное при численном моделировании обтекания фрагмента корпуса модельного летательного аппарата гиперзвуковым ($M = 6$) потоком на высоте 15 км через 50 с после начала движения.

Вывод. Проведено численное моделирование обтекания фрагмента носовой части перспективного гиперзвукового летательного аппарата сложной геометрической формы. Учет теплообмена позволяет более точно определять температуру на поверхности аппарата: она получается ниже, в среднем, на 25%, чем в случае расчетов с адиабатической стенкой, что свидетельствует о важности учета теплообмена для оценки предельных режимов работы аппарата и выбора материалов теплозащиты. Полученные данные могут использоваться для последующего расчета термомеханики оболочки корпуса летательного аппарата.

Исследование выполнено при поддержке грантов Президента РФ МК-2498.2011.8, МК-3150.2012.8.

Литература

1. Гильманов А.Н. Методы адаптивных сеток в задачах газовой динамики. М., 2000.
2. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М., 2004.
3. Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н. Модель трехмерного пограничного слоя и ее численный анализ // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2011. Спец. Вып. «Математическое моделирование». С. 136–149.
4. Димитриенко Ю.И., Котенев В.П., Захаров А.А.. Метод ленточных адаптивных сеток для численного моделирования в газовой динамике, М., 2011.
5. Harten A. High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws // J. Comp. Phys. 1983. Vol. 49. P. 357–393.
6. Dimitrienko Yu.I., Efremov G.A., Chernyavsky S.A. Optimal Designing of Erosion-Stable Heat-Shield Composite Materials // Int. Journal of Appl. Comp. Mat. 1997. Vol. 4, № 1. P. 35–52.

РАСЧЕТ КОТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ ПОДОГРЕВА ВОДЯНОГО ПАРА**А.Б. Исайченков**

Представлены результаты расчета характеристик котельной установки для нагрева водяного пара для заданного его расхода. Расчет проведен на основе модели перемешанного потока. Результаты расчетов могут быть применены для определения проектных параметров устройства сушки бурого угля.

CALCULATION OF THE CHARACTERISTICS FOR THE WATER VAPOR BOILER**A.B. Isaychenkov**

The results of the calculation of the characteristics for the water vapor boiler are presented. Calculations are carried out on the basis of the mixed flow model. The results of the calculations can be applied to determine the design parameters of the device drying brown coal.

Для улучшения энергетических характеристик бурых углей, улучшения его потребительских характеристик используется его брикетирование. В процессе брикетирования происходит его дробление, сушка и компактирование.

Наиболее предпочтительной технологией брикетирования является брикетирование без связующего, так как связующие компоненты нарушают природный состав топлива и зачастую повышают процент экологически вредных выбросов.

В патенте [1] авторы предлагают технологию брикетирования бурого угля без связующего, с использованием операций дробления, сушки, сепарации от мелкой фракции, прессования при повышенной температуре и высоком давлении и остужения получившихся брикетов, получившую название ВСВ-технология.

Сушка раздробленного до размеров частиц 0.7–3 мм бурого угля проводится в сушильной трубе в потоке продуктов сгорания газа и угольной пыли с температурой 350–450 °С. Для этого используются специально разработанные горелки компании «Loesche». Недостатком такой схемы сушки угольных частиц является пожаро-взрывоопасность процесса сушки частиц угля в потоке продуктов сгорания, выходящем из горелки, так как в нем имеется избыток окислителя. Наличие небольшого количества окислителя в потоке газозвеси угольных частиц с высокой температурой не исключает возможности ее воспламенения.

Для исключения вероятности воспламенения пылеугольной газозвеси на этапе сушки была проанализирована возможность использования в качестве сушильного газа перегретого пара воды. В предлагаемом варианте сушка угля осуществляется только перегретым водяным паром. После запуска установки водяной пар поступает в сушильный тракт, за счет сушки влажного угля масса паров воды увеличивается. Для стационарной работы сушилки необходимо такое же количество водяного пара сбрасывать в атмосферу. В процессе сушки водяной пар охлаждается. Для того чтобы нагреть этот пар снова до необходимой температуры без добавления

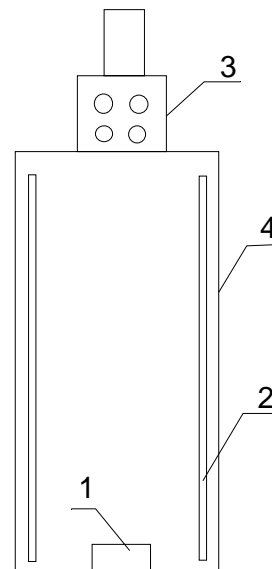


Рис. 1. Схема нагревателя: 1 – форсунка для подачи горючего, 2 – огнеупорные стенки, 3 – участок теплообмена, 4 – камера сгорания

неконденсированных газов, можно применить специальные технологические нагреватели. Схемы таких нагревателей можно найти в [2].

Рассмотрим нагреватель, схема которого приведена на рис. 1. Он состоит из цилиндрической вертикальной камеры сгорания 4, внутри которой сгорает топливо. Стенки 2 изготовлены из огнеупорного и малотеплопроводного материала. В камере находятся теплопоглощающие трубы, расположенные вертикально вдоль ее стенок, которые поглощают часть тепла от факела продуктов сгорания до того, как эти продукты попадут на участок 3 конвективного нагрева. Все трубы расположены эквидистантно по отношению к форсунке 1 так, чтобы проходящий через них пар нагревался одинаково. На радиационном участке теплота передается излучением. Тем не менее передача теплоты конвекцией может согласно [2] составлять до 10 %.

Для расчетов была выбрана цилиндрическая камера сгорания диаметром $D = 0.75$ м и высотой $H = 3.0$ м. Предполагается, что пар нагревается излучением в 40 вертикальных трубах диаметром 0.024 м. Расчеты проводились для природного газа с теплотворной способностью 13.1 МДж/кг и расходом воздуха 3.5 кг/кг. Цель расчетов заключалась в выяснении вопроса: сколько дополнительных затрат горючего может потребовать схема установки с перегретым паром по сравнению с горелкой компании «Loesche», используемой в технологии ВСВ [1].

При вычислениях применялась математическая модель перемешанного потока [2]. Алгоритм модели перемешанного потока требует для расчетов задания расхода горючего. В поставленной задаче этот расход неизвестен. Его нужно вычислить исходя из обеспечения нагрева пара от температуры 393 до 593 К с расходом пара $G_1 = 0.316$ кг/с. Поэтому задача решалась с помощью итераций, в которых расход подбирался для заданных выше условий.

Порядок расчетов был следующий [2]:

1. Рассматривался коэффициент излучения эквивалентной плоской поверхности

$$\varepsilon_f = 1 / \left[\frac{1}{F(2-F)} + \frac{B}{\pi} \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) \right],$$

где B – отношение расстояния между центрами трубок с паром к их диаметру; $F = 1 - \left[\sqrt{B^2 - 1} - \arccos(1/B) \right] / B$ – доля излучения, поглощаемая трубками; $\varepsilon_1 = 0.85$ – коэффициент поглощения труб. Было найдено $\varepsilon_f = 0.75$.

2. Рассчитывалось общее сопротивление излучению по формуле

$$g_f = A_T / \left[\frac{1}{C\varepsilon_1} + \frac{(1-\varepsilon_g)}{(1-C\varepsilon_g)} \left(\frac{1}{\varepsilon_g} - 1 \right) \right],$$

в которой A_T – общая внутренняя поверхность камеры; C – доля общей поверхности, перекрываемой поверхностью поглощения излучения; ε_g – средний коэффициент излучения газа (по рекомендации [2] $\varepsilon_g = 0.3$). Найдено $g_f = 3.09$.

3. Рассчитывается температура продуктов сгорания по формуле

$$T_f = T_0 + h_f / \bar{c}_p,$$

где h_f – энтальпия продуктов сгорания; \bar{c}_p – их средняя по камере теплоемкость; T_0 – начальная температура. Получено $T_f = 2214$ К.

4. Расчеты температуры T_1 стенок паровых трубок проводились из следующих соображений: потребление тепла в установке, работающей на перегретом паре, должно мало отличаться от теплопотребления в установке ВСВ [2], так как основные затраты энергии на нагрев угля и испарение из него воды одни и те же. Изменение имеет место только за счет уменьшения выноса тепловой энергии в атмосферу, так как в установке, работающей на паре, расход газа в атмосферу уменьшится на величину прихода газов от горелки. С учетом этого эффекта затраты тепла в установке на перегретом паре составляют около 151000 Дж/с. Чтобы восполнить эти затраты, каждая из 40 трубок с паром должна получать энергию $q_{mp} = 3755$ Дж/с. Этот поток тепла передается от стенок трубки пару в соответствии с законом теплообмена

$$q_{mp} = A_{mp} \alpha (T_1 - T_{cp}),$$

где T_{cp} – средняя по длине трубок температура пара; α – коэффициент теплоотдачи. Из этой формулы находим

$$T_1 = \frac{(T_{вх} + T_{вых})}{2} + \frac{q_{mp}}{A_{mp} \alpha}.$$

При расчетах полагалось $T_{вх} = 393$ °С, $T_{вых} = 593$ °С. Коэффициент α вычислялся через число Nu: $\alpha = \lambda \text{Nu}/d$, где λ – коэффициент теплопроводности пара; $\text{Nu} = 0.0214 \text{Re}_{mp}^{0.8} \text{Pr}_{mp}^{0.4}$; $\text{Re}_{mp} = \frac{4G}{N\pi d\eta}$; теплопроводность $\lambda = 0.045 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}}$ и вязкость $\eta = 0.0000173 \text{ Па} \cdot \text{с}$ брались при средней температуре $(T_{вх} + T_{вых})/2$. Получено $T_1 = 633$ К.

5. Перерасчет коэффициента сопротивления передачи теплоты излучением с учетом передачи теплоты конвекцией.

На участке конвективного теплообмена с целью улучшения теплообмена широко применяют оребренные трубы и другие конструкции с развитой поверхностью. Однако первые ряды труб получают существенное количество теплоты излучением. Чтобы не ухудшать радиационный теплообмен, в этих рядах не применяют труб с развитыми поверхностями. Учет совместного влияния переноса теплоты излучением и конвекцией усложняет расчеты на этом участке. Вместе с тем в [2] указано, что передача теплоты конвекцией может достигать 10 % от передачи теплоты излучением. Поэтому предполагая хорошую конструкцию участка конвекции, увеличим коэффициент q_f на 10 % и положим $g_{f1} = g_f + 0.1g_f$. Получим $g_{f1} = 3.399$.

6. Решение уравнения для приведенной эффективности топки. Расчет тепловой эффективности передачи теплоты теплоприемнику. В модели перемешанного потока вводится безразмерная величина $\bar{Q} = \frac{Q_g}{\dot{m}h_f} \left(1 - \frac{T_0}{T_f}\right)$, которая называется приведенной эффективностью топки.

$Q_g = \dot{m}(h_f - h_0)$; \dot{m} – расход горючего; h_0 – энтальпия газа на выходе из топки. Для \bar{Q} выведено [2] алгебраическое уравнение

$$\frac{\bar{Q}}{d} \bar{D} d = \left(1 - \frac{\bar{Q}}{d}\right)^4 - \left(\frac{T_1}{T_f}\right)^4 + \bar{L} \left(1 - \frac{\bar{Q}}{d} - \frac{T_e}{T_f}\right),$$

где $\bar{D} = \dot{m} h_f / \left[g_{f1} \sigma T_f^4 \left(1 - \frac{T_0}{T_f}\right) \right]$; $\bar{L} = \frac{\alpha_L A_L}{g_{f1} \sigma T_f^3}$; $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – постоянная Стефана–Больцмана; A_L – площадь поверхности отражателя; α_L – коэффициент теплопередачи от топочных газов к окружающей среде; T_e – наружная температура; $d = 1.2$ – экспериментальный коэффициент, учитывающий степень перемешивания газов в топочной камере.

В начальной итерации задаемся значением $\dot{m} = 0.05343 \text{ кг/с}$, равным приходу продуктов сгорания в нагревателе ВСВ [1]. Полагаем $T_e = 273 \text{ °С}$, $A_L = 7 \text{ м}^2$, $\alpha_L = 0.3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$, $T_0 = 273 \text{ °С}$. Вычисляем $\bar{D} = 0.0383$, $\bar{L} = 0.001$.

Уравнение для приведенной эффективности \bar{Q} решаем численно методом Ньютона. Находим $\bar{Q} = 0.6894$. Находим тепловой коэффициент передачи теплоты теплоприемнику

$$\eta = \left[\bar{Q} - \frac{\bar{L}}{\bar{D}} \left(1 - \frac{\bar{Q}}{d} - \frac{T_e}{T_f}\right) \right] / \left(1 - \frac{T_0}{T_f}\right) = 0.7774.$$

Таким образом, теплоприемнику передается $q_f = \eta \dot{m} h_f$ Дж/с, вычисляем и находим $q_f = 120910 \text{ Дж/с}$. Но для процесса сушки надо $q = 151000 \text{ Дж/с}$. Поэтому увеличиваем расход \dot{m} . При найденном значении η он должен быть равен $\dot{m}_1 = q / (\eta h_f)$. Проводим расчет для уточненной величины $\dot{m}_1 = 0.06673$. Находим $\eta_1 = 0.7554$ и $\dot{m}_2 = 0.06867$. Подставляя \dot{m}_2 , вычисляем $\eta_2 = 0.7525$ и $\dot{m}_3 = 0.06893$. Затем находим $\eta_3 = 0.7520$ и $\dot{m}_4 = 0.06897$. И, наконец, получаем $\eta_4 = 0.7520$, $\dot{m}_5 = 0.06897$. Процесс вычислений при $\dot{m}_5 = 0.06897$ заканчиваем.

Следовательно, для передачи пару количества тепла $q = 151000 \text{ Дж/с}$ необходимо использовать 0.06897 кг/с продуктов сгорания, которые могут быть получены при сжигании $\frac{0.06897}{4.5} = 0.0153 \text{ кг/с}$ природного газа. В технологии ВСВ для получения необходимого тепла требуется сжигать 0.0119 кг/с природного газа. Разница составляет 0.0034 кг/с . В перерасчете на энергию, затрачиваемую на производство 400 кг/ч брикетов, возникающая разница эквивалентна энергии, которую можно получать при сжигании 1.7% высушенного угля.

Литература

1. Патент РФ 2332443. Способ брикетирования (варианты) / Кларк К.Н. (AU), Калб Д.В. (US), Комарек Р. (US), Микинз Р.Л. (AU), Пирсон А.К. (AU) / Опубл. 2008 г.
2. Справочник по теплообменникам: в 2 т. Т. 2. М.: Энергоатомиздат, 1987. 352 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО ТРУБОПРОВОДА ДЛЯ ТРАНСПОРТИРОВКИ ГАЗОГИДРАТНОЙ ЭМУЛЬСИИ ИЗ МОРСКИХ ГЛУБИН

А.А. Калашникова, А.В. Бунякин

Приведено описание схемы транспортировки газогидратной эмульсии из морских глубин. Представлена математическая модель течения среды в разрабатываемом аппарате.

MODELING OF THE VERTICAL PIPELINE TO TRANSPORT HYDRATE EMULSIONS FROM THE SEA DEPTH

A.A. Kalashnikova, A.V. Bunyakin

Description of the transportation scheme hydrate emulsions from the sea depth is presented. The mathematical model of flowing of the agent in the designed apparatus is presented.

В последние десятилетия наблюдается активизация исследований по газогидратной тематике. Это обусловлено рядом причин: газовые гидраты рассматриваются как потенциальное горючее ископаемое, как возможный источник поступления парникового газа в атмосферу, как фактор, влияющий на устойчивость континентальных и островных склонов, как компонент среды, осложняющий хозяйственную деятельность при освоении морских природных ресурсов.

Мировой интерес к природным газовым гидратам как к возможным энергетическим ресурсам, способным восполнить дефицит углеводородного сырья в будущем, стимулирован, прежде всего, предполагаемыми огромными количествами сосредоточенного в гидратах газа. Согласно имеющимся оценкам, содержание газа в газовых гидратах составляет от $2 \cdot 10^{14}$ до $7,6 \cdot 10^{18}$ м³ [1]. Разброс в оценках свидетельствует о неясности на сегодняшний момент самого главного – каковы в действительности масштабы газогидратности недр, и в первую очередь морских. Многочисленные исследования показали, что газ, участвующий в формировании скопленных природных газовых гидратов (СПГ), является продуктом жизнедеятельности анаэробных бактерий [2]. При разложении бактериями органического материала в придонных отложениях выделяются метан и другие газообразные продукты, в том числе углекислый газ, сероводород, этан и пропан. Молекулы всех этих газов могут входить в структуру гидратов, но обычно присутствие метана является преобладающим. Специалисты сходятся на том, что в СПГ содержится примерно 20 000 трлн м³ метана. Примерно 99 % этого метана находится в отложениях под морским дном [2].

Природные газовые гидраты представляют собой метастабильный материал, образование которого зависит от температуры, давления, химического состава газа и воды и других факторов. Среди различных морфологий газогидратов выделяют гель-кристаллы, которые образуются в объеме воды из растворенного в ней газа при достижении условий гидратообразования. Как показали результаты экспедиций на исследовательском судне «Профессор Водяницкий» в Черном море (2002–2006) [3], если выход метана находится достаточно глубоко под водой, газ увязывается в составе так называемого «теплого льда», который периодически прорывают свободные, очень мощные выбросы газа. Во многих местах со дна поднимаются более скромные струи метана, расплывающиеся облаками и называемые сипами. Сипов много у берегов Кавказа и возле побережий Грузии и Болгарии.

В соответствии с условием гидратообразования Гаммершмидта при температуре воды 2 °С на глубине 350 м (давление 3,5 МПа) ниже уровня моря, в толще морской воды существуют газовые гидраты:

$$T_0 - 273,16 \leq 20,68 \left(\frac{P_0}{10^6} \right)^{0,268} - 17,76, \quad (1)$$

где T_0 – абсолютная температура; К; P_0 – давление, Па.

Данное обстоятельство подтверждается данными исследований Черного моря и результатами лабораторных экспериментов [2, 3].

Основной особенностью предлагаемой схемы транспортировки газогидратной эмульсии из морских глубин является почти полная энергетическая независимость комплекса, т.е. компенсация гидравлических потерь за счет энергии, выделяющейся из растворенного газа и его гидратов при уменьшении давления. Поисковый трубопровод представляет собой почти вертикальную трубу из высокомолекулярного полиэтилена, нижний край которой погружен в морскую воду на глубину 350 м, а верхний близок к уровню поверхности. При создании вакуума наверху поискового трубопровода в трубе возникает восходящее течение потока суспендированных кристаллогидратов и растворенных газов. По мере понижения давления из растворенного состояния гидратов выделяется и устремляется вверх газ, превращая поток в эмульсию, которая с пузырьками всплывает под действием выталкивающей силы. Приближаясь к поверхности, такое течение может переходить в пузырьковое, а затем в верхней части трубопровода возникнет газовая полость. При выпуске газа из этой полости в специализированную емкость наблюдается понижение давления во всей трубе, что компенсирует гидравлические потери, т.е. поддерживает течение вверх (режим газлифта).

Таким образом, первоначальным созданием вверху трубы закрытой воздушной полости, погружением ее нижнего края на глубину порядка 350 м в слой суспендированных кристаллогидратов, созданием разрежения в газовой полости организуется работа поискового трубопровода без внешних источников энергии. Полная энергонезависимость плавучей установки может быть обеспечена еще и тем, что можно использовать энергию смещения трубопровода относительно основной платформы при волновом движении.

Математическая модель течения среды в аппарате, полученная из формулы гидравлических потерь с применением теории сплошности, выглядит следующим образом:

$$\alpha p^2 + 2\alpha\beta p + \alpha\beta^2 + \gamma = e^{-2\alpha(H_0-H)} \times (\alpha p_0 + 2\alpha\beta p_0 + \alpha\beta^2 + \gamma), \quad (2)$$

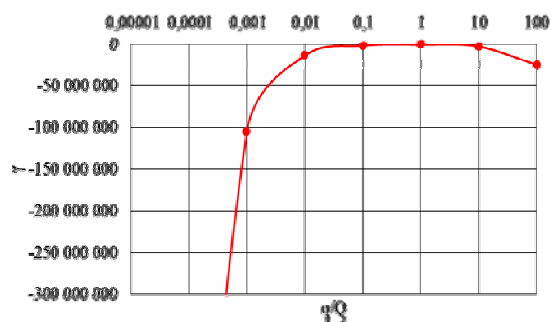
где $\alpha = \frac{qg\mu}{QRT}$, м⁻¹; q – массовый расход газа в транспортируемом потоке, кг/с; Q –

массовый расход воды в транспортируемом потоке, кг/с; $g = 8,91$ м/с², ускорение свободного падения; $\mu = 0,018$ кг/моль, молярная масса газа (применительно к метану); $R = 8,31$ Дж/К·моль – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная

температура, К; $\beta = \frac{(Q-q)\rho_*RT}{q\mu}$, Па; $\rho_* = 1010$ кг/м³, плотность морской воды;

$\gamma = \frac{8\lambda Q^3 RT}{\pi^2 d^5 q \mu}$, Па²/м; $\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}$ – коэффициент гидравлического трения по

формуле Шифринсона; $\Delta = 0,001$ м, шероховатость трубы; d – диаметр поискового трубопровода для транспортировки газогидратной эмульсии, м; $p = 3,5 \cdot 10^6$ Па, абсолютное давление газожидкостной смеси на глубине 350 м; $p_0 = 10^5$ Па, абсолютное давление газожидкостной смеси вверху трубопровода; $H_0 = 350$ м, глубина погружения нижнего края трубопровода; $H = 0$ м, глубина погружения верхнего края трубопровода.

Рис. 1. Зависимость $\gamma = f(q/Q)$

Данная модель позволяет определять требуемый диаметр трубопровода для транспортировки газогидратной эмульсии с заданной глубиной погружения. Смоделированная зависимость $\gamma = f(q/Q)$ представлена на рис. 1.

Данная зависимость косвенно означает, что наименьший требуемый диаметр трубопровода, обеспечивающий необходимый расход газожидкостной среды, будет достигнут в случае равного и постоянного массового расхода газа и жидкости в трубе, что и является принятым допущением теории сплошности транспортируемой газогидратной среды.

Литература

1. Соловьев В.А. Природные газовые гидраты как потенциальное полезное ископаемое // Российский химический журнал (Журнал Российского химического общества им. Д.И. Менделеева). 2003. Т. XLVII, № 3. С. 59–69.
2. Коллет Т.С., Льюис Р., Такаши У. Растущий интерес к газовым гидратам // Schlumberger. Нефтегазовое обозрение. 2001. Т. 6, № 2. С. 38–54.
3. Исключительное значение Черного моря для Украины [Электронный ресурс]. URL: <http://www.alligator.org/publ/3-1-0-369.htm>. (дата обращения: 16.03.2012).

О ЗАДАЧЕ ТЕРМОУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

А.В. Кияшко

Описывается конечно-элементная модель рудно-термической печи и разливочного ковша на языке программирования «Ядро» пакета программ «Композит-НК». Решение задачи о термоупругом деформировании конструкций представлено серией задач расчета статических деформаций при найденном численно поле температур.

ABOUT THE PROBLEM THERMOELASTICITY DEFORMATION SPATIAL STRUCTURES

A.V. Kiyashko

It is described the finite-element model of the ore-smelting furnaces and ladle in the programming language "Yadro" software package "Composite-NC". The solution of the problem of thermoelastic deformation of the structures represented by series problems on calculation of static deformations for found numerical field of temperatures.

Сегодня день создание новых конструкций и усовершенствование существующих нельзя представить без этапа математического моделирования. Ведь в ходе процессов, протекающих на производстве, происходят сильные тепловые нагрузки

на используемые конструкции. В связи с этим является актуальной задача о термоупругом деформировании конструкций.

Задача расчета полей перемещений конструкции при термоупругом деформировании в общем виде представляет собой серию задач расчета статических деформаций при определенном заданном поле температур, фиксированном в конкретный момент времени [3]. Решение задачи термоупругости условно можно разделить на два этапа. На первом этапе решается задача теплопроводности, в результате которой получаем поле распределения температур в конструкции в зависимости от времени. На втором этапе рассматривается статическая задача расчета напряженно-деформированного состояния конструкции. В том числе в качестве граничных условий выступает температурное поле, рассчитанное на первом этапе при фиксированном времени. Задача решается численно методом конечных элементов.

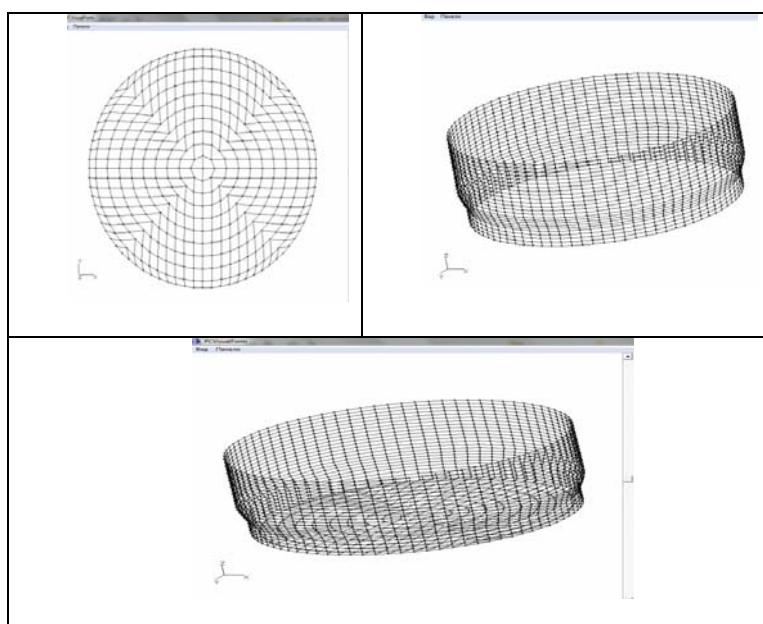


Рис. 1. Конечно-элементная модель внутренней поверхности рудно-термической печи

В ходе решения задачи применяются численные методы и пакеты прикладных программ. На первом этапе решение задачи теплопроводности проводится в пакете программ «Огнестойкость». На втором этапе расчет напряженно-деформированного состояния конструкции проводится в пакете программ «Композит-НК». Для применения прикладных пакетов необходимо построить конечно-элементную модель и задать её структуру с помощью встроенного в пакет языка программирования «Ядро» [2].

В рамках решения задачи о термоупругом деформировании рассмотрим модели конструкций, используемые в процессе производства ферросплавов, а именно модель рудно-термической печи, разливочного ковша. Ванна ферросплавной печи имеет форму цилиндра, изнутри футеруемого шамотным кирпичом. Снаружи конструкция покрыта стальным кожухом. Ковш имеет форму усеченного конуса с большим основанием вверху, при этом ковш имеет сварной кожух, выполненный из стали, а изнутри футеруется огнеупорным шамотным кирпичом.

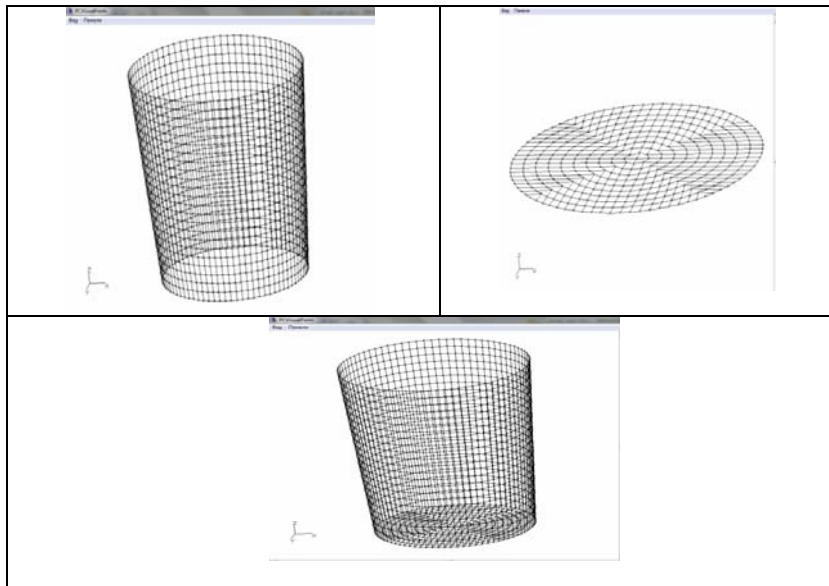


Рис. 2. Конечно-элементная модель внутренней поверхности разливочного ковша

При разработке конечно-элементной модели, были введены входные параметры, которые позволяют скорректировать размер конструкции, частоту разбиения боковой части. Была разработана конечно-элементная модель облицовки рудно-термической печи, которую можно назвать типовой, на основании ее при незначительном изменении файлов, формирующих конечно-элементную модель, были получены модели внутренней поверхности рудно-термической печи и разливочного ковша (рис. 1, 2). При моделировании использовался четырехузловой пространственный конечный элемент в виде пластины.

Рассматривалась математическая постановка задачи на первом этапе. Уравнение теплопроводности в сплошной среде имеет вид

$$K_{xx} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K_{yy} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + K_{zz} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + Q = \rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial t}.$$

Задавались условия на границе. Обозначили за $S1$ – область внутренней поверхности, а за $S2$ – внешнюю область. Объединение $S1$ и $S2$ образует полную границу. Граничные условия на $S1$ имеют вид: $T = T_{S1}(s)$, где $T_{S1}(s)$ – температура на границе $S1$, которая является функцией от координат точек поверхности $S1$ и времени.

Граничные условия на $S2$ задавались в виде

$$K_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} l_x + K_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} l_y + K_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} l_z + h(T - T_{\infty}) = 0.$$

На втором этапе формулируется математическая постановка задачи для расчета напряженно-деформированного состояния конструкции при тепловом воздействии за время t . Определяется поле перемещений, исходя из условия минимума потенциальной энергии при заданных кинематических граничных условиях.

Уравнение полной потенциальной энергии можно записать в виде

$$\Pi = \Lambda - W.$$

Энергия деформации на отдельном элементе может быть представлена в виде

$$\Lambda^{(e)} = \frac{1}{2} \int_{V^{(e)}} \left(\{U\}^T [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] \{U\} - 2 \{U\}^T [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] \{\varepsilon_0^{(e)}\} + \{\varepsilon_0^{(e)}\}^T [D^{(e)}] \{\varepsilon_0^{(e)}\} \right) dV.$$

Работа, совершаемая внешними силами, может быть представлена в трёх видах:

$$W = W_c + W_p + W_b.$$

С учетом дискретизации расчетной области, запишем выражение для полной потенциальной энергии:

$$\Pi = \sum_{e=1}^E \left[\frac{1}{2} \int_{V^{(e)}} \{U\}^T [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] \{U\} dV - \int_{V^{(e)}} \{U\}^T [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] \{\varepsilon_0^{(e)}\} dV - \int_{V^{(e)}} \{U\}^T [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} X^{(e)} \\ Y^{(e)} \\ Z^{(e)} \end{Bmatrix} dV - \int_{S^{(e)}} \{U\}^T [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} \rho_x^{(e)} \\ \rho_y^{(e)} \\ \rho_z^{(e)} \end{Bmatrix} dS \right] - \{U\}^T \{P\}.$$

В итоге дифференцирования (11) получаем систему уравнений:

$$[K]\{U\} = \{F\}.$$

Решая систему уравнений, получаем перемещения в узлах элементов при рассчитанном температурном воздействии на момент времени t . Используя дифференциальный оператор и физический закон Гука, можно определить поле деформаций и напряжений в рассматриваемой конструкции.

Если необходимо, можно построить поля перемещений с учетом механических и тепловых нагрузок.

Литература

1. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 541 с.
2. *Каледин В.О.* Концепция языка программирования «Ядро» / НФИ КемГУ. Новокузнецк, 2008. 47 с.
3. *Коваленко А.Д.* Основы термоупругости. Киев: Наукова думка, 1970.
4. *Производство ферросилиция: справочник* / Под ред. Ю.П. Снитко. Новокузнецк, 2000. 426 с.
5. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988.
6. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с.

К ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПАРОГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА

В.В. Коледин

В линейном приближении рассмотрена задача о теории развития неустойчивости парогазового пузырька.

TO THE LINEAR THEORY OF INSTABILITY GAS BUBBLES

V.V. Koledin

In this work is represented the linear approximation of the combined-cycle bubble's instability problem.

Известно, что паровой пузырёк в жидкости за счёт действия капиллярных сил на межфазной поверхности всегда неустойчив [1, 2]. Будем считать, что в паровом

пузырьке находится газовый зародыш. Для анализа развития неустойчивости запишем в линейном приближении основные уравнения, описывающие радиальное движение пузырька в жидкости. Пусть T_0 , a_0 , p_0 , p_{v0} и p_{g0} – температура, радиус пузырька, значение давления жидкости и пара в пузырьке, а также давление газового зародыша, при этих параметрах пузырёк находится в состоянии равновесия, тогда имеем [2]:

$$p_{v0} + p_{g0} = p_0 + 2\sigma/a_0, \quad T_0 = T_s(p_{v0}). \quad (1)$$

Здесь σ – коэффициент поверхностного натяжения; $T_s(p_{v0})$ – равновесная температура фазовых переходов, соответствующая значению давления p_{v0} .

Поскольку согласно (1) давление в пузырьке всегда больше, чем давление в жидкости, то жидкость в парогазовом пузырьке всегда перегрета по отношению к равновесной температуре β для давления жидкости вне пузырька:

$$p_0 (T_0 > T_s(p_0)) .$$

Рассмотрим малые отклонения радиуса парового пузырька от значения a_0 . Текущее значение радиуса представим как $a = a_0 + a'$, ($|a'| \ll a_0$), где a' – возмущение радиуса. В дальнейшем, как это принято в акустике, знак штрих после линеаризации будем опускать. Запишем уравнение Релея–Ламба для возмущений радиуса a , давления пара p_v и давления газа p_g , полагая, что давление в жидкости p постоянно ($p = p_0$):

$$\rho_l^0 \left(a_0 \frac{d^2 a}{dt^2} + \frac{4\nu_l^{(H)}}{a_0} \frac{da}{dt} \right) = p_v + p_g + \frac{2\sigma}{a_0^2} a. \quad (2)$$

Исходя из закона сохранения массы, запишем уравнение для изменения массы парового пузырька:

$$\frac{1}{\rho_{v0}} \frac{\partial p_v}{\partial t} + \frac{3}{a_0} \frac{\partial a}{\partial t} = \frac{3\lambda_l}{a_0 \rho_{v0} l} \left(\frac{\partial T_l}{\partial r} \right)_{a_0}. \quad (3)$$

Чтобы определить тепловой поток к поверхности пузырька, необходимо записать уравнение теплопроводности жидкости вокруг пузырька:

$$\rho_l^0 c_l \frac{\partial T_l}{\partial t} = \lambda_l \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_l}{\partial r} \right), \quad (4)$$

где ρ_l^0 , ρ_v^0 , T_l , ν_l , c_l , λ_l , l – плотность жидкости, возмущение температуры, коэффициент поверхностного натяжения, вязкость жидкости, теплопроводность жидкости, теплота парообразования, удельная теплоёмкость пара при постоянном давлении, показатель адиабаты.

Граничные условия для уравнения теплопроводности в жидкости примем как

$$T_l = T_a \text{ при } r = a_0 \text{ и } T_l = 0 \text{ при } r = \infty. \quad (5)$$

Решение уравнений (2), (3) и (4) ищем в виде

$$a = A_a e^{\lambda t}, \quad T_v = A_v e^{\lambda t}, \quad T_l = A_r(r) e^{\lambda t}, \quad (6)$$

где λ и A_a , A_v , $A_T(r)$ – соответственно инкремент (определяющий характерное время $t=1/\lambda$, в течение которого амплитуда колебаний возрастает в e раз) и амплитуды колебаний радиуса пузырька, давления пара и температуры жидкости.

Подстановка (6) в уравнения (2), (3) и (4) дает следующие выражения:

$$\left(\rho_l^0 \lambda^2 a_0 + \frac{4\nu_l \lambda \rho_l^0}{a_0} + \frac{3p_{g0}}{a_0} - \frac{2\sigma}{a_0^2} \right) A_a - \frac{(\rho_{v0}^0 l + p_{g0})}{T_0} A_v = 0, \quad (7)$$

$$\frac{3\lambda}{a_0} A_a + \frac{\dot{p}_v}{\rho_{v0}} \lambda A_v - \frac{3\lambda_l}{a_0 \rho_{v0}^0 l} \left(\frac{\partial A_T(r)}{\partial r} \right) = 0, \quad (8)$$

$$r^{-2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dA_T(r)}{dr} \right) = k^2 A_T(r) \quad k = \sqrt{\lambda / \nu_l^{(T)}} \quad \nu_l^{(T)} = \lambda_l / \rho_l^0 c_l, \quad (9)$$

где $\nu_l^{(T)}$ – коэффициент температуропроводности жидкости.

Общее решение уравнения (9) имеет вид:

$$A_T(r) = \frac{C_1 \exp(kr) + C_2 \exp(-kr)}{r}. \quad (10)$$

Из граничных условий (5) получаем

$$C_2 = a_0 \exp(ka_0) A_v, \quad C_1 = 0. \quad (11)$$

Учитывая выражения (11), вместо (10) имеем:

$$A_T(r) = A_v \frac{a_0}{r} \exp(k(a_0 - r)). \quad (12)$$

На основании этого решения имеем:

$$\left(\frac{dA_T(r)}{dr} \right)_{a_0} = -A_v \frac{(1 + ka_0)}{a_0}. \quad (13)$$

После подстановки (13) в уравнение (8) получим:

$$3 \frac{\lambda}{a_0} A_a + \left(\beta \nu_l^{(T)} \frac{(1 + ka_0)}{a_0^2} + \lambda \right) A_p = 0, \quad (14)$$

$$\beta = 3(\gamma - 1) (c_{pv} T_0 / l)^2 (\rho_l^0 c_l / \rho_{v0}^0 c_{pv}). \quad (15)$$

Система уравнений (8) и (14) для амплитуд возмущений A_a и A_p является линейно однородной. Чтобы система имела нетривиальное решение ($A_a \neq 0$ и $A_p \neq 0$), необходимо равенство нулю определителя, составленного из коэффициентов A_a и A_p . Из этого условия получаем характеристическое уравнение

$$\psi(\lambda) = \rho_l^0 \lambda^2 a_0^2 + 4\rho_l^0 \lambda \nu_l^{(\mu)} + \frac{3p_{v0} Y^2 \left(1 + \frac{p_{g0}}{\rho_{v0}^0 l} \right)}{Y^2 + \beta(1 + Y)} + 3p_{g0} - \frac{2\sigma}{a_0} = 0, \quad (16)$$

$$Y = a_0 k = \sqrt{a_0^2 \lambda / \nu_l^{(T)}}.$$

Видно, что функция $\psi(\lambda)$ при $\lambda \geq 0$ непрерывна и удовлетворяет условиям

$$\psi(0) = -2\sigma/a_0 < 0 \quad \text{и} \quad \psi(\lambda) \rightarrow +\infty \quad \text{при} \quad \lambda \rightarrow \infty. \quad (17)$$

Следовательно, уравнение (16) относительно λ всегда имеет положительный корень. В уравнении (16) первое, второе и третье слагаемые выражают эффекты радиальной инерции жидкости, вязкости жидкости и процессов тепломассообмена на развитие неустойчивости.

Литература

1. Шаганов В.Ш. Об устойчивости пузырьковой парожидкостных сред // Изв. АН СССР. 1986. № 50. С. 516–522.
2. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1. 464 с.; Ч. 2. 360 с.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАМКИ ПРИБОРА ПРИ МЕХАНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

А.А. Кулешов, В.А. Солоненко

Разработана численная модель унифицированной конструкции рамки прибора бортовой аппаратуры (БА) космического аппарата (КА) для исследования её в НДС.

COMPUTER MODELLING OF THE DEVICE'S FRAMEWORK AT MECHANICAL INFLUENCE

A.A. Kuleshov, V.A. Solonenco

Designing numerical model of the unify framework's construction of onboard equipment's device of the space vehicle for its research in the intense-deformed condition.

Современные искусственные спутники Земли (ИСЗ) для связи и телерадиовещания представляют собой космические аппараты (КА), оснащенные крупногабаритным негерметичным приборным отсеком (ПО) в виде блочно-модульной конструкции на основе плоских сотовых панелей, несущие на себе элементы радиотехнической бортовой аппаратуры (БА).

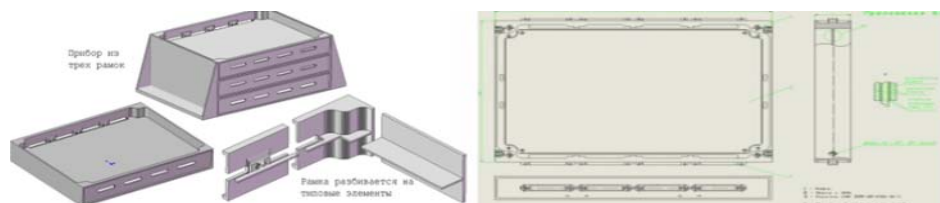


Рис. 1. Внешний вид и чертеж унифицированной конструкции бортовой РЭА КА

В данной работе рассматривается вопрос моделирования унифицированной конструкции БА КА для проведения различных видов численного анализа, чертёж которой представлен справа на рис. 1.

Корпус рамки РЭА изготовлен из алюминиевого сплава методом фрезеровки. Текстолитовая печатная плата размещена на центральной части рамки. На печатной плате устанавливаются электрорадиоэлементы (ЭРЭ).

Для построения математической модели [1] в конструкторской среде SolidWorks [2] корпус рамки был представлен в виде сборки двух основных конструктивных элементов: уголок и средняя составная часть. На этом этапе вносятся упрощения, связанные с отбрасыванием несущественных деталей.

Далее, средствами интерфейса SolidWorks они импортируются в среду многоцелевого конечно-элементного пакета программы ANSYS [1] и используются как типовые элементы при дальнейшем построении конечно-элементной модели.

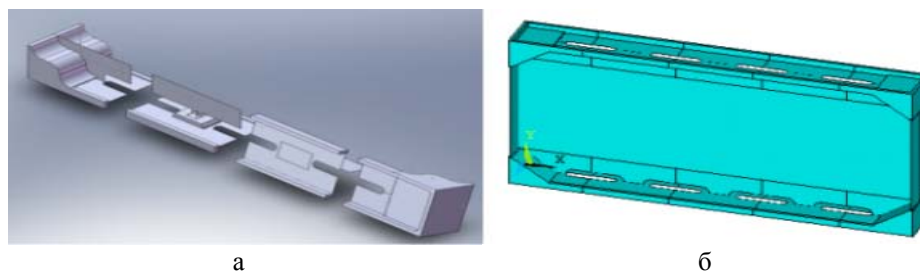


Рис. 2. Конструктивные элементы корпуса рамки РЭА КА (а) и сборка корпуса рамки РЭА КА из конструктивных элементов (б)

Средствами графического интерфейса программы Ansys, а также при помощи встроенного языка программирования APDL создан алгоритм параметризованного построения рамки прибора из составных элементов.

В среде Ansys эти составные части конструкции использованы как база данных для параметризованного построения геометрической модели. Таким образом, геометрическая модель рамки представляет собой смесь тонкостенных оболочек и твердотельных трехмерных элементов [1], которые присутствуют в уголках и промежуточной средней части. Сочетание объёмных и оболочечных элементов позволяет в дальнейшем получить более простую расчетную модель, а также возможность параметризованного построения рамки в целом. Общий вид рамки прибора показан на рис. 2, б.

При помощи APDL созданы алгоритм размещения ЭРЭ на примере реальной модели рамки БА с ЭРЭ и алгоритмы создания КЭМ одного модуля и последующего соединения определенного их количества между собой (рис. 3).

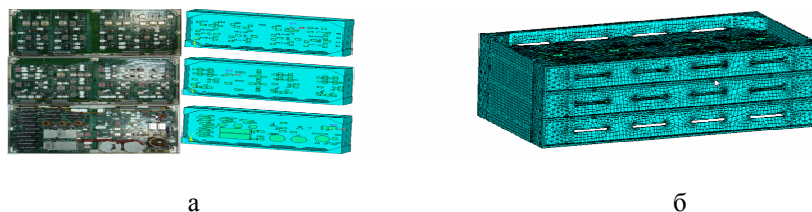


Рис. 3. Результат работы алгоритма размещения ЭРЭ (а) и алгоритма сборки определенного количества рамок (б)

Основные допущения и приближения, которые вводятся при построении расчетной КЭМ, касаются выбора геометрической формы ЭРЭ, способов их крепления и расположения на печатной плате. Элементы имеют упрощенный вид, представляют собой цилиндрические и кубические пластины, жестко закрепленные на печатной плате.

КЭМ одного модуля рамки БА имеет следующие характеристики: количество узлов модели ~ 22.000; количество элементов модели ~ 21.000.

Оптимальное количество КЭ найдено, используя понятие сеточной сходимости. Чтобы проверить принципиальную работоспособность и адекватность модели, был проведен модальный анализ конструкции прибора, состоящего из нескольких рамок [3]. При этом, исходя из специфики задачи и выбранного вида расчета в САЕ-системе, считается, что модель ведет себя линейно.

В таблице приведены полученные значения собственных частот колебаний модульной конструкции.

Номер моды	Значение собственной частоты (Гц)
1	246
2	268
3	295
4	390
5	395
6	514
7	613
8	616
9	730
10	762

В качестве примера на рис. 4 приведена форма колебания первой и второй моды.

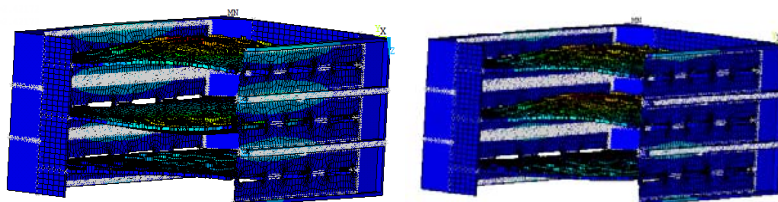


Рис.4. Форма колебания первой и второй моды модульной конструкции

Анализ полученных результатов показал:

- в диапазоне до 1кГц найдены первые 10 собственных частот конструкции, связанных с изгибными колебаниями центральной части рамки;
- подтверждено адекватное взаимодействие всех компонентов сборки.

Вывод: в рамках поставленной задачи разработаны специализированные алгоритмы автоматизации создания параметризованных численных моделей рамок БА КА и, как следствие, реализованы принципы оптимального проектирования.

Литература

1. Басов К. А. ANSYS в руках инженера / Под ред. Д.Г. Красковского. М.: КомпьютерПресс, 2002. 224 с.
2. Анатолий Прерис. SolidWorks 2005/2006. М.; СПб., 2006. 528 с.
3. Бутов В.Г. Математическая модель и пакет программ механического анализа бортовой аппаратуры / В.Г. Бутов, С.Б. Сунцов, А.А. Хвалько, А.А. Яшук. Томск: НИИ ПММ ТГУ, 2008. 2 с.
4. Огородникова О.М. Введение в компьютерный конструкционный анализ: Методические указания по курсу «Компьютерная диагностика». Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2001. 47 с.
5. Хвалько А.А. Алгоритмы и программа моделирования напряженно-деформированного состояния унифицированных конструкций бортовой радиоэлектронной аппаратуры перспективных спутниковых платформ при механических воздействиях: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск: НИИ ПММ ТГУ, 2008.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА VOF ДЛЯ РАСЧЕТА ПРОЦЕССА ЗАПОЛНЕНИЯ ПЛОСКОГО КАНАЛА

Д.Р. Масалимов, Е.И. Борзенко

В данной работе продемонстрирована возможность метода VOF при решении задачи о заполнении канала вязкой жидкостью со свободной поверхностью.

USE OF VOF ALGORITHM FOR CALCULATION OF FLAT CHANNEL FILLING PROCESS

D.R. Masalimov, E.I. Borzenko

In this paper possibility of VOF method at decision on filling problem of the channel by viscous liquid with free surface is shown.

Движение ньютоновской несжимаемой жидкости в поле силы тяжести описывается уравнением Навье–Стокса и уравнением неразрывности, которые в безразмерной форме имеют вид:

$$\begin{cases} \text{Re} \frac{d\mathbf{U}}{dt} = -\text{grad } p + \Delta \mathbf{U} + \mathbf{W}, \\ \text{div} \mathbf{U} = 0, \end{cases}$$

где \mathbf{U} – вектор скорости; t – время; p – давление. В задачу вошли два безразмерных критерия подобия $\text{Re} = \rho U_0 L / \mu$ – число Рейнольдса, $|\mathbf{W}| = \rho L^2 / \mu U_0 |\mathbf{g}|$ – критерий, характеризующий соотношение гравитационных и вязких сил в потоке жидкости, μ – вязкость, ρ – плотность, U_0 – среднерасходная скорость во входном сечении, L – полуширина канала, \mathbf{g} – вектор ускорения силы тяжести.

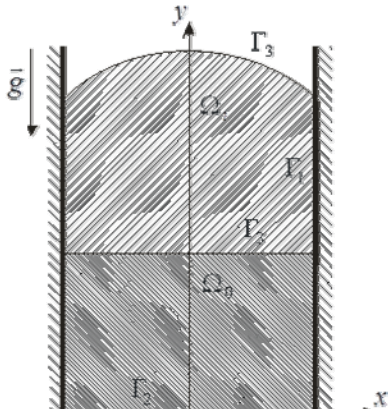


Рис. 1. Область течения

В начальный момент времени жидкость частично заполняет канал и свободная поверхность имеет горизонтальную форму (рис. 1). На твердых стенках Γ_1 выполняется условие прилипания. Во входном сечении Γ_2 профиль скорости имеет параболическую форму, характерную для установившегося течения вязкой жидкости в бесконечном плоском канале.

Поставленная задача решается численно с помощью метода VOF (Volume of Fluid) [1]. Область решения разбивается на контрольные объемы таким образом, что твердые границы совпадают с гранями объемов. Конвективные слагаемые в уравнении движения аппроксимируются разностями против потока, вязкие – центральными разностями. Полученное поле скорости корректируется с помощью поправок давления, для выполнения разностного аналога уравнения неразрывности. Для определения местоположения свободной поверхности с течением времени используется функция F , удовлетворяющая уравнению

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \text{grad } F = 0.$$

Значение $F=0$ соответствует объему, не содержащему жидкость; $F=1$ – полностью заполненному жидкостью; $0 < F < 1$ – объему, через который проходит свободная граница.

Расчеты показали, что с течением времени свободная поверхность приобретает выпуклую форму, которая перемещается вдоль канала со среднерасходной скоростью (рис. 2). Степень выпуклости установившейся свободной поверхности определяется значениями параметров Re и W . При этом ошибка выполнения закона сохранения массы не превышает 3% в случае расчета на сетке с шагом по пространству 1/10.

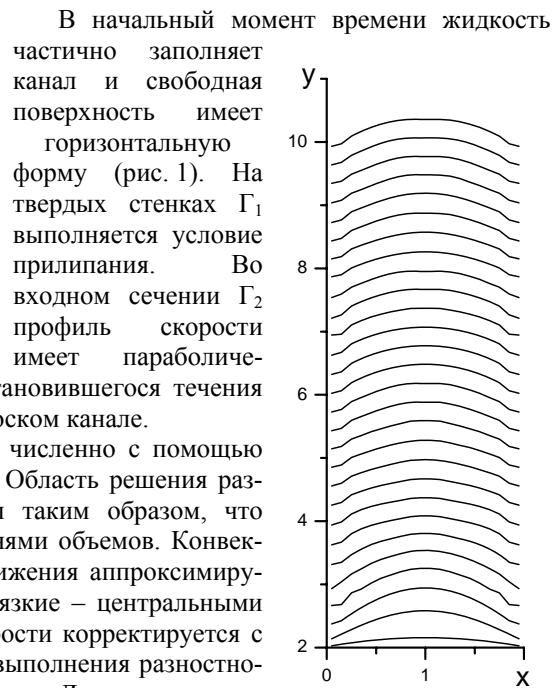


Рис. 2. Эволюция свободной поверхности ($\text{Re}=5$, $W=5$)

Влияние числа Re при постоянном W на выпуклость установившейся формы продемонстрирована на рис. 3. Видно, что с ростом Re выпуклость увеличивается, что объясняется уменьшением вязкости наряду с уменьшением гравитации.

Рисунок 4 иллюстрирует влияние параметра W при постоянном Re на установившуюся форму границы раздела. При прочих равных условиях увеличение значения W можно трактовать как увеличение гравитационных сил, что приводит к уменьшению выпуклости. Сравнение выпуклости с результатами работы [2], где решение получено с помощью численной методики, удовлетворяющей естественные граничные условия, показало расхождение в 20% при $Re=1$.

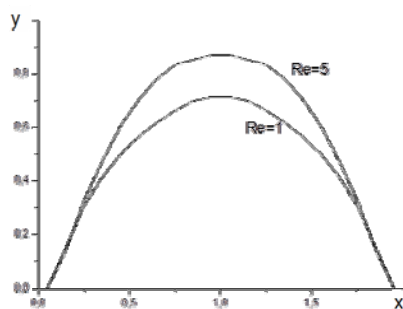


Рис. 3. Выпуклость поверхности при различных Re ($W=5$)

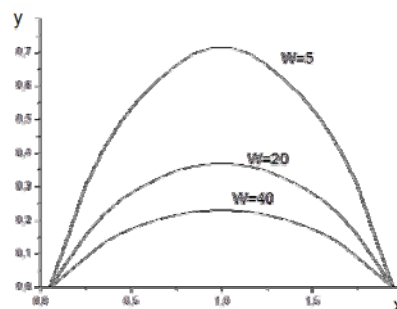


Рис. 4. Выпуклость поверхности при различных W ($Re=1$)

Исследование выполнено при поддержке гранта Президента РФ МК-2100.2012.1.

Литература

1. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of Fluid Method for the Dynamics of Free Boundaries // Journal of Computational Physics. 1981. Vol. 39. P. 201–225.
2. Борзенко Е.И., Якутенок В.А. Эволюция свободной поверхности при заполнении плоских каналов вязкой жидкостью // Изв. РАН. МЖГ. 2008. №1. С. 24–30.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИИ И РАЗРУШЕНИЯ ЛЕГКИХ ЛИСТОВЫХ СПЛАВОВ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЯХ

В.С. Некрасова, А.А. Козулин, М.А. Сухоярский, Н.В. Скрипняк

Представлены результаты экспериментальных и теоретических исследований закономерностей деформации и разрушения образцов из сплава АМг6 при испытаниях на предельные деформации в режиме динамической штамповки (испытания на глубокую вытяжку).

THE NUMERICAL SOLUTION FOR THE DEFORMATION AND FAILURE LIGHTWEIGHT ALLOYS IN DYNAMIC TESTS

V.S. Nekrasova, A.A. Kozulin, M.A. Sukhoyarsky, N.V. Skripnyak

The results of experimental and theoretical investigations of the laws of of deformation and fracture of specimens of alloy AMg6 when tested on the limit strain in the dynamic mode of forming (deep drawing tests).

Актуальность исследований закономерностей пластической деформации, предельных прочностных характеристик в условиях динамического нагружения

сплавов АМг6 определяется дефицитом экспериментальных данных о механическом поведении при больших степенях и высоких скоростях деформации.

Метод определения пластичности при динамических нагружениях листовых сплавов включает в себя двухосное растяжение образцов для испытаний, производимых путем моделирования глубокой вытяжки. При испытаниях сферический индентор со скоростью от 5 до 20 м/с пробивает жестко зафиксированный образец листового материала. При этом материал образца до разрушения испытывает большие пластические деформации.

В процессе проведения экспериментальных исследований на сервогидравлическом стенде Instron VHS 40/50-20 регистрировались изменения во времени усилий и смещения индентора при глубокой вытяжке листа сплава АМг6 2 мм толщины. Получены зависимости предельных деформаций до разрушения алюминиевых сплавов при скоростях нагружения от 5 до 20 м/с. Сложность компьютерного моделирования подобных процессов состоит в правильном подборе моделей деформационного поведения, разрушения и их параметров.

Основные уравнения расчетной модели, предназначенной для описания процесса ударного взаимодействия деформируемых тел, базируется на математическом аппарате механики сплошных сред (МСС). Полная система дифференциальных уравнений МСС, описывающих нестационарный процесс нагружения, применительно к рассматриваемой задаче имеет вид:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla_i v^i = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \nabla_j \sigma_i^j, \quad (2)$$

$$\rho \frac{dE}{dt} = \sigma^{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}, \quad (3)$$

$$\frac{du_i}{dt} = v_i, \quad (4)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i v_j + \nabla_j v_i), \quad (5)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i u_j + \nabla_j u_i + \nabla_i u_k \nabla_j u^k), \quad (6)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij} (\varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}, T), \quad (7)$$

где t – текущее время; ρ – плотность среды; v_i – компоненты вектора массовых скоростей; σ_i^j – компоненты тензора напряжений; $\varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}$ – компоненты тензоров деформаций и скоростей деформаций; T – температура.

Система исходных уравнений в обязательном порядке включает основные общие для всех сплошных сред дифференциальные уравнения механики, выражающие основные законы сохранения массы (1), импульса (2), энергии (3), а также общие для всех сред кинематические соотношения (4) и (5) и геометрические соотношения (6), связывающие деформационные перемещения с относительными деформациями. Индивидуальные особенности исследуемого материала в отношении оказания сопротивления деформированию учитываются физическими соотношениями (7), включаемыми в систему исходных уравнений согласно выбранной модели сплошной среды. Система должна быть дополнена начальными и граничными условиями, соответствующими постановке конкретной задачи.

В общем виде, применительно к условиям поставленной задачи, решение системы аналитическими методами не представляется возможным. Решение задачи в данной постановке возможно только численными методами.

Задача о моделировании глубокой динамической вытяжки при динамических испытаниях подразумевает решение системы (1)–(7) численно с помощью конечно-разностных методов. Расчетная область подготовлена средствами программного комплекса ANSYS Workbench 11. Вычислительный эксперимент проведен в специализированной для решения динамических задач программе AUTODYN. Образец в форме круглой пластины опирается на подвижную опору в виде кольца, индентор закреплен неподвижно. Опора с постоянной скоростью движется в сторону индентора, тем самым перемещая образец в сторону их взаимодействия. Взаимодействие индентора с образцом происходит до достижения нагрузок соответствующих предельно допустимым деформациям, и разрушения материала образца.

Учитывая специфику решаемой задачи, для описания механического поведения исследуемого материала была выбрана модель Джонсона–Кука, которая учитывает влияние температуры и скорости деформации на напряжение течения и предельную степень деформации материала:

$$\sigma = \left[A + B \varepsilon_p^n \right] \left[1 + C \log \frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \right] \left[1 - \left(\frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^m \right],$$

где ε_p – эффективная пластическая деформация; T_m – температура плавления; T_r – комнатная температура; $A, B, C, n, m, \varepsilon_0$ – параметры модели.

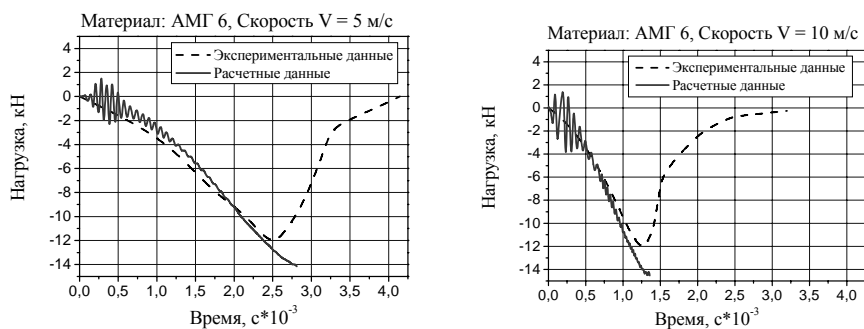


Рис. 1. Изменение величины нагрузки от времени в процессе деформации образца при скоростях нагружения 5 и 10 м/с

На основе анализа достоверности полученных численно данных (рис. 1), выявлено, что результаты, полученные с использованием модели Джонсона–Кука, близко согласуются с экспериментальными данными, но не полно отражают реальную картину деформации и разрушения образцов. В связи с этим стояла необходимость детальной разработки моделей поведения материала, более точно описывающих экспериментальные данные, а именно, дополнительного выбора и введения в расчетную модель критерия разрушения и подбора модели появления и роста трещин.

Как отмечалось ранее, в ходе эксперимента подразумевается разрушение материала, поэтому для более точного численного описания подбиралась адекватная модель разрушения. Для описания этого процесса использовали модель разрушения Джонсона–Кука, согласно которой разрушение конечного элемента происходит, если параметр поврежденности D становится равным единице.

$$D = \frac{1}{\varepsilon_f} \sum_i \Delta \varepsilon_p^i,$$

где ε_f – величина предельной деформации в материале; $\Delta \varepsilon_p^i$ – приращение эффективной пластической деформации в элементе на i -м шаге интегрирования по времени. Величина $\Delta \varepsilon_p^i$ вычисляется по формуле

$$\Delta \varepsilon_p^i = \left(D_1 + D_2 \exp \left(D_3 \frac{P}{\sigma_{ef}} \right) \right) \left(1 + D_4 \ln \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_0} \right) \left(1 + D_5 \frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right),$$

где D_1, \dots, D_5 – параметры материала; σ_{ef} – эффективное напряжение; p – давление в рассматриваемом элементе.

Значения параметров для модели деформационного поведения и модели разрушения определялись из экспериментальных данных на растяжение плоских образцов из того же материала.

Для визуализации процесса разрушения использовали эрозионную модель. Принцип работы эрозионной модели заключался в следующем: при достижении единицы параметром поврежденности D в элементе этот элемент автоматически исключался из решения, однако присутствовал в сеточной модели, создавая иллюзию сплошности, при включении эрозионной модели элементы, в которых достигался критерий разрушения, удалялись. Тем самым включение в расчет эрозионной модели в совокупности с моделью разрушения Джонсона–Кука позволило визуально проследить процесс разрушения и получить максимально приближенную к реальности картину разрушения (рис. 2).

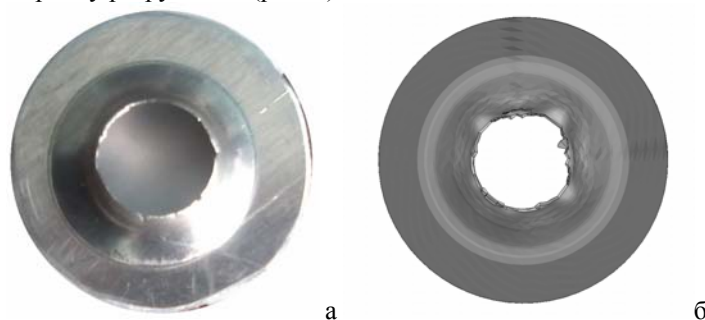


Рис. 2. Картина разрушения в экспериментальном (а) и модельном образце (б)

Качество результатов численного моделирования оценивалось по результатам сравнения натурных и численных высокоскоростных экспериментов. Получено хорошее качественное и количественное соответствие. На рис. 2 показан внешний вид деформированных образцов после пробивания для натурных (а) и численных (б) верификационных экспериментов.

Полученные результаты могут быть использованы при проектировании технологических процессов динамического прессования листовых материалов, а также при оценке прочности и долговечности конструкций из сплава АМгб при динамических воздействиях.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 г. № П666 от 19 мая 2010 г., № П1247 от 07 июня 2010 г. и гранта Президента Российской Федерации МК-3066.2012.8.

**ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ
КОЛЕБАНИЙ ВЯЗКОУПРУГОГО СТЕРЖНЯ: РАЗРЕШИМОСТЬ
НАЧАЛЬНО-КРАЕВЫХ ЗАДАЧИ ИХ ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ**

С.С. Орлов

Рассмотрены две начально-краевые задачи, возникающие в математической теории вязкоупругости. Получены условия существования и единственности решений, а также явные формулы для их восстановления.

**INTEGRODIFFERENTIAL EQUATION OF EXTENSIONAL VIBRATIONS OF
VISCOELASTIC ROD: SOLVABILITY OF INITIAL BOUNDARY VALUE
PROBLEMS AND THEIR FAITHFULL SOLUTIONS**

S.S. Orlov

Two initial boundary value problems emerging in the mathematical theory of viscoelasticity are considered in this paper. The conditions of existence and uniqueness of solutions, as well as explicit formulas for its construction are obtained.

При моделировании продольных колебаний вязкоупругого стержня возникает интегродифференциальное уравнение вида

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(w + \alpha^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - \beta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \int_0^t \gamma(t-\tau) \beta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, \tau) d\tau = q(x), \quad x \in [0, 1], \quad t > 0, \quad (1)$$

где α и β – отличные от нуля вещественные постоянные, причем $\beta = E/\rho$ (E – модуль Юнга, ρ – плотность), функция $w = w(x, t)$ задает перемещение точек главной оси длины l ; ядро $\gamma = \gamma(t)$ характеризует реологические свойства материала ($\gamma(t) = -\frac{1}{E} \cdot \frac{dR(t)}{dt}$, $R(t)$ – универсальная функция релаксации [1]), а функция $q = q(x)$ отражает распределение внешней массовой нагрузки на единицу длины стержня. Слагаемое $\alpha^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2}$ появляется при учете инерции движения тех частей стержня, которые расположены вне его главной оси. Эта поправка, так же как и оценка для отклонения α частоты колебаний, приведены в известных фундаментальных трудах Дж. Рэлея [2] и А. Лява [3]. При $\alpha = 0$ содержательный смысл уравнения (1) сохраняется [1. С. 130]. В качестве естественного оснащения рассматриваемой динамической модели задаются перемещение и его скорость в начальный момент времени

$$w(x, t)|_{t=0} = w_0(x), \quad \frac{\partial w}{\partial t}(x, t)|_{t=0} = w_1(x), \quad x \in [0, 1], \quad (2)$$

а также один из режимов на концах стержня: жесткое закрепление

$$w(0, t) = w(l, t) = 0, \quad t \geq 0, \quad (3.1)$$

или свободное (незакрепленное) состояние

$$\left. \frac{\partial w}{\partial x}(x, t) \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial w}{\partial x}(x, t) \right|_{x=l} = 0, \quad t \geq 0. \quad (3.2)$$

Цель нашей работы – исследовать вопросы однозначной разрешимости начально-краевых задач (1), (2), (3.1) и (1), (2), (3.2). При этом имеют место случаи $\alpha = 0$ и $\alpha \neq 0$. Последний содержит еще два: $|\alpha| \neq \frac{l}{n\pi}, \quad \forall n \in \mathbf{N}$ и $|\alpha| = \frac{l}{k\pi}$ (при некотором фиксированном $k \in \mathbf{N}$), которые соответствуют непрерывно обратимому и вырожденному (в частности, фредгольмову [4]) в $\mathbf{L}_2(0, 1)$

дифференциальному оператору Гельмгольца $\left(1 + \alpha^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)$ при старшей производной по времени в уравнении (1). Отметим, что рассматриваемое интегро-дифференциальное уравнение в частных производных является уравнением соболевского типа (см. по поводу этой терминологии монографию [5] и библиографию к ней). Начально-краевые задачи для аналогичных уравнений допускают запись в краткой операторной форме. Их исследование тем самым может быть сведено к исследованию соответствующего абстрактного объекта – дифференциального или, как в нашем случае, интегро-дифференциального уравнения в банаховых пространствах (чаще – начальных задач для них). Такая методология как инструмент изучения разрешимости и свойств решений некоторых прикладных задач приобретает в последнее время широкое распространение. Отдельное место занимает разработка самой теории дифференциальных и интегродифференциальных уравнений в банаховых пространствах.

Пусть E_1, E_2 – вещественные банаховы пространства, $u(t), f(t)$ – неизвестная и заданная функции неотрицательного вещественного аргумента t со значениями E_1 и E_2 соответственно. Рассмотрим задачу Коши вида

$$Bu''(t) - Au(t) - \int_0^t g(t-s)Au(s)ds = f(t), \quad u(0) = u_0, \quad u'(0) = u_1. \quad (4)$$

Здесь B, A – замкнутые линейные операторы из E_1 в E_2 , причем $\overline{D(B)} = \overline{D(A)} = E_1$ и $D(B) \subseteq D(A)$, ядро $g(t) : \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}$ – заданная числовая функция. Нас интересуют два случая: непрерывной обратимости и фредгольмовости оператора B (т. е. $R(B) = R(B)$ и $\dim N(B) = \dim N(B^*) = n < +\infty$). В работе с помощью созданной М.В. Фалалеевым теории фундаментальных оператор-функций вырожденных интегродифференциальных операторов [6–8] получены условия существования и единственности классического решения начальной задачи (4), под которым понимается функция $u(t)$ класса $C(t \geq 0; E_1) \cap C^2(t > 0; E_1)$, обращающая в тождество соответствующее интегродифференциальное уравнение и удовлетворяющая начальным условиям. Доказаны следующие утверждения:

Теорема 1. Пусть оператор B непрерывно обратим, функции $f(t) \in C(t \geq 0; E_2), g(t) \in C(t \geq 0; \mathbf{R})$, тогда начальная задача (4) имеет единственное классическое решение вида

$$u(t) = u_0 + u_1 t + \int_0^t (t-s)B^{-1}h(s)ds + \int_0^t \int_0^{t-s} (t-s-\tau)B^{-1}M(\tau)h(s)d\tau ds.$$

Здесь и далее функция $h = h(t) : \mathbf{R}_+ \rightarrow E_2$ имеет вид

$$h(t) = f(t) + Au_0 \left(1 + \int_0^t g(\tau) d\tau \right) + Au_1 \left(t + \int_0^t (t-\tau)g(\tau) d\tau \right),$$

а оператор-функция $M(t)$ является резольвентой ядра $AB^{-1} \left(t + \int_0^t (t-\tau)g(\tau) d\tau \right)$.

Теорема 2. Пусть оператор B фредгольмов с $\dim N(B) = 1$ и не имеет A -присоединенных элементов [4. С. 422], $g(t), \langle f(t), \psi \rangle \in C(t \geq 0; \mathbf{R}) \cap C^2(t > 0; \mathbf{R})$, тогда если выполнены условия $\langle Au_0 + f(0), \psi \rangle = 0$ и $\langle Au_1 + f'(0) - g(0)f(0), \psi \rangle = 0$, то начальная задача (4) имеет единственное классическое решение вида

$$u(t) = u_0 + u_1 t + \int_0^t (t-s) (\Gamma h(s) - \langle h(s), \psi \rangle \varphi) ds + \\ + \int_0^t \int_0^{t-s} (t-s-\tau) (\Gamma N(\tau) h(s) - \Gamma N(\tau) A \varphi \langle h(s), \psi \rangle) d\tau ds - \left\langle Au_0 + Au_1 t + f(t) + \int_0^t r(t-s) f(s) ds, \psi \right\rangle \varphi,$$

где Γ – оператор Треногина–Шмидта [4. С. 340]; $\varphi \in E_1$ и $\psi \in E_2^*$ – базисные элементы в $N(B)$ и $N(B^*)$, $N(t)$ и $r(t)$ – резольвенты ядер $A \Gamma \left(t + \int_0^t (t-\tau)g(\tau) d\tau \right)$ и $(-g(t))$.

Затем мы получили условия разрешимости и формулы решений начально-краевых задач (1), (2), (3.1) и (1), (2), (3.2) как интерпретаций начальной задачи (4) при определенном выборе пространств E_1 и E_2 . Случай $\alpha = 0$ был исследован с помощью начальной задачи

$$u''(t) - Au(t) - \int_0^t g(t-s) Au(s) ds = f(t), \quad u(0) = u_0, \quad u'(0) = u_1,$$

с ограниченным в банаховом пространстве E операторным коэффициентом A . Ранее в работах [7, 8] аналогичным образом изучены другие задачи термовязкоупругости.

Работа выполнена при финансовой поддержке Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг., Госконтракт № П696 и гранта для поддержки НИР аспирантов и молодых сотрудников ИГУ, тема № 113-11-000 (приказ № 334 от 12.12.2011).

Литература

1. Ильющин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. М.: Наука, 1970.
2. Strutt J.W. (Baron Rayleigh) The Theory of Sound, Two volumes: Vol. 1. New York: Co Dover Publications, 1945.
3. Love A.H. A Treatise on Mathematical Theory of Elasticity. New York: Co Dover Publications, 1944.
4. Вайнберг М.М., Треногин В.А. Теория ветвления решений нелинейных уравнений. М.: Наука, 1969.
5. Свешников А.Г., Алышин А.Б., Корпусов М.О., Плетнер Ю.Д. Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа. М.: Физматлит, 2007.
6. Фалалеев М.В. Фундаментальные оператор-функции сингулярных дифференциальных операторов в банаховых пространствах // Сиб. мат. журн. 2000. Т. 41, № 5. С. 1167–1182.
7. Фалалеев М.В., Орлов С.С. Вырожденные интегро-дифференциальные операторы высоких порядков в банаховых пространствах и их приложения // Изв. вузов. Математика. 2011. № 11. С. 68–79.

8. Фалалеев М.В., Орлов С.С. Интегриродифференциальные уравнения с вырождением в банаховых пространствах и их приложения в математической теории упругости // Изв. Иркутского государственного университета. Сер/ Математика. 2011. Т. 4, № 1. С. 118–134.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА В УСЛОВИЯХ МЕЛКОВОДЬЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ ДВУХ НАГРУЗОК

Е.Г. Рогожникова

Рассмотрено влияние мелководья на параметры изгибно-гравитационных волн, возбуждаемых в ледяном покрове движущейся нагрузкой. На основе дифференциального уравнения динамического изгиба вязко-упругой ледяной пластины при установившемся движении сосредоточенной силы с постоянной скоростью выполнены теоретические расчеты деформированного состояния льда.

INVESTIGATION OF THE STRAINED STATE OF ICE COVER IN THE CONDITIONS OF SHOAL AT MOVEMENT OF TWO LOADINGS

E.G. Rogozhnikova

In this paper we examine the effect of shallow water on the parameters of flexural-gravity waves excited in the ice cover of the moving load. On the basis of the differential equation of dynamic bending of a viscoelastic ice plate for steady motion of a point force at a constant velocity performed theoretical calculations of the strained state of the ice.

В условиях нашей страны, имеющей развитые водные пути, значение водного транспорта возрастает с каждым годом. Эффективность работы этого вида транспорта значительно снижается из-за того, что большинство водных путей надолго покрывается льдом.

Продление навигации, борьба с ледовыми осложнениями, предотвращения опасности наводнений в периоды ледохода и ледостава весьма актуальная проблема. Для ее решения может быть использован резонансный метод разрушения ледяного покрова амфибийным судном на воздушной подушке (СВП), физическая сущность которого состоит в том, что при действии на лед движущейся нагрузки в ледяном покрове в зависимости от скорости возникают изгибные или изгибно-гравитационные колебания. Если изгибной волне в пластине сопутствует гравитационная волна в воде, то такую комбинацию волн называют изгибно-гравитационными волнами (ИГВ). Прогрессивные ИГВ не могут распространяться со скоростью, меньшей некоторой критической величины V_p зависящей от глубины водоема, толщины льда и его физико-механических свойств [1]. Предварительные результаты испытаний показали, что использование СВП в качестве ледоразрушающего средства позволит эффективно решать ряд задач, связанных с ледовыми затруднениями на внутренних водных путях [2].

Толщина ледяного покрова, разрушаемого СВП резонансным методом, при наиболее характерных давлениях в воздушной подушке (ВП) для существующих судов и известных ледовых условиях также зависит от массы СВП. При выполнении ледокольных работ одиночным СВП его масса может оказаться недостаточной для разрушения ледяного покрова заданной толщины. В таких случаях эффективность резонансного метода можно повысить за счет одновременного использования при разрушении льда группы СВП.

Как показали эксперименты [1], при одновременном использовании только двух СВП их суммарная ледоразрушающая способность при определенных условиях может возрасти в 1,5 раза и более.

Анализ физических процессов, происходящих при распространении ИГВ в ледяном покрове, показывает, что максимальные прогибы и изгибные напряжения во льду возникают при скоростях движения нагрузки, близких к резонансной v_p . Поэтому случай $v = v_p$ принят расчетным при определении деформированного состояния ледяного покрова от действия на него СВП.

Дифференциальное уравнение динамического изгиба вязкоупругой ледяной пластины при установившемся движении сосредоточенной силы P с постоянной скоростью v может быть записано в виде [3]

$$\left(\frac{Gh^3}{3} \left(1 + \tau_\phi \frac{\partial}{\partial t} \right) \nabla^4 w + \rho_w g w + \rho_l h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \rho_w \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=0} \right) = P \delta(x - vt, y - 0), \quad (1)$$

где G – модуль упругости при сдвиге; h – толщина ледяного покрова; τ_ϕ – время релаксации деформаций; ρ_w, ρ_l – плотность воды и льда соответственно; g – ускорение силы тяжести; w – прогиб льда; Φ – потенциал движения жидкости; P – сосредоточенная сила; $\delta(x - vt, y - 0)$ – дельта-функция Дирака; v – скорость нагрузки.

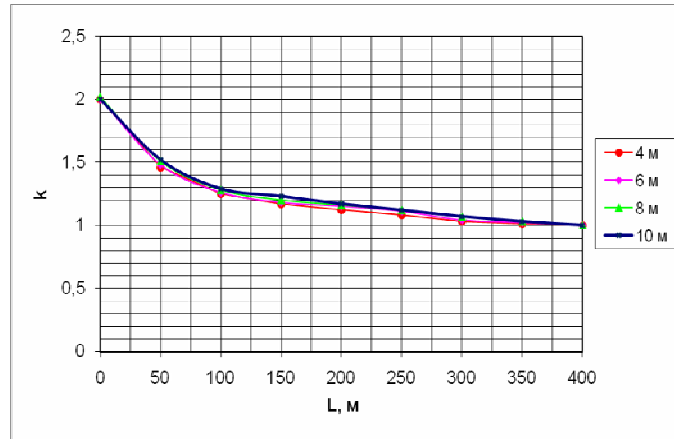


Рис. 1. Зависимость ледоразрушающей способности при движении нагрузок фронтом

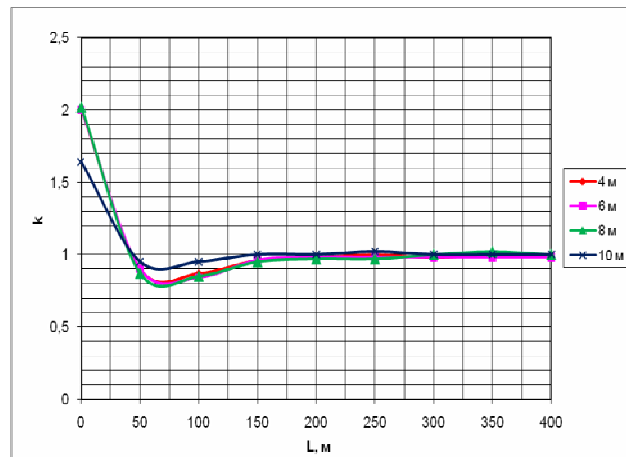


Рис. 2. Зависимость ледоразрушающей способности при движении нагрузок кильватерным строем

В работе исследовано влияние глубины водоема на параметры ИГВ, возникающих в ледяном покрове при движении по нему группы (двух) СВП. Для этого определялось деформированное состояние ледяного покрова при различном расстоянии между нагрузками.

В работе рассмотрены случаи движения СВП фронтом и кильватерным строем. Расчеты выполнены при $P = 400$ кПа, $h = 0.5$ м, $H = 4$ м; 6 м; 8 м; 10 м. Результаты представлены на рис. 1–2.

Полученные данные позволили установить зависимость коэффициента увеличения деформации льда k , представляющую собой отношение максимального прогиба льда при групповом движении нагрузок к максимальному прогибу от прохождения одиночной, а, следовательно, и ледоразрушающей способности СВП, от их взаимного расположения и толщины ледяного покрова.

Литература

1. Козин В.М. Резонансный метод разрушения ледяного покрова. Изобретения и эксперименты. М.: Академия естествознания, 2007. 355 с.
2. Зуев В.А., Козин В.М. Использование судов на воздушной подушке для разрушения ледяного покрова. Владивосток: Изд-во ДВГУ, 1988. 128 с.
3. Хейсин Д.Е. Динамика ледяного покрова. М.: Гидрометеоздат, 1967. 216 с.

О k -ВПОЛНЕ ТРАНЗИТИВНОСТИ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ВПОЛНЕ РАЗЛОЖИМЫХ АБЕЛЕВЫХ ГРУПП БЕЗ КРУЧЕНИЯ

М.И. Рогозинский

Вводится понятие k -вполне транзитивности для групп без кручения, исследуется вопрос о k -вполне транзитивности некоторых классов вполне разложимых абелевых групп без кручения.

ON MULTIPLY FULLY TRANSITIVITY SOME CLASSES OF COMPLETELY DECOMPOSABLE TOIRSON FREE ABELIAN GROUPS

M.I. Rogozinsky

We define the notion of multiply fully transitivity for toirson free abelian groups. We research the problem of multiply transitivity of completely decomposable toison free abelian groups from some classes.

Теория абелевых групп без кручения представляет собой одну из наиболее интересных для исследования ветвей теории абелевых групп. Методы и результаты, полученные в данном разделе теории групп, находят широкое применение в различных областях математики.

Изучение групп без кручения затруднено их сложной структурой. Для получения описания широких классов групп выделяют необходимые и достаточные условия выполнения для этих групп некоторого свойства. Одним из важнейших понятий при исследовании групп без кручения является понятие вполне транзитивности (группа без кручения G называется вполне транзитивной, если для любых элементов $a, b \in G$ из $\chi(a) \leq \chi(b)$, где $\chi(a), \chi(b)$ – характеристики элементов a и b , следует существование эндоморфизма $\theta \in E(G)$ со свойством $\theta(a) = b$).

Введем следующее понятие. Пусть G – группа без кручения и $k \in \mathbb{N}$. Кортеж элементов $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ группы G назовем t -независимым, если при $i \neq j$ типы $t(x_i)$ и $t(x_j)$ несравнимы. Наибольшую длину t -независимого кортежа группы G назовем t -длиной группы G и будем обозначать $k_t(G)$. Если в группе G для любого

$k \in \mathbb{N}$ существует t -независимый кортеж, будем считать, что $k_t(G) = \infty$. К примеру, t -длина всякой однородной группы (в том числе делимой и ранга 1) равна 1.

Укажем некоторые свойства t -длин прямой суммы групп без кручения.

Пусть $G = A \oplus B$. Тогда

1. $k_t(G) \geq k_t(A)$.

Действительно, если $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ – t -независимый кортеж элементов группы A , то X также t -независимый кортеж группы G , значит $k_t(G) \geq k$.

2. Если для любых элементов $a \in A, b \in B$ типы $t(a)$ и $t(b)$ несравнимы, то $k_t(G) \geq k_t(A) + k_t(B)$.

Пусть $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ – t -независимый кортеж группы A , $Y = (y_1, y_2, \dots, y_l)$ – t -независимый кортеж группы B . Поскольку типы элементов групп A и B несравнимы, кортеж $Z = (x_1, x_2, \dots, x_k, y_1, y_2, \dots, y_l)$ также t -независим, т.е. $k_t(G) \geq k + l$.

3. Если для любых элементов $a \in A, b \in B$ типы $t(a)$ и $t(b)$ сравнимы, то $k_t(G) = \max(k_t(A); k_t(B))$.

Для определенности будем считать, что $k_t(B) \geq k_t(A)$. Пусть $Y = (y_1, y_2, \dots, y_l)$ – t -независимый кортеж группы B наибольшей длины. Рассмотрим кортеж $\bar{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_l, a)$, где $a \in A$. Поскольку типы любых элементов групп A и B сравнимы, кортеж \bar{Y} не является t -независимым, т.е. в группе G нет t -независимого кортежа длины, большей чем l .

С учетом введенного понятия возникает следующее обобщение вполне транзитивности для групп без кручения.

Определение 1. Пусть G – группа без кручения и $k \in \mathbb{N}$. Группу G назовем k -вполне транзитивной, если для любых двух кортежей длины k $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$, $Y = (y_1, y_2, \dots, y_k)$ элементов группы G из выполнения условий:

(1) $\chi(x_i) \leq \chi(y_i)$, $i = \overline{1, k}$;

(2) кортеж X t -независим

следует существование эндоморфизма $\theta \in E(G)$ группы G со свойством

$\theta(x_i) = y_i$ $i = \overline{1, k}$.

Ясно, что при $k > k_t(G)$, группа G является k -вполне транзитивной по определению. Тогда очевидно, что всякая однородная группа (в том числе делимая и ранга 1) является k -вполне транзитивной для любого $k > 1$.

Для рассмотрения понятия k -вполне транзитивности относительно групп без кручения потребуется следующее определение.

Определение 2 [1, опр.2.3, с. 70]. Будем говорить, что однородно разложимая группа $G = \bigoplus_{t \in T} G_t$ удовлетворяет условию контрастности для типов, если для всяких двух типов $t_1, t_2 \in T$, $t_1 \neq t_2$, и любого простого числа p , такого что $pG_{t_1} \neq G_{t_1}$, имеет место $pG_{t_2} = G_{t_2}$.

Рассмотрим вопрос о k -вполне транзитивности некоторых классов вполне разложимых групп. Справедливы следующие результаты.

Теорема 1. Пусть $G = A_1 \oplus A_2$, где $r(A_1) = r(A_2) = 1$. Тогда G является k -вполне транзитивной для всех $k > 1$.

Пусть $G = \bigoplus_{i \in I} A_i$ вполне разложимая группа, $\pi_i \in E(G)$ – проекция группы G на прямое слагаемое A_i , $i \in I$. Для любого элемента $g \in G$ введем следующее множество индексов: $I(g) = \{i \in I : \pi_i(g) \neq 0\}$.

Справедлив следующий результат.

Теорема 2. Пусть $G = \bigoplus_{i \in I} A_i$ – вполне разложимая группа, $r(A_i) = 1$, $\{A_i\}_{i \in I}$ образует жесткую систему. Если группа G является 2-вполне транзитивной, то для любых двух элементов $a, b \in G$ с несравнимыми типами выполнено $I(a) \cap I(b) = \emptyset$.

Следствие 1. Пусть $G = \bigoplus_{i \in I} A_i$ – вполне разложимая группа, $r(A_i) = 1$, $\{A_i\}_{i \in I}$ образует жесткую систему. Если группа G 2-вполне транзитивна, то для любых попарно неравных индексов $i, j, l \in I$ $t(A_i) \cap t(A_j)$ сравнимо с $t(A_i) \cap t(A_l)$.

Предложение 1. Если вполне разложимая группа $G = \bigoplus_{i \in I} A_i$, где $r(A_i) = 1$, $\{A_i\}_{i \in I}$ образует жесткую систему, вполне транзитивна, то для любых элементов $a, b \in G$, из $\chi(a) \leq \chi(b)$ следует $I(b) \subset I(a)$.

Из приведенных выше утверждений можно получить следующий результат.

Теорема 3. Пусть $G = \bigoplus_{i \in I} A_i$ – вполне разложимая группа, $r(A_i) = 1$, $\{A_i\}_{i \in I}$ образует жесткую систему. Группа G k -вполне транзитивна для всех $k \in \mathbb{N}$ тогда и только тогда, когда выполнены условия

(А) группа G удовлетворяет условию контрастности для типов;

(Б) для любых двух элементов $a, b \in G$ с несравнимыми типами выполнено $I(a) \cap I(b) = \emptyset$.

Литература

1. Гриншпон С.Я. О строении вполне характеристических подгрупп абелевых групп без кручения // Абелевы группы и модули. Томск, 1982. С. 56–92.
2. Крылов П.А. Об абелевых группах без кручения // Абелевы группы и модули. Томск, 1984. С. 40–64.
3. Рогозинский М.И. k -вполне транзитивность абелевых групп без кручения // Наука и образование: 13 Всерос. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. Томск, 2009. С. 14–17.
4. Рогозинский М.И. k -вполне транзитивные абелевы группы без кручения // Современные проблемы математики и механики: матер. II Всерос. мол. науч. конф. Томск, 2011. С. 41–44.
5. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы. М.: Мир, 1977. Т. 2.
6. Carroll D. Multiple transitivity in abelian groups // Arch. Math. 1994. Vol. 63. P. 9–16.
7. Kaplansky I. Infinite Abelian Groups. – Ann Arbor: Univ. of Michigan Press, 1954.

ПОСТАНОВКА И ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ТЕСТОВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СТРУКТУРНО-НЕОДНОРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ

О.А. Сенатова, Б.А. Люкшин, С.А. Бочкарева

В данной работе рассматривается физическая и математическая постановки задачи о концентрации напряжений у кругового отверстия в пластине при одноосном растяжении. Представлены полученные результаты.

STATEMENT AND NUMERICAL REALIZATION OF THE TEST TASK FOR THE PROBLEM OF DEFINITION OF THE INTENSE STRAINED STATE OF THE STRUCTURAL AND INHOMOGENEOUS MATERIALS

O.A. Senatova, B.A. Lyukshin, S.A. Bochkareva

The present research concentrated physical and mathematical statements of a task about a stress concentration at a circular opening in a plate at uniaxial stretching. The received results are presented.

На первом этапе решения задачи определения напряженно-деформированного состояния структурно-неоднородных материалов было проведено решение тестовой задачи. В качестве таковой была выбрана задача о концентрации напряжений у круглого отверстия в пластине, растянутой в одном направлении. Расчетная область представляет собой прямоугольник с круглым отверстием в центре (рис. 1). Это отверстие можно трактовать как единичное включение нулевой жесткости в полимерной матрице. Наличие двух взаимно перпендикулярных осей симметрии позволяет при одноосном растяжении рассчитывать $1/4$ часть области.

Если в пластине проделано малое круглое отверстие радиусом R , то распределение напряжений вблизи этого отверстия изменится; однако, в соответствии с принципом Сен-Венана этим изменением можно пренебречь на расстояниях, достаточно больших по сравнению с радиусом отверстия [1].

Пластина находится в плоском напряженном состоянии. Размеры тела в направлении оси z несущественны, поэтому толщину пластинки для удобства расчетов принимаем единичной.

В силу симметрии расчетной области на границе AB ($y = 0$) выполняются т.н. условия скольжения вдоль жесткой стенки – перемещения вдоль вертикальной оси Oy отсутствуют и касательные напряжения равны нулю.

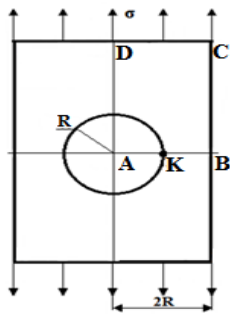


Рис. 1. Задача о концентрации напряжений у кругового отверстия в пластине

На линии AD ($x = 0$), исходя из тех же соображений, выполняются такие же условия скольжения – перемещения вдоль горизонтальной оси Ox отсутствуют, и касательные напряжения равны нулю.

Линия BC ($x = 0$) представляет свободный край, на ней отсутствуют касательные и нормальные напряжения. На линии DC ($y = \text{const}$) касательные напряжения отсутствуют, и задана равномерно распределенная по границе растягивающая вдоль оси Oy нагрузка.

Использовались треугольные симплекс-элементы [2], так как они отличаются простотой функций формы и при этом дают малую ошибку расчетов. На рис. 2 представлена расчетная область, разбитая на конечные элементы с вырезом в центре.

Расчет был проведен на различных сетках, что позволило оценить т.н. сеточную сходимость. В аналитическом решении используется решение для полубесконечной области,

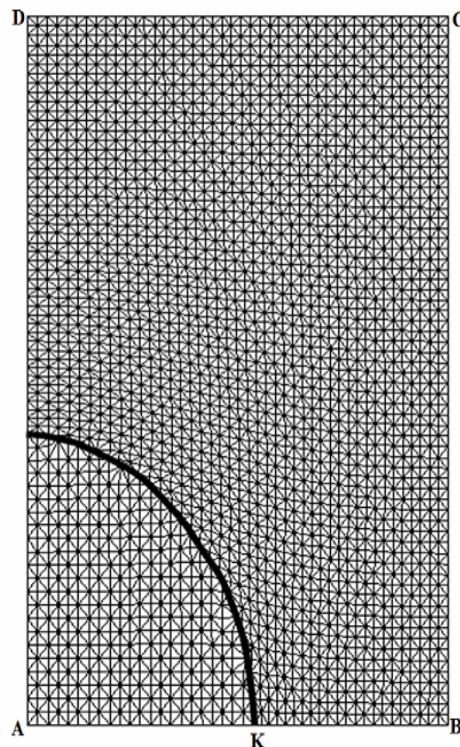


Рис. 2. Расчетная область с приложенной нагрузкой, разбитая на конечные элементы

когда размер AD не ограничен. Установлено, что, начиная с $AD \approx 4 AB$ дальнейшее увеличение высоты пластинки не влияет на результаты. Ниже приведена таблица, иллюстрирующая результаты расчетов на разных сетках.

Проверка правильности работы программы и достоверности получаемых результатов осуществляется сравнением с известными аналитическими решениями.

Результаты проведенных расчетов сравнивались с аналитическим решением, приведенным Хаулендом [3, 4]. Он обнаружил, что при $2R = AB$ напряжение в точке К (конец горизонтального диаметра отверстия) напряжения $\sigma_K = 4,3 * \sigma$, где σ – уровень приложенной «на бесконечности» нагрузки. При решении этой задачи МКЭ значение напряжения для точки К получилось равным $4,235 * \sigma$. Погрешность при этом составила 3,3%, что можно считать вполне приемлемым значением.

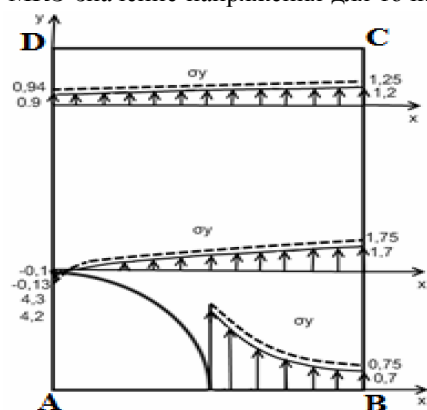


Рис. 3. Эпюры напряжений σ_y , приведенные в трех сечениях

Более детально результаты сравнения численного решения МКЭ с аналитическим решением представлены в виде эпюр для напряжений σ_y на рис. 3, где пунктирной линией изображено аналитическое решение, а сплошной решение МКЭ в трех различных сечениях расчетной области.

Для программирования был выбран алгоритмический язык Фортран. В нем заложена строгая проверка соответствия типов данных и имеется достаточно удобная среда программирования и отладки.

Для программирования был выбран алгоритмический язык Фортран. В нем заложена строгая проверка соответствия типов данных и имеется достаточно удобная среда программирования и отладки.

Результаты решения методом конечных элементов

Номер сетки	Количество узлов	Количество элементов	σ_K , МПа
1	5694	11088	4.527
2	2650	5096	4.428
3	3105	5984	4.235
4	1488	2880	4.146

Проведенное тестирование вычислительного алгоритма показало хорошее совпадение численных результатов с аналитическими данными. В работе проведены параметрические исследования, позволяющие оценить влияние деформационно-прочностных свойств включения на концентрацию напряжений и локализацию деформаций вокруг него. Рассмотренная выше тестовая задача отвечает включению с нулевыми прочностными характеристиками. Для реальных материалов включения имеют, как правило, прочностные характеристик на несколько порядков выше, чем аналогичные свойства материала матрицы.

Литература

1. Партон В.З. Механика разрушения. М.: Наука, 1990. 439 с.
2. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с.
3. Филли А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. М.: Наука, 1975. 832 с.
4. Петерсен Р. Коэффициенты концентрации напряжений. Графики и формулы для расчета концентривных элементов на прочность. М.: Мир, 1977. 302 с.

ПЕРКОЛЯЦИОННЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ПРОЧНОСТИ КОМПОЗИТА**Ю.В. Советова, Ю.Н. Сидоренко**

Предложен алгоритм расчета прочностных характеристик нерегулярно армированного композита с использованием перколяционных представлений.

THE PERCOLATION APPROACH TO THE ESTIMATION OF COMPOSITE STRENGTH**Y.V. Sovetova, Yu.N. Sidorenko**

The algorithm of computing non-regular composite's strength properties with using theory of percolation is proposed in this paper.

Проблема прогнозирования прочностных свойств и ресурса конструкционных материалов является одной из основных проблем современного материаловедения. При решении этой задачи в настоящее время широко применяются методы математического и компьютерного моделирования. Одним из факторов, способных повысить надежность прогноза прочностных (и прочих механических) свойств композитов, является учет особенностей реальной структуры армирования материала.

Исследование влияния процесса развития повреждений в композите со стохастической структурой на его механические свойства возможно в рамках численного моделирования поведения представительного объема материала. Но среди факторов, осложняющих решение такой задачи, можно отметить проблему корректного описания стохастической структуры композита в рамках вычислительной модели; проблему выбора макроскопического критерия разрушения материала, учитывающего наличие локальных зон накопления повреждений. В качестве одного из возможных способов решения поставленной задачи предлагается использовать многоуровневый подход. Решение задачи об оценке прочности композита может быть реализовано в рамках следующего алгоритма: 1) построение геометрической модели структуры с учетом особенности армирования реального материала; 2) нахождение эффективных механических свойств композита по результатам статистического анализа представительной выборки локальных свойств материала и изучение эволюции поля кластеров локальных повреждений в рамках компьютерного эксперимента; 3) проверка условия появления соединительного кластера локальных повреждений как признака начала макроскопического разрушения материала.

При решении задачи моделирования механического поведения стохастического композита в условиях накопления повреждений предлагается ввести в рассмотрение три уровня моделирования: микроуровень, мезоуровень и макроуровень. В рамках вычислительного эксперимента на каждом уровне моделирования рассматривается поведение объема композита, имеющего свой характерный размер [1].

На микроуровне рассматриваются элементарные объемы материала, полностью принадлежащие одной из компонент композита. Механическое поведение каждого такого объема описывается системой уравнений механики сплошной среды. Для оценки состояния элементарного объема на микроуровне используется критерий прочности Цая-Ву. Каждый объем материала на мезоуровне представляет собой совокупность всех составляющих его объемов микроуровня. Для мезообъема вводится параметр повреждаемости вида $\Pi_i = V_i / V_i$, где V_i – удельный объем i -й компоненты материала в составе мезообъема, V_i – доля i -й компоненты, для которой выполнен критерий Цая-Ву. Параметр повреждаемости позволяет для каждой из компонент рассчитать текущее значение модуля упругости компоненты E_i с

учётом повреждений, накопленных компонентой: $E_i = E_i^0 (1 - \Pi_i)$, где E_i^0 — модуль упругости i -й компоненты в отсутствие повреждений. Задача моделирования механического поведения мезообъёма материала решается численно.

Особую важность представляет собой вопрос перехода от анализа локальной прочности композита к оценке его макроскопической прочности. В рамках рассматриваемого подхода для этой цели предлагается использовать решение задачи о перколяции [2]. С позиций теории перколяции локальное состояние материала может характеризоваться одним из двух значений: «материал повреждён» или «материал не повреждён». На начальном этапе нагружения вся выборка мезообъёмов находится в неповреждённом состоянии. По мере возрастания нагрузки в отдельных мезообъёмах выполняется критерий локального повреждения, причём количество таких мезообъёмов постоянно растёт. На основе анализа расположения повреждённых мезообъёмов в пределах представительного объёма материала для каждого уровня нагружения формируются кластеры повреждений. В качестве критерия макроскопической прочности композита предлагается использовать условие образования в представительном объёме материала соединяющего кластера.

Предложенный алгоритм использован для оценки предельных характеристик модельного композита. Задача прогнозирования предельных характеристик материала решается в двумерной постановке. Полагается, что материал находится в условиях одноосного статического нагружения. Матрица модельного композита армирована круговыми включениями диаметром 50 мкм, объемное содержание включений составляет 20%. Линейные размеры моделируемого объёма составляют 1000 x 1000 мкм, что в 20 раз превышает диаметр включений и позволяет считать объём представительным. Механические свойства матрицы соответствуют свойствам отвержденной эпоксидной смолы, свойства включений — свойствам стекловолокна. Основные механические характеристики компонент имеют следующие значения: предел прочности матрицы 100 МПа, предел прочности включений 450 МПа, модуль Юнга матрицы 3,4 ГПа, модуль Юнга включений 85 ГПа, коэффициент Пуассона матрицы 0,3, коэффициент Пуассона волокна 0,25. Исследование эволюции поля кластеров локальных повреждений проводится на регулярной сетке.

На рис. 1 представлены кластеры повреждений, сформировавшиеся в моделируемом объёме при разных значениях макроскопической деформации. Видно, что повреждения материала в основном локализованы в матрице. Соединительный кластер повреждений образуется при макроскопической деформации объёма 3,2% (рис. 1, б).

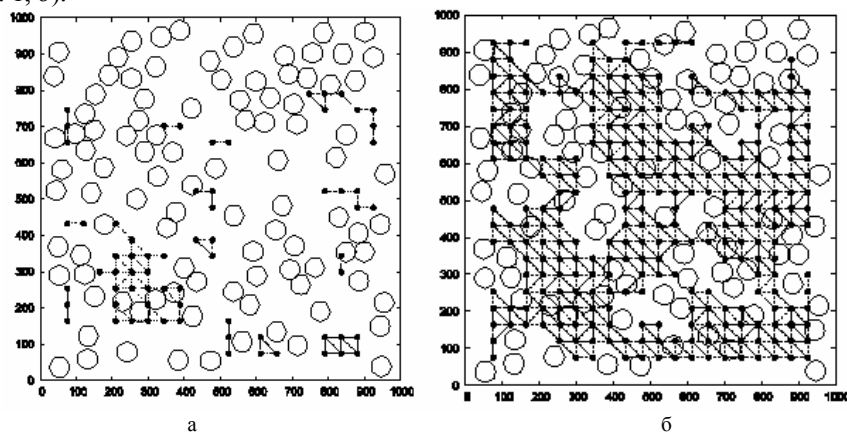


Рис. 1. Появление кластеров повреждений при $\varepsilon=2.62\%$ (а); б – образование соединительного кластера при $\varepsilon=3.2\%$

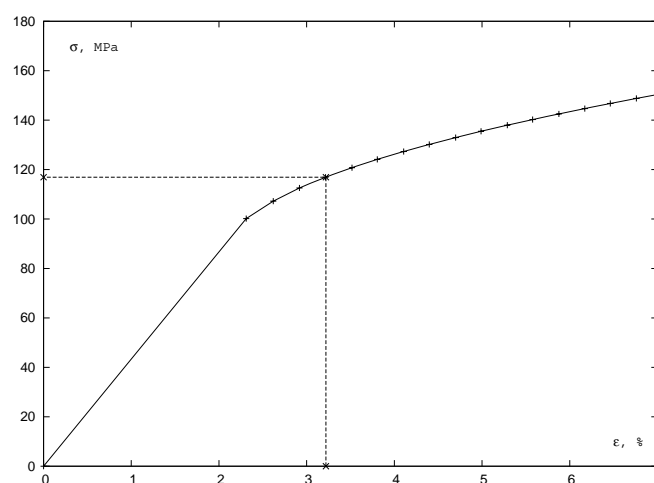


Рис. 2. Эффективная диаграмма деформирования материала

На рис. 2 представлена эффективная диаграмма деформирования материала, на которой отмечены значения главных напряжения и деформации в момент образования соединяющего кластера локальных повреждений. В рамках предложенного подхода указанные значения рассматриваются как предельные значения эффективных прочностных свойств композита: предел прочности и предельная деформация при одноосном нагружении.

Таким образом, предложенный алгоритм решения задачи оценки прочности композита позволяет в рамках численного моделирования определить предельные характеристики нерегулярно армированного композита, не противоречащие экспериментальным данным, что подтверждает его эффективность.

Литература

1. Сидоренко Ю.Н. Прогнозирование механических свойств стохастических композиционных материалов: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск, 2004. 142 с.
2. Тарасевич Ю.Ю. Перколяция: теория, приложения, алгоритмы. М.: Едиториал УРСС, 2002. 112 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗЛОЖЕНИЯ МЕТАСТАБИЛЬНОГО ГАЗОГИДРАТА В ДИФФУЗИОННОМ РЕЖИМЕ

Б.И. Тазетдинов

Представлено теоретическое описание процесса разложения метастабильного газогидрата в диффузионном режиме.

MATHEMATICAL MODELING OF METASTABLE DECOMPOSITION GAS HYDRATES IN THE DIFFUSION MODE

B.I. Tazetdinov

This paper presents a theoretical description of the process of decomposition of metastable gas hydrate in the diffusive regime.

Известно, что газогидраты, находящиеся в неравновесном состоянии, могут длительное время находиться без явных признаков разложения (эффект самоконсервации) [1, 2]. Согласно результатам детальных наблюдений процесса разложе-

ния частиц искусственно созданного гидрата, представленным в работе [3], разложение гидрата сопровождалось появлением переохлажденной водяной фазы, которая сохранялась в течение времени порядка одного часа. С другой стороны, время разложения газогидратов при 1 атмосфере в температурном диапазоне $240\text{ K} \leq T \leq 273\text{ K}$ достигало десятки суток, при 10 и 20 атмосфер более месяца [1, 2]. Следовательно, время перехода метастабильного гидрата в состояние льда, насыщенного газом, незначительно по сравнению с общим диффузионным временем высвобождения газа из состава гидрата. В этом случае при теоретическом описании процесса выхода газа из состава гидратов логично предположить, что гидрат мгновенно переходит в лед, насыщенный газом.

Рассмотрим диффузионную задачу, описывающую выход газа из цилиндрического образца льда, насыщенного газом. Для этого запишем уравнение диффузии для массовой концентрации газа в рамках радиально-симметричной постановки:

$$\frac{\partial g}{\partial t} = D_l r^{-1} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial g}{\partial r} \right), \quad (1)$$

где D_l – коэффициент диффузии.

Пусть в начальном состоянии концентрация газа равна его концентрации в составе гидрата ($g = G$). Для общности будем считать, что поверхность образца покрыта более плотной, низкопроницаемой для диффузии газа коркой. Тогда граничное условие на поверхности цилиндра ($r = a$) запишется как

$$-D_l \frac{\partial g}{\partial r} = \kappa g_e, \quad (2)$$

здесь g_e – концентрация газа на внутренней поверхности корки, κ – коэффициент диффузионного сопротивления корки, определяемый её толщиной и величиной коэффициента диффузии в этом слое. Отметим, что в (2) не учтено диффузионное сопротивление, связанное с нахождением газа в окружающем пространстве вокруг цилиндрического образца гидрата. На оси образца должно выполняться условие ограниченности для поля концентраций

$$\frac{\partial g}{\partial r} = 0 \quad (r = 0).$$

Решение уравнения (2), удовлетворяющее условию равенства нулю концентрации на границе внутренней поверхности корки $g_e = 0$ ($\kappa \rightarrow \infty$), имеет вид [4]

$$g = 2G \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(\frac{-\tau \beta_n^2}{a^2}\right) \frac{J_0(r\beta_n/a)}{\beta_n J_1(\beta_n)}, \quad \tau = Dt, \quad (3)$$

где β_n ($n = 1, 2, \dots$) – положительные корни уравнения; $J_0(\beta) = 0$, J_0 и J_1 – функции Бесселя нулевого и первого порядка; τ – приведенное время.

Для интенсивности выхода газа из цилиндрического образца длиной L

$$J_g = -2\pi a L \rho_H^0 D \left(\frac{\partial g}{\partial r} \right)_a$$

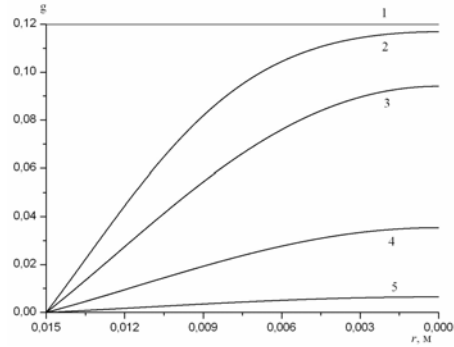
с использованием решения (3) можем получить

$$J_g = 4\pi \rho_H D G \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(\frac{-D \beta_n^2 t}{a^2}\right) \frac{J_1(r\beta_n/a)}{J_1(\beta_n)}.$$

Для массы газа $Mg^{(D)}$, освободившегося за время t и определяемой как $Mg^{(D)} = \int_0^t J_g dt$, на основе решения (3), будем иметь

$$Mg^{(D)} = -4\pi a^2 L \rho_H G \sum_{n=1}^{\infty} \left(\exp\left(\frac{-D\beta_n^2 t}{a^2}\right) - 1 \right) \frac{J_1(r\beta_n/a)}{\beta_n^2 J_1(\beta_n)}. \quad (4)$$

Рис. 1. Зависимость концентрации газа от радиуса в разное приведенное время τ : 1 – 0 м^2 , 2 – $1.3 \times 10^{-5} \text{ м}^2$, 3 – $2.6 \times 10^{-5} \text{ м}^2$, 4 – $6.6 \times 10^{-5} \text{ м}^2$, 5 – $1.3 \times 10^{-4} \text{ м}^2$



На рис. 1 представлены распределения концентрации газа в образце газогидрата радиуса $a = 0.015 \text{ м}$ и массовой концентрацией газа $G = 0.12$, выполненные по формуле (3).

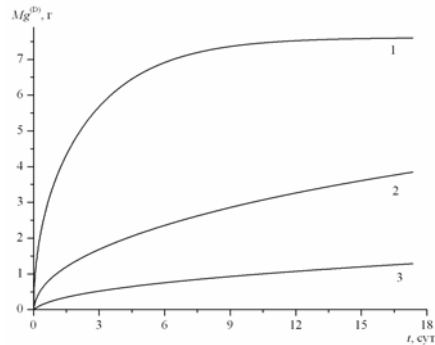


Рис. 2. Массовый расход газа в образце газогидрата при давлении 0,1 МПа в температурном диапазоне, соответствующем области «аномальной» консервации с различными коэффициентами диффузии: 1 – $D = 10^{-10} \text{ м}^2/\text{с}$, 2 – $D = 10^{-11} \text{ м}^2/\text{с}$, 3 – $D = 10^{-12} \text{ м}^2/\text{с}$

На основе формулы (4) получен массовый расход газа из образца газогидрата при различных значениях коэффициента диффузии D для тех же значений радиуса и массовой концентрации газа, представленных на рис. 2.

Для других параметров приняты следующие значения: $L = 0.1 \text{ м}$, $\rho_H = 910 \text{ кг/м}^3$, $r = 0.015 \text{ м}$.

Установлено, что интенсивность выхода газа со временем уменьшается, например при $\tau = 1.3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$ разложение гидрата достигло 40%, а при увеличении времени в 10 раз $\tau = 1.3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ – 95%.

Показано, что скорость диссоциации газового гидрата в основном определяется значением коэффициента диффузии.

Литература

1. Laura A. Stern, Susan Circone, Stephen H. Kirby and William B. Durham. Temperature, pressure, and compositional effects on anomalous or “self” preservation of gas hydrates // Proc. Of the 4th. intern. Conf. on Gas Hydrates. Yokohama, Japan. 2002. P. 673–677.

2. Истомин В.А., Якушев В.С., Махонина Н.А. и др. Эффект самоконсервации газовых гидратов // Газовые гидраты. Приложение к журналу «Газовая промышленность». Спецвыпуск, 2006. С. 36–46.

3. Мельников В.П., Нестеров А.Н., Решетников А.М. Особенности диссоциации газовых гидратов при температурах ниже 273 К // Сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции. Теоретические и практические аспекты исследований природных и искусственных газовых гидратов. Якутск, 2011. С. 120.

4. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964.

КОНФОРМНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ПОЛОСЫ НА КРИВОЛИНЕЙНУЮ ПОЛОСУ С ЗАДАНЫМИ ГРАНИЦАМИ

Е.Ю. Терновых

Описывается численный метод, позволяющий осуществлять конформное отображение между криволинейной и прямолинейной бесконечными полосами.

CONFORMAL MAPPING OF A RECTILINEAR STRIP TO A CURVILINEAR STRIP WITH THE SET BORDERS

Е.Yu. Ternovykh

In article the numerical method is described, allowing to carry out conformal mapping between curvilinear and rectilinear infinite strips.

В задачах гидродинамики принято различать физическую область решения $z=x+iy$ и область комплексного потенциала $W = \varphi + i\psi$. Обычно область комплексного потенциала является бесконечная в обе стороны горизонтальная полоса $0 < \psi < \psi_0$. В физической области ей соответствует криволинейная полоса, которую можно конструировать путем задания соответствующих граничных условий на сторонах полосы комплексного потенциала. Между переменными W и z выполняются условия Коши–Римана:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \frac{\partial x}{\partial \varphi} = \frac{\partial y}{\partial \psi}, \quad \frac{\partial x}{\partial \psi} = -\frac{\partial y}{\partial \varphi}. \quad (1)$$

Функции $x = x(\varphi, \psi)$ и $y = y(\varphi, \psi)$ обе удовлетворяют двумерному уравнению Лапласа и условиям Коши–Римана. Предположим также, что заданы граничные значения: $y(\varphi, 0) = f_0(\varphi)$ и $y(\varphi, \psi_0) = f_1(\varphi)$. Тогда можно проверить, что символическое решение задачи о построении криволинейной полосы в области z имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} x &= \varphi + \frac{\cos\left(\psi \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)}{\sin\left(\psi_0 \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)} f_0(\varphi) - \frac{\cos\left((\psi_0 - \psi) \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)}{\sin\left(\psi_0 \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)} f_1(\varphi), \\ y &= \psi + \frac{\sin\left(\psi \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)}{\sin\left(\psi_0 \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)} f_0(\varphi) + \frac{\sin\left((\psi_0 - \psi) \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)}{\sin\left(\psi_0 \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)} f_1(\varphi). \end{aligned} \quad (2)$$

Действительно, функции $x = x(\varphi, \psi)$ и $y = y(\varphi, \psi)$ удовлетворяют условиям (1) и, кроме того, $y(\varphi, 0) = f_0(\varphi)$ и $y(\varphi, \psi_0) = f_1(\varphi)$. Таким образом, функции $f_0(\varphi)$ и $f_1(\varphi)$ должны рассматриваться как отклонения криволинейной полосы от прямолинейной. Входящие в формулу (2) дифференциальные операторы по переменной φ , всегда можно заменить эквивалентными интегральными

операторами, которые легче вычисляются на ЭВМ. Рассмотрим, например, выражение

$$\frac{\cos\left(\psi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)}{\sin\left(\psi_0\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)}f_0(\varphi) = \frac{\cos\left(\psi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)}{\sin\left(\psi_0\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)}\int_{-\infty}^{\infty}f_0(\xi)\delta(\varphi-\xi)d\xi = \int_{-\infty}^{\infty}f_0(\xi)P(\varphi-\xi,\psi)d\xi. \quad (3)$$

Здесь ядро интеграла вычисляется следующим образом:

$$P(\varphi,\psi) = \frac{\cos\left(\psi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)}{\sin\left(\psi_0\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)}\delta(\varphi) = \frac{\cos\left(\psi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)}{\sin\left(\psi_0\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{i\omega\varphi}d\omega = \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{ch(\psi\omega)}{sh(\psi_0\omega)}e^{i\omega\varphi}d\omega. \quad (4)$$

Последний интеграл равен сумме вычетов, что дает [2, 3]:

$$P(\varphi,\psi) = \frac{1}{2\psi_0}\frac{sh\alpha}{ch\alpha + \cos\beta}, \quad \alpha = \frac{\pi\varphi}{\psi_0}, \quad \beta = \frac{\pi\psi}{\psi_0}. \quad (5)$$

Таким же способом можно найти

$$\frac{\sin\left(\psi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)}{\sin\left(\psi_0\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)}f_0(\varphi) = \int_{-\infty}^{\infty}f_0(\xi)G(\varphi-\xi,\psi)d\xi, \quad G(\varphi,\psi) = \frac{1}{2\psi_0}\frac{\sin\beta}{ch\alpha + \cos\beta}. \quad (6)$$

Значит, вместо формул (2), мы можем употреблять выражения:

$$\begin{aligned} x &= \varphi + \int_{-\infty}^{\infty}P(\varphi-\xi,\psi)f_0(\xi)d\xi - \int_{-\infty}^{\infty}P(\varphi-\xi,\psi_0-\psi)f_1(\xi)d\xi \\ y &= \psi + \int_{-\infty}^{\infty}G(\varphi-\xi,\psi)f_0(\xi)d\xi + \int_{-\infty}^{\infty}G(\varphi-\xi,\psi_0-\psi)f_1(\xi)d\xi \end{aligned} \quad (7)$$

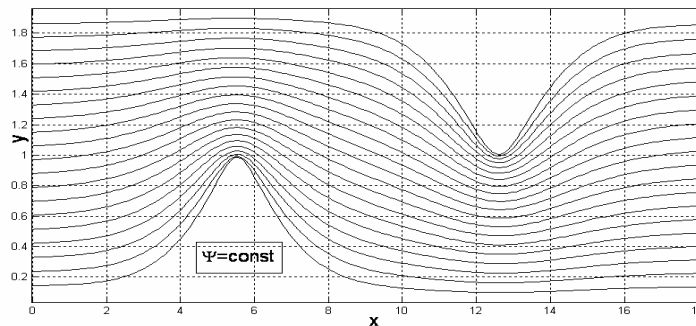


Рис. 1

Если задан в аналитическом или в численном виде вид функций $f_0(\varphi)$ и $f_1(\varphi)$, то формулы (7) представляют собой записанные в параметрической форме уравнения линий $\varphi = \text{const}$ или $\psi = \text{const}$. Если, например, задать ширину полосы $\psi_0 = 2$ и взять выражения для функций $f_0(\varphi)$ и $f_1(\varphi)$ в виде $f_0(\varphi) = \exp(-(\varphi-3)^2)$ и

$f_1(\varphi) = -\exp(-(\varphi - 7)^2)$, то получим изображение линий тока, показанное на рис. 1.

Предложенный способ конформного отображения позволяет решать также и задачи с неизвестными свободными границами. Так, если известна нижняя граница течения, т.е. задана функция $f_0(\varphi)$, а на верхней границе задано условие постоянства давления, то использование формул (2) приведет к нелинейному одномерному дифференциально-операторному уравнению для определения неизвестной функции $f_1(\varphi)$. Вычисляя из этого уравнения $f_1(\varphi)$, получим решение задачи о стационарном течении жидкости над неровным дном [4].

Литература

1. Смирнов И.В. Курс высшей математики. 1956. Т. 3, ч. 2. М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 628 с.
2. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963. 1100 с.
3. Либин Э.Е., Терновых Е.Ю. Граничная задача для уравнения Лапласа в полосе // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: матер. VII Всерос. науч. конф. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2011. С. 188–189.
4. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА, НАХОДЯЩЕГОСЯ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ЛЕДОКОЛЬНОЙ ПРИСТАВКИ В ВИДЕ КАТАМАРАНА

А.М. Сергеева, А.В. Ткачева

С использованием теории малых упругих деформаций и численного метода строится математическая модель устройства, исследуется напряженно-деформированное состояние льда.

INVESTIGATION OF THE STRESS-STRAIN STATE OF THE COVER UNDER THE INFLUNCE OF CONSOLES IN THE FORM OF ICE BREAKIN CATAMARAN

A.M. Sergeeva, A.V. Tkacheva

Using the theory of small elastic strains and the numerical method based mathematical model of the device is investigated dressed up - strain state of the ice.

Исторически сложилось так, что индустриальные центры, деревни, поселки находятся на берегах крупных рек. Использование водного транспорта для транспортировки грузов является экономически выгодным, поскольку не требует строительства дорог и прокладки коммуникаций.

В работе рассматривается ледоразрушающее устройство в виде катамарана, исследуется напряженно-деформированное состояние ледяного покрова, находящегося под воздействием ледокольной приставки. Целью является выявление зависимости напряженно-деформированного состояния ледяного покрова от геометрических параметров приставки.

Рассмотрим ледоразрушающее устройство, защищенное патентом [1]. В носовой оконечности судна 1 (рис. 1) при помощи креплений 2 устанавливают ледокольную приставку 3, перед которой в ледяном покрове 4 создают его свободную кромку. Приставку 3 выполняют в виде плавучей емкости, в диаметральной плоскости которой устанавливают форштевень 6, наклоненный под углом β к горизонтальной поверхности. По бортам – боковые ножи 5 с углом α и наклоненные к горизонту под таким же, но отрицательным по отношению к форштевню углом.

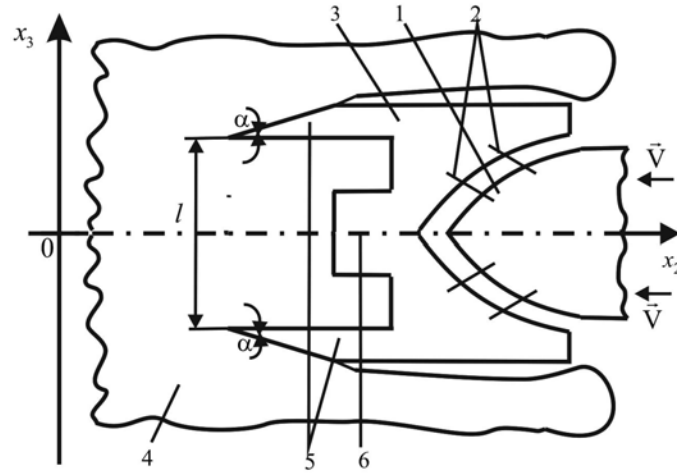


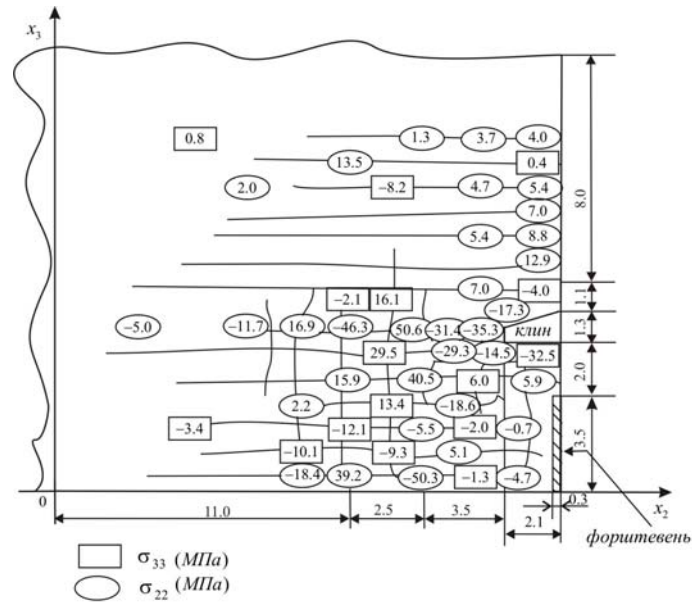
Рис. 1. Схема ледокольной приставки

Из экспериментальных данных, приведенных в работе [2], следует, что при низких температурах (ниже, чем -3°C) и кратковременных нагрузках (менее 10 с) лед ведет себя упруго, поэтому примем лед как сжимаемое упругое тело, по данным работы [1] имеем: модуль Юнга $- E = (87.6 - 0.21\theta - 0.0017\theta^2) \cdot 10^3 \text{ МПа}$; θ — температура льда; коэффициент Пуассона $- \mu = 0.36$; модуль сдвига $- G = E / 2(1 + \mu)$; коэффициент объемного сжатия $- K = (1 - 2\mu) / E$.

Уравнение движения $\sigma_{ij,j} + F_i - \rho \left(\dot{v}_i + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right) = 0$; закон Гука для малых деформаций $\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{ii} \delta_{ij} = 2G(\varepsilon_{ij} - 1/3 \varepsilon \delta_{ij})$, $\varepsilon_{ij} = 0,5(u_{i,j} + u_{j,i})$, $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$; обобщенный закон Гука $\sigma = E\varepsilon$; уравнение теплопроводности $\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) = 0$; $(i, j, k = 1, 2, 3)$.

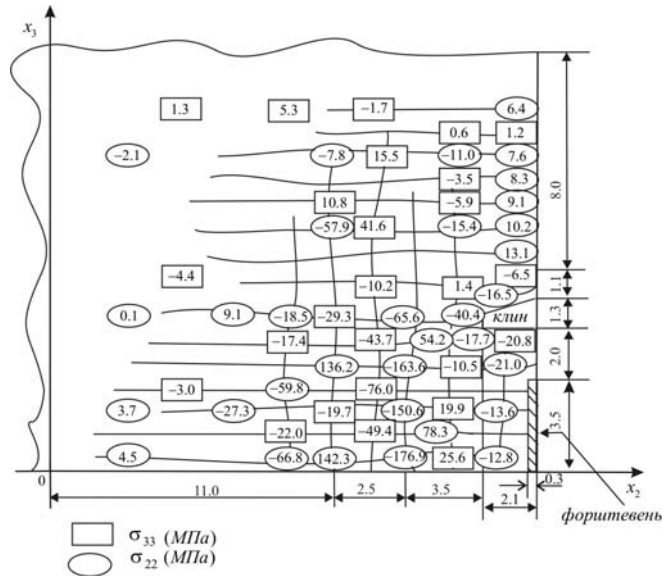
В уравнениях используется суммирование по повторяющимся индексам; ρ — плотность льда; $G = G(\theta)$ — модуль сдвига льда; $[\sigma_{ij}]$ — тензор напряжений; $[\varepsilon_{ij}]$ — тензор деформаций; v_i , F_i — проекции скорости перемещений и удельной объемной силы по координатным осям x_i , $i = 1, 2, 3$; $F_2 = F_3 = 0$; λ — коэффициент теплопроводности; θ — температура льда; $\dot{v}_i = \frac{\partial v_i}{\partial \tau}$, τ — время деформации, K — коэффициент объемного сжатия.

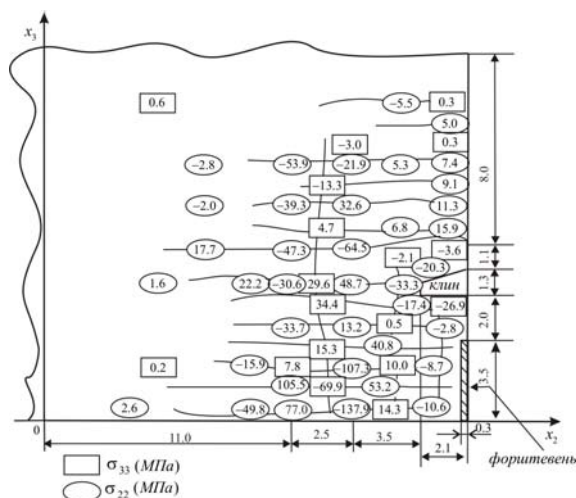
В качестве критериев нарушения сплошности ледяного покрова примем напряжения $\sigma_{кр}^{рас} \approx 4 \text{ МПа}$, $\sigma_{кр}^{сж} \approx -8 \text{ МПа}$, приведенные в работе [2]. Угол между форштевнем и горизонтом 15° ; α — угол острия клина 25° , 30° , 35° . Время контакта системы нагрузок со льдом $\Delta\tau = 0.01 \text{ с}$. Толщина ледяного покрова 0.75 м . Скорость устройства 7 км/ч .

Рис. 2. Схема нарушений сплошности в ледяном покрове ($\alpha = 25^\circ$)

Для решения системы исходных уравнений использовался численный метод [3], согласно которому область деформирования разбивается на ортогональные элементы конечных размеров; для каждого элемента записывается в разностном виде система исходных уравнений, которая решается по разработанному алгоритму [4].

На рис. 2, 3, 4 приведены схемы областей деформирования ледяного покрова, находящегося под воздействием ледокольной приставки, угол острия клина которой равен 25° , 30° , 35° соответственно.

Рис. 3. Схема нарушений сплошности в ледяном покрове ($\alpha = 30^\circ$)

Рис. 4. Схема нарушений сплошности в ледяном покрове ($\alpha = 35^\circ$)

Вывод: в ледяном покрове возникнут наибольшие напряжения, способствующие образованию радиальных и концентрических трещин, при воздействии ледокольной приставкой, имеющей угол клина, равный 30° .

Литература

1. Патент РФ №2229415. Устройство для разрушения ледяного покрова / Горкунов Э.С., Колмогоров В.Л., Козин В.М., Одинокое В.И. Бюл. №15. Оpubл. 27.05.2004.
2. Богородский В.В., Гаврило В.П., Недошивин О.А. Разрушение льда. Металлы, технические средства. Л.: Гидрометеоздат, 1983. 232 с.
3. Одинокое В.И. Численное исследование процесса деформации материалов бескоординатным методом. Владивосток: Дальнаука, 1995. 168 с.
4. Сергеева А.М., Одинокое В.И. Моделирование экологически безопасного способа разрушения ледяного покрова // Инженерная экология. 2009. №3. С. 53–62.

ИСТОЧНИК, ДВИЖУЩИЙСЯ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Ю.П. Худобина

Рассматривается течение неоднородной по плотности жидкости, возникающее от движения источника в горизонтальном направлении.

SOURCE MOVING IN THE STRATIFIED LIQUID

Yu.P. Khudobina

In article the current of a non-uniform liquid on density, arising from source movement in a horizontal direction is considered.

В статьях [1] и [2] получены решения для свободных и вынужденных колебаний вертикально стратифицированной жидкости, заполняющей прямоугольную полость. В настоящей работе рассматривается задача о горизонтально движущемся источнике с постоянной скоростью в неограниченном пространстве в такой же устойчиво стратифицированной жидкости. Задача решается в линеаризованной по-

становке. Функция тока $\Psi(x, y)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению типа Соболева:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) + \rho_0 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right] = g \frac{\partial \rho_0}{\partial y} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}. \quad (1)$$

Если перейти в систему координат, связанную с движущимся источником, и считать что течение не зависит от времени, то вторую производную по времени следует заменить выражением $u^2 \partial^2 / \partial x^2$, где u – скорость источника. Как обычно, для получения наиболее простого решения будем считать, что равновесная плотность жидкости изменяется по показательному закону $\rho(y) = \rho_0 \exp(-2\alpha y)$ с параметром неоднородности α . Этот параметр имеет размерность, обратную длине, поэтому можно ввести безразмерные переменные: $\xi = \alpha x$ и $\eta = \alpha y$. В новых переменных уравнение (1) записывается в виде

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} + \frac{2g}{\alpha u^2} \Psi \right] = \Psi_0 \delta(\xi) \delta(\eta), \quad (2)$$

где Ψ_0 – постоянная, имеющая размерность функции тока, а $\delta(\xi) \delta(\eta)$ – дельта-функции Дирака, учитывающие наличие источника в начале координат. От первой производной $\partial \Psi / \partial \eta$ в уравнении (2) можно избавиться, если искать решение в виде произведения:

$$\Psi = \Psi_0 e^{\eta} G(\xi, \eta). \quad (3)$$

Тогда для определения функции $G(\xi, \eta)$ получается дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\frac{\partial^2 G}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial \eta^2} - \mu^2 G \right] = \delta(\xi) \delta(\eta). \quad (4)$$

Через μ здесь обозначен безразмерный параметр

$$\mu = \sqrt{1 - \frac{2g}{\alpha u^2}}. \quad (5)$$

Он может принимать как вещественные, так и мнимые значения в зависимости от скорости движения источника u . Далее двойное интегрирование уравнения (4) по переменной ξ приводит его к виду:

$$\frac{\partial^2 G}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial \eta^2} - \mu^2 G = \xi \delta(\eta), \quad \xi > 0. \quad (6)$$

Пользуясь фильтрующим свойством дельта-функции, запишем правую часть (6) в виде интеграла:

$$\frac{\partial^2 G}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial \eta^2} - \mu^2 G = \int_{-\infty}^{\infty} \xi' \delta(\xi - \xi') d\xi' \delta(\eta). \quad (7)$$

Отсюда следует, что функцию $G(\xi, \eta)$ нужно искать в форме

$$G(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi' H(\xi - \xi', \eta) d\xi', \quad (8)$$

причем функция $H(\xi, \eta)$ должна удовлетворять неоднородному дифференциальному уравнению:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial \eta^2} - \mu^2 H = \delta(\xi - \xi') \delta(\eta). \quad (9)$$

Решением последнего уравнения является функция Макдональда K_0 [3]:

$$H(\xi - \xi', \eta) = K_0 \left(\mu \sqrt{(\xi - \xi')^2 + \eta^2} \right). \quad (10)$$

Следовательно, решение задачи о движении источника в неоднородной жидкости, которая расслоена по экспоненциальному закону, в безразмерных переменных имеет вид

$$\Psi(\xi, \eta) = \Psi_0 e^{\eta} \int_{-\infty}^{\xi} \xi' K_0 \left(\mu \sqrt{(\xi - \xi')^2 + \eta^2} \right) d\xi'. \quad (11)$$

Верхний предел интеграла здесь взят переменным, потому что выполняется неравенство $\xi > \xi'$.

Решение (11) остается справедливым и для мнимых значений параметра μ . Но в этом случае, согласно известному соотношению [3]: $2K_0(iz) = -\pi Y_0(z)$, вместо функции Макдональда K_0 должна стоять функция Неймана Y_0 . Оба решения как при вещественной, так и при мнимой величине параметра μ обладают логарифмической особенностью в начале координат.

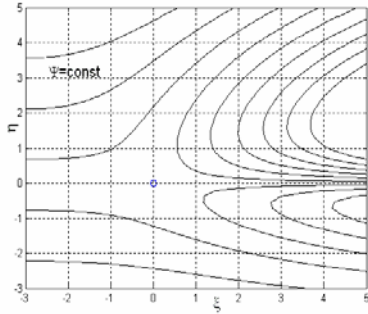


Рис. 1

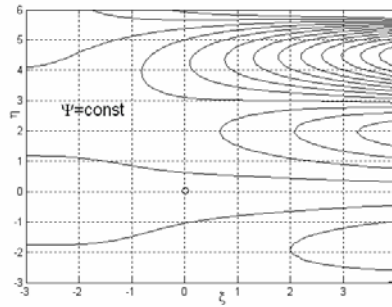


Рис. 2

На рис. 1 и 2 показаны линии равных значений функции тока $\Psi(\xi, \eta)$, которые были вычислены с помощью формулы (11). Первый расчет выполнен при вещественном значении параметра $\mu = 0.8$, что соответствует скорости движения источника $u = 1.66\sqrt{2g/\alpha}$.

Второй расчет, показанный на рис. 2, соответствует мнимому параметру $\mu = 1.2i$. Скорость движения источника при таком значении параметра имеет значение: $u = 0.64\sqrt{2g/\alpha}$. Таким образом, если скорость источника меньше критического значения, равного $\sqrt{2g/\alpha}$, то течение расслаивается выше источника на го-

ризонтальные зоны (см. рис. 2). Если источник имеет скорость выше критической, то течение жидкости является монотонным (см. рис. 1) и оно несимметричное по вертикали.

Литература

1. Худобина Ю.П., Либин Э.Е. Малые колебания неоднородной жидкости в прямоугольнике // Труды Томского государственного университета. Сер. физико-математическая. 2010. Т. 276. С. 223–224.
2. Худобина Ю. П., Либин Э.Е. О вынужденных колебаниях слоистой жидкости в полости // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: матер. VII Всерос. науч. конф. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2011. С. 477–478.
3. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 832 с.

ДВИЖЕНИЕ ВОДЯНОГО ПАРА В ТРУБЧАТОМ КАНАЛЕ, СОПРОВОЖДАЕМОЕ ЕГО КОНДЕНСАЦИЕЙ

Ф.И. Шагиева

Рассмотрена задача о движении водяного пара, в вертикальном трубчатом канале, сопровождаемом его конденсацией. Получены решения для давлений, температур и скоростей движения пара и конденсата.

MOVEMENT OF WATER VAPOR IN TUBULAR CHANNEL WITH CONDENSATION

F.I. Shagieva

The problem of water vapore flow with condensation in a vertical tubular channel is considered. The distribution of pressure, temperature and velocity of water vapor and steam condensate are obtained.

В вертикально расположенном канале постоянного сечения с радиусом a_0 происходит движение водяного пара с температурой T_0 . За счет разницы температур стенки канала и пара, происходит конденсация пара, в результате чего образуется тонкая пленка жидкости с температурой поверхности T_a , стекающая вдоль канала. Толщина образующегося конденсата δ с увеличением длины трубы z будет возрастать. В связи с накоплением на стенке трубки конденсата вдоль канала толщина пленки будет меняться – живой радиус канала a . Стенки трубчатого канала снаружи охлаждаются слоем воды толщиной δ_w .

Для описания процесса движения пара в трубчатом канале, сопровождаемого конденсацией на его стенках, используются следующие уравнения:

– Уравнения сохранения массовых расходов для пара и для тонкой пленки жидкости

$$\frac{dm_v}{dz} = -2\pi a j, \quad (1)$$

$$\frac{dm_l}{dz} = 2\pi a j, \quad (2)$$

где m_v и m_l – массовые расходы пара и жидкости; j – интенсивность конденсации пара, отнесенная на единицу поверхности пленки.

– Уравнения импульсов для пара и пленки конденсата:

$$m_v \frac{dw_v}{dz} = -S \frac{dP}{dz} + \rho_v^0 g S - 2\pi a \tau + \frac{dm_v}{dz} (w_{v_0} - w_v). \quad (3)$$

– Уравнение Навье–Стокса для стекающей пленки жидкости без учета сил инерции:

$$\rho_l g + \mu_l \frac{\partial^2 w_l'}{\partial x^2} = 0, \quad (4)$$

где w_v , w_l – соответственно скорости движения пара и воды; S – площадь поперечного сечения канала с учетом толщины конденсата; ρ_v^0 и ρ_l – плотности пара и жидкости; P – давление в трубе; τ – касательное напряжение на поверхности пленки.

Из (4) выражение для скорости течения воды при пренебрежении силами инерции, реактивной силой за счет фазовых переходов и поверхностными силами за счет неоднородности давления по вертикали имеет вид

$$w_l = \frac{g}{3\nu_l} \delta^2 + \frac{\tau}{2\mu_l} \delta. \quad (5)$$

Касательное напряжение на поверхности пленки определяется выражением

$$\tau = \rho_v^0 \frac{(w_v - w_l)^2}{8} \xi. \quad (6)$$

Здесь переменная ξ – коэффициент трения, определяемый выражением

$$\xi = \frac{0.3164}{\text{Re}_v^{0.25}}, \quad \text{Re}_v = \frac{2aw_v \rho_v^0}{\mu_v}.$$

– Уравнение притока тепла для пара:

$$m_v c_v \frac{dT}{dz} = \frac{m_v}{\rho_v^0} \frac{dP}{dz} - \frac{dm_v}{dz} c_v (T - T_a) - 2\pi a q^-, \quad (7)$$

где c_v – удельная теплоемкость пара.

При описании процессов течения приняты следующие допущения: вода несжимаема, а пар удовлетворяет уравнению калорически совершенного газа.

$$P = \rho_v^0 R_v T. \quad (8)$$

На поверхности конденсата выполняется уравнение теплового баланса

$$jl = -q^- + q^+. \quad (9)$$

Здесь q^- и q^+ – тепловые потоки от конденсата наружу и от пара к пленке конденсата; l – интенсивность конденсации.

После подстановки в (1) и (2) выражения для j из уравнения (9) получена следующая система уравнений:

$$\frac{dm_v}{dz} = -2\pi a \frac{q^+ - q^-}{l}, \quad (10)$$

$$\frac{dm_l}{dz} = 2\pi a \frac{q^+ - q^-}{l},$$

где q^- и q^+ , в свою очередь, определяются из следующих зависимостей:

$$q^+ = \frac{T_a - T_w}{\frac{\delta}{\lambda_l} + \frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{\delta_w}{\lambda_l}}, \quad q^- = \frac{\lambda_v \text{Nu}_v}{2a} (T - T_a),$$

$$\delta_w = \frac{z_w}{\text{Nu}_{sr}}, \quad \text{Nu}_{sr} = 0.726 (\text{Pr}_w \cdot \text{Gr})^{1/4}, \quad \text{Gr} = g z_w^3 (T_a - T_w) \frac{\beta}{\nu_l^2}. \quad (11)$$

Здесь δ_c и δ_w – толщины стенки трубы и приведенной толщины внешнего слоя охлаждающей канал воды; λ_l и λ_c – теплопроводности жидкости и материала стенки канала; T_w – температура внешней охлаждающей жидкости; z_w – протяженность зоны контакта внешнего слоя охлаждающей воды с каналом; β – коэффициент теплового расширения для охлаждающей воды; Gr – число Грасгофа для жидкостей.

Входящие в уравнения числа Нуссельта и Прандтля определяются следующим образом:

$$\text{Nu}_v = 0.021 \text{Re}_v^{0.8} \text{Pr}^{0.43}; \quad \text{Pr}_v = \frac{\mu_v c_v}{\lambda_v}. \quad (12)$$

На входе в канал приняты следующие условия ($z = 0$):

$$T = T_0, \quad w_v = w_{v_0}, \quad w_l = 0, \quad m_v = m_{v_0}.$$

Температура на поверхности контакта между паром и пленкой определяется как

$$T_a = T_s(P), \quad T_s(P) = \frac{T_*}{\ln\left(\frac{P_*}{P}\right)},$$

где $T_s(P)$ – температура насыщения, зависящая от давления P ; T_* и P_* – эмпирические параметры.

Расходы пара и конденсата зависят от других параметров следующим образом:

$$m_v = \pi a^2 \rho_v^0 w_v, \quad (13)$$

$$m_l = \pi (a_0^2 - a^2) \rho_l^0 w_l, \quad a = a_0 - \delta. \quad (14)$$

Продифференцировав выражение (14) по переменной z , получено

$$\frac{dm_l}{dz} = \pi \rho_l \left((a_0^2 - a^2) \frac{dw_l}{dz} - 2aw_l \frac{da}{dz} \right). \quad (15)$$

Из уравнения (5) следует

$$\frac{dw_l}{dz} = \left(\frac{2g}{3\nu_l} \delta + \frac{\tau}{2\mu_l} \right) \frac{d\delta}{dz}. \quad (16)$$

Подставив уравнения (5) и (16) в (15), с учетом естественного допущения $\delta \ll a_0$ можно получить

$$\frac{d\delta}{dz} = \frac{dm_l/dz}{\pi\rho_l \left(2a_0\delta \left(\frac{g\delta}{v_l} + \frac{\tau}{\mu_l} \right) \right)}. \quad (17)$$

Из (7) следует уравнение для изменения средней температуры пара вдоль канала

$$\frac{dT}{dz} = \frac{1}{m_v c_v} \left(\frac{m_v}{\rho_v^0} \frac{dP}{dz} - c_v (T - T_a) \frac{dm_v}{dz} - 2\pi a q^- \right). \quad (18)$$

Уравнение для изменения давления вдоль канала следует из (6) и имеет следующий вид:

$$\frac{dP}{dz} = \frac{1}{S} \left(\rho_v^0 g S - 2\pi a \tau + \frac{dm_v}{dz} (w_{v_0} - w_v) \right). \quad (19)$$

В итоге получена система дифференциальных и алгебраических уравнений (13)–(19), описывающая изменения гидродинамических и теплофизических параметров вдоль реактора.

Литература

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1. 464 с.; Ч. 2. 360 с.
2. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. 5-е изд., перераб. и доп. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.

ВОЗМОЖНОСТИ ПАКЕТА ПРОГРАММ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ НЕОДНОРОДНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

О.А. Штейнбрехер, Т.В. Бурнышева

Рассматриваются возможности пакета программ «Композит-НК» при решении задач механики машиностроительных конструкций. Описываются структура входных данных и модули пакета программ, а также возможности использования пакета для проведения вычислительного эксперимента.

POSSIBILITIES OF THE SOFTWARE PACKAGE OF MATHEMATICAL MODELING OF PROBLEMS OF MECHANICS OF HETEROGENEOUS STRUCTURES

O.A. Shteinbreher, T.V. Burnysheva

Possibilities of the software package "Composite-NK" for solving problem of engineering construction mechanics are considered. Structure of input data, subroutine of the software package and possibilities of using this program for computer simulation are described.

В настоящее время широко развиваются многочисленные пакеты программ [1, 2] для математического моделирования. В качестве примеров могут выступать широко известные пакеты, такие как ANSYS, NASTRAN, SolidWorks и др. Из российских пакетов можно выделить T-FLEX, APM Structure. Как правило, подобные программные продукты являются узкоспециализированными и разработаны для решения конкретного типа задач. В случае универсальных пакетов при изменении разрешающих уравнений или гипотез для получения численного решения, как правило, требуются дополнительные модули, приобретаемые отдельно. Все это может ограничивать возможность точного моделирования и решение поставленной задачи [3].

На кафедре математики и математического моделирования Новокузнецкого института (филиала) ФГБОУ ВПО «Кемеровский государственный университет» разработан пакет программ «Композит-НК» [4], предназначенный для решения задач статики, динамики, устойчивости [5] машиностроительных конструкций, имеющих сложную структуру [6, 7].

Рассмотрим подробнее ППП «Композит-НК». Для расчета напряженно-деформированного состояния конструкций в пакете реализован метод конечных элементов [8], основанный на принципе возможных перемещений. На данный момент пакет позволяет решать задачи статики и устойчивости конструкций. Для решения динамических задач имеется возможность решения серии задач статики с изменением входящих параметров. Также предусмотрен учет геометрической нелинейности при решении задач статики [9]. В качестве достоинства следует отметить наличие открытого кода в пакете программ «Композит-НК», что позволяет пользователю самостоятельно вносить необходимые изменения и добавлять новые требуемые модули.

Одним из этапов численного расчета напряженно-деформированного состояния конструкции является решение систем линейных алгебраических уравнений [10]. В ППП «Композит-НК» в качестве решателей реализованы как прямые, так и итерационные методы, такие как метод разложения Холецкого, фронтальный метод [11, 12], метод сопряженных градиентов. Кроме того, предусмотрена возможность использования различных видов предобуславливателей, применение метода переупорядочивания Катхилл-Маки [13].

Для задания структурной модели конструкции пакет программ «Композит-НК» имеет встроенный входной язык «Ядро» [14], предназначенный для генерации регулярных числовых массивов данных. Для этого на языке «Ядро» формируется три группы входных данных: данные в узлах модели, данные элементов модели и данные справочного характера. В первой группе содержится информация об узлах сетки, во второй – информация о конечных элементах модели, в третьей – информация о параметрах задачи.

Такой подход позволяет моделировать сетчатые оболочечные конструкции [6, 7]. Подобные конструкции представляют собой регулярную систему ребер, соединенных внешней поверхностью с обшивкой. Расчет напряженно-деформированного состояния подобных конструкций имеет свои особенности как в ходе построения модели, так и в ходе решения.

Так как рассматриваемые оболочки представляют собой регулярные системы ребер, при расчете жесткостных характеристик [15] требуется учитывать вид поперечного сечения ребер. Для автоматизации данного процесса для пакета программ был разработан модуль, позволяющий графически задавать поперечное сечение ребра конструкции и рассчитывать моменты инерции порядков от 0-го до 2-го, включая момент кручения. Для удобства ввода параметров сечений был разработан графический интерфейс, в котором реализована визуализация поперечных сечений ребер. Кроме того, данный модуль позволяет выбрать расположение локальных осей в сечении. В дальнейшем предполагается реализация расчета жесткостных параметров конструкции для произвольного вида сечений с помощью метода конечных элементов.

Подобное формирование входных данных позволяет наиболее точно задавать дискретную модель рассматриваемой конструкции, кроме того, входной язык позволяет малозатратно перестраивать конструкцию в случае изменения геометрических параметров конструктивных элементов. Это является необходимым свойством при проведении вычислительного эксперимента [16] для оценки влияния параметров конструкции на напряженно-деформированное состояние. Для этого в структурную модель введен файл «Параметры.jdr», содержащий изменяемые параметры

модели, через которые задаются регулярные массивы входных данных. Таким образом, в файле «Параметры.jdr» можно задать варьирование факторов вычислительного эксперимента.

В дальнейшем в пакете программ «Композит-НК» планируется реализация модулей, позволяющих решать связанные задачи, например термоупругого деформирования конструкций.

Литература

1. *Строительная механика* [Электронный ресурс]: Современные программные средства конечно-элементного анализа. Режим доступа <http://www.stroitmeh.ru/>
2. *Журнал «САПР и графика»* [Электронный ресурс]: Сравнительный анализ CAD/CAM-систем №5 май 2008 <http://www.sapr.ru/Archive/SG/2000/8/9/24.05.2008>.
3. *Каледин В.О.* Численно-аналитические модели в прочностных расчетах пространственных конструкций. НФИ КемГУ. Новокузнецк, 2000. 204 с.
4. *Бурнышева Т.В., Каледин В.О., Равковская И.В., Эптешева С.В.* Развитие пакета программ математического моделирования сопряженных задач механики неоднородных конструкций // Вестник Кемеровского государственного университета. 2010. № 1(41). С. 3–8.
5. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.
6. *Бурнышева Т.В.* Учет конструктивных вырезов при расчете полей напряжений оребренных оболочечных конструкций из композиционных материалов при статическом деформировании // Научный вестник НГТУ. 2011. №3 (44). С. 93–102.
7. *Васильев В.В.* Исследование влияния формы ячейки на напряженное состояние композитной сетчатой конструкции при локальном нагружении / В.В. Васильев, М.В. Никитин, А.Ф. Разин // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. М.: НТЦ «Информтехника». 2008. Вып. 1(138)–2(139). 90 с.
8. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с.
9. *Крюкова Я.С.* Учет геометрической нелинейности при расчете полей напряжений в оребренных оболочках при статических нагрузках // Материалы XLIX Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс»: Математика / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2011. С. 261.
10. *Джордж А.* Численное решение больших разреженных систем уравнений: Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 333 с.
11. *Irons В.М.* A frontal solution program for finite element analysis // Internat. J. Numer. Methods Engrg., Vol. 2, №1. 1970. P. 5–32.
12. *Штейнбрехер О.А.* Модификация фронтального метода решения СЛАУ в методе конечных элементов // Современные проблемы математики и механики: матер. II Всерос. молодежной науч. конф. / Под ред. А.И. Филькова. Томск: Изд-во Том. ун-та. 2011. С. 297–303.
13. *Писсанецки С.* Технология разреженных матриц. М.: Мир, 1988. 410 с.
14. *Каледин В.О.* Концепция языка программирования «Ядро» / НФИ КемГУ. Новокузнецк, 2008. 47 с.
15. *Беляев Н.М.* Сопротивление материалов. М.: Наука, 1976. 608 с.
16. *Виварский М.С., Лурье М.В.* Планирование эксперимента в технологических исследованиях. Киев: Техніка, 1975. 168 с.

НАГРЕВАНИЕ ЖИДКОСТИ В ЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ, СОПРОВОЖДАЕМОЕ ВСКИПАНИЕМ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ

Ю.А. Юмагулова

Рассмотрена задача о тепловом воздействии на жидкость, находящуюся в замкнутом объеме. Получены решения, описывающие повышение давления, возникающего вследствие фазовых переходов.

LIQUID HEATING IN THE CLOSED VOLUME, ACCOMPANIED BY BOILING UP NEAR TO BORDER

Yu.A. Yumagulova

The problem about thermal influence on the liquid which is in the closed volume is considered. The decisions describing increase of pressure, arising owing to phase transitions are received.

При интенсивном термическом воздействии на жидкость в замкнутом объеме вследствие фазовых переходов может происходить сильное повышение давления

жидкости, которое способствует разрушению конструкции. Данная задача представляет интерес при проектировании различных технических систем, работающих в переменных температурных условиях.

Рассмотрим плоскоодномерную, радиально-симметричную и сферически-симметричную задачу о нагревании емкости с жидкостью через боковые стенки, при котором происходит вскипание вблизи границы. Координату границы емкости обозначим $r = b$, а координату оси или центра симметрии $r = 0$. В результате нагревания вглубь емкости начинает распространяться фронтальная поверхность образования пара $r = r_{(s)}$, разделяющая емкость на две области жидкости и пара.

Для жидкости ($0 < r < r_{(s)}$) запишем уравнение неразрывности, теплопроводности и линейное уравнение состояния [1, 2]:

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} (r^n \rho_l v_l) = 0, \quad (1)$$

$$\rho_l c_l \frac{\partial T_l}{\partial t} = \frac{\lambda_l}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \frac{\partial T_l}{\partial r} \right), \quad (2)$$

$$\rho_l = \rho_{l0} \left(1 - \alpha^{(T)} (T_l - T_{l0}) + \alpha^{(p)} (p - p_0) \right), \quad (3)$$

где ρ_l , λ_l , c_l , v_l , T_l , p – плотность, теплопроводность, теплоемкость, скорость, температура и давление жидкости, нижний индекс 0 здесь и далее соответствует начальным значениям параметров жидкости; $\alpha^{(T)}$ – коэффициент термического расширения жидкости; $\alpha^{(p)} = 1/C_l^2$ – коэффициент сжимаемости, определяемый скоростью звука в жидкости C_l , $n = 0, 1, 2$ соответствует плоской, радиальной и сферической задачам.

Для пара ($r_{(s)} < r < b$) запишем уравнение теплопроводности и Менделеева–Клапейрона:

$$\rho_v c_v \left(\frac{\partial T_v}{\partial t} + v_v \frac{\partial T_v}{\partial r} \right) = \frac{\lambda_v}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \frac{\partial T_v}{\partial r} \right), \quad (4)$$

$$p_v = \rho_v R_v T_v, \quad (5)$$

где ρ_v , λ_v , c_v , v_v , T_v , p_v – плотность, теплопроводность, теплоемкость, скорость, температура и давление пара; R_v – газовая постоянная.

Пусть в начальном состоянии ($t \leq 0$) толщина пара $\Delta r_{(s)}$ равна нулю ($\Delta r_{(s)} = b - r_{(s)} = 0$), температура жидкости равна T_{l0} ($0 < r < b$), а давление $p = p_0$. С некоторого момента времени ($t > 0$) на границе $r = b$ поддерживается постоянная температура T_e , которая выше температуры кипения жидкости при давлении p_0 . В центре емкости ($r = 0$) выполняется условие отсутствия тепловых потоков ($\partial T_l / \partial r = 0$).

На границе жидкости и пара ($r = r_{(s)}$) температура равна равновесной температуре фазовых переходов для давления p : $T_v = T_l = T_s(p)$. Кроме того, на этой границе выполняются условия баланса массы и тепла:

$$\rho_v (v_v - \dot{r}_{(s)}) = \rho_l (v_l - \dot{r}_{(s)}), \quad (6)$$

$$\lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial r} - \lambda_v \frac{\partial T_v}{\partial r} = \bar{\rho}_v \dot{r}_{(s)} l, \quad (7)$$

где $\bar{\rho}_v$ – средняя плотность пара; l – удельная теплота парообразования.

Из уравнения неразрывности (1) и теплопроводности (2) с учетом линейного уравнения состояния (3) можно получить

$$\alpha^{(p)} r^n \frac{dp}{dt} = \alpha^{(T)} v_l^{(T)} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} (r^n v_l), \quad (8)$$

где $v_l^{(T)} = \lambda_l / (\rho_l c_l)$ – температуропроводность жидкости. Уравнение (8) записано в рамках гипотезы гомобаричности (однородности давления $\partial p / \partial r = 0$). Проинтегрировав (8) по координате от 0 до $r_{(s)}$, с учетом предположения $\Delta r_{(s)} \ll b$, получим

$$\frac{\alpha^{(p)} b}{(n+1)} \frac{dp}{dt} = \alpha^{(T)} v_l^{(T)} \left(\frac{\partial T_l}{\partial r} \right)_{r_{(s)}} - v_s. \quad (9)$$

Используя (6) и считая, что $\rho_v \ll \rho_l$, из (9) получим

$$\frac{\alpha^{(p)} b}{(n+1)} \frac{dp}{dt} = \alpha^{(T)} v_l^{(T)} \left(\frac{\partial T_l}{\partial r} \right)_{r_{(s)}} - \dot{r}_{(s)}. \quad (10)$$

Согласно уравнению (10) повышение давления жидкости происходит за счет термического расширения и сжатия слоев пара. В уравнении (10) неизвестной величиной является координата границы жидкости и пара $r_{(s)}$, которая входит в условие теплового баланса (7).

С учетом предположения, что толщина парового слоя мала ($\Delta r_{(s)} \ll b$), из (4) для распределения температур примем линейный закон:

$$T_v = \frac{(T_s(p) - T_e) \Delta r}{\Delta r_{(s)}} + T_e. \quad (11)$$

Подставляя (11) в условие теплового баланса (7), получим уравнение для изменения координаты толщины парового слоя:

$$\dot{r}_{(s)} = \frac{1}{\bar{\rho}_v l} \left(\lambda_l \left(\frac{\partial T_l}{\partial r} \right)_{r_{(s)}} - \lambda_v \frac{T_e - T_s(p)}{\Delta r_{(s)}} \right). \quad (12)$$

Для дальнейшего примем некоторые упрощения. В уравнениях (10) и (12) будем пренебрегать первым слагаемым правой части, отвечающим за термическое расширение. Это означает, что повышение давления жидкости происходит из-за сжатия за счет образования пара. Тогда система уравнений (10) и (12) относительно неизвестных $\Delta r_{(s)}$ и p преобразуется к виду

$$\alpha^{(p)} b \frac{dp}{dt} = (n+1) \Delta \dot{r}_{(s)}, \quad \Delta \dot{r}_{(s)} = \frac{\lambda_v (T_e - T_s(p))}{\bar{\rho}_v l \Delta r_{(s)}}. \quad (13)$$

С учетом уравнения Менделеева–Клапейрона (5) и условия фазового равновесия $T_s = T_* \ln^{-1}(p_*/p_s)$ ($T_* = l/R_v$), из (13) для закона изменения давления в емкости получим уравнение

$$\frac{dp}{dt} = \frac{(n+1)^2 \lambda_v}{(\alpha^{(p)} b)^2 p(p-p_0) \ln(p_*/p)} \left(T_e - \frac{T_*}{\ln(p_*/p)} \right). \quad (14)$$

Отметим, что решение уравнения (14) в начальный момент времени ($p = p_0$) имеет бесконечную производную. Поэтому для начального этапа роста давления ($(p-p_0) \ll p_0$) из (14) следует

$$p = p_0 + \frac{(n+1)}{\alpha^{(p)} b} \sqrt{\frac{2\lambda_v T_s(p_0)(T_e - T_s(p_0))t}{p_0 T_*}}. \quad (15)$$

Формула (15) необходима для задания начальных условий, в дальнейшем решение продолжается согласно уравнению (14).

При этом закон изменения толщины слоя пара примет вид

$$r_{(s)} = \sqrt{\frac{2\nu_v^{(T)} c_v (T_e - T_*/\ln(p_*/p))t}{l}},$$

где $\nu_v^{(T)} = \lambda_v / (\rho_v c_v)$ – температуропроводность пара.

Построены математические модели и решения, описывающие повышение давления жидкости в замкнутом объеме при нагревании через боковые стенки для плоскоодномерной ($n=0$), радиально-симметричной ($n=1$) и сферически-симметричной ($n=2$) геометрии задачи.

Литература

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1. 464 с.; Ч. 2. 360 с.
2. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.

СЕКЦИЯ 3
ИССЛЕДОВАНИЯ НОВЫХ ПЕРСПЕКТИВНЫХ
МАТЕРИАЛОВ В ПРИЛОЖЕНИЯХ МЕХАНИКИ
СПЛОШНЫХ СРЕД

СТРУКТУРА КЕРАМИК ИЗ ОКСИДНЫХ ПОРОШКОВЫХ СИСТЕМ

Т.А. Асташова, А.В. Козлова

Исследовалась структура керамик из порошков диоксида циркония, полученных методом химического осаждения и разложением жидкофазных прекурсоров в плазме высокочастотного разряда, и их смесей. Выявлены зависимости объема порового пространства и прочности материалов от температуры спекания и соотношения исходных компонентов. Обнаружено, что при одинаковом объеме порового пространства 20 % керамика, полученная из химически осажденного порошка, характеризовалась сообщающимися поровыми кластерами, тогда как в керамике из порошка, полученного в плазме высокочастотного разряда, присутствовали преимущественно изолированные поры.

THE STRUCTURE OF CERAMIC BASED ON OXIDE POWDER SYSTEMS

T.A. Astashova, A.V. Kozlova

The structure of ceramic materials based on ZrO_2 powders obtained by the method of chemical precipitation and by plasma-spray decomposition of liquid-phase precursors was studied. The dependences of porosity and strength of materials on the sintering temperature and initial powders ratio were shown. It was observed, that at the same porosity volume ceramic materials based on chemically precipitated powder had well developed porosity, and the structure of ceramics based on plasma-sprayed powder was characterized by isolated pores.

Процесс спекания порошков одинакового химического состава, полученных разными методами, происходит по-разному. Это объясняется разной степенью влияния ряда факторов: искаженности кристаллической решетки, размера частиц, удельной поверхности порошка, наличия определенных примесей. Однако степень влияния каждого из перечисленных факторов неизвестна, так как обычно сравнивается спекание порошков, изготовленных разными методами и отличающихся почти по всем перечисленным характеристикам [1]. Пористые керамические материалы, получаемые из оксидных порошковых систем на основе диоксида циркония, обладают уникальным комплексом свойств: высокой температурой плавления, стойкостью к коррозии, износу, низкой теплопроводностью, высокой вязкостью разрушения [2]. Однако наличие пористости существенно ограничивает их использование из-за снижения прочности. Одним из способов сохранения высокой прочности в сочетании с наличием пористости может являться использование в процессе синтеза керамик порошков с разной морфологией и дисперсностью, полученных разными методами [3].

Цель данной работы – анализ влияния дисперсности и морфологии порошковых систем на структуру и свойства пористой керамики, получаемой на их основе.

Для получения керамических материалов в работе использовались порошки твёрдых растворов на основе ZrO_2 , полученные двумя методами: методом химического осаждения ($ZrO_2(XO)$) и разложением жидкофазных прекурсоров в плазме высокочастотного разряда (плазмохимический синтез) ($ZrO_2(ПХ)$). Смеси порош-

ков с содержанием высокодисперсного порошка 20, 40, 60, 80 об.% готовились в режиме сухого смешивания в течение 1 ч в барабанной мельнице с мелющими телами из высокоплотной алюмооксидной керамики. Керамические материалы получены прессованием и последующим спеканием в интервале гомологических температур α [0.57–0.65] с изотермической выдержкой в течение часа. Механические испытания проводились по схеме диаметального сжатия при постоянной скорости нагружения.

При исследованиях посредством электронной микроскопии порошка ZrO_2 , полученного химическим осаждением, наблюдались плотные поликристаллические агрегаты осколочной формы. Порошок ZrO_2 , полученный разложением солей в плазме высокочастотного разряда, состоял из рыхлых агрегатов, сформированных сферическими частицами и частицами, не имеющими регулярной формы, а также из сферических частиц, не прозрачных для электронного пучка. Средний размер частиц порошка, полученного химическим осаждением, составил 12 мкм, а порошка, полученного разложением жидкофазных прекурсоров, 0.8 мкм.

Исследования поровой структуры керамических материалов с разной долей высокодисперсной фракции, спеченных в интервале гомологических температур 0.57–0.65, показали, что практически для всех составов зависимости претерпевают излом при температуре 0.6. Для материалов с преимущественной долей высокодисперсной фазы (80 и 100 %) в процессе спекания при температуре более 0.6 уплотнения практически не происходит (рис. 1). Это может быть вызвано формированием в материале уже при относительно низких температурах спекания устойчивого к уплотнению каркаса. Как видно из рис. 1, материалы из смесей, содержащих 40 % и более грубодисперсного порошка, продолжали интенсивно уплотняться во всем интервале температур.

При наибольшей температуре спекания керамики, полученные только из высокодисперсного и грубодисперсного порошков, практически не отличались по объёму порового пространства, несмотря на имеющуюся разницу в среднем размере и морфологии частиц порошков. В обоих случаях пористость в образцах была близка к 20 %. Агрегированность высокодисперсного порошка, несмотря на его более высокую активность к спеканию по сравнению с грубодисперсным порошком, не позволила достичь большей плотности в получаемой из него керамике. Структура керамики из грубодисперсного порошка характеризовалась развитой поровой структурой с сообщающимися поровыми кластерами. В керамике, полученной из высокодисперсного порошка ZrO_2 , преобладали изолированные поры с формой, близкой к сферической.

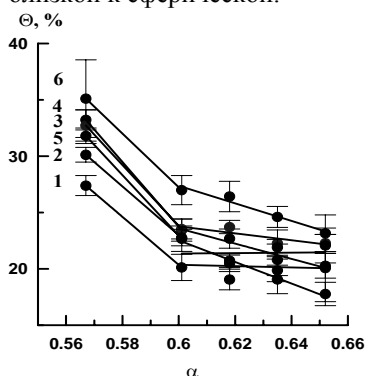
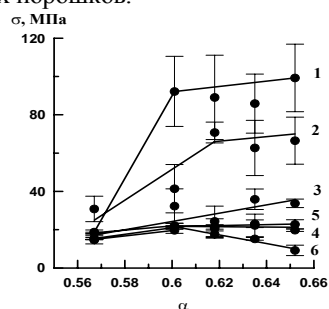


Рис. 1. Зависимости объема порового пространства спеченных керамических материалов от температуры спекания для составов: 1 – ZrO_2 (ПХ); 2 – 80% ZrO_2 (ПХ) + 20% ZrO_2 (ХО); 3 – 60% ZrO_2 (ПХ) + 40% ZrO_2 (ХО); 4 – 40% ZrO_2 (ПХ) + 60% ZrO_2 (ХО); 5 – 20% ZrO_2 (ПХ) + 80% ZrO_2 (ХО); 6 – ZrO_2 (ХО)

На рис. 2 представлены зависимости прочности при диаметральном сжатии материалов, полученных из порошков бифракционного состава, от температуры спекания. Предел прочности полученных керамик возрастал при увеличении доли высокодисперсной фазы в порошковых смесях для всех температур спекания. При

наименьшей гомологической температуре спекания 0.57 прочность материалов на разрыв была практически одинаковой (около 20 МПа). С повышением температуры спекания для всех составов, содержащих высокодисперсную фракцию, наблюдался рост прочности. Прочность керамики с долей высокодисперсного порошка 80 и 100 % в интервале температур 0.6–0.65 сохранялась практически постоянной. Это может быть обусловлено высокой активностью к спеканию высокодисперсных порошков и, как следствие, образованием прочного каркаса уже при низких температурах. В материалах с долей грубодисперсного ZrO_2 более 40 % с увеличением температуры спекания прочность росла менее интенсивно, а в керамике из 100 % грубодисперсного порошка наблюдалось снижение прочности, что может быть результатом рекристаллизационного процесса при спекании материалов из грубодисперсных порошков.

Рис. 2. Зависимости прочности спеченных керамических материалов от температуры спекания для составов: 1 – ZrO_2 (ПХ); 2 – 80% ZrO_2 (ПХ) + 20% ZrO_2 (ХО); 3 – 60% ZrO_2 (ПХ) + 40% ZrO_2 (ХО); 4 – 40% ZrO_2 (ПХ) + 60% ZrO_2 (ХО); 5 – 20% ZrO_2 (ПХ) + 80% ZrO_2 (ХО); 6 – ZrO_2 (ХО)



Таким образом, при увеличении доли высокодисперсной фракции в составе материалов растет прочность материалов и изменяется характер пористости от сообщающихся поровых кластеров к изолированным порам.

Исследования выполнены при финансовой поддержке гранта Минобрнауки России № 14.740.11.1169

Литература

1. Федорченко И.М. О влиянии размера частиц и удельной поверхности на усулку при спекании // И.М. Федорченко, И.И. Иванова // Теория и технология спекания. Киев: Наукова думка, 1974. С. 193–199.
2. Кульков С.Н. Фазовый состав и особенности формирования структуры на основе стабилизированного диоксида циркония // С.Н. Кульков, С.П. Буякова // Российские нанотехнологии. 2007. Т. 2, №1–2. С. 119–132.
3. Козлова А.В. Структура и свойства керамики, полученной из бифракционных порошковых систем // А.В. Козлова, С.П. Буякова, С.Н. Кульков // Вопросы материаловедения. 2011. №3(67). С. 89–95.

ВЛИЯНИЕ ЛЕГИРОВАНИЯ ВОДОРОДОМ НА ЛОКАЛИЗАЦИЮ ДЕФОРМАЦИИ СУБМИКРОКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО СПЛАВА Ti-6Al-4V

Д.Ю. Булышко, Г.П. Грабовецкая

Изучено деформационное поведение при растяжении субмикроструктурного титанового сплава Ti-6Al-4V с различным содержанием водорода при температурах 293, 923 и 973 К. Обсуждаются возможные причины изменения устойчивости сплава к локализации деформации на макроуровне в присутствии водорода.

INFLUENCE OF HYDROGENATION ON LOCALIZATION OF DEFORMATION OF SUBMICROCRYSTALLINE Ti-6Al-4V TITANIUM ALLOY

D.Yu. Bulynko, G.P. Grabovetskaya

Deformation behavior under strain of submicrocrystalline titanium alloy Ti-6Al-4V with different hydrogen content at temperatures 293, 923 and 973 K has been studied. Possible reasons of change of alloy stability to deformation localization on macrolevel at hydrogen presence are discussed.

Известно, что водород оказывает отрицательное влияние на пластичность титана и его сплавов, если его содержание превышает некоторый определенный предел [1]. Вместе с тем в литературе имеются сведения [1], согласно которым форми-

рование в титановых сплавах мелкозернистой структуры (размер зерен 2–3 мкм) снижает отрицательное влияние водорода на пластичность сплава. В связи с этим представляет интерес провести исследование влияния легирования водородом на развитие деформационных процессов в титановых сплавах в субмикроструктурном (СМК) состоянии.

В качестве исходного материала для исследования в работе был использован $\alpha+\beta$ титановый сплав ВТ6, концентрация водорода в котором составляла 0,005 мас.%. Субмикроструктурная структура в сплаве со средним размером зерен порядка ~0,1 мкм была получена методом, сочетающим предварительное легирование водородом и горячую пластическую деформацию прессованием [2]. Предварительное перед прессованием легирование сплава водородом до концентрации 0,08 и 0,33 мас.% проводили в аппарате Сиверста в среде осушенного водорода при температуре 1023 К. Концентрацию водорода в образцах измеряли кулонометрическим методом определения массовой доли водорода. Испытания на растяжение образцов с размерами рабочей части 5×1.7×0.7 мм были проведены на установке ПВ-3012М с начальной скоростью деформации $6.7 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ при температурах 293, 923 и 973 К.

При изучении распределения деформации по длине рабочей части образцов было установлено, что все исследуемые сплавы в той или иной степени проявляют склонность к локализации деформации на макроуровне. В сплавах Ti-6Al-4V-0,005H и Ti-6Al-4V-0,08H локализация деформации на макроуровне при комнатной температуре проявляется в развитии двух макрополос локализованной деформации шириной ~0,5 мм. Полосы располагаются под углом ~120° друг к другу и под углом, близким к 60° к оси растяжения. Появление макрополос локализованной деформации на кривой течения соответствует началу стадии падающего напряжения. Такой характер локализации деформации является типичным для СМК металлических материалов, полученных с использованием методов интенсивной пластической деформации [3]. Разрушение образцов СМК сплавов Ti-6Al-4V-0,005H и Ti-6Al-4V-0,08H происходит сдвигом вдоль одной из макрополос локализованной деформации. В сплаве Ti-6Al-4V-0,33H локализация деформации на макроуровне происходит путем образования слабовыраженной шейки, а разрушение – отрывом вдоль плоскости, практически перпендикулярной направлению нагрузки. При повышении температуры испытания до 923 и 973 К локализация деформации на макроуровне в исследуемых сплавах проявляется в развитии слабо (сплав Ti-6Al-4V-0,005H) или резко (сплавы Ti-6Al-4V-0,08H и Ti-6Al-4V-0,33H) выраженной шейки.

О степени развития процессов локализации деформации на макроуровне можно судить по величине коэффициента локализации деформации (η), который определяется по формуле [4]:

$$\eta = 1 / [(1 - \psi)(1 + \delta)],$$

где ψ – сужение в шейке; δ – деформация до разрушения.

С увеличением коэффициента η склонность к локализации деформации материала растет. Рассчитанные значения η для сплава Ti-6Al-4V с различным содержанием водорода приведены в таблице. Из сравнения полученных значений η видно, что с повышением концентрации водорода в пределах 0,005–0,33 мас. % величина коэффициента η уменьшается при комнатной температуре и растет при повышенных температурах.

Механические свойства субмикроструктурного сплава Ti-6Al-4V-H с различным содержанием водорода

Материал, мас.% H	Температура, К	Коэффициент локализации деформации
Ti-6Al-4V-0,005	293	1,98
Ti-6Al-4V-0,08		1,75
Ti-6Al-4V-0,33		1
Ti-6Al-4V-0,005	923	6,8
Ti-6Al-4V-0,08		9,6
Ti-6Al-4V-0,33		13
Ti-6Al-4V-0,005	973	5,1
Ti-6Al-4V-0,08		10,4
Ti-6Al-4V-0,33		21

Известно [5], что развитие локализации деформации в металлических материалах с неравновесной структурой, какими являются субмикроструктурные металлы и сплавы, связано с затруднением движения дислокаций из-за высоких внутренних напряжений. С другой стороны, существуют данные [6], согласно которым присутствие водорода в твердом растворе в железе и сплавах на его основе облегчает зарождение дислокаций и увеличивает их подвижность. В связи с этим, можно предполагать, что отсутствие локализации деформации при растяжении на стадии деформационного упрочнения в исследуемом субмикроструктурном сплаве Ti-6Al-4V-H, содержащем водород в основном в твердом растворе, обусловлено облегченным зарождением дислокаций и увеличением их подвижности.

Эффект снижения устойчивости к локализации деформации на макроуровне сплава Ti-6Al-4V при температурах 923 и 973 К с повышением концентрации водорода может быть связан с появлением неоднородности распределения водорода по объему образца в процессе растяжения. Выше отмечалось, что водород способен концентрироваться в наиболее напряженных участках образца. С другой стороны, известно [7], что легирование водородом сплава Ti-6Al-4V до концентрации 1,0 мас.% приводит к снижению температуры $\alpha \rightarrow \beta$ перехода до 973 К и образованию обогащенной водородом β -фазы. Можно предполагать, что образование при растяжении обогащенной водородом β -фазы в локальных участках образца может приводить к развитию неоднородной пластической деформации и, как следствие, локализации деформации на макроуровне. Подтверждением этого предположения служат результаты проведенных в [9] рентгеноструктурных исследований, согласно которым состав и параметры решеток фаз сплава Ti-6Al-4V-0,005H после закалки от температуры 973 К не изменились. В то же время в сплаве Ti-6Al-4V-0,33H после закалки увеличиваются количество β -фазы и параметр ее решетки.

Заключение. Присутствие водорода в субмикроструктурном сплаве Ti-6Al-4V в твердом растворе в пределах концентраций 0,005–0,33 мас.% повышает его устойчивость к локализации деформации на макроуровне при комнатной температуре и снижает при повышенных температурах.

Литература

1. Цвиккер У. Титан и его сплавы. М.: Металлургия, 1979. 511 с.
2. Грабовецкая Г.П., Мельникова Е.Н., Колобов Ю.Р. и др. Эволюция структурно-фазового состояния сплава Ti-6Al-4V в процессе формирования субмикроструктурной структуры с использованием обратимого легирования водородом // Изв. вузов. Физика. 2006. № 4. С. 86–91.
3. Дударев Е.Ф., Бакач Г.П., Грабовецкая Г.П. и др. Деформационное поведение и локализация пластической деформации на мезо- и макромасштабном уровнях в субмикроструктурном титане // Физическая мезомеханика. 2001. Т. 4, № 1. С. 97–104.
4. Пресняков А.А. Локализация пластической деформации. М.: Машиностроение, 1983. 56 с.

5. Панин В.Е., Егорушкин В.Е., Панин А.В. Физическая мезомеханика деформируемого твердого тела как многоуровневой системы. I. Физические основы многоуровневого подхода // Физическая мезомеханика. 2006. Т. 9, № 3. С. 9–22.

6. Robertson I.V. The effect of hydrogen on dislocation dynamics // Engineering Fracture Mechanics. 2001. Vol. 68. P. 671–692.

7. Ильин А.А., Мамонов А.М. Температурно-концентрационные диаграммы фазового состава водородсодержащих многокомпонентных сплавов на основе титана // Металлы. 1994. №5. С. 71–78.

8. Грабовецкая Г.П., Мельникова Е.Н., Чернов И.П. Структурно-фазовое состояние и механические свойства субмикроструктурного титанового сплава Ti-6Al-4V, полученного с использованием обратимого легирования водородом // Изв. Томского политехнического университета. 2007. Т. 311, № 2. С. 111–115.

СТРУКТУРА КЕРАМИКИ ИЗ БИФРАКЦИОННЫХ ПОРОШКОВЫХ СИСТЕМ

А.Г. Бурлаченко, А.В. Козлова

Изучено влияние высокодисперсной фракции в смеси с грубодисперсным порошком на структуру, фазовый состав и механические свойства керамики на основе ZrO_2 . Показано, что зависимости объёма порового пространства и среднего размера пор в керамиках от доли высокодисперсной фракции в порошках не монотонны. При одинаковом объёме порового пространства в керамике, полученной из грубодисперсного порошка ZrO_2 , пористость представлена, по большей мере, сообщающимися поровыми кластерами, в керамике, полученной из высокодисперсного порошка ZrO_2 , преобладали изолированные поры.

THE STRUCTURE OF CERAMIC BASED ON BIFRACTIONAL POWDER SYSTEMS

A.G. Burlachenko, A.V. Kozlova

The structure, phase composition and mechanical properties of ceramic materials based on ZrO_2 powders obtained by the method of chemical precipitation and by plasma-spray decomposition of liquid-phase precursors were studied. The dependences of porosity and an average pore size of materials on initial powders ratio were non monotonous. It was observed, that at the same porosity volume ceramic materials based on chemically precipitated powder had well developed porosity, and the structure of ceramics based on plasma-sprayed powder was characterized by isolated pores.

Для большинства керамик свойственны высокая температура плавления, низкая теплопроводность, высокая термостойкость, износостойкость. Сочетание этих характеристик ставит керамики в приоритетное положение относительно металлов и органических соединений в качестве пористых материалов для теплоизоляторов, фильтров, носителей катализаторов и т.п. [1]. Между тем использование пористых керамик ограничено вследствие значительной потери механической устойчивости с присутствием в структуре пор. Один из подходов управления структурой и соответственно свойствами материалов, получаемых по порошковым технологиям – использование порошковых систем бифракционного состава: с крупными частицами основной фракции и более мелкими частицами того же химического состава. В этом случае введение тонкодисперсной фракции в грубодисперсный порошок может обеспечить увеличение прочности пористого каркаса [2]. Цель данной работы – анализ структуры и свойств пористой керамики на основе ZrO_2 , получаемой из порошковых смесей бифракционного состава.

В качестве компонентов порошковых смесей использовались порошки твёрдых растворов на основе ZrO_2 , один из которых получен разложением жидкофазных прекурсоров в плазме высокочастотного разряда, второй – методом химического соосаждения. Средний размер частиц в порошке $ZrO_2+8.6$ мол. % MgO, получен-

ном разложением реагентов в плазме, составлял 0.8 мкм, в порошке ZrO_2+3 мол. % Y_2O_3 , полученном химическим соосаждением, – 12 мкм.

Порошковые смеси готовились в режиме сухого смешивания в течение 1 ч в барабанной мельнице с мелющими телами из высокоплотной алюмооксидной керамики. Доля высокодисперсной фракции $ZrO_2(MgO)$ в смесях варьировалась от 1 до 80 об.%. Образцы керамик получены прессованием порошков при давлении 120 МПа и последующим спеканием при температуре 1650 °С с изотермической выдержкой в течение часа.

Анализ фазового состава и параметров кристаллической структуры дисперсных систем и керамик проводился методом рентгеновской дифракции. Исследования макро- и микроструктуры осуществлялись на сканирующем электронном микроскопе Philips SEM 515. Измерения размеров частиц в порошках и зёрен в керамиках осуществлялись методом случайных секущих [3]. Механические испытания керамики проводились по схеме диаметрального сжатия на универсальной испытательной машине «Instron 1185» с постоянной скоростью нагружения.

При исследованиях порошков посредством растровой электронной микроскопии в высокодисперсном порошке $ZrO_2(MgO)$ наблюдались обособленные частицы сферической формы и большое число агрегатов, сформированных сферическими частицами и частицами, не имеющими регулярной формы. Грубодисперсный порошок $ZrO_2(Y_2O_3)$ состоял из частиц осколочной формы. Согласно данным рентгеновской дифракции в обоих порошках доля высокотемпературных модификаций ZrO_2 составляла более 90 %. В грубодисперсном порошке преобладала тетрагональная модификация диоксида циркония, в высокодисперсном – кубическая.

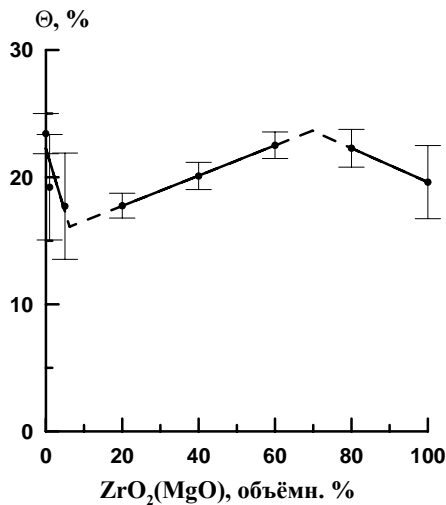


Рис. 1. Влияние объёмной доли высокодисперсной фракции порошка в смеси с грубодисперсной фракцией на пористость в керамике

При имеющейся разнице в среднем размере частиц в порошках ZrO_2 керамики, полученные только из высокодисперсного и грубодисперсного порошков, практически не отличались по объёму порового пространства, в обоих случаях пористость в образцах была близка к 20 %. На рис. 1 приведена зависимость пористости в керамиках, полученных из порошковых смесей с разным соотношением грубодисперсной и высокодисперсной фракций. Введение в грубодисперсный порошок высокодисперсной фракции до 5 % приводило к сокращению пористости в керамиках, при объёмной доле высокодисперсной фракции в смеси от 20 до 60 % пористость в керамиках возрастала и уменьшалась при большей доле высокодисперсной фракции. В материалах, получаемых из бифракционных порошковых систем, присутствует, по меньшей мере,

два вида пор – эквипартичные поры, формируемые грубодисперсной фракцией и высокодисперсной фракцией. Сокращение пористости происходит, в значительной мере, за счёт заполнения мелкими частицами пустот между частицами крупной фракции. С увеличением количества высокодисперсной фракции возрастает доля эквипартичных пор, формируемых этой фракцией, что приводит к увеличению пористости в материалах.

Зависимость среднего размера пор от доли высокодисперсной фракции в порошках подобно зависимости объёма порового пространства в полученных керамиках не линейна и состоит из участков, соответствующих увеличению и уменьшению размера пор, рис. 2. Увеличение дисперсности порошка, привело к уменьшению размера пор в получаемых керамиках от 9 мкм в образцах, полученных из грубодисперсного порошка до 2.5 мкм в образцах, полученных из высокодисперсного порошка.

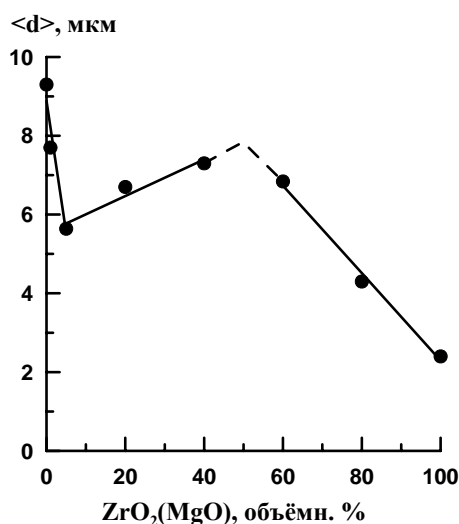


Рис. 2. Влияние объёмной доли высокодисперсной фракции порошка в смеси с грубодисперсной фракцией на средний размер пор в керамике

При одинаковом объёме порового пространства в керамике, полученной из грубодисперсного порошка ZrO_2 , пористость представлена, по большей мере, сообщающимися поровыми кластерами. В керамике, полученной из высокодисперсного порошка ZrO_2 , преобладали изолированные поры. С увеличением высокодисперсной фракции в смеси возрастала прочность полученных керамик.

Таким образом, зависимости объёма порового пространства и среднего размера пор в керамиках от доли высокодисперсной фракции в порошках не монотонны. При одинаковом объёме порового пространства в керамике, полученной из грубодисперсного порошка ZrO_2 , пористость представлена, по большей мере, сообщающимися поровыми кластерами, в керамике, полученной из высокодисперсного порошка ZrO_2 , преобладают изолированные поры. Введение тонкодисперсной фракции в грубодисперсный порошок приводит к увеличению прочности пористого каркаса.

Исследования выполнены при финансовой поддержке гранта Минобрнауки России № 14.740.11.1169.

Литература

1. Зырянов В.В. Многослойные керамические мембраны с селективной проницаемостью // Конструкции из композиционных материалов. 2007. № 1. С. 32–49.
2. Красулин Ю.Л. Пористая конструкционная керамика. М.: Металлургия, 1980. 100 с.
3. Салтыков С.А. Стереометрическая металлография. М.: Металлургия. 1970. 376 с.

ВОЗМОЖНОСТЬ РЕГУЛИРОВКИ СТЕПЕНИ ОЧИСТКИ ЖИДКОСТИ ОТ ЧАСТИЦ МЕЛКОЙ ФРАКЦИИ

А.С. Воробьев

Вывод формулы для регулирования степени очистки с заданной начальной концентрацией частиц и требуемым расходом жидкости.

ABILITY TO ADJUST THE DEGREE OF CLEANING LIQUID FROM THE PARTICLES OF FINE FRACTION

A.S. Vorobeyv

Derivation of a formula to adjust the degree of purification with a given initial concentration of particles and the desired liquid flow rate.

Постановка задачи. Рассмотрим песчаный фильтр, который представляет собой цилиндр высотой h с площадью поперечного сечения S (рис. 1). Загрязненная вода подается снизу по всему сечению. Так как сечение S постоянное, то фильтрационное течение можно считать одномерным. Крупные частицы застревают в сужениях каналов фильтра, мелкодисперсная фракция оседает на стенках каналов под действием гравитации. Процесс может продолжаться до полного перекрытия фильтрационного канала.

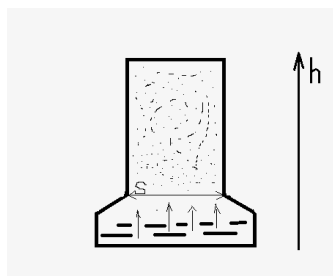


Рис. 1

Важно оценить отстаивание частиц по скорости. Оценим разность скорости сферических частиц угля и воды с учетом сил плавучести и вязких сил, взятых в стоксовском приближении:

$$U - U_y = \frac{1}{18} d_y^2 (\rho_y - \rho) \frac{g}{\mu},$$

где d_y – диаметр частиц угля, ρ_y – плотность частиц угля, ρ – плотность воды, μ – динамическая вязкость воды.

Полагаем $\mu = 0.01\delta \cdot 10^{-5}$ (Па·с), $\rho_y = 1700$ (кг/м³), $g = 9,81$ (м/с²), $\rho = 1000$ (кг/м³). Найдем разность скоростей сферических частиц угля и воды. Для частиц диаметром 10^{-5} м она равна $3,6 \cdot 10^{-5}$ м/с. Для частиц диаметром 10^{-3} м она равна $3,6 \cdot 10^{-3}$ м/с.

Пористость фильтра с учетом осевших частиц угля:

$$\varepsilon = \frac{V - V_p - V_y}{V},$$

V , V_p , V_y – объем элемента; объем занятый песком; объем, занятый осевшими частицами угля; $\varepsilon_0 = (V - V_p)/V$ – характеризует долю свободного объема чистого фильтра и является для него постоянной величиной; $V_y/V = \varepsilon_0 - \varepsilon$ – величина переменная, зависящая от времени и положения элемента. В силу одномерности задачи примем V_y/V и $\varepsilon = \varepsilon_0 - V_y/V$ зависящими от времени и высоты расположения элемента. Для массовой скорости осаждения частиц в единице объема фильтра примем формулу

$$d\rho_s / dt = k\rho_s,$$

где $d\rho_s$ – масса частиц угля в единице объема; k – коэффициент, характеризующий скорость осаждения частиц

Уравнение для массовой концентрации частиц запишем в виде

$$d(\rho_s US) / dx = -k\rho_s S.$$

Вынесем US из-под знака производной:

$$d\rho_s / dx = -k\rho_s S/G.$$

Интегрируем это уравнение от входа в фильтр до произвольного сечения x :

$$\rho_s = \rho_{s0} \exp((-k/G)V(x)),$$

$$V(x) = Sx,$$

где $V(x)$ – объем фильтра высотой x .

Эта формула указывает на возможность регулирования степени очистки.

ρ_s, ρ_{s0}, US – плотность числа частиц после фильтрации, загрязненность, расход воды.

Из рис. 2 видно, что с увеличением расхода объем воды падает по экспоненте (1) и для его сохранения надо наращивать объем фильтра также по экспоненте (2).

Если же задан расход воды и требуемая

концентрация частиц на выходе из фильтра, то зависимость объема фильтра от степени загрязненности будет иметь вид

$$\ln(\rho_s / \rho_{s0}) = \ln \exp((-k/G)V) = -k/G * V \ln \exp((-k/G)V).$$

Проведем расчеты времени работы и грязеемкости фильтра в зависимости от расхода очищаемой воды. Для оценки грязеемкости запишем уравнение для изменения пористости слоя фильтра высотой dx :

$$V = k\rho_s / (\rho_y(1 - \varepsilon_1)),$$

где V – доля единичного объема фильтра, заполненного углем в единицу времени; ε_1 – пористость осевшего слоя угля.

С учетом этого уравнения изменение свободного объема слоя толщиной dx за время t будет:

$$\varepsilon_0 Sdx - \varepsilon Sdx = 1 - k\rho_{s0} / (\rho_y(1 - \varepsilon_1)) (Sdx) t$$

$$\bar{\varepsilon}_0 = \varepsilon / \varepsilon_0 = 1 - k\rho_{s0} / (\rho_y(1 - \varepsilon_1) \varepsilon_0) \exp(-kV(x)/G).$$

Проинтегрируем по x от 0 до h :

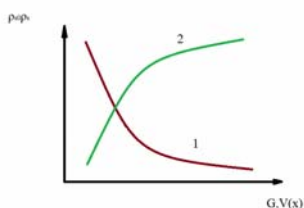


Рис. 2

$$V_{cp} = \int_a^b S(\varepsilon_0 - \varepsilon) dx = \rho_{s0} / (\rho_y (1 - \varepsilon_1)) G t (1 - \exp(-V k/G)).$$

Получили объем грязи задержанной фильтром за время t . Эта зависимость позволяет вычислить грязеемкость фильтра, если известно время его нормальной работы. Далее оценим перепад давления на слое фильтра толщиной dx по формуле Эргана:

$$\Delta p = 15\mu U(1 - \varepsilon)^2 / (d_p^2 \varepsilon^3).$$

Проанализируем эту формулу. Построим её графически в зависимости ($d_p, \Delta p$):

d_p	1	2	3	4	5
Δp	0.269	0.063	0.029	0.0160	0.010

Из рис. 3 видно, что с увеличением пористости и размера зерен фильтрационного материала период давления уменьшается. Преобразуем формулу Эргана в более удобный для нашей задачи вид:

$$\Delta p = 150\mu U(1 - \varepsilon)^2 / (d_p^2 \varepsilon^3) + 1.75 \rho U^2 (1 - \varepsilon) d_p \varepsilon^2 dx$$

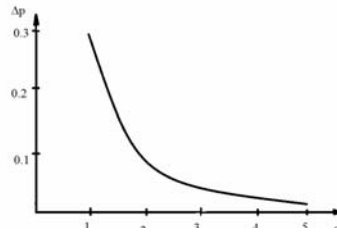


Рис. 3

Далее проинтегрируем уравнение от 0 до h по x с учетом $\bar{\varepsilon}_0(x)$ и найдем перепад давления на фильтре, вызванный движением жидкости:

$$\Delta p \frac{1}{(150\mu Gh / (Sd_p^2 \varepsilon_0^4))} = \frac{G}{kV} [(1 - \varepsilon_0)^2 \ln(y - \beta) - (3 - 4\varepsilon_0 + \varepsilon_0^2) (\frac{\beta}{y - \beta}) - (1.5 - \varepsilon_0) (\frac{\beta}{1 - \beta})^3]_1^{\exp(kV/G)} + 1.17 * 10^{-2} \frac{G}{\varepsilon \mu S} [(10\varepsilon_0) \ln(y - \beta) - (4 - 3\varepsilon_0) (\frac{\beta}{1 - \beta}) - (3 - 1.5\varepsilon_0) (\frac{\beta}{y - \beta})^3 - \frac{1}{4} (\frac{\beta}{y - \beta})^4]_1^{\exp(kV/G)}$$

Параметр β будет иметь следующий вид:

$$\beta = t_{kp} k \rho_{s0} / (\rho_y (1 - \varepsilon_1) \varepsilon_0),$$

где t_{kp} – время, при котором достигается критический перепад давления. $y = \exp(kV/G)$ на верхнем пределе и $y = 1$ на нижнем пределе. В критическом состоянии перепад давления уравновешивается суммарным весом частиц и находящейся внутри фильтра несущей среды:

$$\Delta p_{kp} = (1 - \varepsilon_0) gh (\rho_p - \rho).$$

При $\varepsilon_0 = 0.3, \rho_p = 2650(\text{кг/м}^3), \rho = 1000(\text{кг/м}^3), g = 9.81 (\text{м/с}^2)$ и $h = 0.8 (\text{м})$ $\Delta p_{kp} = 9240 (\text{Па})$.

Подставляя в уравнение для перепада давления на фильтре Δp_{kp} получим уравнение для вычисления критического значения β и времени t_{kp} полноценной работы фильтра. Нелинейный член в уравнении Эргана при оценке перепада давления в песчаных фильтрах не превышает 5% от величины первого слагаемого и поэтому его можно не учитывать при приближенных расчетах. Отсюда для вычисления величины β_{kp} получим уравнение:

$$\frac{kV}{G}(1-\varepsilon_0)(\rho_p - \rho)gVd_p^2\varepsilon_0^4(150\mu Gh) - (1-\varepsilon_0)^2 = f(\beta; \varepsilon_0)$$

$$f(\beta; \varepsilon_0) = (1-\varepsilon_0^2)\ln\left(\frac{1}{1-\beta}\right) + (3-4\varepsilon_0 + \varepsilon_0^2)\left(\frac{\beta}{1-\beta}\right) + (1.5-\varepsilon_0)\left(\frac{\beta}{1-\beta}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{\beta}{1-\beta}\right)^3$$

Представим это уравнение в виде графика (рис. 4). В качестве примера проведем оценку работы установки, которая моделирует реальные шахтные сооружения.

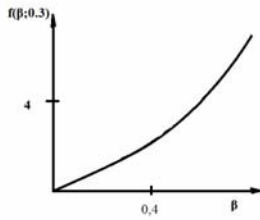


Рис. 4

Для расчета используем следующие параметры: $V=0.157(\text{м}^3)$ – объем фильтра; $h=0.8(\text{м})$ – высота фильтрующего слоя; $\varepsilon_0=0.3$ – пористость песка;

$\varepsilon=0.67$ – пористость частиц угля; $d_p=1\cdot 10^{-3}(\text{м})$ – диаметр зерен песка; $\rho_n=2650(\text{кг}/\text{м}^3)$ – плотность песка;

$\rho_y=1700(\text{кг}/\text{м}^3)$ – плотность угля; $\rho_e=1000(\text{кг}/\text{м}^3)$ – плотность воды; $\rho_{s0}=0.1(\text{кг}/\text{м}^3)$ – массовая концентрация частиц угля на входе в фильтр; $\mu=0.01(\text{Па}\cdot\text{с})$ – вязкость воды;

$k=0.002(\text{с}^{-1})$ – коэффициент скорости осаждения.

дения.

Сначала вычисляется функция $f(\beta; 0.3)$, а затем коэффициент $\beta_{кр}$ из графика.

Зная $\beta_{кр}$, определим время нормальной работы по формуле

$$(t_{кр})_{\min} = \beta_{кр} \rho_y (1 - \varepsilon_1) \varepsilon_0 / k \rho_{s0}.$$

По формуле

$$V/V = \varepsilon_0 \beta G / k V (1 - \exp(-k V / G))$$

найдем отношение объема, занятого осевшими частицами угля, к объему фильтра. По формуле

$$(M/V)_{\min} = V_y (1 - \varepsilon_1) \rho_y / V,$$

где M – масса осевших частиц угля, определим грязеемкость фильтра.

Результаты вычислений приведены в таблице:

Показатель	1	2	3	4	5	6	7	8
$G(\text{кг}/\text{сек})$	0,02	0,05	0,08	0,11	0,138	0,166	0,194	0,222
$f(\beta; 0,3)$	18,21	9,74	3,58	2,28	0,85	0,4	0,32	0,27
β	0,91	0,65	0,46	0,38	0,24	0,15	0,11	0,09
$t(\text{мин})(\text{сек})$	$698 \cdot 10^3$	$554 \cdot 10^3$	$397 \cdot 10^3$	$325 \cdot 10^3$	$213 \cdot 10^3$	$126 \cdot 10^3$	$104 \cdot 10^3$	$97 \cdot 10^3$
$M/V(\text{кг}/\text{м}^3)$	121,4	95,2	44,3	38,1	32,4	26,3	21,5	18,3

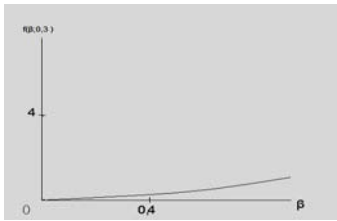


Рис. 5

Если увеличить загрязненность, то графически уравнение можно представить в виде рис. 5:

Из графика следует, что увеличив загрязненность при прежнем расходе воды G грязеемкость фильтра резко уменьшится, а, следовательно, для нормальной работы фильтра необходимо уменьшить расход воды.

Если уменьшить загрязненность, то графически уравнение представим в виде рис. 6.

Из рис. 6 следует, что при уменьшении загрязненности при прежнем расходе воды G грязеемкость фильтра увеличится.

Вывод. Была получена формула указывающая на возможность регулирования степени очистки.

Если коэффициент скорости осаждения K известен, то эта формула может служить для проектирования фильтров с заданным расходом и требуемой степенью очистки.

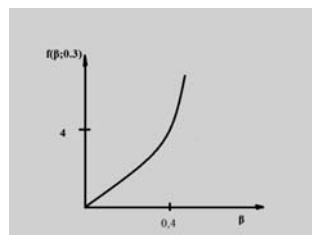


Рис. 6

Литература

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. С. 431–432.
2. Васенин И.М., Дьяченко Н.Н. Математическое моделирование процесса осаждения твердых частиц в пластинчатом сгустителе // ФТПРПИ-2002. №3. С. 108–113.
3. Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971. 356 с.
4. Дьяченко Н.Н. Экспериментальное моделирование работы очистных сооружений угольных шахт // Изв. вузов. Горный журнал. 2004. №4. С. 45–48.
5. Васенин И.М., Дьяченко Н.Н., Дьяченко Л.И. Осветление шахтных вод на слое песка // Изв. вузов. Горный журнал. 2004. № 6. С. 50–54.
6. Шляев М.И., Шляев А.М. Аэродинамика и теплообмен газодисперсных потоков. Томск, 2003.

УЧЕТ РЕАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ СПЛАВА АД1М ПРИ КОМПЬЮТЕРНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССА ВЫТЯЖКИ ПОЛОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ДЕТАЛИ

С.В. Воронин, В.Д. Юшин, Г.З. Бунова, М.И. Малинин

Описывается подход учета реальной зеренной структуры сплава АД1М при компьютерном моделировании процесса вытяжки полой цилиндрической детали. Производится сравнение результатов моделирования с результатами производственного эксперимента.

COMPUTER MODELING OF REAL STRUCTURE ALUMINUM ALLOY AD1M, FOR STAMPING HOLLOW CYLINDER-SHAPED PART

S.V. Voronin, V.D. Yushin, G.Z. Bunova, M.I. Malinin

Describe possibility computer modeling of real structure aluminum alloy – AD1M, for modeling of stamping hollow cylinder-shaped part. Comparison computer modeling with experiment data.

Для исследования процессов пластической деформации металла в настоящее время, применяют компьютерное моделирование методом конечных элементов. Интерес к данному методу обусловлен снижением затрат на используемый в процессе исследования материал и оборудование, возможностью визуализации процесса, а также достаточной точностью получаемых результатов. Однако большинство моделей технологических процессов, создаваемых в компьютерных системах инженерного моделирования, анализа и оптимизации, рассматривают обрабатываемый материал изотропным, без учета его структурных составляющих и анизотропии. В итоге геометрические параметры и форма компьютерной модели будут отличаться от результатов реального эксперимента. Для повышения точности компьютерного моделирования и качественного описания характера деформации металлов необходимо рассматривать обрабатываемый материал на различных структурных уровнях [1].

Поэтому целью данной работы является повышение точности компьютерного моделирования процесса вытяжки полой цилиндрической детали путем апробации

методических подходов к решению задачи, компьютерному исследованию и визуализации процесса деформации с учетом структуры алюминиевого сплава АД1М.

Построение конечно-элементной модели (КЭМ) заготовки с учетом зеренной структуры алюминиевого сплава АД1М производилось в несколько этапов.

На первом этапе с помощью методик травления выявлялась микроструктура исследуемого сплава. Используя металлографический микроскоп МЕТАМ РВ-22 и цифровую фотокамеру, получали растровую, цифровую фотографию микроструктуры сплава АД1М.

В процессе проведения металлографического анализа сплава АД1М были выявлены четыре основные кристаллографические ориентации, которые присваивались зернам КЭМ. Было принято, что самый яркий цвет соответствует жесткому зерну, темный цвет – самому пластичному [2].

Для снижения времени расчета рассматриваемой задачи использовался метод подобия, т.е. было произведено масштабирование модели заготовки и инструмента. Для корректного воспроизведения предложенного метода необходимо было рассчитать масштаб модели исходя из следующих данных: общее количество зерен заготовки (200 зерен), средний размер зерна (50 мкм), который был определен с помощью программы анализа изображений Image Expert Pro 3, площадь одного зерна и площадь исходной заготовки. В результате расчета определен масштаб, равный 1:20.

Построение контура заготовки и границ зерен производилось в программе CorelDraw и MCS.Marc. Каждому зерну КЭМ задавалась величина модуля Юнга, коэффициента Пуассона, модуля сдвига, кривая упрочнения в соответствии с кристаллографической ориентацией кристаллита.

Результат компьютерного моделирования процесса вытяжки полый цилиндрической детали с учетом структуры сплава АД1М представлен на рис. 1, б.

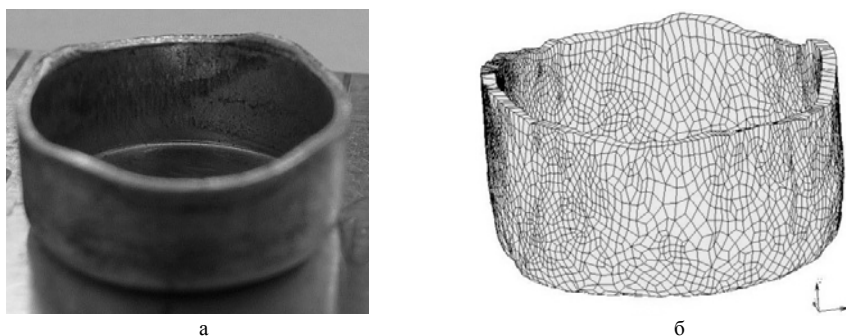


Рис. 1. Общий вид полый цилиндрической детали: а – реальное изделие; б – КЭМ

Как видно из рис. 1, в верхней части КЭМ детали образуются четыре фестона. Подобная картина фестонобразования наблюдается при анализе результатов производственного эксперимента (рис. 1, а).

Для исследования характера течения материала в процессе деформации проводился анализ распределения толщин по образующей на реальном изделии и соответствующих КЭМ (рис. 2). Разнотолщинность по образующей определялась на специально приготовленных продольных и поперечных разрезах полых цилиндрических деталей.

Из рис. 2 видно, что утонение стенки наблюдается на радиусах скругления как у реальной детали, так и у КЭМ.

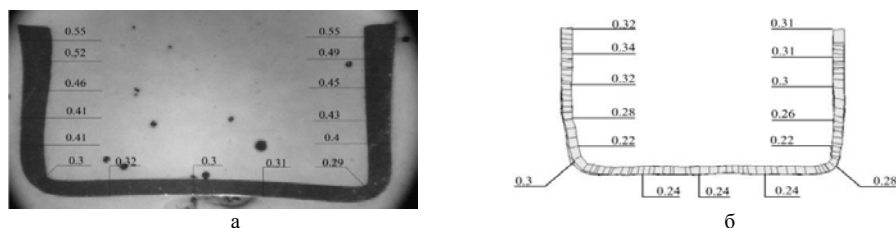


Рис. 2. Продольный разрез полой цилиндрической детали из алюминиевого сплава АД1М:
а – реальное изделие; б – КЭМ

В таблице представлены геометрические параметры полой цилиндрической детали и КЭМ из сплава АД1М. Результаты моделирования с учетом реальной структуры заготовки показали хорошую сходимость с результатами реального производственного эксперимента: отклонение диаметра дна составило 0,25%; середины – 0,25%; диаметра нижней части – 0,49%.

Геометрические параметры полой цилиндрической детали и КЭМ из сплава АД1М

		Эксперимент	КЭМ	
Высота, мм	Фестон	3,92	4,3	9,7%
	Провал, мм	3,61	3,8	5,3%
Диаметр, мм	Дно	8,06	8,04	0,25%
	Середина	8,08	8,06	0,25%
	Верх	8,14	8,1	0,49%

На основании вышесказанного можно сделать вывод, что учет зеренной структуры (размер, форма, кристаллографическая ориентация кристаллитов) при компьютерном моделировании позволяет более точно и реально установить характер течения материала и соответственно определить конечную геометрию получаемой детали, а следовательно, создать устойчивый технологический процесс.

Литература

1. Легостаева Е.В., Панин С.В., Гриценко Б.П., Шаркеев Ю.П. Исследования процессов пластической деформации на макро-, мезо- и микромасштабном уровнях при трении и износе стали 45, поверхности упрочненной ионной имплантацией // Физическая мезомеханика. Томск, 1999. Т. 2, №5. С. 79–92.
2. Бунова Г.З., Воронин С.В., Гречников Ф.В., Юшин В.Д. Компьютерное моделирование процесса вытяжки полых стаканчиков из сплава АМг6 с учетом реальной структуры материала // Известия Самарского научного центра РАН. Самара, 2009. Т. 11, № 3 (29). С. 219–224.

МОДЕЛЬ С ШАРОВЫМ ЯДРОМ ДЛЯ АНАЛИЗА ПЛАСТИЧЕСКИ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЗОН

С.В. Галсанов, А.И. Потекаев, В.А. Хохлов

Рассмотрено формирование упругопластических областей при внедрении жесткого сферического индентора в деформируемое полупространство. Проанализирована модель с шаровым ядром применительно к пластическому течению материалов с памятью формы.

MODEL WITH THE SPHERICAL KERNEL FOR THE ANALYSIS OF PLASTICALLY DEFORMED ZONES

S.V. Galsanov, A.I. Potekaev, V.A. Khokhlov

Formation of elastic-plastic areas in introducing a rigid spherical indenter in deformable semi-space is considered. The model with a spherical kernel with respect to a plastic current of materials with shape memory is analysed.

Как принято в механике контактного взаимодействия, малые области контакта моделируются телами правильной геометрической формы. Наибольшее распро-

странение получила сферическая модель единичной микронеровности, позволяющая использовать в исследованиях классические задачу Герца и задачу о внедрении жесткого сферического штампа в упругопластическую среду.

Вопросы контактного взаимодействия для классических материалов решены достаточно полно. Однако их решения и результаты могут быть применены для никелида титана (TiNi) лишь частично или не применимы совсем. Данное обстоятельство вызвано тем, что никелид титана, как и другие материалы с памятью формы (ПФ), обладает свойствами фазовых превращений под действием температур, напряжений и деформаций. Фазовый состав и свойства, зависящие от свойств исходной или новой фазы и их количественного соотношения, являются функциями этих параметров [1].

Изучение формирования подповерхностных слоев с особыми структурно-фазовым состоянием и свойствами весьма важно, например, в целях создания обобщенной феноменологической модели нового материала, а также оптимизации эксплуатационных характеристик изделий.

В работе приведены результаты исследования этого состояния при внедрении жесткого сферического индентора в упругопластическую среду применительно к никелиду титана.

При вдавлении шарового индентора в упругопластическое полупространство при увеличении нагрузки первоначальный контакт в точке расширяется с образованием некоторой круговой площадки радиусом a . В пределах упругости задача о размерах площадок контакта, распределения давлений и напряжений решена Герцем, Губером и др. [2]. Основные зависимости задачи Герца приведены ниже.

$$p = \frac{P_m}{a^2} (a^2 - r^2)^{\frac{1}{2}}, \quad a = (3PR/4E)^{\frac{1}{3}}, \quad p_0 = aE/R, \quad p_m = 3P/2\pi a^2,$$

где $R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ – приведенный радиус, R_1 и R_2 – радиусы тел 1 и 2, $E = E_1 E_2 / (E_1 + E_2)$ – приведенный модуль упругости, E_1 и E_2 – модули упругости тел 1 и 2.

Показано, что давление p на площадке контакта распределяется по параболическому закону, имеет максимальное значение в центре и нулевое на периферии.

Теория Герца позволяет рассматривать одно из контактирующих тел как упругое полупространство. Приняв $R_1 = \infty$, при $a \ll R_1$ приходим к задаче о внедрении жесткого сферического штампа (индентора) в упругопластическое полупространство. Для подобной задачи существует обширная экспериментально-теоретическая база, которая может быть использована с некоторыми интерпретациями для материалов с термоупругими мартенситными превращениями.

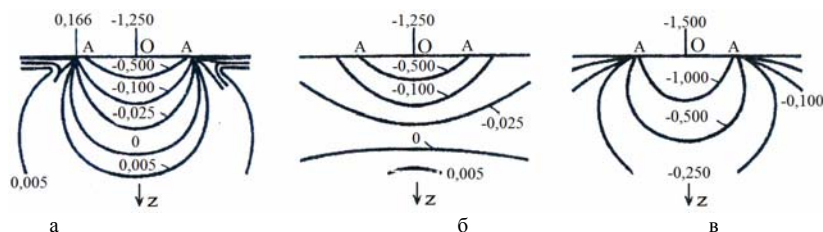


Рис. 1. Линии равных напряжений в плоскости осевого сечения: а – в напряжения $\sigma_1 - \sigma_3$

Главными напряжениями $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ являются радиальные σ_r , окружные σ_θ и осевые σ_z соответственно. Распределение их по глубине в плоскости осевого сечения показано на рис. 1 [3]. Цифры обозначают напряжения в долях p_0 .

Распределение максимальных касательных напряжений τ_m вдоль оси z в глубину материала показано на рис. 2, а, а на рис. 2, б – изолинии τ_m в плоскости осевого сечения. τ_m вычислялась как полуразность наибольших и наименьших главных напряжений. Из рис. 2, а видно, что наибольшее τ_m достигает максимума на глубине $z=0,48a$ и равно $\tau_m=0,465q_a$ [2].

Под площадкой контакта главные напряжения сжимающего характера и близки между собой по величине. Поэтому в этой области возникают большие гидростатические давления. Вне зоны контакта вблизи поверхности напряженное состояние соответствует чистому сдвигу, поскольку здесь $\sigma_z=0$, а $\sigma_\theta=\sigma_r$.

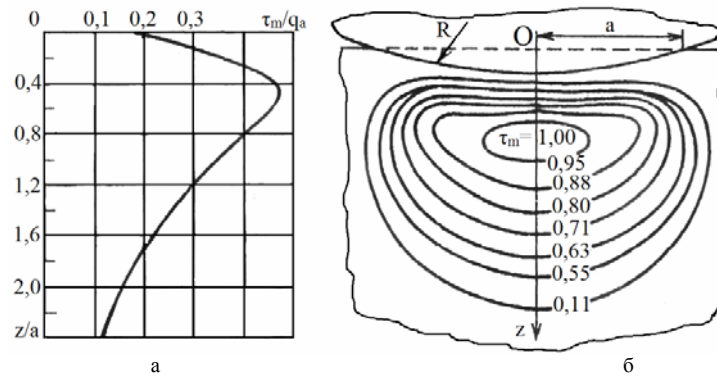


Рис. 2. Изменение максимальных касательных напряжений: а – зависимости напряжений от z ; б – линии равных максимальных касательных напряжений

Увеличение сжимающей нагрузки P приводит к развитию пластической деформации в подповерхностных слоях. Причем пластическое течение начинается с точки с $\tau_m = \sigma_r/2 = (\sigma_r - \sigma_z)/2$ (по критерию Треска), т.е. в точке с наибольшими значениями τ .

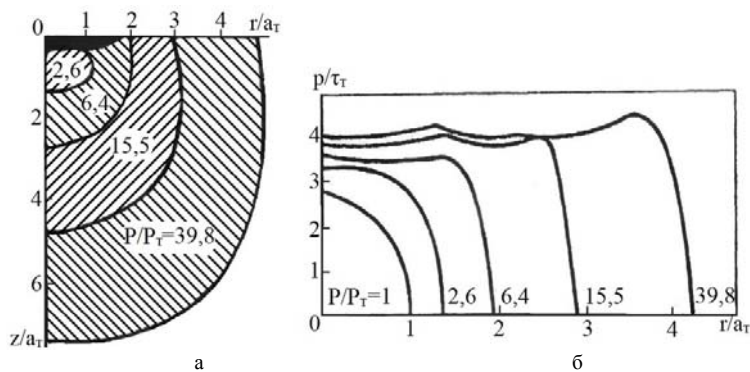


Рис. 3. Пластическая деформация под индентором: а – распределение контактного давления p ; б – развитие пластической зоны

Распространение пластической зоны показано на рис. 3 [3]. Из рис. 3, а видно, что пластическое течение приводит к выполаживанию распределения давлений p . Каждая линия соответствует значениям P/P_T . Линия $P/P_T=1$ – начало пластического течения. Распределение пластических зон для различных P/P_T показано на рис. 3, б.

Здесь P_T , τ_T , a_T – нагрузка, приводящая к течению материала, и соответствующие ей напряжение и радиус площадки контакта при $P/P_T = 1$.

Изучение развития пластической деформации позволило выявить ряд особенностей деформирования, установленных в [4, 5] и подтвержденных позже экспериментально в [6, 7]. Суть их заключается в следующем:

- Контуры пластической зоны приблизительно совпадают с линиями максимальных касательных напряжений (см. рис. 2).
- В [5] экспериментально установлено, что такое сходство возможно, если между индентором и пластически деформируемым полупространством имеется тонкое упругое включение в виде слоя.
- В центре контактной зоны существует тонкий поверхностный слой упругой деформации, окруженный пластическим материалом, который может сохраняться при снятии нагрузок.
- Смещения под поверхностью имеют радиальную симметрию относительно точки O , а поверхности равных деформаций имеют примерно полусферическую форму.



Рис. 4. Модель упруго-пластического внедрения индентора

В рамках этих предположений авторы [4, 5] создали модель, в которой поверхность контакта охватывается полусферическим «ядром» радиуса a , внутри которого развиваются гидростатические напряжения интенсивностью \bar{p}_1 . Считается, что с наружной поверхности ядра напряжения и перемещения совпадают с такими же параметрами в неограниченном упругоидеальнопластическом теле, в поле которых действует давление \bar{p}_1 . На рис. 4 схематически показана эта модель.

Заключение. Показано, что в процессе пластической деформации металлов под контактом формируются две особые зоны: зона в области действия гидростатического давления и зона с развитой пластической деформацией. Проведен анализ модели пластического течения с шаровым ядром с точки зрения ее применимости к никелиду титана.

Литература

1. Гюнтер В.Э., Дамбаев Г.Ц., Сысолятин П.Г. Медицинские материалы и имплантаты с памятью формы. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. 486 с.
2. Колесников Ю.В., Морозов Е.М. Механика контактного разрушения. М.: Изд-во ЛКИ, 2010. 222 с.
3. Lown B.R., Wilshaw T.R. Indentation fracture principles and application // J. Mater Sci. 1975. Vol. 10, № 1. P. 179–182.
4. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.
5. Show M.G., De Salvo G.J. A new approach to plasticity and its application to blunt two dimensional indenters // Trans ASME. J. Eng. Ind. 1970. Vol. 92, № 2. P. 469–479.

6. Потехаев А.И., Хохлов В.А., Галсанов С.В. Структурно-фазовые состояния и свойства никелида титана при глубоком неоднородном пластическом деформировании // Изв. вузов. Черная металлургия. 2012. № 3. С. 61–67.

7. Хохлов В.А., Закусов А.С., Исаков И.В. Структурно-фазовое состояние и свойства материалов с памятью формы на основе никелида титана в полях остаточных деформаций // Актуальные проблемы современного материаловедения: Труды Всерос. конф. Томск: Изд-во ТПУ, 2009. С. 80–84.

СТРУКТУРА ПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЕВ, СФОРМИРОВАННАЯ ГЛУБОКИМИ НЕОДНОРОДНЫМИ ПЛАСТИЧЕСКИМИ ДЕФОРМАЦИЯМИ НИКЕЛИДА ТИТАНА

С.В. Галсанов, А.И. Потехаев, В.А. Хохлов

Проанализированы особенности формирования, состав, структура и свойства тонких слоев, прилегающих к области контакта жесткого сферического индентора и упругопластического полупространства из никелида титана.

THE STRUCTURE OF THIN SURFACE LAYERS IN NIKELIDE TITANIUM FORMED NONUNIFORMITY OF PLASTIC DEFORMATION

S.V. Galsanov, A.I. Potekhaev, V.A. Khokhlov

The features of formation, composition, structure and properties of thin layers adjacent to area of contact of a rigid spherical indenter and elastic-plastic semi-space from nicelide titanium are analysed.

Работа выполнена применительно к задаче о внедрении сферического штампа в упругопластическое полупространство из никелида титана. Внедрение сферического индентора вызывает в деформированном материале глубокие неоднородные пластические деформации. После снятия нагрузки в материале остаются поля остаточных деформаций, изучение которых с позиций контактной механики и металлофизики позволяет определить природу образования особых зон и свойства материала в них.

Структурно-фазовое состояние изучалось методом рентгеноструктурного анализа на разрезных образцах и методом кинетической нанотвердости [1] с использованием нанотвердомера «CSEMstruments».

Исследовались микрообласти на всем деформированном пространстве: вдоль центральной оси z осесимметричного образца из никелида титана, а также вдоль других осей параллельных z и удаленных от нее на расстояниях 1,5; 3; 6 мм. Анализ структуры и твердости проводилось в зонах, удаленных от точки начального контакта сферы с плоскостью на $z=1,1-13,5$ мм.

В качестве индентора использовался закаленный шар диаметром 20 мм (сталь ШХ-15), контртело – сплав ТН-1К ($Ti_{50}Ni_{47,5}Fe_{2,5}$). Нагрузка на индентор $P=100$ кН (давление $p_0 = 1300$ МПа). Размеры образцов выбирались из условия отсутствия на большей его части остаточных деформаций.

На рис. 1, 2 показаны фотографии структуры в некоторых микрizonaх подконтактной области.

В [2] для описания пластических деформаций разработана модель с шаровым ядром, которая отслеживает всю деформированную область: гидростатическое сжатие, пластическое деформирование, исходную область с упругой предысторией. Границы между областями теоретически четкие, а реально – несколько размытые, что не мешает анализировать упругопластическую деформацию негерцевского контакта.

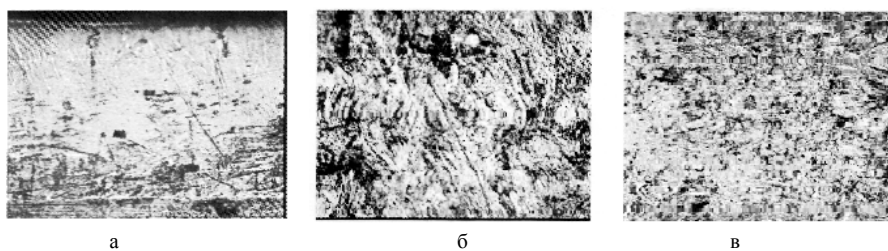


Рис. 1. Микроструктура сплава ТН-1К в направлении оси z ($\times 200$). $a - z = 1,1$ мм; $б - z = 2,5$ мм; $в - z = 9,5$ мм

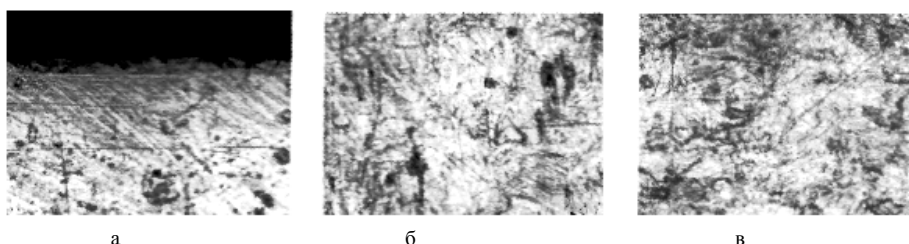


Рис. 2. Микроструктура сплава ТН-1К в направлении оси z после нагрева до $500\text{ }^{\circ}\text{C}$ ($\times 200$): $a - z = 1,1$ мм; $б - z = 2,5$ мм; $в - z = 9,5$ мм

Для TiNi эта модель может быть применима лишь частично. Объясняется это обстоятельство следующим. Пластическая деформация классических материалов допускает существование в их средах упругодеформируемых микрообъемов, например прочных фаз в виде выделений, отдельных дисперсных частиц и т.п., при сохранении общей пластичности. Но на макромасштабном уровне они изменяют только прочностные свойства – пределы текучести и прочности.

В материалах с памятью формы, в том числе и в TiNi, приложенная нагрузка P (или давление p) инициирует фазовые превращения: более прочная пластичная исходная аустенитная фаза A переходит частично или полностью (в зависимости от P , p) в новую менее прочную мартенситную M . Реализуется так называемое прямое $A \rightarrow M$ мартенситное превращение с образованием мартенсита деформации. При полном снятии нагрузки новая M -фаза возвращается в исходную A -фазу. Происходит обратное мартенситное превращение. Причем если количество новой фазы на всех участках деформированной области зависело от P , то фаза M необязательно должна полностью перейти в A -состояние. Количество «недовозвращенного» мартенсита зависит от уровня приложенной нагрузки, степени деформации, вида напряженно-деформированного состояния, состава сплава, внешней среды, условия нагружения и т.п. Далее для указанного состава будем учитывать только первые три фактора как основу для анализа деформационной картины.

Можно сказать, что в результате нагружения в материале образца образуются три области: с исходным аустенитом, с мартенситом деформации M_d и со смешанным A - M -состоянием. Причем четкая граница между этими областями отсутствует – происходит плавный переход от одной области к другой.

Следует отметить одну существенную особенность. Количественное соотношение между фазами K , выражаемое как $K = K_M / K_A$ (K_M , K_A – объемные доли мартенсита и исходного аустенита), при любом конечном значении нагрузки или давления меняется в зависимости от интенсивности напряжений от 0 при $\sigma = 0$ до 1 при σ_{\max} .

Изучение структуры в полях остаточных деформаций после снятия нагрузки (рис. 2), позволило составить ретроспективную картину морфологии и фазового состава подповерхностных зон при нагружении никелида титана. При нагружении идет процесс прямого превращения. Причем величина K_i в M -фазе в какой-либо

точке для каждого промежуточного значения давления зависит от P_i и координаты z этой точки. При некотором фиксированном P_i величина K растет от нуля в деформированной зоне до 1 ($K_M=1$, $K_A=1$). В точке $z=h$ (h – глубина отпечатка) для всех p_i , включая $p_i=p_0$ и $P=100$ кН, имеем $K=1$.

Снятие нагрузки приводит к разгрузке всех зон и обратному мартенситному превращению. Следует отметить, что процесс $M \rightarrow A$ превращения и изменения K идет по траектории, отличной от траектории при нагружении. При этом существуют зоны с полным превращением (см. рис. 1, в), т.е. вблизи зоны исходного А-состояния, в которых при заданной P происходят только обратимые упругие деформации, а также зоны с аустенитом и «непревращенным» мартенситом и зоны с мартенситной структурой (см. рис. 1 а, б).

В результате термического воздействия (нагрева) и реализации ПФ часть мартенсита в первых двух зонах переходит в аустенитное состояние, количественное соотношение фаз при этом изменяется в пользу А-фазы, что подтверждает рис. 2, б, в.

Таким образом, в отличие от классических материалов при упруго-пластическом внедрении жесткой сферы в упруго-пластическую среду границы пластических зон не просматриваются, а сама пластическая деформация в микро- и макрообъемах происходит практически уже на ином, отличном по свойствам от исходного материале. Причем деформация и течение его соответствует диаграммам деформирования обычных материалов.

Следует отметить, что модель пластической деформации с шаровым ядром не применима для никелида титана. Однако анализ пластического течения обычных материалов с ПФ показывает, что можно выделить некоторую инвариантную часть их пластических деформаций. Это положение касается самого шарового ядра. Механика контактного взаимодействия предсказывает независимо от свойств материалов возникновение вблизи поверхности контакта области с высоким гидростатическим давлением, которое приводит материалы в особое их состояние. Для классических материалов это состояние заключается, например, в образовании как тонкого слоя с высокодисперсной высокодефектной структурой, так и образовании белых слоев при трении с высокими давлениями [3]. В нашем случае в области средних и больших давлений также образуются белые слои (см. рис. 1) толщиной 0,15–0,25 мм. Фазовый состав его и структуру можно определить на основе экспериментальных исследований [1, 4] и теории мартенситных превращений [5]. Отметим их особенности:

- Исследования показали [1], что этот слой имеет почти радиальную симметрию, как и в модели пластического течения классических материалов [2].
- Этот слой сохраняет свою морфологию, структуру и прочностные свойства, а также, в какой-то мере, сохраняет поперечные размеры при нагреве вплоть до температур формирующего отжига ($T=500$ °С), что подтверждается рис. 2, а.
- Прочностные свойства слоя, определяемые методом кинетической нанотвердости [6], резко отличаются от свойств материалов в других областях. Показано, что твердость в белом слое намного выше, чем твердость в других зонах.

Дадим предварительную оценку структурно-фазового состояния белого слоя в никелиде титана. Этот слой должен полностью состоять из деформированного мартенсита. Данный факт может быть подтвержден работой [4]. В ней показано, что при трении с давлениями 16–22 МПа образуются тонкие белые слои, состоящие из мартенсита.

Влияние высоких гидростатических давлений на структуру никелида титана изучено слабо. Предполагается, что это давление приводит к увеличению плотности TiNi, размельчению, диспергированию до наноразмерного состояния кристаллов мартенсита, деформационному их упрочнению и, как следствие, – к торможению

нию или к подавлению обратных мартенситных превращений при снятии нагрузки и термических воздействий.

Заключение. Показано, что модель пластического течения, созданная изначально для традиционных материалов, может быть использована для никелида титана только в части образования особого (белого) слоя, инициированного гидростатическим давлением. Приведены особенности формирования этого слоя, состав, структура и прочностные свойства.

Литература

1. Хохлов В.А., Закусов А.С., Исаков И.В. Структурно-фазовое состояние и свойства материалов с памятью формы на основе никелида титана в полях остаточных деформаций // Актуальные проблемы современного материаловедения // Труды Всерос. конф. с элементами научной школы для молодежи. Томск: Изд-во ТПУ, 2009. С. 80–84.
2. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.
3. Любарский И.М., Палатник С.Л. Металлофизика трения. М.: Metallurgia, 1976. 176 с.
4. Тарасов С.Ю. Исследование триботехнических свойств никелида титана // Перспективные материалы. 1998. № 5. С. 24–30.
5. Гюнтер В.Э., Дамбаев Г.Ц., Сысолятин П.Г. Медицинские материалы и имплантаты с памятью формы. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. 486 с.
6. Потекаев А.И., Хохлов В.А., Галсанов С.В. Структурно-фазовые состояния и свойства никелида титана при глубоком неоднородном пластическом деформировании // Изв. вузов. Черная металлургия. 2012. № 3. С. 61–67.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ ПРОДВИЖЕНИИ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ ПЕРЕД ОБРУШЕНИЕМ ОСНОВНОЙ КРОВЛИ

А.Д. Дубинова, И.Ю. Смолин

Исследовано напряженно-деформированное состояние геосреды вокруг очистной горной выработки при разных скоростях подвигания забоя. Для описания скоростной чувствительности среды использована упруговязкопластическая модель.

NUMERICAL ANALYSIS OF STRESS-STRAIN STATE CHANGE DUE TO BREAKAGE HEADING ADVANCE BEFORE THE MAIN ROOF COLLAPSE

A.D. Dubinova, I.Y. Smolin

The stress-strain state evolution around a breakage heading advancing with different rates was numerically analyzed. Elastic visco-plastic model of the medium was used to take into account its rate sensitivity.

В угольной промышленности Кузбасса происходит новый виток подъема производства. За счет строительства новых предприятий, модернизации действующих и технического перевооружения объектов горного производства удалось достигнуть уровня добычи угля в бассейне порядка 170 млн т в год. Это способствует увеличению скорости подвигания забоя, что, в свою очередь, приводит к изменению напряженно-деформированного состояния, поврежденности в пласте полезного ископаемого и условий обрушения вышележащих над выработкой слоев горных пород. В результате актуальной в настоящее время является проблема адекватного расчета распределений напряжений, деформаций и поврежденности во вмещающих породах вокруг очистных горных выработок и анализа их изменений при повышении скорости подвигания забоя.

Цель работы – проанализировать изменение напряженно-деформированного состояния массива горных пород вокруг очистной горной выработки с целью прогноза условий первичного обрушения основной кровли.

Расчеты проводились программой конечно-элементного анализа Tochnog, позволяющей решать широкий класс задач методом конечных элементов [1].

Для описания зависимости шагов обрушения кровли от скорости подвигания забоя применена вязкопластическая модель среды и критерий разрушения по накопленным неупругим деформациям [2]. Расчёты проведены в условиях квазистатического нагружения, но с учетом вязких свойств материалов.

Для описания неупругих деформаций была выбрана широко применяемая для геоматериалов усовершенствованная модель Друккера–Прагера, основанная на неассоциированном законе пластического течения с функцией текучести [1]:

$$f = 3\alpha\sigma_m + \sigma - K$$

и пластическим потенциалом

$$g = 3\beta\sigma_m + \sigma.$$

Здесь α – коэффициент внутреннего трения; β – коэффициент дилатансии; K – сдвиговая прочность материала; σ_m — среднее напряжение; σ — интенсивность напряжений.

В расчетах была использована степенная модель вязкопластичности. Компоненты тензора скоростей пластических деформаций в этом случае определяются по формуле

$$\varepsilon_{ij}^p = \eta \left(\frac{f}{f^{ref}} \right)^p \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}.$$

Здесь η – параметр текучести (величина, обратно пропорциональная вязкости); f^{ref} – исходное значение функции текучести; p – параметр модели.

В отличие от чисто пластических моделей в этом случае напряжения могут превышать на некоторое время предел текучести. Возникающие при этом вязкие напряжения постепенно уменьшаются со временем по мере развития пластических деформаций.

Численные расчеты были проведены для геометрической модели, характерной для шахт Кузбасского региона. Она включает пласт угля и слои вмещающих горных пород, окружающих выработку полезного ископаемого.

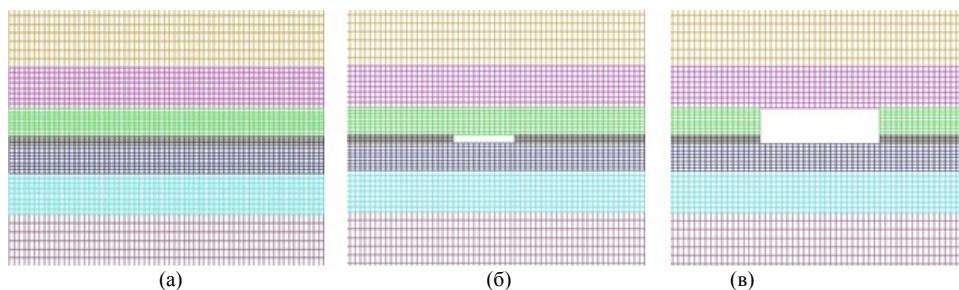


Рис. 1. Сетка конечных элементов в нетронутом горном массиве (а) и при образовании выработки (б) и при обрушении непосредственной кровли (в)

Размер расчетной области составил $348 \times 205 \text{ м}^2$, максимальная длина выработки 60 м. Расчетная сетка при отсутствии горной выработки – 116×61 элементов. Использовались прямоугольные четырехугольные элементы. Каждый конечный элемент вдоль горизонтальной оси x имеет размер 3 м, что обуславливает минимальный шаг подвигания забоя. Примеры сетки конечных элементов при разных размерах выработки показаны на рис. 1.

Для определения условий обрушения непосредственной кровли проведенные расчеты [3] с применением модели упруговязкопластической среды и модельных параметров подтвердили возможность описать увеличение шага обрушения кровли при увеличении скорости подвигания забоя.

Результаты проведенных расчетов после обрушения непосредственной кровли с целью анализа условия обрушения основной кровли представлены на рис. 2. Максимальное значение неупругих деформаций достигается вблизи границы непосредственной и основной кровель.

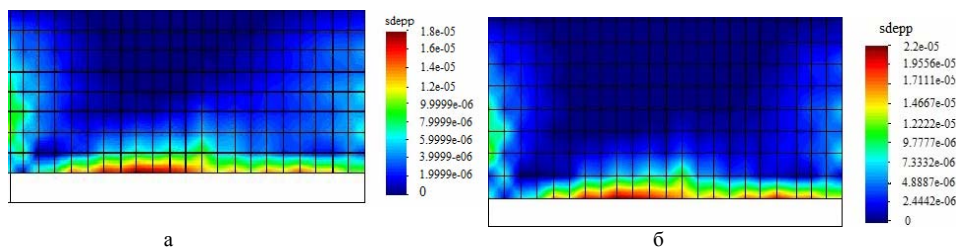


Рис. 2. Распределения интенсивностей пластических деформаций над выработанным пространством в основной кровле при скоростях подвигания забоя 240 м/мес (а) и 180 м/мес (б)

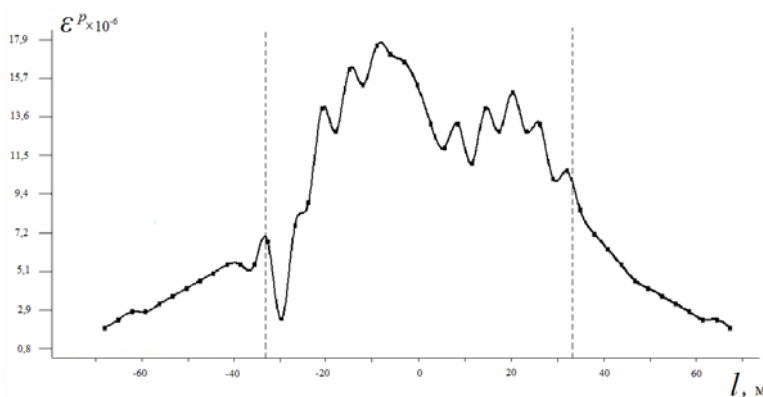


Рис. 3. Распределение интенсивности пластических деформаций вдоль линии в основной кровле, где они достигают максимальных величин (границы выработки длиной 66 м показаны пунктирными вертикальными линиями)

Исходя из анализа двумерных распределений пластической деформации (рис. 2), были построены графики для этих величин вдоль линии, где они достигают максимальных значений в основной кровле. На рис. 3 представлено распределение интенсивности пластических деформаций на расстоянии 18,7 м от границы с пластом угля. Проведенные расчеты показали, что за максимальное значение накопленных неупругих деформаций принимают значение $1,8 \cdot 10^{-5}$.

Анализируя полученные результаты можно сделать вывод, что чем медленнее скорость подвигания забоя, тем больше значения неупругой деформации накапливаются не только в непосредственной, но и основной кровле. Максимальное значение пластической деформации находится не над центром выработки, а смещено к

ее началу и по высоте находится ближе к выработанному пространству, чем в непосредственной кровле.

Литература

1. Roddeman D. TOCHNOG User's manual – a free explicit/implicit FE program [Электронный ресурс], 2001. URL: <http://tochnog.sourceforge.net> (дата обращения: 05.05.2011).
2. Кузнецова А.В., Смолин И.Ю. Численное моделирование механического поведения горных пород вокруг выработки при разных скоростях подвигания забоя // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2010. №2(10). С. 79–87.
3. Кузнецова А.В., Смолин И.Ю., Дубинова И.Ю. К оценке условий обрушения кровли при разных скоростях подвигания на основе компьютерного моделирования // Актуальные проблемы науки: Сб. науч. тр. по мат-лам Междунар. науч.-практ. конф. 30 мая 2011 г.: в 4 ч. Ч. 2. Тамбов: Изд-во ТРОО «Бизнес-Наука-Общество», 2011. С. 74–77.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ СТАЛЬНЫХ ОБРАЗЦОВ С УЧЕТОМ ТРЕХМЕРНОЙ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ

О.С. Зиновьева, А.В. Зиновьев

Численно исследованы особенности деформирования модельных образцов стали ЭК-181 в основном состоянии и с модифицированным поверхностным слоем при растяжении. Продемонстрированы общие закономерности развития деформационного рельефа на поверхности трехмерных поликристаллов.

SIMULATION OF ELASTO-PLASTIC BEHAVIOUR OF POLYCRYSTALLINE STEEL 3D-STRUCTURE

O.S. Zinovyeva, A.V. Zinovyev

Investigated in the paper are the mechanisms of deformation of a polycrystalline steel EK-181 with and without the modified surface layer. General mechanisms of the evolution of a deformation relief formed at the steel free surface are demonstrated.

Исследование процессов неупругого деформирования структурно-неоднородных сред является актуальной задачей. В работе [1] экспериментально был изучен деформационный рельеф, возникающий на поверхности образцов высокопрочной стали ЭК-181 при растяжении (рис. 1). Исследуются процессы эволюции мезоскопического деформационного рельефа методом численного эксперимента. Проведено моделирование деформации трехмерных образцов поликристаллической стали в основном состоянии и с модифицированным поверхностным слоем в условиях одноосного растяжения.

Общая система динамических уравнений механики сплошных сред для описания упругопластического поведения материалов включает законы сохранения массы, энергии и количества движения в дифференциальной форме и релаксационные определяющие соотношения в форме закона Гука. Математическая формулировка задачи приведена во многих работах (например, в [2]). Модельные поликристаллы сгенерированы методом пошагового заполнения. Данный метод основан на заполнении дискретного пространства структурными элементами по заданным законам и подразумевает геометрическую процедуру генерации искусственных объемных моделей на основе анализа микроструктур реальных материалов. Модели с периодической структурой построены на сетке $200 \times 63 \times 200$ с шагом 1 мкм (рис. 2, а). Для поликристаллических структур проведен статистический анализ, результаты которого сравнивались с экспериментальными данными (рис. 2, б).

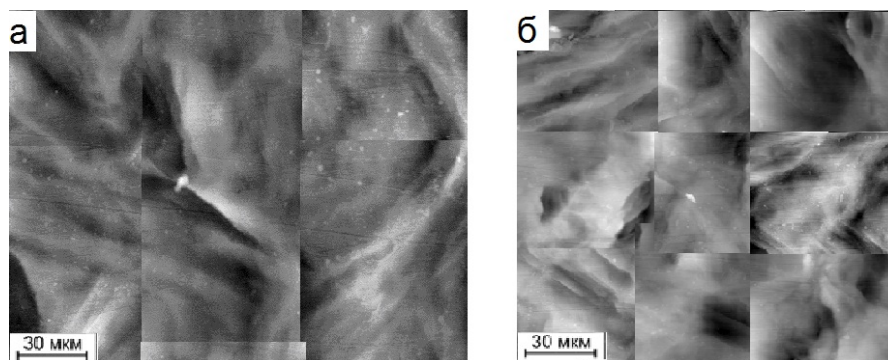


Рис. 1. АСМ-изображения рельефа на поверхности нагруженных образцов стали ЭК-181 после стандартной термообработки (а), после стандартной термо- и ультразвуковой обработки (б), растяжение $\varepsilon = 3,0\%$

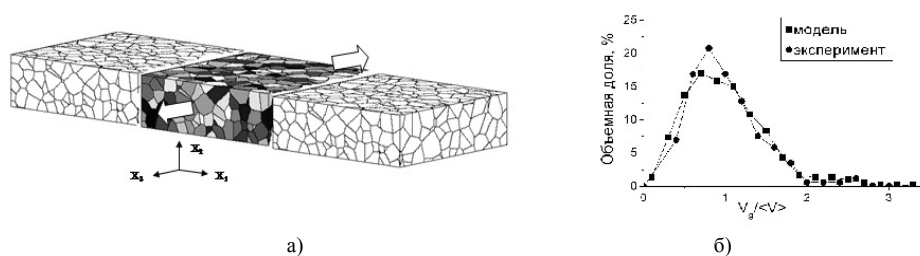


Рис. 2. Модель поликристалла, сгенерированная на сетке $200 \times 63 \times 200$ (а) и распределение зерен по размеру в модельном образце в основном состоянии в сравнении с экспериментальными данными (б), где V_g – размер зерна и $\langle V \rangle$ – средний размер зерна

Переход локальных объемов материала из упругого состояния в пластическое определялся критерием текучести Мизеса. Модели механического поведения стали учитывали деформационное упрочнение и различие упругопластических характеристик зерен в пределах 5% от среднего значения. Функция деформационного упрочнения была построена путем аппроксимации экспериментальных данных для стали ЭК-181 [1]:

$$\sigma_y^i = 10^5 \cdot \sigma_0^i + 529 - 539 \cdot \exp\left(-\frac{\varepsilon_{eq}^p}{0.015854}\right) [\text{МПа}],$$

где σ_0^i – начальный предел текучести i -го зерна; ε_{eq}^p – интенсивность накопленной пластической деформации. В случае образца с модифицированным поверхностным слоем задано линейное изменение механических характеристик в пределах 10 ячеек от максимальных на поверхности до соответствующих основному материалу. Трехмерные расчеты проводились методом конечных разностей.

В общем случае на всех поверхностях расчетного образца необходимо задать кинематические или динамические граничные условия. В настоящей работе растяжение прикладывалось вдоль оси X_3 , на нижней поверхности выполнялись условия симметрии относительно плоскости $(x_1, 0, x_3)$, верхняя поверхность – основной объект исследования – была свободной от внешней нагрузки. На боковых поверхностях задавались периодические граничные условия.

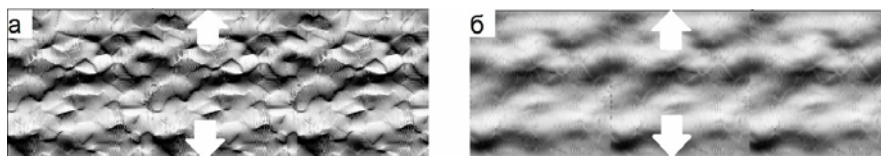


Рис. 3. Деформационный рельеф поликристаллов в основном состоянии (а), с модифицированным поверхностным слоем (б); $\varepsilon = 2,4\%$, стрелками указано направления растяжения

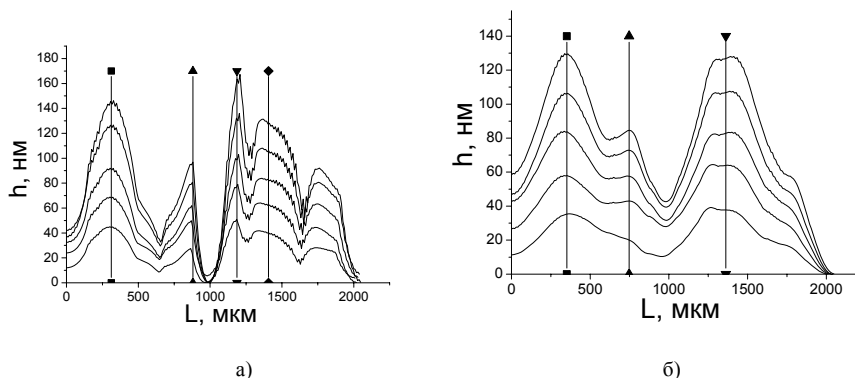


Рис. 4. Профили поверхности вдоль средней линии образца при различных степенях деформации ε (цифры в порядке возрастания соответствуют $\varepsilon = 0,5; 1; 1,5; 2; 2,4$) для модельного поликристалла стали в основном состоянии (а) и с модифицированным поверхностным слоем (б)

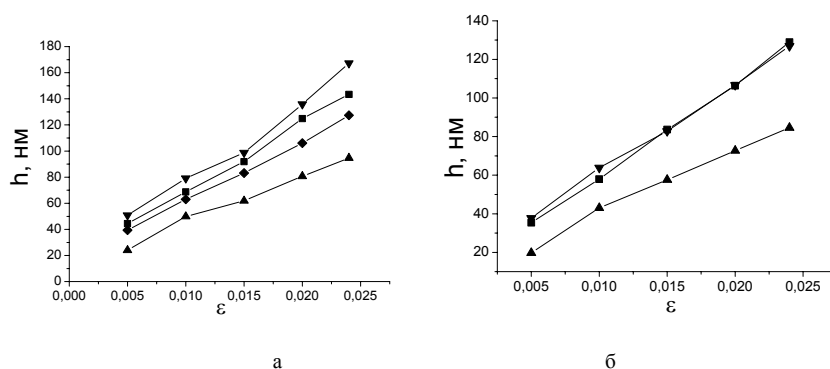


Рис. 5. Зависимости высоты рельефа h в точках, указанных соответствующими символами на кривых (рис. 4), от степени полной деформации ε для модельного поликристалла стали в основном состоянии (а) и с модифицированным поверхностным слоем (б)

Результаты расчетов продемонстрированы на рис. 3–5. На начальной стадии пластического течения основного материала, когда модифицированный поверхностный слой остается упругим, деформация на поверхности протекает почти однородно. С появлением пластической деформации в поверхностном слое возникает деформационный рельеф в виде периодических спиралевидных складок (см. рис. 3). По сравнению с модельным поликристаллом в основном состоянии, в случае образца с модифицированным поверхностным слоем складки принимают более сглаженный вид, их ширина становится больше. Качественно картина, сложившаяся в начале пластической деформации, сохраняется и на более поздних стадиях.

Для количественного сравнения рельефных складок, образованных при различных степенях деформации, были сняты профили поверхности вдоль средней линии образца, ориентированной параллельно оси растяжения для образца в основном состоянии (см. рис. 4, а) и с модифицированным поверхностным слоем

(рис. 4, б). Установлено, что в процессе нагружения высота и ширина складок растут пропорционально степени деформации по линейному закону (см. рис. 5), что согласуется с экспериментальными данными для стали ЭК-181 [1].

Работа выполнена в рамках гранта Российского фонда фундаментальных исследований №10-08-00084-а.

Литература

1. *Формирование мезоскопических складчатых структур на поверхности поликристаллов стали ЭК-181 в условиях одноосного растяжения* / А.В. Панин [и др.] // Физическая мезомеханика. 2011. Т. 14, № 4. С. 57–69.
2. *Wilkins M.* Computer simulation of dynamic phenomena. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1999. 265 p.

РАСЧЕТНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ БРИКЕТИРОВАНИЯ БУРОГО УГЛЯ БЕЗ СВЯЗУЮЩЕГО

А.Б. Исайченков

Проведен расчет параметров опытной экспериментальной установки брикетирования бурого угля. Определены значения расхода природного газа на сушку угля. Определены энергетические затраты на сушку угля.

THE THEORETICAL DETERMINATION OF PARAMETERS OF THE PILOT PLANT BRIQUETTING OF BROWN COAL WITHOUT A BINDER

A.B. Isaychenkov

The results of the calculations of the parameters for the pilot plant for briquetting of brown coal are presented. The value of the consumption of natural gas for drying the coal was defined. The energy consumption for drying the coal was defined.

В патенте [1] предложена технология брикетирования бурого угля без связующего (ВСВ). Технологическая схема ВСВ показана на рис. 1. Согласно этой схеме содержащий влагу уголь, измельченный до частиц размером менее 3 мм, подают шнековым транспортером 1 из бункера 2 для влажного угля в стояк 3 термической сушилки. По стояку 3 проходит струя горячего газа. Струю горячего газа генерируют, пропуская газ из вентилятора 4 через газовый нагреватель 5 в стояк 3 термической сушилки. Попадая в этот стояк влажный уголь захватывается газовым потоком. Поскольку газ горячий, уголь нагревается, и это приводит к тому, что часть влаги, содержащейся в угле преобразуется в горячий пар.

Поток газа с захваченным углем подают на циклонные аппараты 6, 7. Первый циклон 6 отделяет крупные фракции угля из потока газа. Сепарированные крупные фракции угля проходят по трубопроводу 10 брикетирующий агрегат 11. Газ, выходящий из первого циклона по трубе 8, поступает во второй циклон 7, в котором сепарируются более мелкие частицы угля. Газ, выходящий из циклона 7, проходит по трубопроводу 12. Часть этого газа сбрасывается в атмосферу через пылевой фильтр 9. Остальная часть подвергается рециркуляции через вентилятор 4, газовый нагреватель 5 в стояк 3 термической сушилки. Присутствие в газовом потоке большого количества водяного пара и малое количество кислорода гарантирует устранение опасности взрыва.

Возникающий в результате сгорания топлива в нагревателе газ вместе с водяным паром, образующимся при сушке угля, вытесняется через пылевой фильтр в атмосферу в количестве, необходимом для поддержания постоянного давления в сушилке.

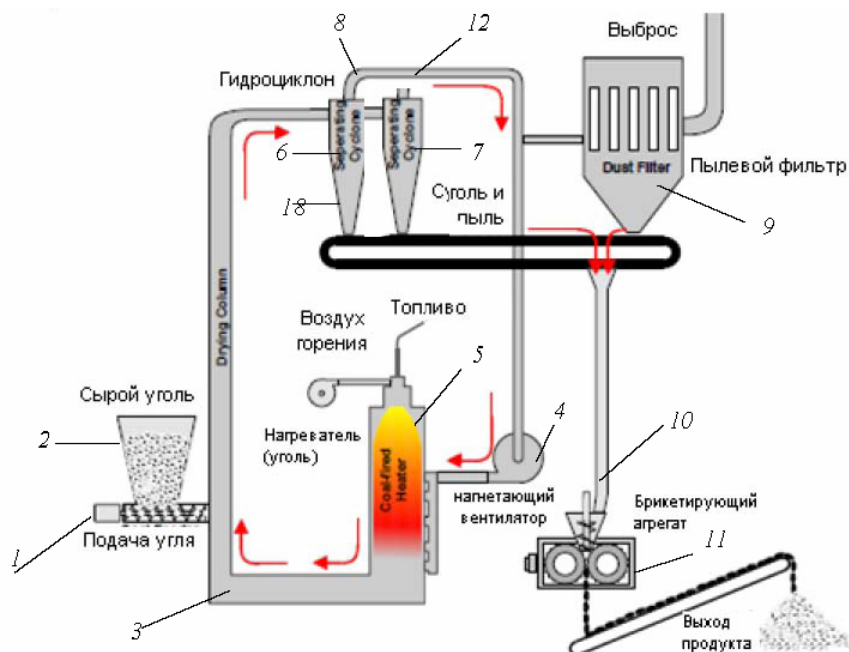


Рис. 1. Технологическая схема брикетирования бурого угля без связующего (рисунок взят из [1])

Частично высушенный уголь подается из бункера шнековым питателем 10 в брикетировочное устройство 11 в условиях, при которых водяной пар продолжает высвобождаться из угля. Это в еще большей степени уменьшает содержание влаги в угле и приводит к тому, что водяной пар вытесняет неконденсированные газы, такие как азот, двуокись углерода и др. Шнек частично уплотняет уголь, прежде чем он будет спрессован брикетировочными валками. Брикетировочное устройство снабжено двумя валками. Один из валков имеет выточенные в нем брикетировочные карманы, а второй валок выполнен гладким. Когда уголь проходит через валки, он прессуется и подвергается срезающему усилию. Величина срезающего усилия может меняться за счет изменения разницы частот вращения валков на величину порядка 10%. Один из валков установлен на ползунке, имеющем пневматическое устройство, обеспечивающее усилие прессования в зазоре между валками. При прессовании газовая атмосфера, окружающая частицы угля, сжимается, а содержащийся в нем водяной пар конденсируется. Последний процесс уменьшает рост давления газа при прессовании, а также способствует уменьшению объема раковин, содержащих газ.

Температура газового потока до его смешения с влажным углем регулируется так, чтобы конечная температура угля, когда он выходит из сушилки, составляла 105–110 °С. Обычно температура газа перед смешением с углем составляет 300–400 °С.

Все указанные выше параметры технологического процесса имеются в [1]. Для анализа приведем также данные, полученные при брикетировании опытной партии березовского угля по описанной выше технологии ВСВ. Опытная партия брикетов изготавливалась на установке производительностью 0.4 т/час. Общая влажность угля была снижена с 36.1 до 7.3% в брикетированном угле. На производство 1 т продукта ВСВ из березовского угля было затрачено 1.4 ГДж тепловой энергии для процесса сушки. Сушильный агрегат работал на природном газе. Перед сушкой уголь измельчался до размера частиц менее 3 мм.

Рассчитаем расходные и энергетические характеристики опытной установки. Согласно [1] опытная установка выдает за 1 ч работы 400 кг брикетов из березовского угля, содержащих 7.3 % воды по массе. В этой массе содержится $\omega = 29$ кг воды и $m = 371$ кг твердой фазы. Так как твердое вещество не испаряется в процессе сушки, то такое же его количество поступает на вход установки. Обозначим через ω_0 количество воды, поступающей в установку вместе с углем. Для ее количества в процентах можем записать:

$$\frac{\omega_0}{m + \omega_0} \cdot 100\% = 36.1\%,$$

откуда находим $\omega_0 = 210$ кг. Зная количество воды в сыром угле и в брикетах, найдем количество воды испарившейся из угля в установке за 1 ч ее работы:

$$\Delta\omega = \omega_0 - \omega = 181 \text{ кг}.$$

Для дальнейших расчетов вычислим также массу сырого угля, поступающего в установку:

$$m_y = m + \omega_0 = 581 \text{ кг}.$$

С целью вычисления расходных характеристик сушильного газа найдем приход продуктов сгорания от горелки, работающей на природном газе. Согласно [1] на производство 1 т брикетов из березовского угля требуется 1.4 ГДж тепловой энергии. Следовательно, на изготовление 400 кг продукции в течение часа расходуется 0.56 ГДж. Так как теплота сгорания природного газа составляет 0.0131 ГДж/кг, то его расход на производство 400 кг брикетов будет равен $0.56/0.0131=42.7$ кг/ч. На сжигание 1 кг природного газа требуется 3.5 кг воздуха. Поэтому при производстве 400 кг брикетов из горелки в тракт установки поступает $G_r = 147 + 42 = 189$ кг продуктов сгорания. Из описания [1] известно, что температура газа после сушки угля составляет 90–150 °С (среднее значение 120 °С). Этот газ подогревается с помощью горелки до 400 °С.

Введем обозначения: G_0 – расход сушильного газа перед его смешением с продуктами сгорания горелки; T_0 – его температура; c_{p0} – теплоемкость этого газа; T_1 – температура сушильного газа после смешения с продуктами сгорания; c_{p1} – его теплоемкость; ΔQ – количество тепловой энергии, добавляемой в результате подогрева. Тогда величина $G_0 c_{p0} T_0$ – поток тепловой энергии, переносимой сушильным газом до его подогрева, а произведение $(G_0 + G_r) c_{p1} T_1$ – такой же поток после подогрева. В последнем выражении учтено, что горелка добавляет в поток не только тепло, но и поток массы G_r . Очевидно, что разность этих потоков обусловлена притоком тепла ΔQ :

$$(G_0 + G_r) c_{p1} T_1 - G_0 c_{p0} T_0 = \Delta Q.$$

Разрешая последнее выражение относительно G_0 , получим

$$G_0 = \frac{\Delta Q - G_r c_{p1} T_1}{c_{p1} T_1 - c_{p0} T_0}.$$

Полагая $T_1 = 400^\circ\text{C}$, $T_0 = 120^\circ\text{C}$, $\Delta Q = 0.56$ ГДж, $G_r = 189$ кг/ч, и вычисляя теплоемкости c_{p1} и c_{p0} с использованием известного состава газа, найдем расход сушильного газа до его подогрева в горелке $G_0 = 943$ кг/ч, и после подогрева $G_1 = G_0 + G_r = 1132$ кг/ч.

При расчетах теплового баланса установки примем, что частицы угля после поступления в сушильный тракт вначале нагреваются до температуры кипения воды, а испарение воды происходит после достижения температуры кипения воды. Так как уголь на выходе из сушилки согласно [1] должен иметь температуру $105\text{--}110^\circ\text{C}$, то температура кипения также должна принадлежать этому диапазону. В противном случае такие температуры для угля на выходе из сушилки не могут быть достигнуты. Для рассматриваемого ниже примера выберем температуру кипения $T_k = 105^\circ\text{C}$.

При производстве 400 кг брикетов в установку поступает $m = 581$ кг сырого угля. Для его нагрева до температуры T_k необходимо затратить тепловую энергию

$$Q_1 = mc_y (T_k - T_n),$$

где T_n – начальная температура, c_y – теплоемкость сырого угля. Полагая $T_n = 20^\circ\text{C}$ и $c_y = 2 \cdot 10^{-6}$ ГДж/кг \times град найдем затраты тепла на нагрев угля до температуры $T_k = 105^\circ\text{C}$

$$Q_1 = 0.102 \text{ ГДж}.$$

Так как количество испаряющейся в процессе сушки воды $\Delta\omega = 181$ кг известно, найдем затраты тепла на ее испарение по формуле

$$Q_2 = \Delta\omega\Delta h,$$

где Δh – теплота испарения. Для воды $\Delta h = 0.0022$ ГДж/кг получим $Q_2 = 0.406$ ГДж.

Подсчитаем количество тепла, которое удаляется из установки при сбросе сушильных газов в атмосферу. Так как масса газа в установке на стационарном режиме ее работы не зависит от времени, то через пылевой фильтр в атмосферу должна сбрасываться масса, равная сумме масс газа, поступающего из горелки и водяного пара, выделившегося в процессе сушки.

$$Q_{am} = \Delta\omega + G_r.$$

Эта масса уносит с собой в атмосферу газ с температурой $\sim 120^\circ\text{C}$. Принимая во внимание, что теплота образования водяного пара уже частично учтена при расчетах Q_2 , найдем количество тепла, которое уносится в атмосферу вместе с газами:

$$Q_3 = 0.017 \text{ ГДж}.$$

Таким образом, суммарный расход тепловой энергии от горелки при производстве 400 кг брикетов составляет величину

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0.526 \text{ ГДж} .$$

Разность между приходом тепла от горелки и его затратами

$$Q_T = 0.560 - 0.526 = 0.034 \text{ ГДж}$$

объясняется неучтенными тепловыми потерями за счет теплоотдачи через стенки трактов.

В заключение отметим, что сушильная установка ВСВ затрачивает на удаление из угля 1 кг воды всего 0.003 ГДж тепловой энергии. В большинстве сушильных агрегатов, используемых в промышленности, эти затраты в 1.5–2 раза больше [2]. Успех сушиллки ВСВ достигается за счет применения рециркуляции сушильных газов.

Литература

1. Патент РФ 2332443. Способ брикетирования (варианты) // Кларк К.Н. (AU), Калб Д.В. (US), Комарек Р. (US), Микинз Р.Л. (AU), Пирсон А.К. (AU) / Оpubл. 2008 г.
2. Справочник по теплообменникам: В 2 т. Т. 2. М.: Энергоатомиздат, 1987. 352 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В НАНОСТРУКТУРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ И КЕРАМИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛАХ ПРИ ИСПЫТАНИИ НА ТРЕХТОЧЕЧНЫЙ ИЗГИБ

М.В. Коробенков, А.А. Козулин, В.А. Скрипняк, А.М. Жармухамбетова

Представлены экспериментальные данные закономерностей деформации и разрушения керамических материалов при испытании на трехточечный изгиб в условиях квазистатического нагружения.

STUDY OF DEFORMATION EFFECTS IN NANOSTRUCTURED COMPOSITE AND CERAMIC MATERIALS TEST FOR THREE-POINT BENDING

M.V. Korobekov, A.A. Kozulin, V.A. Skripnyak, A.M. Zharmukhambetova

Experimental data patterns of deformation and fracture of ceramic materials under three-point bending test under quasi-static loading.

Для исследования закономерностей деформации и разрушения керамических материалов применялись испытания на трехточечный изгиб в условиях квазистатического нагружения и ударную вязкость (рис. 1) [1–3].

Прочность керамики на изгиб определялась по формуле

$$\sigma_{изг} = F L_s / 4W ,$$

где F – значение усилия в момент начала разрушения, L_s – расстояние между опорами, $W = I / e_d = (1/6) b h^2$ – момент сопротивления, b – ширина образца, h – толщина образца, I – момент инерции относительно горизонтальной оси, $e_d = h/2$ – расстояние от нижней поверхности от нейтральной плоскости.

Для определения ударной вязкости применялся метод с регистрацией диаграммы деформирования [1]. В процессе нагружения регистрировались изменения во времени прогиба образца $u(t)$ и усилия в бойке $F(t)$. Полученные данные использовались для определения работы, затраченной на изгиб и ударное разрушение. Работа вычислялась по формуле

$$A_k = \int_{t_1}^{t_2} F(t)u(t)dt, \quad (1)$$

где t_1 и t_2 – моменты времени, соответствующие началу прогиба образца и полной потери его сопротивления деформации вследствие разрушения.

Ударная вязкость определялась по формуле

$$a_k = A_k / S_0, \quad (2)$$

где A_k – работа затраченная на ударное разрушение образца с надрезом, S_0 – площадь поперечного сечения образца в зоне надреза.

Изменение деформирующего усилия от времени нагружения образцов керамического композита при скорости прогиба 90 мм/с показано на рис. 2. При достижении критического усилия на нижней поверхности образца происходит зарождение трещины, распространение которой по сечению образца вызывает резкое увеличение прогиба и релаксацию регистрируемого усилия. Таким образом, регистрации деформирующего усилия во времени позволяет с высокой точностью определить как момент начала зарождения повреждения керамических образцов, так и усилия в момент начала разрушения.

Изменение деформирующего усилия от времени нагружения образцов Al_2O_3 керамики показано на рис. 3. Для исследованных образцов однофазной оксид-алюминиевой керамики зарождение повреждений начинается при усилиях $3,2 \pm 0,1$ кН. Соответствующая прочность материала при изгибе составляет $\sigma_{bв} = 240 \pm 7$ МПа. Полученные значения прочности керамики на изгиб на 25 % ниже по сравнению со значениями для высокоплотной однофазной Al_2O_3 керамики высокой чистоты CoorsTrec, полученной методом спекания [4].

Для исследованных образцов однофазной оксид-алюминиевой керамики зарождение повреждений начинается при усилиях $3,2 \pm 0,1$ кН. Прочность на изгиб составляет $172, 5 \pm 7$ МПа. Полученные значения прочности на изгиб керамического композита $Al_2O_3-0,7 (ZrO_2-0,03 Y_2O_3)-0,056 (Al_2O_3-1,5\% MgO)$ ниже по сравнению со значением изгибной прочности наноструктурной однофазной оксид-алюминиевой керамики. Пониженные значения прочности на изгиб в данном композите ожидалось, так как в ходе структурных исследований была выявлена развитая поровая структура материала.



Рис. 1. Приспособление для нагружения образцов на сервогидравлическом стенде Instron VHS 40/50-20

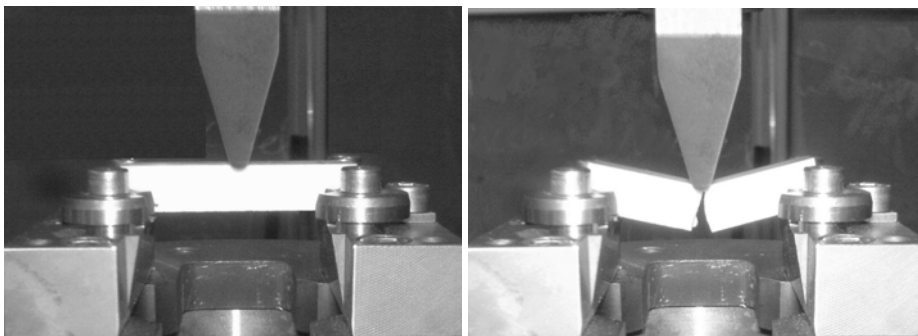


Рис. 2. Положение образца: *a* – начальное состояние, *б* – конечное

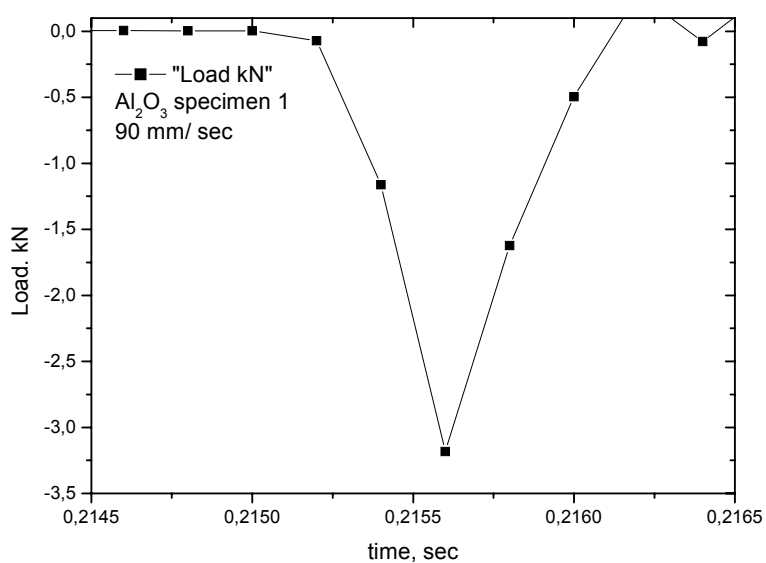


Рис. 3. Зависимость деформирующего усилия от времени

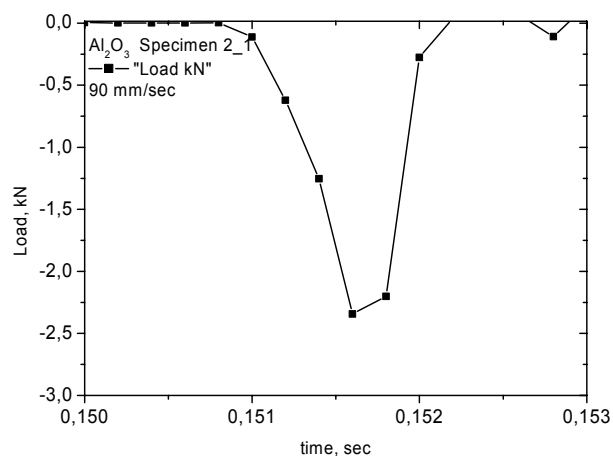


Рис. 4. Зависимость деформирующего усилия от времени в керамике $\text{Al}_2\text{O}_3 - 0,7 (\text{ZrO}_2 - 0,03 \text{ Y}_2\text{O}_3) - 0,056 (\text{Al}_2\text{O}_3 - 1,5\% \text{ MgO})$

На рис. 4 представлена характерная зависимость нагрузки от времени для оксидной керамики $\text{Al}_2\text{O}_3 - 0,7 (\text{ZrO}_2 - 0,03 \text{Y}_2\text{O}_3) - 0,056 (\text{Al}_2\text{O}_3 - 1,5\% \text{MgO})$.

При определении ударной вязкости с использованием (1)–(2) учитывалось, что в отличие от копровых испытаний скорость прогиба образцов, определяемая движением бойка, оставалась постоянной. В этом случае, вычисление работы деформации и разрушения керамических образцов упрощается и формула (1) может быть приведена к виду

$$A_k = \langle u \rangle \int_{t_1}^{t_2} F(t) dt,$$

где $\langle u \rangle$ – скорость ударника в экспериментах.

Для оксид-алюминиевой керамики среднее значение работы разрушения составило $0,12 \pm 0,01$ Дж. Соответствующая ударная вязкость при скорости 90 мм/с составила $0,12$ Дж/см².

Полученные данные свидетельствуют о существенном влиянии параметров поровой и зеренной структуры на вязкость разрушения керамических материалов и пределы прочности при изгибе и сжатии. Скорость деформации в диапазоне от 10^{-3} до 10 с⁻¹ слабо влияет на прочностные свойства наноструктурных оксид-алюминиевой и композиционных керамических материалов.

Литература

1. Испытание материалов. Справочник / Под ред. Х. Блюменауэра; пер. с нем. М.: Металлургия, 1979. 448 с.
2. ГОСТ 24409-80 Материалы керамические электротехнические. Методы испытаний.
3. ISO-230-2 1997 Test code for machine tools – Part 2: Determination of accuracy and repeatability of positioning numerically controlled axes.
4. Munro R.G. Evaluated material properties for a sintered alpha – Al_2O_3 // J. of American Ceramic Soc. 1997. Vol. 80. P. 1919–1928.

СИНТЕЗ И СТРУКТУРА ВОЛЬФРАМАТА ЦИРКОНИЯ ZrW_2O_8 С АНОМАЛЬНЫМ ТЕПЛОВЫМ РАСШИРЕНИЕМ

Е.С. Дедова, П.В. Косарев, Т.А. Попова

Изучаются структура и тепловые свойства синтезированного вольфрамата циркония.

SYNTHESIS AND STRUCTURE ZIRCONIUM TUNGSTATE ZrW_2O_8 WITH ANOMALIOUS THERMAL EXPANSION

E.S. Dedova, P.V. Kosarev, T.A. Popova

The structure and thermal properties of zirconium tungstate synthesized were studied.

Изучение вольфрамата циркония вызывает значительный научный и технический интерес вследствие его большого изотропного отрицательного коэффициента термического расширения (КТР) в широком температурном диапазоне от -273 до 770 °С [1], $\alpha = -9,6 \cdot 10^{-6}$ С⁻¹. Одно из перспективных применений вольфрамата циркония – в технологии получения композиционных материалов, когда механические свойства композитов определяются внутренними напряжениями, вызванными разными КТР исходных материалов.

Синтез вольфрамата циркония сопряжен с рядом трудностей – он является метастабильным при комнатной температуре и стабильным в узком температурном

интервале от 1110 до 1257 °С [2]. В большинстве случаев вольфрамат циркония получают твердофазной реакцией между оксидами WO_3 и ZrO_2 . Смесь нагревают выше 1105 °С, а затем проводят закалку, чтобы избежать разложения на составляющие оксиды [2].

Цель настоящей работы – синтез вольфрамата циркония, изучение его структуры и свойств.

Образцы были получены методом твердофазной реакции между оксидами ZrO_2 и WO_3 в стехиометрическом соотношении 2:1 в соответствии с [2]. Порошки смешивались в барабанной мельнице в течение 24 ч. Синтез порошка вольфрамата циркония осуществлялся при температурах 900, 1100 °С с изотермической выдержкой 1 и 6 часов на воздухе; при температурах 1150, 1200, 1250 °С с выдержкой 10 и 30 мин в среде азота. После синтеза и спекания порошки и образцы подвергались закалке.

Исследование фазового состава, структурных параметров материала осуществлялось на дифрактометре с использованием CuK_{α} -излучением. Исследование морфологии порошка осуществлялось на растровом электронном микроскопе (РЭМ) Philips SEM 515. Измерение размера частиц осуществлялось методом случайных секущих. Дилатометрические исследования проводились на механическом кварцевом дилатометре.

РЭМ-исследования исходной смеси порошков ZrO_2 и WO_3 после механической обработки в барабанной мельнице показали наличие в нем агломератов, средний размер которых равен $\langle d \rangle = 20,5$ мкм. Синтез при температуре 900 °С приводит к уменьшению среднего размера агломератов до 7,6 мкм при выдержке 1 ч и 5,6 мкм при выдержке 6 ч. Увеличение температуры синтеза до 1100 °С повышает средний размер агломератов до 10,7 и 14,6 мкм с выдержкой 1 и 6 ч соответственно. Дальнейшее увеличение температуры синтеза приводит к уменьшению среднего размера агломератов (рис. 1).

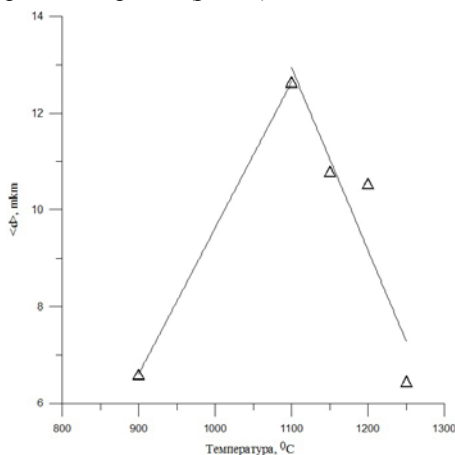


Рис. 1. Зависимость среднего размера агломератов от температуры

При температурах 1150 °С и выше происходит формирование игловидных частиц наряду с агломератами. В порошке наблюдались как единичные, так и сросшиеся игловидные частицы. Средний продольный размер игловидных частиц изменяется от 4,3 мкм при температуре 1150 °С до 8,5 мкм при 1200 °С и 5,4 мкм при 1250 °С, а величина среднего поперечного размера практически не изменялась и составляла ≈ 1 мкм.

Рентгеноструктурный анализ показал, что при 900 °С в материале присутствуют фазы оксида циркония и оксида вольфрама. Формирование вольфрамата циркония начинается при температурах выше 1100 °С. Параметр решетки равен 9,1745 Å, что согласуется с литературными

данными [2]. В материале также присутствуют дифракционные максимумы, соответствующие ZrO_2 и WO_3 .

Дилатометрические исследования материала, спеченного при температуре 1100 °С, проводились в температурном интервале от 0 до 800 °С. На рис. 2 представлена зависимость относительного удлинения материала от температуры. На графике присутствуют две точки перегиба, соответствующие температурам 120 и 620 °С. График можно разделить на три участка. Коэффициент теплового расширения

ния на первом участке равен $\alpha_1 = 36,5 \cdot 10^{-6} \text{C}^{-1}$. КТР на втором участке также имеет положительное значение и равен $\alpha_2 = 9,8 \cdot 10^{-6} \text{C}^{-1}$. Третий участок характеризуется отрицательным значением коэффициента теплового расширения, $\alpha_3 = -45,9 \cdot 10^{-6} \text{C}^{-1}$.

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать заключение, что средний размер агломератов увеличивается до температуры $1100 \text{ }^\circ\text{C}$, а затем уменьшается при дальнейшем увеличении температуры синтеза. Синтез при температуре $1150 \text{ }^\circ\text{C}$ и выше приводит к образованию игловидных частиц в порошке.

Формирование вольфрамата циркония происходит при температурах выше $1100 \text{ }^\circ\text{C}$. Параметр решетки полученного материала хорошо согласуется со справочными данными.

В температурном диапазоне от 550 до $800 \text{ }^\circ\text{C}$ материал имеет отрицательный коэффициент теплового расширения.

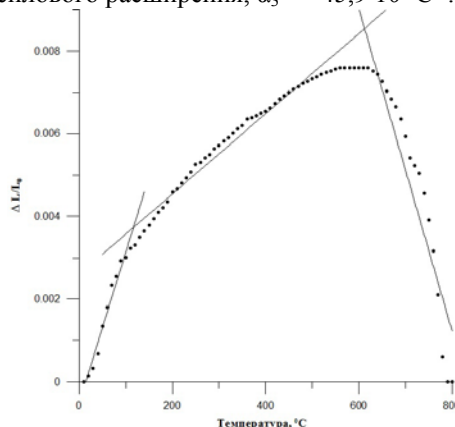


Рис. 2. Зависимость относительного удлинения материала от температуры

Литература

1. Mary T.A., Evans J.S.O., Vogt T., Sleight A.W. // Science 272, 90 (1996)
2. Chang L.L.Y., Scroger M.G., and Phillips B.J. // Am. Ceram. Soc., 50 211–5 (1967).

РАЗРАБОТКА МЕТОДА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Н.Н. Марицкий, А.В. Азин, С.А. Пономарев, С.В. Пономарев

Рассматривается методика проведения испытаний различных материалов, применяемых в современных электроаппаратурах на борту космических модулей, а так же в любых других высокотехнологичных современных областях промышленности, работоспособность которых обеспечивает развитие отрасли и укрепление научно-технического потенциала.

FRACTURE PREDICTION OF MATERIALS USED IN SCIENTIFIC AND SPACE INDUSTRY

N.N. Maritskiy, A.V. Azin, S.A. Ponomarev, S.V. Ponomarev

The technique of testing various materials used in modern electrical equipment on board the space module, and any other modern high-tech industries, which provides performance industry development and strengthening of scientific and technological potential.

Всеобщая миниатюризация электронных компонентов и усовершенствование топологии электронных модулей, вызванные естественно-техническим развитием и необходимыми целями, требуют особого отношения к прочностным характеристикам материалов и типов механических контактов.

Переход на современную компоновку микросхем электронных модулей типами контактов вида BGA, CGA и т.д. требует всестороннего изучения качества и надежности работоспособности модуля на протяжении определенного срока технологического ресурса. Широкий спектр применения электронных компонентов (кос-

мическая, военная, гражданская отрасли) накладывает ограничения на технологические и физические характеристики как самого материала, так и работоспособности электронного модуля в сборе.

Основные известные технологии методов неразрушающего контроля (МНК) ограничены по применению из-за своей материальной базы и физической возможности исследования образцов [1]. Так, метод рентгенографии (для выявления непрооя и разрушения контактных площадок микросхем) не применим к ряду чипов из-за губительного воздействия радиационных лучей [2].

Таким образом, исследование новых и расширение применимости существующих способов контроля оборудования и материалов остается приоритетной задачей в области обеспечения технологического совершенства требуемой отрасли, для обеспечения политических и тактических преимуществ государства.

Наибольший интерес в исследовании дефектоскопии печатных плат представляет собой желание отслеживать появление неисправности в реальном времени, контроль роста дефекта (от этапа зарождения до критического значения) и его локализации. Такие возможности предоставляются методом акустической эмиссии.

Акустическая эмиссия – очень эффективное средство неразрушающего контроля и оценки материалов, основанное на обнаружении упругих волн, которые генерируются при внезапной деформации напряженного материала. Данные волны распространяются от источника непосредственно к датчикам, где затем преобразуются в электрические сигналы. Приборы акустико-эмиссионного контроля измеряют эти сигналы, после чего отображают данные, на основе которых происходит оценка состояния и поведения всей структуры исследуемого объекта.

С точки зрения теории и практики метода акустической эмиссии, абсолютно любой дефект может производить свой собственный сигнал. При этом он может проходить довольно большие расстояния (до десятков метров), пока не достигнет датчиков. Более того, дефект может быть обнаружен не только дистанционно, но и путем вычисления разницы времен прихода волн к датчикам, расположенным в разных местах.

Основные особенности акустического метода контроля, определяющие его возможности и область применения:

- Обеспечивает обнаружение дефектов по степени их опасности.
- Обладает высокой чувствительностью к растущим дефектам и позволяет в рабочих условиях определять приращение трещины до долей миллиметров.
- Интегральность метода обеспечивает контроль всего объекта с использованием одного или нескольких преобразователей, неподвижно установленных на поверхности объекта.
- Ориентация и положение объекта не влияют на выявляемость дефектов.

В настоящее время данный метод широко применяется для диагностирования высоконагруженных и крупногабаритных объектов повышенной опасности, а также объектов, где ограничен доступ к поверхности контроля (некоторые виды трубопроводов, сосудов давления, котлов, резервуаров, агрегатов), ввиду того, что данный метод широко не использовали в исследованиях объектов небольшого размера и в области радиоэлектроники (припой, текстолитовая плата с топологией, лакокрасочный материал, дюраль, керамика и т.д.). Новизна работы заключается в разработке методики использования АЭ на примере универсальных электронных модулей и конструктивных материалов в целом.

Дополнительный контроль разрушения образца осуществляется с помощью оптической системы VIC-3D, позволяющей определить поле деформации образца (рис. 2).

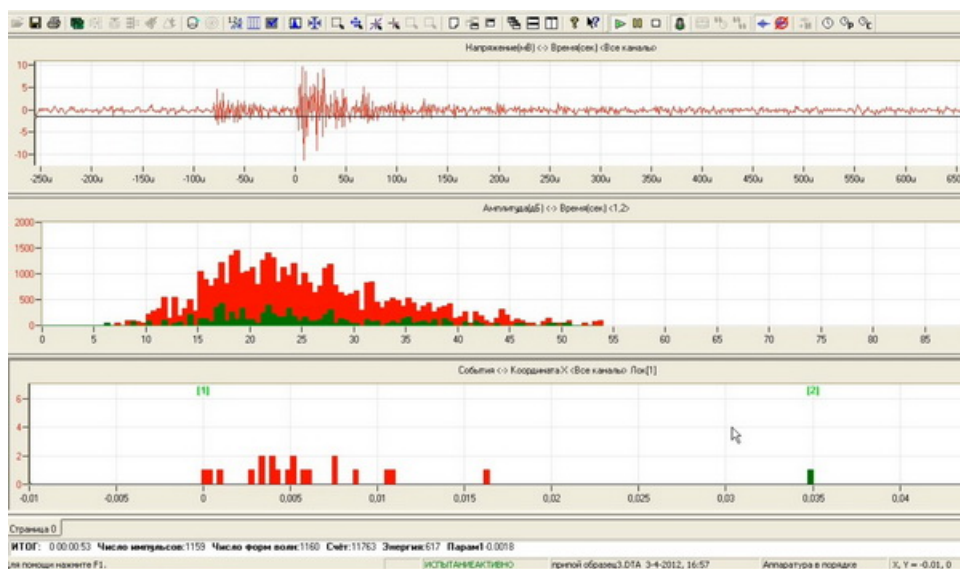


Рис. 1. Результаты работы АЭ

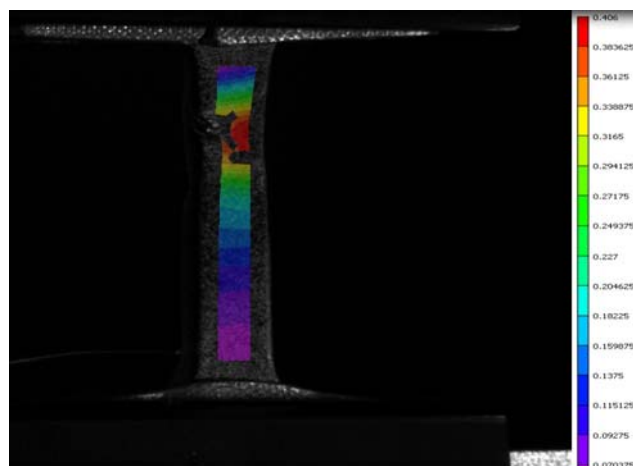


Рис. 2. Результаты работы VIC-3D

Методика прогнозирования разрушения заключается в следующем: образец с прямоугольной рабочей зоной помещен в захваты испытательной машины Instron-8801, растягивается с постоянной скоростью до его разрушения. На границах рабочей зоны образца установлены акустические датчики, улавливающие упругие волны, возникающие в результате микро- и макродефектов под действием растягивающего усилия до момента возникновения магистральной трещины и, как следствие, разрушения образца. При помощи установки акустической эмиссии Micro2 digital AE system регистрируются местоположения образующихся дефектов. Прогнозирование разрушения происходит путем определения локации максимальной количества амплитудных всплесков в рабочей зоне (см. рис. 1).

Как видно из рис. 1 и 2, данные, полученные с помощью аппаратуры АЭ и оптической системы VIC-3D, хорошо согласуются между собой, что подтверждает возможность применения аппаратуры АЭ для прогнозирования разрушения материалов и компонентов, используемых в научно-космической отрасли.

Литература

1. Азин А.В., Марицкий Н.Н., Пономарев С.А., Пономарев С.В. Обзор методов обнаружения механических дефектов радиоэлектронных модулей // Изв. вузов. Физика. 2010. №12/2. С. 3–9.
2. URL: <http://www.roscosmos.ru/main.php?id=2&nid=18647>.

ДИФФУЗИЯ В ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОМ ТЕЛЕ ПОД НАГРУЗКОЙ

М.А. Миколайчук, А.Г. Князева

Рассмотрена задача о диффузии в структурно-неоднородной среде. Получены дискретные концентрационные профили.

DIFFUSION UNDER LOADIN IN POLYICRISTALLINE BODY

М.А. Mikolaychuk, A.G. Knyazeva

The problem of diffusion in structure-inhomogeneous medium was considered. Non continuous concentration profiles was obtained.

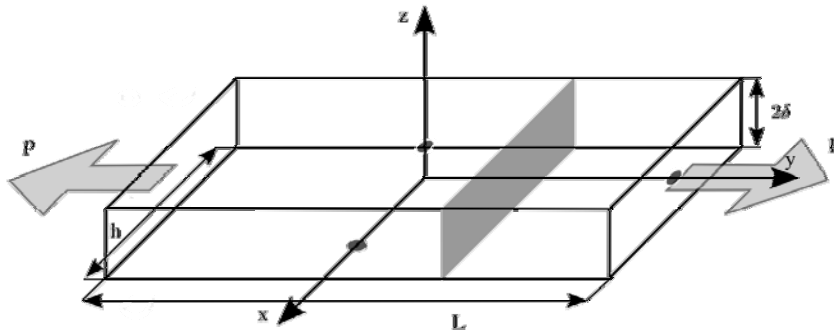


Рис. 1. Пластина под нагрузкой

Рассмотрим пластину длиной L , шириной h и толщиной 2δ (рис. 1). На поверхность пластины $z = 0$ нанесено покрытие из материала, отличного от материала пластины, толщиной δ_1 . К боковым поверхностям $y = \pm L/2$ приложена равномерно распределенная нагрузка P , которая может быть как сжимающей, так и растягивающей.

Вследствие диффузионного отжига примесь проникает вглубь пластины, испытывая влияние внешней нагрузки, с одной стороны, и порождая неоднородное поле концентрационных напряжений – с другой.

Для описания напряженно-деформированного состояния пластины, воспользуемся гипотезой Бернулли–Эйлера, предполагая, что все сечения перпендикулярны осевой линии как до, так и после нагружения, а также пренебрежем поперечными деформациями. В этом случае компонента перемещения вдоль оси y является линейной функцией координат в произвольной плоскости поперечного сечения

$$u_y = f_0(y) + f_1(y) \cdot x + f_2(y) \cdot z.$$

Тогда

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = f_0'(y) + f_1'(y) \cdot x + f_2'(y) \cdot z.$$

В качестве определяющих соотношений воспользуемся соотношениями закона Дюамеля–Неймана

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \delta_{ij}(\varepsilon_{kk}\lambda - Kw),$$

где w – функция изменения объема; $w = 3\sum_{k=1}^n \alpha_k (\eta_k - \eta_{k0})$; λ, μ – коэффициенты Ламе; K – изотермический модуль всестороннего сжатия, η_k – концентрация компонента, α_k – коэффициенты концентрационного расширения, k – номер компонента (в дальнейшем индекс «1» будет относиться к области покрытия, «2» – к области основы), индекс «0» относится к недеформированному состоянию. Тогда при условии $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = 0$ искомые компоненты тензора напряжений следуют из:

$$\sigma_{yy} = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{yy} - Kw, \quad \sigma_{xx} = \sigma_{zz} = \lambda\varepsilon_{yy} - Kw.$$

С учетом предположений $\varepsilon_{jj} = \varepsilon_{y,y}$

$$\sigma_{jj} = 2[(\lambda + \mu)\varepsilon_{yy} - Kw].$$

С помощью условий

$$\frac{1}{S} \int_S \sigma_{yy} dS = P, \quad \int_S \sigma_{yy} x dS = 0, \quad \int_S \sigma_{yy} z dS = 0$$

потребуем, чтобы результирующие силы и моменты удовлетворяли условиям равновесия. Подставим выражение для σ_{yy} :

$$\sigma_{yy} = (\lambda + 2\mu)(f'_0(y) + f'_1(y) \cdot x + f'_2(y) \cdot z) - Kw.$$

Получим систему трех линейных алгебраических уравнений, разрешив которую, определим неизвестные функции f'_0, f'_1, f'_2 и как следствие искомые компоненты тензора напряжений:

$$\begin{aligned} F \cdot f'_0 + F_x \cdot f'_1 + F_z \cdot f'_2 - G &= P \cdot S, \\ F_x \cdot f'_0 + F_{x^2} \cdot f'_1 + F_{xz} \cdot f'_2 - G_x &= 0, \\ F_z \cdot f'_0 + F_{xz} \cdot f'_1 + F_{z^2} \cdot f'_2 - G_z &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} F &= \int_S (\lambda + 2\mu) dS; F_x = \int_S (\lambda + 2\mu) x dS; F_z = \int_S (\lambda + 2\mu) z dS; \\ F_{xz} &= \int_S (\lambda + 2\mu) xz dS; F_{x^2} = \int_S (\lambda + 2\mu) x^2 dS; F_{z^2} = \int_S (\lambda + 2\mu) z^2 dS; \\ G &= \int_S Kw dS; G_x = \int_S Kw x dS; G_z = \int_S Kw z dS. \end{aligned}$$

Система решается аналитически, но вследствие громоздкости здесь её решение не приводится. Очевидно, что найденные функции зависят от величины внешней нагрузки, характера распределения примеси и механических свойств как образца, так и примеси.

В рамках модели рассматривается два механизма влияния напряжений на диффузию. Один из них учитывает влияние работы напряжений, возникающих в об-

разце как вследствие наличия внешней нагрузки, так и вследствие разности атомных размеров основы и примеси, на величину коэффициента диффузии, что приводит к следующей зависимости:

$$D^* = D_0 \exp\left(-\frac{k\Pi}{RT}\right), k = k_0 \frac{m_1}{\rho_2}, \Pi = -[\sigma_{yy}\varepsilon_{yy} + \sigma_{yx}\varepsilon_{yx} + \sigma_{yz}\varepsilon_{yz}],$$

где k_0 – коэффициент чувствительности диффузии к работе напряжений, m_1 – молярная масса примеси, ρ_2 – плотность основы, Π – работа напряжений.

Второй механизм воздействия напряжений на диффузию сводится к прямому влиянию напряжений на подвижность атомов. Он подобен явлению массопереноса в жидкостях при наличии градиента давления. Запишем выражение для потока компонента в изотермических условиях:

$$\bar{J} = -D\nabla\eta + B\eta\nabla\sigma_{ij}.$$

Так как смесь – бинарная, нам достаточно следить за концентрацией одного компонента (примеси); концентрацию второго можно узнать исходя из закона сохранения. Коэффициент D в общем случае – функция концентраций

$$D = f(\eta) \cdot D^*,$$

где D^* – коэффициент самодиффузии. Коэффициент переноса под действием напряжений B определяется следующим образом

$$B = \frac{\alpha_1 D^* m_1}{\rho_2 RT}.$$

Воспользовавшись выражением для потока, запишем уравнения диффузии для первой и второй областей

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = -\nabla \cdot \bar{J} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D \frac{\partial\eta}{\partial x} - B_k \eta \frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D \frac{\partial\eta}{\partial y} - B\eta \frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial y} \right].$$

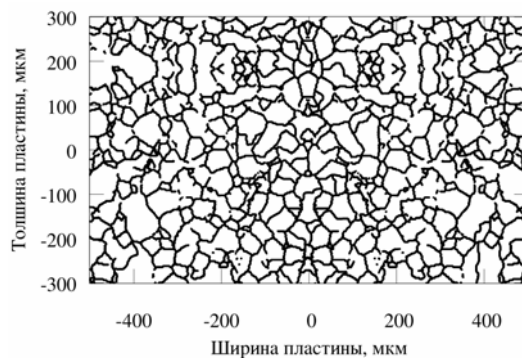
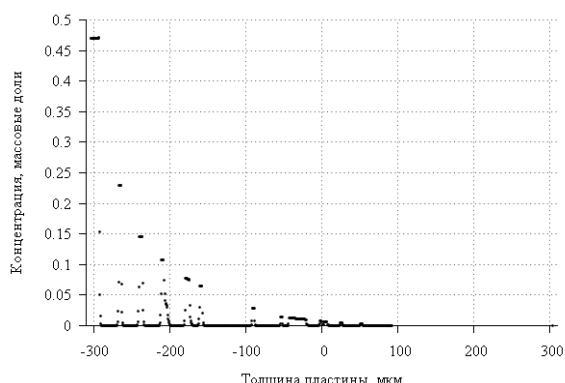


Рис. 2. Микроструктура образца

В рамках данной постановки, при численном решении уравнения диффузии, неоднородность среды можно учесть явным образом, нанося зернограницную структуру (рис. 2) на расчётную сетку. В процессе решения коэффициенты, входя-

Рис. 3. Типичное распределение концентратий



щие в уравнение, варьируются в зависимости от того, в какой фазе происходит диффузия, объёмной или зернограничной. При этом надо понимать, что ширина границы зерна – условная.

В данном контексте можно говорить о некоторой области влияния каждой отдельно взятой границы. В результате расчёта по одномерному профилю получаем дискретное распределение концентратий (рис. 3).

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛОКАЛИЗАЦИИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ ОЦК СПЛАВОВ

М.В. Надежкин, А.Д. Мальцев, С.А. Баранникова

Рассмотрены закономерности локализации пластической деформации низкоуглеродистых сталей. Установлена связь кинетики развития локализации пластической деформации с законом деформационного упрочнения при наличии концентраторов напряжений.

THE STUDY OF PLASTIC FLOW LOCALIZATION OF BCC ALLOYS

M.V. Nadjozhkin, A.D. Maltsev, S.A. Barannikova

The regularities of plastic flow localization of the low carbon steels are considered. It has been found experimentally that in all the stages of the process, spontaneous localization of deformation occurs in the specimen, with the form of localization being closely related to the acting law of plastic flow of specimens with stress concentrators.

Низкоуглеродистые стали отличаются малой прочностью и высокой пластичностью в холодном состоянии. Эти стали в основном производят в виде тонкого листа и используют после отжига или нормализации для холодной штамповки с глубокой вытяжкой. Они легко штампуются из-за малого содержания углерода и незначительного количества кремния, что и делает их очень мягкими. Их можно использовать в автомобилестроении для изготовления деталей сложной формы [1, 2].

В настоящей работе проведены исследования по влиянию концентраторов напряжений на картины локализации пластической деформации на разных стадиях кривых нагружения при одноосном растяжении для стали 08Ю. Испытания на растяжение были выполнены на плоских образцах в форме двойной лопатки с размерами рабочей 50×10×2 мм. Образцы растягивались на универсальной испытательной машине «Instron-1185» при комнатной температуре с постоянной скоростью перемещения подвижного захвата $V_m = 0,5$ мм/мин. Для исследований макроскопической локализации пластического течения использовалась техника двухэкспозиционной спекл-фотографии [2], сочетающей в себе возможности наблюдения всего дефор-

мируемого образца в целом (характерный размер поля зрения $\sim 100 \times 100$ мм) с разрешающей способностью на уровне оптического микроскопа (~ 1 мкм).

Результаты механических испытаний на растяжение при комнатной температуре образцов стали 08Ю показали, что средние значения механических характеристик (пределов текучести, прочности и относительного удлинения до разрыва) согласуются с данными по механическим свойствам конструкционных углеродистых качественных сталей для термообработанного листа (для стали 08Ю – $\sigma_T = 205$ МПа, $\sigma_B = 255\text{--}350$ МПа, $\delta = 34\%$).

Заметное отличие деформационных кривых в состоянии после горячей прокатки без концентраторов напряжений (1) и с концентраторами напряжений после травления для удаления окалины (2) вдоль прокатки состоит в сокращении продолжительности площадки текучести (рис. 1). Это свидетельствует о наклепе стали после травления, т.е. образующиеся полосчатые дефекты могут быть областями наклепа материала и являются концентраторами напряжений.

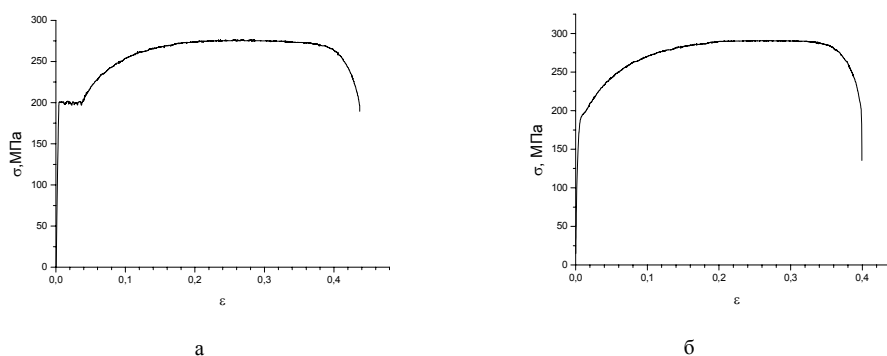


Рис. 1. Кривые нагружения стали 08Ю: *а* – без концентраторов напряжений; *б* – с концентраторами напряжений

Исследования микроструктуры с использованием оптической микроскопии показали, что в состоянии (1) средний размер зерна в поперечном сечении образца составил $\sim 13,2 \pm 6,2$ мкм, а в продольном сечении $\sim 15,3 \pm 6,4$ мкм. Величина зерна соответствует баллу № 9 по шкале зернистости стали. В состоянии (2) микроструктура полностью соответствует структуре стали 08Ю после горячей прокатки: средний размер зерна в поперечном сечении образца составил $\sim 13,0 \pm 5,1$ мкм, а в продольном сечении $\sim 15,2 \pm 6,5$ мкм. Балл зерна соответствует № 9 – по шкале зернистости стали. На макрошлифе ясно выделяются полосы светлого и темного цвета – полосчатые дефекты. Ширина полос составила $\approx 1,3$ мм. Отличия в структурах в области дефектов и стали, неотмечены. С целью выяснения различия в кристаллической структуре стали в состоянии (1) и (2) был использован рентгеноструктурный анализ. Съёмка рентгеновских дифрактограмм осуществлялась на дифрактометре «ДРОН-3» с $\text{Cu K}\alpha$ излучением с шагом $0,05^\circ$ и продолжительностью экспозиции 7 с. На рентгенограмме образца в состоянии (1) после горячей прокатки присутствуют рефлексы Fe_2O_3 и $\alpha\text{-Fe}$. Интенсивность рефлексов неметаллической фазы значительно превышает интенсивность рефлексов железа. Для $\alpha\text{-Fe}$ отражение (110) соответствует межплоскостному расстоянию $0,20243$ нм (в картотеке ASTM $d=0,201$ нм (110)). В состоянии (2) после удаления окалины путем травления на рентгенограммах образца со светлых и тёмных участков – полосчатых дефектов присутствуют интенсивные рефлексы $\alpha\text{-Fe}$ и крайне слабые рефлексы Fe_2O_3 . Межплоскостное расстояние для отражения (110) $\alpha\text{-Fe}$ на тёмном участке образца $0,20255$ нм, полуширина рефлекса на половине его высоты $0,2089^\circ$. Межплоскостное расстояние для отражения (110) $\alpha\text{-Fe}$ на светлом участке образца $0,20255$ нм,

полуширина рефлекса на половине его высоты 0.2113° . Таким образом, данные рентгеновских исследований свидетельствуют, что между светлыми и тёмными полосчатыми дефектами образца отсутствуют какие-либо отличия в кристаллической структуре.

В образцах стали 08Ю в состоянии (1) площадка текучести (стадия I) вместе с зубом текучести имела протяженность до 3,7 % и была обусловлена зарождением и распространением по кристаллу полосы Людерса. Анализ распределений локальных деформаций показал, что пластическая деформация с самого начала нагружения распределена по образцу неоднородно, т.е. локализована в зонах макроскопического масштаба, вытянутых вдоль оси сжатия x , в то время как другие объемы при этом же приросте деформации практически не деформируются. Распределения локальных удлинений на площадке текучести представляли собой две зоны локализованной деформации (полосы Людерса). На протяжении всей площадки текучести два фронта пластической деформации перемещались от подвижного захвата с постоянной скоростью $V_I \sim 3,5 \cdot 10^5$ м/с. На стадии параболического деформационного упрочнения картина локализации пластического течения имела вид стационарной системы очагов пластического течения по длине образца с характерным расстоянием между ними $4,5 \pm 1$ мм.

В образцах стали 08Ю в состоянии (2) полосчатые дефекты располагались перпендикулярно направлению прокатки и оси растяжения. На кривой растяжения в результате наклепа материала после размотки и травления рулона площадка текучести отсутствовала и после предела текучести наблюдалась стадия линейного деформационного упрочнения (II) протяженностью до 1,5 % общей деформации. На этой стадии деформация локализована в нескольких зонах локализованной деформации, состоящих, в свою очередь, из двух-трех связанных очагов, движущихся от подвижного захвата с постоянной скоростью $V_{II} \sim 6 \cdot 10^5$ м/с. На стадии параболического деформационного упрочнения (III) картина локализации пластического течения имела вид также стационарной системы очагов пластического течения, однако, в отличие от состояния (1), структура очагов локализации в состоянии (2) оказывается сложной, а именно, на расстояниях 10, 30, 33, 46 и 51 мм по длине образца (соответствующих положениям областей сгруппированных полосчатых дефектов) выявляются высокоамплитудные максимумы локальных деформаций, разделенные совокупностью низкоамплитудных максимумов. Такой характер локализации пластического течения может быть связан с наличием полосчатых дефектов по длине образца, являющихся концентраторами напряжений.

Таким образом, картины локализации пластического течения, начиная с ранних степеней деформации, позволили выявить более неравномерный характер распределения деформации при растяжении образцов с полосчатыми дефектами в состоянии (2) по сравнению с образцами в состоянии (1) после горячей прокатки.

Работа выполнена по проекту в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы по мероприятию 1.1. «Проведение научных исследований коллективами научно-образовательных центров в области создания и обработки кристаллических материалов» (ГК № 14.740.11.0037 от 01.09.2010).

Литература

1. Сорокин В.Г. Стали и сплавы. Марочник: справ. изд. М.: Интермет Инжиниринг, 2001. 608 с.
2. Коцарь Л.С., Белянский А.Д., Мухин Ю.А. Технология листопрокатного производства. М.: Металлургия, 1997. 272 с.
3. Зуев Л.Б., Данилов В.И., Баранникова С.А. Физика макролокализации пластического течения. Новосибирск: Наука, 2008. 327 с.

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ДЕФОРМАЦИИ НА ЗЕРЕННУЮ СТРУКТУРУ И ФАЗОВЫЙ СОСТАВ СПЛАВА Ni_3Al , ЛЕГИРОВАННОГО БОРОМ И ГАФНИЕМ

А.Д. Пасенова, Н.А. Попова, М.П. Калашников, Е.Л. Никоненко,
Н.А. Конева

Методами просвечивающей дифракционной электронной и растровой микроскопии и методом рентгеноструктурного анализа проведено исследование структуры сплава Ni_3Al , легированного В и Hf. Сплав приготовлен методом самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС). Определен фазовый состав сплавов. Выявлено влияние легирования бором и гафнием на морфологию структуры сплава. Изучена дефектная структура, измерены плотность дислокаций и внутренние напряжения.

EFFECT OF DEFORMATION TEMPERATURE ON THE GRAIN STRUCTURE AND PHASE CONTENT OF THE ALLOY Ni_3Al DOPED WITH BORON AND HAFNIUM

A.D. Pasenova, N.A. Popova, M.P. Kalashnikov, E.L. Nikonenko, N.A. Koneva

Structure of Ni_3Al alloy doped B and Hf was researched by transmission diffraction electron and scan electron microscopy methods and x-ray diffraction method. The alloy was produced by the method of self-propagating synthesis. Phase content of alloys was determined. Effect of doping by B and Hf on a morphology of the alloy was revealed. Defect structure was studied, dislocation density and internal stresses were measured.

Материалы исследования и методика эксперимента. Интерметаллические соединения никеля с алюминием, которые используются для работы в максимальных температурных условиях, являются основными высокотемпературными материалами конструкционного назначения. В этих интерметаллидах с ростом температуры механические свойства (предел текучести, напряжение течения) возрастают в широком температурном интервале. Данное явление представляет собой положительную температурную зависимость соответствующих механических свойств.

Таблица 1

Химический состав сплавов				
Сплав	Содержание, ат.%			
	Al	Ni	B	Hf
Ni_3Al	24,0	76,0	–	–
$Ni_3Al + B + Hf$	22,5	75,5	0,5	1,5

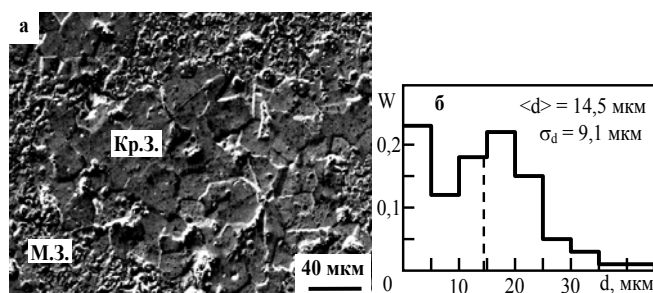
Целью настоящей работы было исследование фазового состава, зеренной и дефектной структуры деформированного сплава Ni_3Al , легированного В и Hf. Деформация сплава

осуществлялась при температурах 20, 590, 760 и 1000 °С. Сплав был приготовлен методом самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС). Химический состав исследуемых сплавов приведен в табл.1. Изучение структуры и фазового состава проводилось тремя методами: 1) методом электронной растровой микроскопии (РЭМ) на электронном микроскопе TESLA BS-300; 2) методом электронной просвечивающей дифракционной микроскопии (ПЭМ) на электронном микроскопе ЭМ-125К при ускоряющем напряжении 125 кВ и 3) методом рентгеноструктурного анализа (РСА) на дифрактометре ДРОН-3.

Зеренная структура. Ранее нами было показано, что сплав Ni_3Al обладает поликристаллической структурой. Функция распределения зерен – одномодальная. Средний размер зерен составляет величину $\langle d \rangle = 9,5$ мкм. Максимум функции распределения находится вблизи среднего значения. Легирование бором и гафнием привело к существенному изменению зеренной структуры. Пример изображения зеренной структуры деформированного при $T=20$ °С сплава Ni_3Al , легированного В

и Hf, представлен на рис. 1, а, функция распределения зерен по размерам – на рис. 1, б. Из рис. 1, а хорошо видно, что зеренная структура имеет вид групп крупных зерен, окруженных прослойками мелких зерен. Функция распределения (см. рис. 1, б) имеет хорошо выраженный дву模альный вид. Средний размер зерен увеличился до величины $\langle d \rangle = 14,5$ мкм. При этом средний размер мелких зерен равен $5,0 \pm 1,6$ мкм, крупных – $17,7 \pm 7,3$ мкм. Объемная доля мелких зерен составляет 25% от общей доли зерен.

Рис. 1. Изображение зеренной структуры (а) и распределение зерен по размерам (б) в деформированном при $T=20$ °С сплаве Ni₃Al, легированном бором и гафнием (Кр.З. – группы крупных зерен, М.З. – группы мелких зерен)



Было установлено, что температура деформирования легированного сплава не влияет на вид зеренной структуры, однако влияет на её параметры, а именно, размеры зерен обоих типов, а также средний размер зерен в сплаве возрастают (рис. 2), возрастает и объемная доля мелких зерен (до 35%). При этом общий характер распределения зерен по размерам сохраняется – функция распределения при всех температурах деформирования имеет дву模альный вид.

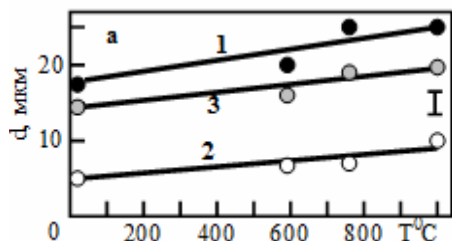


Рис. 2. Влияние температуры деформирования на средние размеры зерен в сплаве Ni₃Al, легированном В и Hf: 1 – крупные, 2 – мелкие и 3 – средний размер зерна

Фазовый состав. Проведенные исследования показали, что сплав Ni₃Al представляет собой хорошо упорядоченную γ' -фазу со сверхструктурой L1₂. Степень дальнего атомного порядка (η) близка к единице. Легирование элементами В и Hf привело к образованию целого набора фаз, обладающих различными кристаллическими решетками. Список обнаруженных фаз и их кристаллографические характеристики приведены в табл. 2.

Как видно из табл. 2, из многочисленных фаз, которые могут образовываться согласно диаграмме состояния систем Al-Hf, в исследуемом сплаве присутствуют лишь фазы Al₂Hf и AlHfNi. Как правило, эти фазы не являются фазами переменного состава. Бор практически не растворяется в кристаллической решетке Ni₃Al, зато формирует вторичные фазы как с основным элементом сплава (Al), так и с легирующим (Hf). Объемная доля вторичных фаз в зависимости от температуры деформации изменяется в пределах 3–5% объема материала. Таким образом, основной и преобладающей фазой, как и в сплаве Ni₃Al, при всех температурах деформации остается упорядоченная γ' -фаза. Степень порядка γ' -фазы в легированном сплаве остается также высокой. Как правило, все фазы присутствуют в сплаве в виде отдельных групп. В состав каждой такой группы входят либо частицы одной фазы, либо набор частиц различных фаз, присутствующих в сплаве. Примеры изображения таких участков материала совместно с их микродифракционными карти-

нами и индцированными схемами представлены на рис. 3. Было установлено, что частицы фазы HfB_{12} в сплаве, деформированном при $T=20^\circ\text{C}$, образуют группы, в состав которых входят только частицы этой фазы (рис. 3, а). Средний размер частиц, входящих в такие группы, составляет 0,2 мкм.

Таблица 2

Фазовый состав сплава Ni_3Al , легированного бором и гафнием			
Фазы	Тип кристаллической решетки	Пространственная группа	Параметр кристаллической решетки (нм)
Ni_3Al	Кубическая	$\text{Pm}\bar{3}\text{m}$	$a = 3.572$
NiAl	Кубическая	$\text{Pm}\bar{3}\text{m}$	$a = 2.880$
Al_2Hf	Гексагональная	$\text{P6}_3/\text{mmc}$	$a = 5.241; c = 8.763$
AlHfNi	Гексагональная	$\text{P}\bar{6}2\text{m}$	$a = 6.885; c = 3.419$
$\gamma\text{-AlB}_{12}$	Орторомбическая	$\text{P}2_12_12$	$a = 16.560; b = 17.530; c = 10.160$
HfB_{12}	Кубическая	$\text{Fd}\bar{3}\text{m}$	$a = 7.347$

Увеличение температуры деформации приводит к срастанию частиц и, как следствие, к резкому увеличению их размера (до 2 мкм). Частицы фаз AlHfNi , $\gamma\text{-AlB}_{12}$ и Al_2Hf также присутствуют в виде групп. Причем в состав каждой такой группы входит различный набор фаз. Один из наборов представлен на рис. 4, б. Размеры частиц в таких группах, как и размеры групп, при увеличении температуры деформации также увеличиваются в 1,5–2 раза.

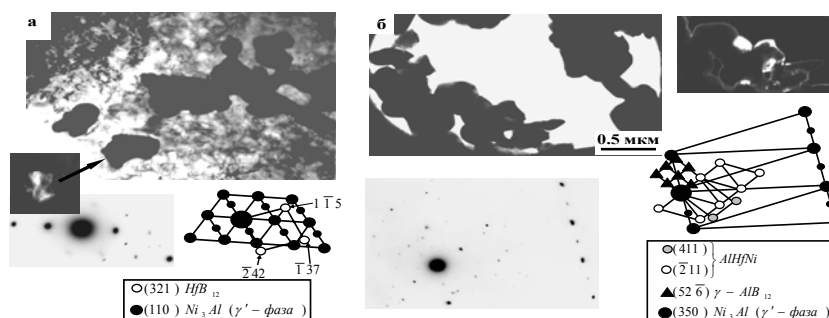


Рис. 3. Типичные изображения тонкой структуры сплава Ni_3Al , легированного бором и гафнием: а – группы частиц фазы HfB_{12} ; б – группа из частиц двух фаз (AlHfNi и $\gamma\text{-AlB}_{12}$). Температура деформации сплава 20°C

Заключение. В работе установлено, что увеличение температуры деформации 1) не изменяет вида зеренной структуры, но приводит к увеличению ее параметров; 2) приводит к увеличению объемных долей всех присутствующих в сплаве фаз.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ЗЕМНОЙ КОРЫ АЛТАЕ-САЯНСКОЙ СКЛАДЧАТОЙ ОБЛАСТИ

И.В. Рудаков, И.Ю. Смолин, П.Г. Дядьков

Численно смоделировано напряженно-деформированное состояние складчатых областей Центральной Азии с учетом неоднородности строения земной коры и современных тектонических движений. Проанализированы распределения неупругих деформаций для разных структурных карт.

MODELING OF STRESS-STRAIN STATE OF EARTH'S CRUST ELEMENTS IN ALTAI-SAYAN FOLDED AREA

I.V. Rudakov, I.Yu. Smolin, P.G. Dyadkov

The stress-strain state of the folded regions of Central Asia is numerically simulated with taking into account the heterogeneity of the crustal structure and the recent tectonic movements. The distributions of inelastic deformation for different structural maps are analyzed.

В современном рельефе земной поверхности территория Алтае-Саянской складчатой области Центральной Азии выражена в виде горных сооружений, а окружающие ее территории платформенного строения – в виде равнин (рис. 1 а). Соответствующие два типа неотектонических единиц резко различаются по реологическим свойствам. Это жесткие домены – платформенные участки и мобильные зоны – складчатые области (рис. 1, б). Исходя из прочностных и деформационных характеристик, а также степени мозаичности и раздробленности каждый из этих блоков также могут быть разделены на классы. В расчетах было использовано деление на два и четыре типов блоков (рис. 1 б, в)

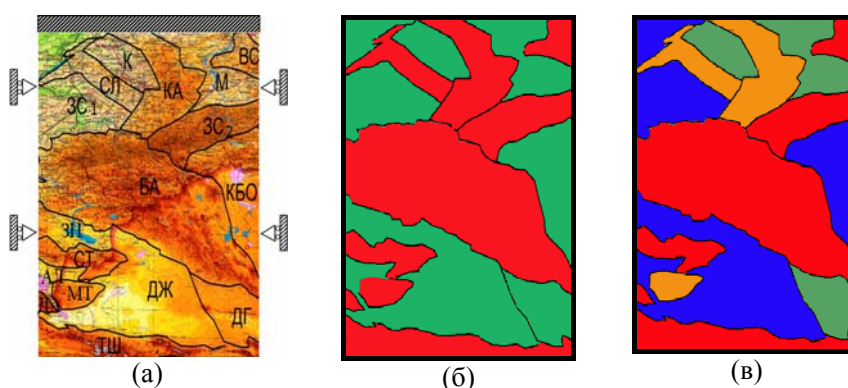


Рис. 1. Неотектоническое районирование западной части Алтае-Саянской складчатой области, принятое в расчетах (а) и расчетные схемы, состоящие из двух (б) и четырех (в) типов блоков. Мобильные зоны: ВС – Восточный Саян, ЗС₂ – Западный Саян, БА – Большой Алтай, СТ – Саур-Тарбагатай, ДА – Джунгарский Алатау, ТШ – Тянь-Шань. Регионы умеренного дробления: СЛ – Салаир, КА – Кузнецкий Алатау (+Горная Шория), МТ – Майлитау. Регионы слабого дробления: К – Кузнецкая впадина, М – Минусинская впадина, ДГ – Джунгарская Гоби. Жесткие домены: ЗС₁ – Западно-Сибирская впадина, ДЖ – Джунгарская впадина, ЗН – Зайсанская впадина, АЛ – Алакольская впадина, ХТ – Хами-Турфанская впадина, КБО – Котловина Больших Озер

Для моделирования в двумерной постановке были выбраны условия плоского напряженного состояния, поскольку толщина земной коры гораздо меньше поверхностных размеров исследуемого региона. Расчеты были выполнены с использованием упругопластической модели Николаевского [1] и неассоциированного закона течения. Условие текучести определяется выражением (1), а пластический потенциал – формулой (2)

$$\Phi_{\sigma} = \sqrt{J_2} + \alpha J_1 - Y = 0, \tag{1}$$

$$g(\sigma_{ij}) = J_2 + \frac{\Lambda}{3} J_1 \left(2Y - \frac{\alpha}{3} J_1 \right) + \text{const}, \tag{2}$$

где $J_1 = \sigma_{ii} = -3P$, $J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ji}$, σ_{ij} – компоненты напряжений, s_{ij} – компоненты девиатора напряжений, α – коэффициент внутреннего трения, Λ – коэффициент дилатансии, Y – сдвиговая прочность.

Поскольку ранее для этой модели расчеты в постановке плоского напряженного состояния не проводились, то приведенные в [1] формулы для корректировки напряжений в случае плоского деформированного состояния были модифицированы на случай плоского напряженного состояния.

Основными параметрами определяющих соотношений для упругопластической модели геосреды кроме α , Λ и Y являются ещё упругие модули сдвига μ и объемного сжатия K . Используемые в расчетах значения этих параметров для разных типов блоков приведены в таблице.

Механические характеристики неотектонических блоков Центральной Азии [2]

	μ , ГПа	K , ГПа	α	Λ	Y , МПа
Мобильные зоны	6,8	7,5	0,17	0,04	40
Регионы умеренного дробления	6,8	7,5	0,17	0,04	53
Регионы слабого дробления	6,8	11,3	0,17	0,04	67
Жесткие домены	6,8	11,3	0,17	0,04	90

Для задания граничных условий были использованы данные GPS измерений в Центральной Азии. Было задано смещение с юга на север в нижней части области и жесткое закрепление по остальным границам (рис. 1, *a*).

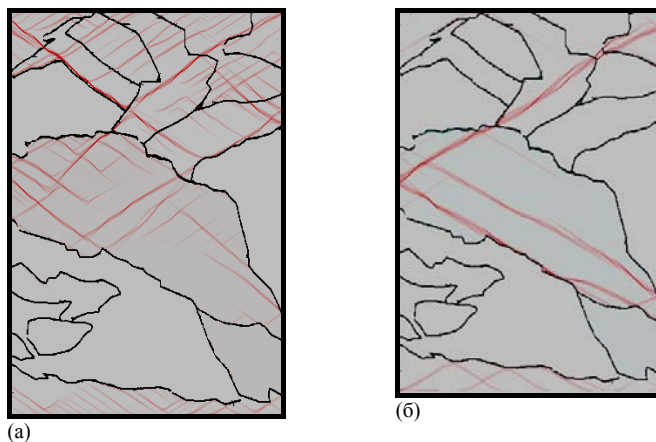


Рис. 2. Распределение интенсивности пластических деформаций для разных структурных карт: *a* – два типа блоков; *b* – четыре типа блоков

Полученные результаты для различных структурных карт Алтае-Саянского региона Центрально-Азиатской области были проанализированы с точки зрения развития неупругих деформаций. На рис. 2 черными линиями показаны границы блоков, а оттенками серого цвета – накопленная интенсивность пластических деформаций. Деформированное состояние подобной структурированной среды является сугубо неоднородным. Неупругая деформация оказывается сконцентрированной в локализованных полосах. Характерной особенностью этих полос локализации деформаций является их расположение преимущественно вдоль границ блоков и на территории мобильных зон.

Особый интерес представляют области Большого Алтая и Западных Саян. Максимальные значения пластических деформаций достигаются на границе

Большого Алтая, Западных Саян и Котловины Больших озер, а также на границе Большого Алтая и Джунгарской впадины и вблизи границы Западно-Сибирской впадины. Для разных структурных карт расположение полос локализации и степень локализации различаются. Когда в рассмотрение вводится большее количество типов блоков, полос локализованной деформации образуется меньше, что связано с блокированием развития неупругой деформации в зонах умеренного и слабого дробления. Таким образом, на полученные результаты существенное влияние оказывают не только расположение и геометрия блоков геосреды, но и различие физико-механических характеристик разных блоков.

Исследование выполнено при поддержке СО РАН (междисциплинарный интеграционный проект фундаментальных исследований СО РАН на 2012-2014 гг. № 90 «Кайнозойское горообразование Центральной Азии и сейсмичность: термоморфологическое, сейсмотомографическое и физико-математическое моделирование»).

Литература

1. *Нелинейная механика геоматериалов и геосред* / П.В. Макаров, И.Ю. Смолин, Ю.П. Стефанов и др. Новосибирск: Гео, 2007. 235 с.
2. *Бабичев А.В., Новиков И.С., Полянский О.П., Коробейников С.Н.* Компьютерное моделирование деформирования земной коры Горного Алтая в кайнозое // Геология и геофизика. 2009. Т. 50. № 2. С. 137–151.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ГИДРАТА ПРИ ТЕЧЕНИИ МНОГОФАЗНОГО ПОТОКА В ВЕРТИКАЛЬНОМ КАНАЛЕ

А.А. Русинов, А.С. Чиглинцева

Предложена технологическая схема и построена соответствующая математическая модель, которая описывает физико-химические процессы образования гидрата в вертикальной скважине. Получены результаты, которые могут быть использованы при создании технологий по ликвидации утечек и выбросов газа из подводных источников, образованных в результате аварий нефтегазовых скважин.

THE MATHEMATICAL DESCRIPTION OF HYDRATE'S FORMATION AT THE CURRENT OF THE MULTIPHASE STREAM IN THE VERTICAL WELL

A.A. Rusinov, A.S. Chiglintseva

In this work the technological scheme is offered and constructed mathematical model which describes physical and chemical processes of hydrate's formation in a vertical well. The results which can be used at creation of technologies on liquidation of leaks and emissions of gas from the underwater sources formed as a result of failures of oil and gas wells are received.

В современном мире возникла новая проблема, связанная с техногенными авариями – утечка газа из скважин в морских глубинах. Для устранения такого рода аварий различными нефтяными и газовыми компаниями, а также ведущими учёными предлагаются десятки, сотни и даже тысячи идей, многие из которых не находят применения. Поэтому сегодня остро стоит проблема разработки технологии, с помощью которой можно было бы эффективно и быстро устранить аварию такого рода.

В данной работе построена математическая модель, которая позволяет устранить место утечки с помощью образования гидрата в вертикальной скважине.

Согласно предлагаемой технологической схеме к месту утечки газа опускается металлическая конструкция, имеющая форму цилиндра, внутри которой имеется

система алюминиевых решеток. В вертикальный канал снизу поступает вода. В результате этого происходит образование гидрата как в восходящем потоке, так и на алюминиевой решётке, что приведет к полному закрытию места утечки газа. Ось z направим по оси цилиндрической конструкции вертикально вверх. Полагаем, что все основные параметры течения трехфазной системы, состоящей из частиц гидрата, воды и газа, однородны по сечению цилиндра. Пузырьки газа поднимаются вверх вдоль оси z , причем на поверхности этих пузырьков образуется гидрат. Пусть n_g – число пузырьков в единице объёма, w_g – скорость миграции пузырьков. Тогда уравнение сохранения числа пузырьков запишется в виде [1]:

$$\frac{d(Sn_g w_g)}{dz} = 0, \quad (1)$$

где S – площадь сечения реактора. Здесь и далее нижние индексы h, l, g относятся к параметрам гидрата, воды и газа, а sk – металлическая конструкция (скелет).

Запишем уравнения сохранения масс соответственно для воды, газа и гидрата:

$$M_l = S\rho_l^0 \alpha_l w_l = const, \quad (2)$$

$$\frac{dM_g}{dz} = -(J_{gb} + J_{gsk}), \quad J_{gb} = GJ_{hb}, \quad J_{gsk} = GJ_{hsk}, \quad (3)$$

$$\frac{dM_{hb}}{dz} = J_{hb}, \quad M_{hb} = S\rho_h^0 \alpha_{hb} w_h, \quad (w_h = w_g), \quad (4)$$

где $M_i, \rho_i^0, \alpha_i, w_i$ ($i = h, l, g, hb$) – массовые расходы, истинные плотности, объемные содержания и скорости фаз; $J_{hb}, J_{hsk}, J_{gb}, J_{gsk}$ – интенсивности образования гидрата, расхода воды и газа. Приведенную систему уравнений необходимо дополнить следующими соотношениями:

$$\alpha_g = \frac{4}{3}\pi a_g^3 n_g, \quad \alpha_{hb} = \frac{4}{3}\pi (a_{hb}^3 - a_g^3) n_g, \quad (5)$$

$$\alpha_{sk} = \pi a_{sk}^3 l, \quad \alpha_{hsk} = \pi (a_{hsk}^2 - a_{sk}^2) l, \quad (6)$$

$$\alpha_l + \alpha_g + \alpha_{hb} + \alpha_{hsk} + \alpha_{sk} = 1, \quad (7)$$

где a_g – радиус газовых пузырьков; a_{hb} – радиус гидратных пузырьков; a_{sk} – радиус проволоки; a_{hsk} – радиус гидратного слоя на скелете; l – удельный параметр, т.е. длина проволоки в единице объёма. Запишем уравнение баланса тепла, полагая, что температуры газа и воды одинаковые ($T_g = T_l$), а температура гидрата на поверхности пузырьков определяется текущим давлением, соответствующее равновесной температуре образования гидрата $T_s(p) = T_{(h0)} + T_* \ln(p/p_{(h0)})$ [2]:

$$m_l c_l \frac{dT_l}{dz} = Q_{lb} + Q_{lsk}, \quad Q_{lb} = Sn_g 4\pi a_{hb}^2 a_{lb}, \quad Q_{lsk} = Sl2\pi a_{hsk} a_{lsk}. \quad (8)$$

Запишем выражение для определения интенсивности образования гидрата на скелете и на пузырьке:

$$J_{hsk} = Sl2\pi a_{hsk} j_{hsk}, \quad j_{hsk} = \frac{q_{ls} - q^*}{l_h}, \quad (9)$$

$$J_{hb} = Sn_g 4\pi a_{hb}^2 j_{hb}, \quad j_{hb} = \frac{q_{lb}}{l_h}. \quad (10)$$

При этом тепловой поток от жидкости к поверхности гидрата и от жидкости к поверхности пузырька примем в виде

$$q_{ls} = k(T_l - T_{hs}), \quad q_{lb} = k(T_l - T_{hbs}), \quad (11)$$

где l_h – удельная теплота образования гидрата; T_{hbs} – температура на поверхности гидратного пузырька. Решая уравнения теплопроводности в слое гидрата, получим:

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial T_h}{\partial r} \right) = 0, \quad T_h = C_1 \ln r + C_2. \quad (12)$$

При этом значение температуры должно удовлетворять следующим граничным условиям: $T = T_{sk} (r = a_{sk})$ и $T = T_{hs} (r = a_{hsk})$. Тогда выражение для интенсивности теплового потока от поверхности гидрата к скелету примет вид

$$q^* = -\lambda_h \frac{T_{hs} - T_{sk}}{a_{hsk} \ln(a_{sk}/a_{hsk})}, \quad (13)$$

λ_h – коэффициент теплопроводности гидрата. Уравнение импульсов для потока:

$$M_l \frac{dw_l}{dz} + M_{gh} \frac{dw_{gh}}{dz} = -S(1 - \alpha_{sk} - \alpha_{skh}) \frac{dp}{dz} - Sg(\rho_g^0 \alpha_g + \rho_l^0 \alpha_l + \rho_h^0 \alpha_{hb}) - \\ - 2a_{hsk} Sl \rho_l^0 \alpha_l \xi \frac{w_l^2}{2} - 2a_{hsk} Sl (\rho_g^0 \alpha_g + \rho_h^0 \alpha_h) \xi \frac{w_g^2}{2} \quad (14)$$

Пренебрегая инерционными эффектами, уравнение импульсов для трехфазного потока примет вид

$$(1 - \alpha_{sk} - \alpha_{skh}) \frac{dp}{dz} = -g(\rho_g^0 \alpha_g + \rho_l^0 \alpha_l + \rho_h^0 \alpha_{hb}) - 2a_{hsk} l \rho_l^0 \alpha_l \xi \frac{w_l^2}{2} - \\ - 2a_{hsk} l (\rho_g^0 \alpha_g + \rho_h^0 \alpha_h) \xi \frac{w_g^2}{2}. \quad (15)$$

Приравнявая силу сопротивления (формула Стокса), действующую на гидратный пузырек со стороны жидкости, к разности силы тяжести и архимедовой силы, можно оценить установившуюся скорость всплытия сферического гидратного пузырька относительно жидкости, которая будет иметь вид [2]

$$w_{gl} = \frac{2(a_g^3(\rho_h - \rho_g^0) + a_{hb}^3(\rho_l^0 - \rho_h))}{9\mu_l a_{hb}} g.$$

Тогда скорость миграции гидратного пузырька будет определяться формулой:

$$w_g = w_l + w_{gl}.$$

При этом жидкость будем полагать несжимаемой, а газ – калорически совершенным:

$$\rho_l^0 = const, p = \rho_g^0 R_g T_h. \quad (16)$$

Скорость изменения радиуса гидрата на скелете и на пузырьке будем определять на основе уравнений [3]

$$\frac{\partial a_{nsk}}{\partial t} = \frac{j_{nsk}}{\rho_h}, \quad \frac{\partial a_{hb}}{\partial t} = \frac{j_{hb}}{\rho_h}. \quad (17)$$

Вывод: полученные в работе результаты расширяют теоретические представления о процессе образования газовых гидратов на морских глубинах, которые могут быть использованы при планировании и проведении комплекса инженерно-технологических мероприятий по ликвидации аварий на трубопроводах в условиях Мирового океана.

Литература

1. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т. 1. 464 с.
2. Кутепов А.М., Полянин А.Д., Запryanов З.Д. и др. Химическая гидродинамика: справ. пособие. М.: Квантум, 1996. 336 с.
3. Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Сыртланов В.Р. О возможности вымывания газа из газогидратного массива посредством циркуляции теплой воды // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50, № 4. С. 100–111.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СТРУКТУРНО-НЕОДНОРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ

О.А. Сенатова, Б.А. Люкшин, С.А. Бочкарева

Рассматривается физическая и математическая постановка задачи определения напряженно-деформированного состояния структурно-неоднородных материалов. Производится выбор метода решения.

DEFINITION OF AN INTENSE STRAINED STATE OF THE STRUCTURAL AND INHOMOGENEOUS MATERIALS

O.A. Senatova, B.A. Lyukshin, S.A. Bochkareva

The present research concentrated physical and mathematical statement of a problem of definition of an intense strained state of the structural and inhomogeneous materials. Also was chosen method of solution.

Создание новых полимерных композиционных материалов происходит практически ежедневно. Определение их эффективных характеристик зачастую представляет сложность гораздо большую, чем разработка материала. Существует большое количество теоретических формул для определения эффективных характеристик композиционных материалов, но все они основаны на данных, получен-

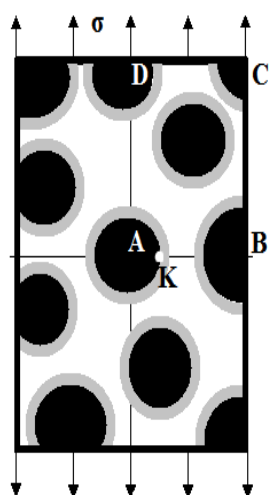


Рис. 1. Схематичное изображение структуры композиции

так называемый представительный объем материала. Этот объем представляет собой область минимального размера, анализ которой позволяет получить представление об эффективных свойствах материала. В общем случае анализ представительного объема представляет собой сложную задачу ввиду наличия большого числа внутренних границ раздела между фазами композиционного материала. Одним из приемов упрощения такой задачи является рассмотрение области ограниченных размеров, которая по существу не является представительным объемом. Для достоверности получаемых характеристик набирается статистика расчетов по нескольким вариантам распределения включений в матрице. Чем меньше размеры имеет расчетная область при таком подходе, тем длиннее должна быть серия расчетов. При заданных на границах условиях в виде напряжений либо перемещений находятся все параметры НДС области. В случае заданных на границе напряжений получаемые деформации осредняются по объему (площади) расчетной области. Если на границе заданы перемещения, то средние деформации получаются сразу как отношение перемещений к соответствующему начальному размеру расчетной области, а напряжения получаются из расчета и далее осредняются по этой области. В том и другом случае для каждого уровня нагрузки получается точка, связывающая средние по объему деформации и напряжения. Получая последовательность точек при разных уровнях нагружения, получаем кривую $\sigma \sim \varepsilon$ [2].

Система линейных алгебраических уравнений, к которой приводится задача теории упругости при использовании метода конечных элементов (МКЭ), решается методом Гаусса.

В плоском случае (плоское напряженное состояние) модель композиции представляет собой пластину с равномерно распределенными включениями и

ных опытным путем [1]. Существенным их недостатком является отсутствие предсказательной силы. Актуальность данной работы заключается в том, что при использовании методов вычислительной механики отпадают ограничения, присущие аналитическим решениям (по степени наполнения, геометрии включений, наличию и свойствам межфазного слоя и т.д.). Более того, реализация данного подхода позволит в перспективе значительно сократить объем экспериментальных работ и получить выигрыш во времени и стоимости разработки новых материалов.

В работе предлагается строить решение данной задачи методами вычислительной механики. Вычислительный алгоритм представляет собой конечно-элементную реализацию вариационного принципа Лагранжа. Этот принцип выгодно отличается от других вариационных принципов тем, что он является экстремальным (минимальным). Анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) подвергается область ограниченных размеров, или

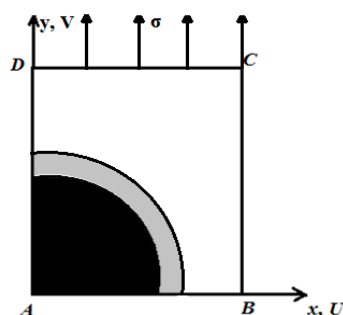


Рис. 2. Схема расчетной области с учетом периодичности структуры и свойств симметрии материала

межфазным слоем вокруг них. Принимаются условия периодичности структуры дисперсно наполненной композиции и симметрии НДС в окрестности конкретного включения компактной формы относительно двух взаимно перпендикулярных осей. В этом случае в качестве расчетной области (представительного объема) можно рассмотреть область, представляющую собой $\frac{1}{4}$ часть включения, примыкающий межфазный слой и непрерывную матрицу. По различным теоретическим оценкам, известным из опубликованных данных в научно-технической литературе, толщина межфазного слоя составляет величину порядка $1/10$ от радиуса включения, а модуль упругости примерно вдвое больше, чем у матрицы. Появление этого слоя обусловлено введением армирующих частиц в матрицу и, как следствие, нарушением случайного характера расположения молекул матрицы в окрестности включения. Ориентация молекул здесь происходит преимущественно вдоль границы относительно жесткого включения, поэтому нужно учитывать неодинаковость деформационно-прочностных свойств материала межфазного слоя в различных направлениях, т.е. анизотропию материала.

Разбиение расчетной области делается таким образом, чтобы узлы конечно-элементной сетки приходились на границе раздела фаз. В этом случае внутри каждого из конечных элементов механические характеристики определяются свойствами фазы, попавшей в этот элемент, и не претерпевают разрывов. Это означает, что внутри любого отдельного конечного элемента материал является однородным, и его деформационно-прочностные свойства отвечают характеристикам либо матрицы, либо межфазного слоя, либо включения.

Для тестирования алгоритма рассматривается известная задача о концентрации напряжений в окрестности кругового отверстия. Отверстие рассматривается как «включение» соответствующей формы и размеров, прочностные свойства которого приближены к нулю. Поскольку принимается, что на границах раздела фаз осуществляется условие идеального контакта (идеальная адгезия), в течение всего процесса деформирования новые узлы (и ячейки) конечно-элементной сетки не вводятся.

Использовались треугольные симплекс-элементы [3], т.к. они отличаются простотой функций формы и при этом дают малую ошибку расчетов.

Для программирования был выбран алгоритмический язык Фортран. В нем заложена строгая проверка соответствия типов данных и имеется достаточно удобная среда программирования и отладки.

На первом этапе работы было реализовано решение тестовой задачи. В качестве таковой была выбрана задача об одноосном растяжении пластины с круглым отверстием в центре. В рамках классической теории упругости эта задача для области бесконечных размеров впервые была решена Дж. Киршем (G. Kirsch).

В принятой физической и математической постановке задачи проведено тестирование вычислительного алгоритма. Полученные результаты показывают как эффективность вычислительного алгоритма, так и достоверность получаемых результатов.

Развитие работы просматривается в моделировании поведения реальных композиционных материалов с учетом форм и размеров включений, их деформационно-прочностных свойств и характера их взаимодействия с полимерной матрицей. Все это позволит получать оценки эффективных деформационно-прочностных характеристик дисперсно-наполненных композиционных материалов на основе информации о фазовом составе материала, его внутренней геометрии, при заданном характере и уровне адгезионного межфазного взаимодействия. В конечном счете это существенно сократит время и стоимость разработки новых материалов, в том числе и с заранее заданными свойствами.

Литература

1. Бобрышев А.Н. Оценка модуля деформации дисперсно-наполненных полимерных композитов / А.Н. Бобрышев, В.С. Козицын, Р.И. Авдеев и др. // Пластические массы. 2003. №3. С. 20–23.
2. Компьютерное конструирование наполненных полимерных композиционных материалов / Б.А. Люкшин, С.В. Панин, С.А. Бочкарева и др.; под общ. ред. Б.А. Люкшина. Томск: Том. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007. 216 с.
3. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с.

МЕХАНИЗМ УПРОЧНЕНИЯ СПЛАВА Al-20Sn ПРИ РКУП

А.Л. Скоренцев, Н.М. Русин

На примере сплава Al-20Sn со слоистой структурой, полученной с помощью РКУП, показано, что прочность таких материалов зависит от толщины алюминиевых прослоек в соответствии с законом Холла-Петча.

MECHANISM UPROCHNENIYA ALLOY Al-20Sn UNDER RKUP

A.L. Skorentsev, N.M. Rusin

It was shown that the strength of Al-20Sn alloy with a layered structure characterized by aluminum layers thickness is determined by Hall–Petch law.

Введение. Сплав Al-20Sn, известный под маркой АО20, используется в подшипниках скольжения [1], однако сфера его применения ограничена недостаточно высокой несущей способностью. Возможности повышения прочности сплава легированием также ограничены ввиду потери оловом смазочных свойств при наличии в нём дополнительных элементов. Известен ряд работ, в которых исследовалась возможность повышения прочности сплава методами интенсивной пластической деформации (ИПД) типа прокатки или экструзии, и где было показано, что при степенях деформации ≥ 5 его прочностные свойства существенно возрастают [2, 3]. Однако триботехнические свойства сильнодеформированного сплава при этом не улучшились из-за потери фрагментированными на малые частицы оловянными включениями их смазкоёмкости.

В этой связи представляется, что метод равноканального углового прессования и прежде всего маршрутом А (РКУП-А) обладает преимуществом перед монотонными методами деформационной обработки, так как, во-первых, позволяет сохранять исходные размеры образца, подвергнув его очень большой деформации, при этом, во-вторых, темпы утонения оловянных включений должны быть не столь высоки [4], как, например, при прокатке или экструзии, когда толщина включений убывает пропорционально степени осадки образца. Следовательно, данной обработкой можно значительно повысить прочность сплава за счёт деформационного упрочнения алюминиевой фазы, сохранив при этом цельность оловянных включений и их смазкоёмкость. Задачей настоящей работы было исследование закономерностей трансформации формы и размеров включений Al и Sn фаз, а также их влияния на механические свойства сплава Al-20Sn при РКУП-А.

Материалы и методика эксперимента. Образцы для экспериментов получали путём жидкофазного спекания прессовок из смеси исходных порошков алюминия марки АСД-4 и олова марки ПО-2. РКУП-А спеченных заготовок осуществляли в пресс-форме с перпендикулярными каналами квадратного сечения 10×10 мм при температуре 200°C .

Измерения твердости деформированного материала производили в средней части образцов, а прочность на сжатие – со скоростью осадки $0,2$ мм/мин, причём

продольная ось осаживаемых образцов совпадала с направлением истечения материала при РКУП.

Микроструктуру сплава Al-20Sn исследовали с помощью оптического и электронного сканирующего микроскопов. Измерение толщины прослоек фаз проводили по методу секущей, перпендикулярной их продольным осям.

Результаты и их обсуждение. Спечённый сплав Al-20Sn имеет матричную структуру, состоящую из алюминиевых зёрен, окружённых тонкими прослойками олова (рис. 1, а). Его обработка методом РКУП-А привела к формированию структуры нового типа, состоящей из чередующихся слоёв Al и Sn, расстояние между которыми мало (рис. 1, б).

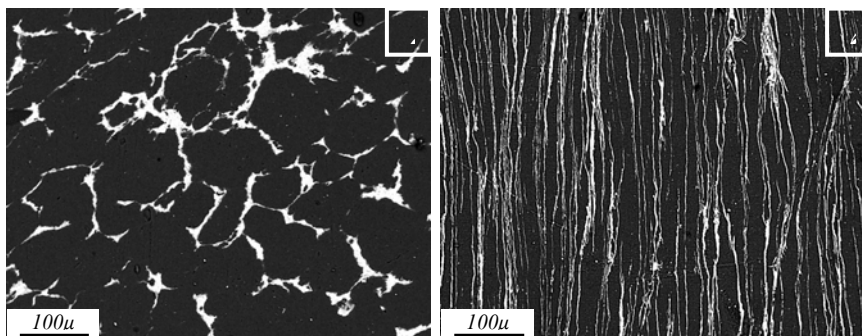


Рис. 1. Структура сплава Al-20Sn после спекания (а) и 4-кратного РКУП-А (б)

Геометрическая теория течения материала в процессе РКУП-А предсказывает, что в плоскости течения материала исходный структурный элемент прямоугольной формы размером h_0 в зависимости от числа проходов (N) будет менять свою толщину по следующему правилу [8]: $h = h_0[(\gamma N)^2 + 1]^{-1/2}$, где γ – интенсивность простого сдвига (в нашем случае $\gamma = 2$). Деформируемый элемент удлиняется, а угол наклона его продольной оси к направлению течения материала при этом снижается. Рассчитанные значения h приведены в таблице. Видно, что с увеличением N темпы утонения структурных элементов заметно замедляются уже после 3–4 пресовывания, в отличие от темпов их удлинения.

Таблица 1

Изменение толщины структурного элемента в плоскости течения при РКУП-А

Число проходов РКУП	0	1	2	3	4
h/h_0	1	2.24	4.12	6.08	8.06

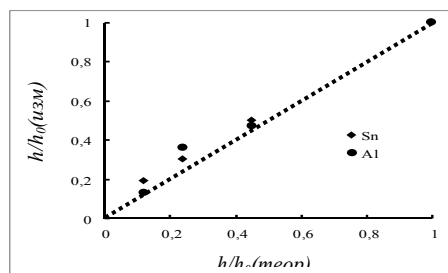


Рис. 2. Сравнение теоритической и измеренной интенсивности утонения слоев фаз при РКУП-А в сплаве Al-20Sn

На рис. 2 показано отклонение измеренных значений толщины прослоек фаз от теоретической величины, рассчитанной для случая идеального течения материала. Видно, что измеренные значения h/h_0 лежат немного выше теоретической прямой (пунктирная прямая), т.е. темпы утонения прослоек фаз в сплаве Al-20Sn незначительно ниже расчётных, что означает в нашем случае меньшую интенсивность простого сдвига ($\gamma=2$), чем предсказывает теория РКУП-А. Умень-

шение γ обусловлено формированием во внешнем углу пресс-формы жёсткой зоны заторможенного течения материала.

Поскольку Al и Sn имеют различную кристаллическую структуру, то границы фаз в сплаве являются непроницаемыми для решёточных дислокаций, и прочность таких двухфазных материалов определяется как сумма прочностей составляющих фаз, аддитивная их объёмной доле. При этом прочность каждой из фаз определяется длиной свободного пробега в ней дислокаций, т.е. зависит от размера включений и их внутренней зёрненной структуры. Подвергая сплав и включения фаз пластическому формоизменению, мы воздействуем на обе составляющие прочности двухфазного материала.

Чтобы разделить вклад макроскопической и микроскопической (внутрифазовой) структуры в прочность обработанного сплава, воспользуемся уравнением Холла–Петча (Х–П), используя толщину межфазовых прослоек. В нашем случае оно будет иметь вид $\sigma \sim Ah^{-1/2}$, где h – толщина алюминиевых прослоек. Подставив из приведённого выше уравнения значение h , получим модифицированное уравнение Х–П: $\sigma \sim (A/h_0^{0.5}) \cdot [(2N)^2 + 1]^{1/4}$, которое можно привести к графическому виду (рис. 3).

Из графиков на рис. 3 видно, что значения не только прочности, но и твёрдости материала с высокой степенью точности ложатся на прямую после первого и последующих РКУП-А. Это свидетельствует о применимости соотношения Х–П для определения прочности двухфазного сплава Al-20Sn со слоистой структурой, где определяющим длину свободного пробега дислокаций параметром выступает средняя толщина алюминиевых прослоек. Линейный вид графической зависимости прочности материала после РКУП указывает также, что коэффициент Х–П в уравнении остаётся постоянным, и, значит, внутреннее сопротивление фаз Al и Sn также не меняется с увеличением числа прессований, несмотря на продолжающееся изменение их формы.

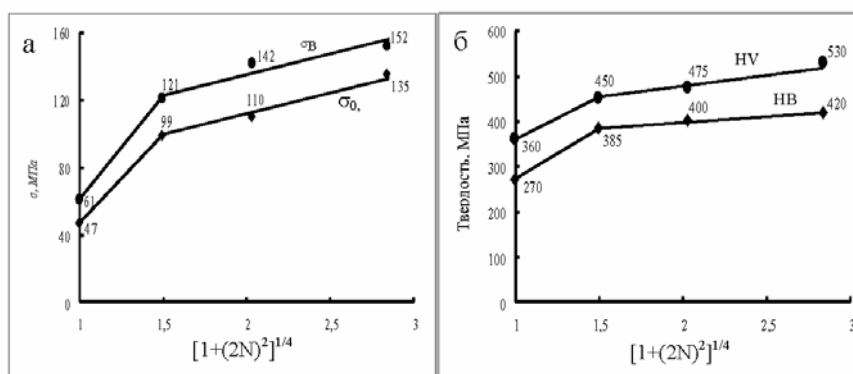


Рис. 3. Изменение прочности (а) и твёрдости (б) сплава Al-20Sn при РКУП-А

Заключение. Из проделанной работы можно сделать вывод, что РКУП-А есть эффективный способ упрочнения сплава Al-20Sn. Причём зёрненная структура внутри фаз перестаёт менять свои размерные параметры уже после первого прессования, и определяющим изменение прочности сплава фактором становится плотность непроницаемых для дислокаций межфазных границ.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ по проекту 08-11-00460а.

Литература

1. Зозуля В.Д. Эксплуатационные свойства порошковых подшипников. Киев: Наукова думка? 1989. 288 с.

2. Hernandez O., Gonzalez G. Microstructural and mechanical behavior of highly deformed Al-Sn alloys // Materials characterization/ 2008/ Vol. 5. P. 534–541.

3. Wongpreedee K., Xu, Russel A.M. Microstructure and strength of a deformation processed Al-20Sn in situ composite // J Mater Sci. 2002. Vol. 37. P. 5209–5214.

4. Rusin N.M. Effect of ECAP Routes on the Specific Features of the “End Effect” // Physics of Metals and Metallography. 2006. Vol. 102, №2. P. 226–232.

АНАЛИЗ КОНСТРУКЦИЙ МЕДНОГО И СТАЛЬНОГО ВЕДУЩИХ ПОЯСКОВ ПО ДЕФОРМИРОВАННОМУ СОСТОЯНИЮ В ПРОЦЕССЕ ВРЕЗАНИЯ

Е.Ю. Слесарева, А.В. Гуськов, К.Е. Милевский

Предлагается методика для анализа двух конструкций ведущего пояска по деформированному состоянию. В результате анализа выявлены области интенсивной деформации.

THE ANALYSIS OF DESIGNS OF COPPER AND STEEL ROTATING BANDS ON THE DEFORMED CONDITION IN THE DIGGING OPERATION

E.U. Slesareva, A.V. Guskov, K.E. Milevsky

The offer of the methodology for the analysis of two designs of a rotating bands on the deformed condition. As a result of the analysis have identified areas of intensive deformation.

Функционирование элементов системы «ствол–ведущий поясок» представляет собой сложное напряженно-деформированное подвижное косошлицевое соединение, особенностью которого является формирование элементов, передающих крутящий момент (боевых выступов ведущего пояска (ВП)) непосредственно в процессе движения ВП в стволе.

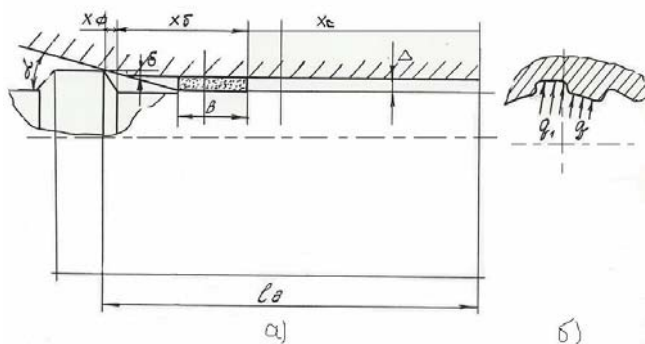


Рис. 1. Система «ствол – ведущий поясок»: а – стадии движения ВП в стволе; б – контактные давления по дну и по полю нареза

Этот процесс можно разделить на три стадии (рис. 1) [1]:

– обжатие-форсирование величины δ при перемещении ведущего пояска в заднем конусе, $X_ф$;

– формирование боевых выступов на ВП при перемещении его в конусе врезания (канал ствола выполняет функцию деформирующего инструмента, $X_б$);

– скольжение ВП по каналу ствола для обеспечения устойчивости снаряда в полете, X_c .

Для анализа конструкций предлагается методика, представленная на схеме (рис. 2), основанная на проведении лабораторных (осадка и продавливание через канал ствола) и натуральных (выстрел) испытаний. Данная методика позволяет выявить области деформации и поведение материала ВП при пластическом течении материала на этапе формирования боевых выступов, т.е. когда возникают максимальные контактные напряжения на канал ствола и корпус снаряда [3].

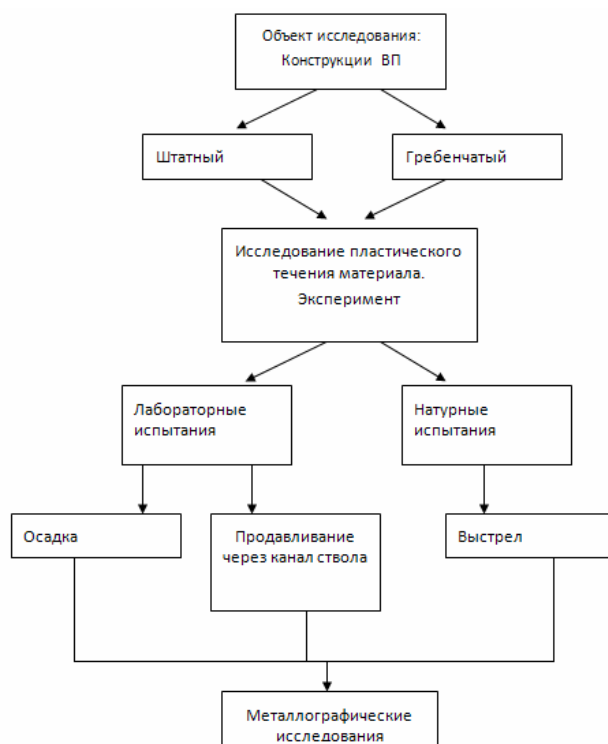


Рис. 2. Схема методики анализа пластического течения материала

Используя предложенную методику, исследованиям подвергались две конструкции ВП: медного, запрессованного в канавку типа «ласточкин хвост», и гребенчатого, выполненного из материала корпуса снаряда (бесканавочный способ). Для исследований использовался канал ствола диаметром 122 мм.

При изучении структуры материала медного ВП после осадки наблюдается деформация зерен по линиям скольжения от вершин боковых граней выступа, т.е. по направлению действия максимальных касательных напряжений. При продавливании через канал ствола в структуре материала ВП присутствует деформированный слой, распространенный на глубине от 90 до 140 мкм от контактной поверхности, зерна в данном слое неразличимы вследствие интенсивной деформации и скольжения материала по поверхности ствола. В микроструктуре наблюдаются две характерные зоны деформации. Область деформирования распространилась на глубину 4 мм. Анализ материала после выстрела показал, что в структуре материала медного ВП появляется слой с прошедшей рекристаллизаци-

ей за счет интенсивного трения при выстреле, глубина распространения области деформации находится на той же величине, что и при осадке.

При анализе структуры материала гребенчатого ВП после осадки обнаружено возрастание величины микротвердости как следствие пластического течения материала. При продавливании через канал ствола гребенчатой конструкции деформация каждого гребня происходит независимо друг от друга. Пластическое течение материала происходит в радиальном направлении, как по направлению движения снаряда, так и против. Вследствие этого область интенсивной деформации материала корпуса находится локально под каждым гребнем на глубине 1 мм. При изучении гребенчатого ВП после выстрела выявлено, что область упрочнения материала практически не вышла за пределы гребней ВП.

Предложенная методика позволяет анализировать различные конструкции ВП по пластическому течению материала и выявить определенные области деформации.

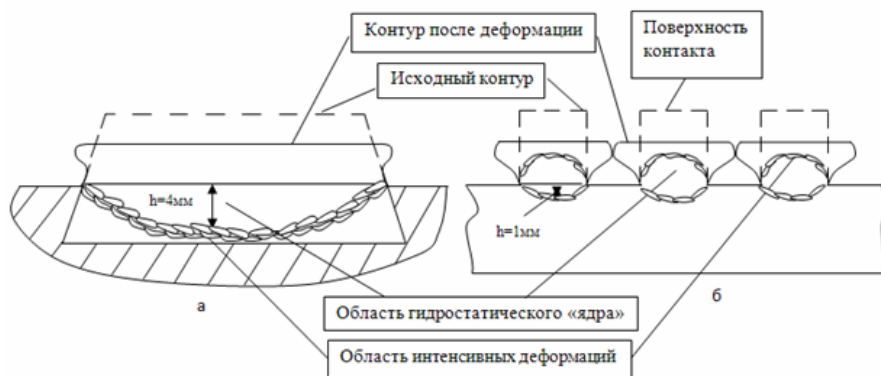


Рис. 3. Деформация материала ВП: а – медного ВП, б – гребенчатого ВП

Выявленные области интенсивной деформации при продавливании через канал ствола, осадке и выстреле идентичны. Их использование с достаточной достоверностью позволит вести отработку параметров ГВП в лабораторных условиях.

В гребенчатом ВП за счёт разделения материала область гидростатического «ядра» расположена локально под каждым гребнем с глубиной распространения 1 мм, а в медном ВП область гидростатического «ядра» распространяется на глубину 4 мм из-за возникновения дополнительных напряжений в материале ВП (рис. 3).

Литература

1. Чурбанов Е.В. Краткий курс баллистики. СПб., 2006.
2. Крагельский И.В. Трение и износ. М., 1972.
3. Геллер Ю.А., Рахштадт А.Г. Материаловедение. Методы анализа, лабораторные работы и задачи. М.: Металлургия, 1984.
4. Пуляев А.П. Материаловедение. М., 1986.

ДВОЙСТВЕННАЯ МОРФОЛОГИЯ ЦИРКОНИЕВОЙ КЕРАМИКИ ПРИ ЭВТЕКТОИДНОМ РАСПАДЕ

В.В. Фадеев

На основе анализа литературы [1] рассмотрен эвтектоидный распад в керамике из ZrO_2 частично стабилизированного MgO , раскрываются особенности морфологических преобразований, оцениваются возможности применения.

THE DUAL MORPHOLOGY OF ZIRCONIA CERAMICS WITH EUTECTOID DECOMPOSITION

V.V. Fadeev

Based on a literature review [1] considered the eutectoid decomposition in MgO -partially stabilized ZrO_2 ceramic, revealed the features of morphological transformations, evaluated the possibility of using.

Эвтектоидный распад представляет собой процесс, при котором образуется эвтектоид – точка, которая соответствует точке равновесия твердого раствора с выделяющимися из него фазами.

Ключевым компонентом частично стабилизированной керамики на основе диоксида циркония является твердый раствор ZrO_2 - MgO . Термический обжиг данного вида керамики в интервале температур от 1100 до 1300°C включает в себя эвтектоидный распад кубической матрицы раствора ZrO_2 , обогащенного MgO , и переход в тетрагональную фазу (t - ZrO_2) обедненного раствора при температуре обжига $T > 1240$ °C или в моноклинную (m - ZrO_2) при $T < 1240$ °C. Для исследований использовались образцы, легированные 8 и 11 моль% MgO . В ходе анализа были обнаружены две различные морфологии разложения.

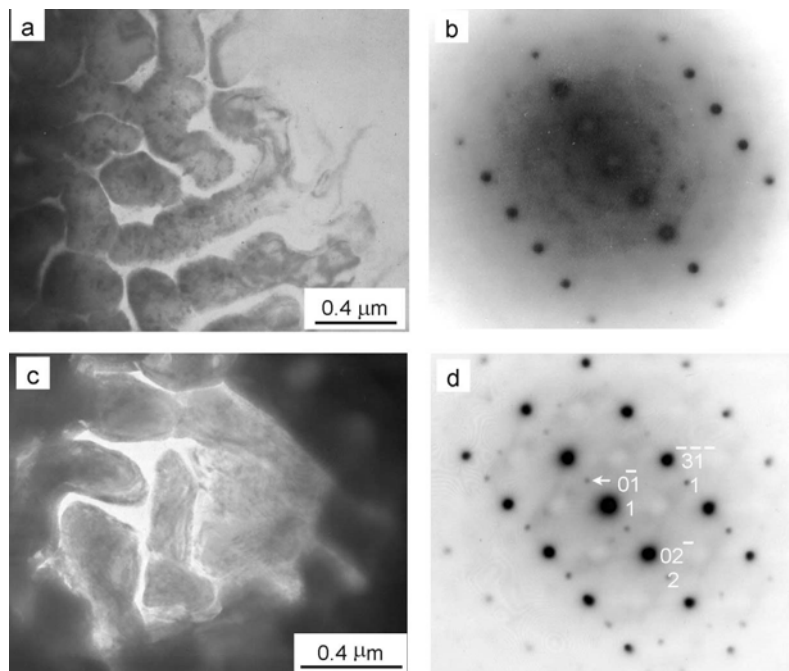


Рис. 1. Эвтектоидный распад в ZrO_2 , стабилизированном 8 моль% MgO (a, b) и 11 моль% MgO (c, d).

Первая состоит из округлых выделений, видимых в твердом растворе кубического ZrO_2 (рис. 1, *a* и *c*). Несмотря на схожесть структуры, дифракционные картины показывают различие. Для образца, содержащего 11 моль% MgO , мы видим дополнительные пятна дифракции, которые соответствуют тетрагональной структуре. В обоих случаях мы видим дифракционные кольца, которые дает частично аморфная, частично мелкозернистая фаза.

Второй тип морфологии развивается в два этапа. На рис. 2 мы видим начальные границы зерен вещества, окруженного отдельными выделениями MgO , его концентрация близка к чистому MgO . Анализ показал, что границы зерен уже сдвинулись. Граница раздела охватывает обедненный MgO с резким изменением содержания оксида на движущейся границе раздела. Следующий шаг связан с образованием ячеистой структуры. В этом случае выделения MgO не связаны с предшествующими выделениями на границах зерен. Диффузия проходит недостаточно быстро, чтобы расслабить силы, действующие на мигрирующих границах. Области исходного положения границ зерен и трансформированная движением фронта реакции заняты моноклинной фазой ZrO_2 . Результаты сканирования через фронт реакции показали резкое изменение содержания MgO между кубической и моноклинной структурами ZrO_2 . Это означает, что эвтектидная реакция в ZrO_2 – MgO керамике контролируется границей раздела фаз в большей степени, чем объемной диффузией.

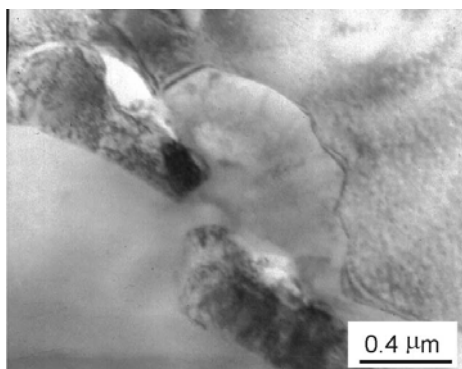


Рис. 2. Ранняя стадия миграции границ зерен между двумя закрепленными выделениями MgO в ZrO_2 , стабилизированном 11 моль% MgO

В итоге мы получаем циркониевую керамику различных структур и кристаллических решеток, которые обуславливают различие свойств изделий. Различие свойств, в свою очередь, расширяет спектр применения изделий из ZrO_2 – MgO керамики. Основная среда применения – области высоких температур (теплоизоляция, топливные элементы, высокотемпературные нагреватели). ZrO_2 используют для защиты от эрозии и коррозии деталей реактивных и ракетных двигателей, а также как конструкционный материал благодаря свойству сохранять прочность при высоких температурах [2].

Литература

1. *Czeppe T., Zieba P., Pawlowski A.* Crystallographic and microchemical characterization of the early stages of eutectoid decomposition in MgO -partially stabilized ZrO_2 // *Journal of the European Ceramic Society.* 2002. Vol. 22. P. 35–40.
2. *Балкевич В.Л.* Техническая керамика: учеб. пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Стройиздат, 1984. 256 с.

ТЕЧЕНИЕ МНОГОФАЗНОГО ПОТОКА В ВЕРТИКАЛЬНОМ КАНАЛЕ, СОПРОВОЖДАЮЩЕГОСЯ РАЗЛОЖЕНИЕМ ГИДРАТА

А.С. Чиглинцева, Г.А. Кунсбаева

Работа посвящена проблеме извлечения газа из подводных газогидратных массивов. «Шахтный» способ добычи газа из подводных газогидратных массивов предполагает выработку газогидратов в виде валунов, их подъем в контейнерах и последующее извлечение газа из состава гидратов при воздействии тепловыми полями.

CURRENT OF THE MULTIPHASE STREAM IN THE VERTICAL WELL, ACCOMPANIED BY DISSOCIATION OF HYDRATE

A.S. Chiglintseva, G.A. Kunsbaeva

This work is devoted to the extraction of gas from the underwater massif of gas hydrate. «Shaft» method of gas production from submarine massif of gas hydrate, involves the production of gas hydrates in the form of boulders, their rise in the containers and the extraction of gas from the hydrates by means of thermal fields.

Гидраты природного газа представляют собой уникальное сырьё не только для получения легких углеводородных источников энергии, но и для получения экологически чистой пресной воды. Причем запасы такой системы в природе практически неисчерпаемы. При этом только потенциальные запасы метана в газогидратах оцениваются специалистами до $2 \cdot 10^{16}$ м³ [1]. Поэтому, большой интерес в будущем представляет создание способов добычи газогидратов и их переработки, с целью получения газа и пресной воды.

Согласно предполагаемой схеме реактор сверху постоянно загружается гидратом, а снизу в реактор подается теплая вода некоторым постоянным расходом. Продукты разложения (вода и газ) самотеком удаляются из реактора, при котором уровень воды поддерживается на постоянной высоте.

Полагаем, что все основные параметры течения трехфазной системы, состоящей из частиц гидрата, воды и газа, однородны по сечению канала. Уравнение сохранения числа частиц гидрата запишется в виде

$$\frac{d(Sn_h v_h)}{dz} = 0, \quad S = \pi R^2. \quad (1)$$

Здесь и далее нижние индексы h, w, g относятся к параметрам гидрата, воды и газа, n_h – число частиц гидрата в единицах объема, R и S – радиус и площадь сечения реактора.

Уравнения сохранения масс гидрата, воды и газа имеют вид

$$\frac{dm_h}{dz} = -J_h, \quad \frac{dm_w}{dz} = -J_w, \quad \frac{dm_g}{dz} = -J_g, \quad (2)$$

$$m_h = S\alpha_h \rho_h^0 v_h, \quad m_w = S\alpha_w \rho_w^0 v_w, \quad m_g = S\alpha_g \rho_g^0 v_g,$$

где $m_i, \rho_i^0, \alpha_i, v_i$ ($i = h, w, g$) – массовые расходы, истинные плотности, объемные концентрации и скорости фаз; J_h, J_w, J_g – интенсивности разложения гидрата,

образования воды и газа (за счет разложения гидрата), отнесенные на единицу длины реактора.

Интенсивности разложения гидрата и образования воды и газа связаны как:

$$J_w = (1 - G)J_h, \quad J_g = GJ_h, \quad (3)$$

где G – массовое содержание газа в гидрате.

Уравнение сохранения энергии гидрата и газожидкостной смеси запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{d(m_h c_h T_h)}{dz} &= Q_{ch} - J_h c_h T_{\sigma} \\ \frac{d(m_w c_w + m_g c_g) T_w}{dz} &= Q_{w\sigma} - (J_w c_w + J_g c_g) T_{\sigma} \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь T_y – температура на поверхности частицы гидрата; Q_{wy} и $Q_{\sigma h}$ – тепловые потоки от жидкости к поверхности гидрата и от этой поверхности к гидрату, отнесенные к единице длины реактора. Тепловые потоки, в свою очередь, должны удовлетворять условиям теплового баланса с учетом затрат на фазовые переходы

$$Q_{w\sigma} - Q_{\sigma h} = J_h l_h, \quad (5)$$

$$\alpha_h + \alpha_w + \alpha_g = 1, \quad \alpha_h = \frac{4}{3} \pi a_h^3 n_h, \quad (6)$$

где l_h – удельная теплота разложения, отнесенная на единицу массы гидрата, a_h – радиус частиц гидрата. Для объемного содержания гидрата примем, что он равен величине объемного содержания для плотной засыпки сферических частиц. Тогда [2] будем иметь $\alpha_h = 0,64$.

Газ калорически совершенен: $p = \rho_g^0 R_g T_g$.

Интенсивности теплообмена, отнесенные к единице длины реактора, представим как

$$Q_{w\sigma} = S n_h q_{w\sigma}, \quad Q_{\sigma h} = S n_h q_{\sigma h}, \quad (7)$$

где q_{wy} , q_{yh} – интенсивности тепломассообмена, отнесенные к одной частице гидрата, которые в свою очередь записываются в виде [3]

$$\begin{aligned} q_{w\sigma} &= 2\pi a_h \beta_w (T_w - T_{\sigma}), \quad q_{\sigma h} = 2\pi a_h \beta_h (T_{\sigma} - T_h), \\ \beta_w &= \lambda_w \text{Nu}_w, \quad \beta_h = \lambda_h \text{Nu}_h, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{Nu}_w &= 2 + 0,65 \sqrt{\text{Pe}_{wh}}, \quad \text{Nu}_h = 10, \\ \text{Pe}_{wh} &= \frac{2a_h (v_w + v_h)}{\chi_w}, \quad \chi_w = \frac{\lambda_w}{\rho_w c_w}. \end{aligned}$$

Здесь β , λ , χ – коэффициенты теплопереноса, теплопроводности, температуропроводности, Nu и Pe – числа Нуссельта и Пекле.

Аналогично предыдущему, скорость разложения гидрата представим в виде

$$J_h = Sn_h j_h . \quad (9)$$

Здесь j_h – интенсивность разложения, отнесенная к одной частице.

Скорость газовой фазы представим как

$$v_g = v_w + v_{gw} , \quad (10)$$

где v_{gw} – скорость миграции газовой фазы относительно жидкости.

Представленная выше система уравнений, дополненная некоторыми гипотезами, позволяющими получить конкретные численные величины для параметров, определяющих интенсивность разложения гидрата и относительное движение газовой фазы, дает возможность рассчитывать производство газа и воды при заданной интенсивности загрузки реактора гидратом и теплой водой. Для функционирования такого реактора необходимо обеспечить во всем его объеме условия разложения гидрата. Таким условием является величина температуры воды T_w , контактирующей с гидратом, которая должна быть выше равновесной температуры $T_s(p)$ для значения давления в реакторе p .

Для выявления наиболее выгодных режимов эксплуатации реактора и определения его оптимального размера был проведен параметрический анализ.

На рис. 1 иллюстрируется зависимость минимальной высоты реактора, обеспечивающая полное разложение гидрата, при переходе к режимам с более высоким давлением при различных значениях массового расхода гидрата. Установлено, что с ростом давления высота реактора увеличивается. Это связано с тем, что с переходом на высокие давления, за счет увеличения плотности газа, происходит снижение относительной линейной скорости между водой и гидратом. И как следствие этого происходит снижение теплопередачи между водой и гидратом. Кроме этого, из графиков также следует, что с ростом расхода гидрата растет также высота установки.

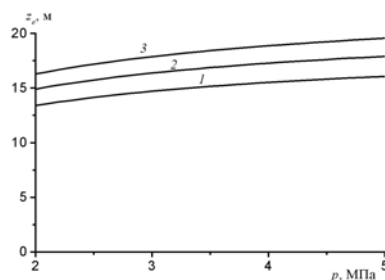


Рис. 1. Влияние значения давления в реакторе на его высоту. Линии 1, 2 и 3 соответствуют массовым расходам гидрата 80, 100, 120 кг/с

Вывод: в работе исследовано течение многофазного потока, сопровождающегося разложением гидрата. Построена соответствующая технологическая схема и описана модель реактора для процесса вымывания газа из гидрата.

Литература

1. Bei Liu, Qing Yuan, Ke-Hua S. et al. Chen Experimental simulation of the exploitation of natural gas hydrate // Energies. 2012. Vol. 5. P. 466; doi: 10.3390/en5020466.

2. Шаганов В.Ш., Буркин М.В., Воронин А.В., Шатов А.А. К расчету обжига известняка в коксовой печи // Теоретические основы химической технологии. 2004. Т. 38, № 4. С. 467.
3. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т. 1.

ИЗУЧЕНИЕ РЕЖИМЫ ПЕРВИЧНОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ПОРОШКОВ $ZrO_2-Y_2O_3$ МЕТОДОМ ГОРЯЧЕЙ РЕНТГЕНОВСКОЙ ДИФРАКТОМЕТРИИ

В.С. Шадрин

На основе анализа литературы [1] рассмотрена кинетика процесса кристаллизации системы $ZrO_2-Y_2O_3$ и изучается влияние количества стабилизирующего вещества на процесс фазового перехода из аморфной фазы в кристаллическую.

PRIMARY CRYSTALLIZATION BEHAVIOR OF $ZrO_2-Y_2O_3$ POWDERS. THE ANALYSIS BY HOT-STAGE XRD TECHNIQUE

V.S. Shadrin

The principal objective of the present work is to study the kinetics of the crystallization process in $ZrO_2-Y_2O_3$ solid solution systems and to analyze the solute effect in amorphous-to-crystalline phase transformation. Based on a literature review [1].

Керамические материалы – достаточно интересная и прогрессивная область исследований. Большое количество экспериментов проводится для выявления новых свойств и нахождения новых областей применения изделий из керамики.

В данной работе изучение первичной кристаллизации диоксида циркония проводилось с использованием метода высокотемпературной рентгеновской дифрактометрии (XRD) при постоянной температуре и в режиме изохорного нагрева. Для эксперимента были приготовлены образцы оксида циркония, стабилизированного 3,0, 5,0 и 9,0 мол.% оксида иттрия, измельченные в шаровой мельнице с циркониевой футеровкой. Средний диаметр получившихся частиц $d \approx 300$ нм.

С помощью дифрактометра Diano, Series 2000 были получены соответствующие дифракционные картины для каждого образца. Была измерена полуширина максимума, соответствующего отражению от плоскости (111) тетрагональной или кубической фазы, и необходимые расчеты среднего размера кристаллов провели по формуле Шеррера и Уоррена:

$$L = 0,9\lambda / (B^2 - b^2)^{1/2} \cos \theta_B, \quad (1)$$

где L – средний размер кристалла, λ – длина волны рентгеновских лучей, θ_B – угол дифракции Брэгга, B и b – полуширина, наблюдаемая соответственно для образца и стандартная. За процессом первичной кристаллизации следили, измеряя скорость изменения площади под максимумом, соответствующим отражению от плоскости (111) кубической фазы, в диапазоне 2θ от $29,5$ до $31,5^\circ$.

На рис. 1 представлены профили дифракционных максимумов, соответствующих отражению от плоскости (111) для всех трех порошков, после изотермической обработки.

Наблюдается значительное уменьшение интенсивности максимума при росте концентрации оксида иттрия. Подобный эффект наблюдался в работе Yoshinaka et al. [3].

Влияние времени обработки оксида циркония, стабилизированного 9,0 мол.% оксида иттрия (9Y-FSZ), на процесс первичной кристаллизации проиллюстрировано на рис. 2. Интенсивность максимума зависит от количества подведенной энергии при образовании твердого раствора. Завершение первичной кристаллизации определили по резкому падению скорости изменения площади под дифракционным максимумом.

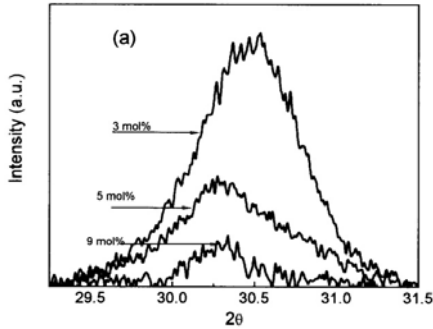


Рис. 1. Вид дифракционных максимумов для трех образцов после изотермической обработки в течение 10 мин при T=525 °C

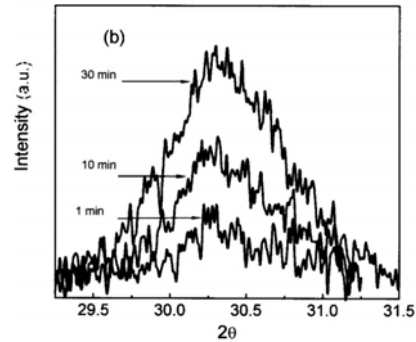


Рис. 2. Вид дифракционного максимума после изотермической обработки (T=550 °C) различной длительности (1–30 мин)

За ростом первичных кристаллов также наблюдали при изохорном отжиге в течение 30 мин в температурном диапазоне 500–1100 °C. Результаты показаны на рис. 3.

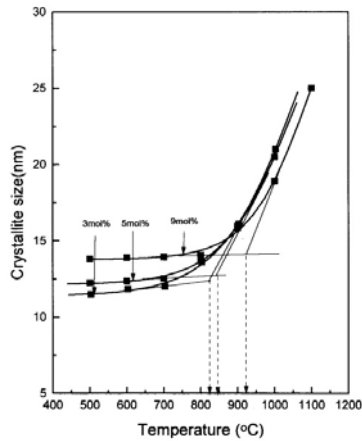


Рис. 3. Результаты изохорного отжига – зависимость размеров кристаллитов от температуры

До определенного значения температура на размер кристаллитов практически не влияет, но была обнаружена критическая температура, специфичная для каждого образца, после которой зависимость приобретает достаточно серьезный характер. Наблюдается увеличение критической температуры с ростом концентрации стабилизатора.

Кинетику процесса кристаллизации изучали по зависимости доли кристаллизованного вещества от времени (рис. 4). Они связаны следующим образом [2]:

$$\ln \{-\ln[1 - \alpha(t)]\} = \ln K + n \ln t, \quad (2)$$

где α – доля кристаллизованного вещества, n – показатель Аврами, K – константа скорости кристаллизации. K можно расписать в виде уравнения Аррениуса:

$$K = K_0 \exp(-Q/RT), \quad (3)$$

все символы имеют обычное значение. Получившиеся линейные зависимости $\ln K$ от $1/T$ для разных образцов представлены на рис. 5. По углу наклона кривых опре-

делили энергию активации процесса Q . Зависимость значения Q от концентрации оксида иттрия показана на рис. 6. Она также оказалась линейной.

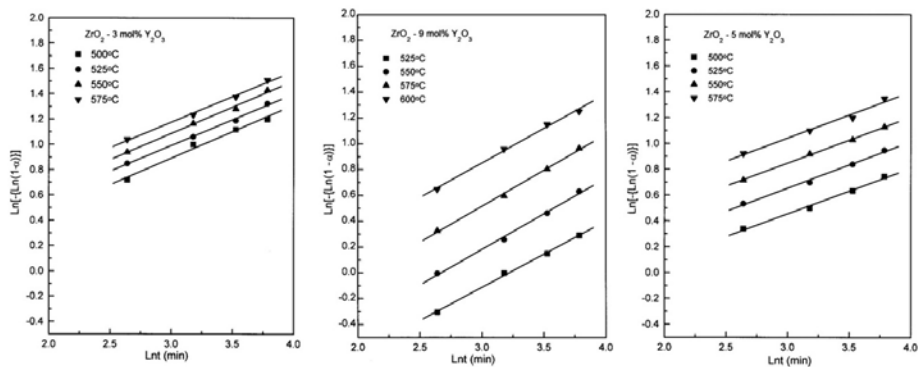


Рис. 4. Доля кристаллизовавшегося вещества от времени, для анализа кинетики процесса

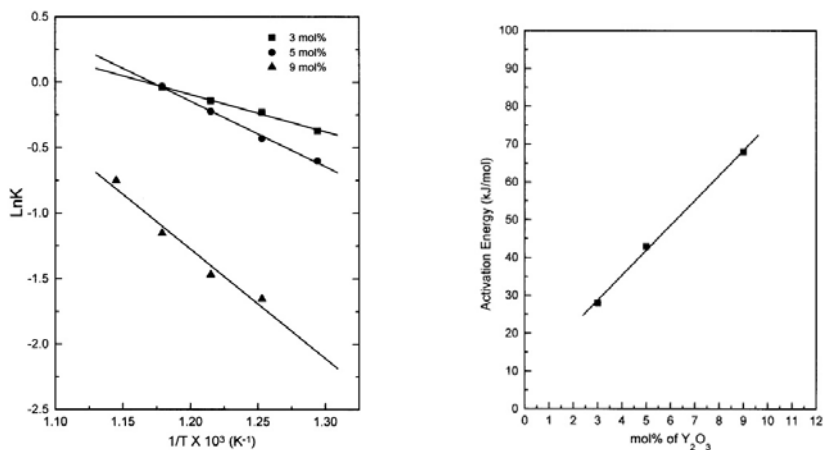


Рис. 5. Зависимость константы скорости кристаллизации от температуры

Рис. 6. Зависимость энергии активации от концентрации оксида иттрия

Таким образом, энергия активации увеличивается линейно с ростом доли стабилизатора. Обнаружено значительное влияние температуры на размер кристаллита. У всех трех образцов наблюдалась критическая температура, после которой размер кристаллов значительно увеличивался. Замечено, что критическая температура растет с ростом доли стабилизатора.

Литература

1. Abhijit Ghosh, Dharni D. Upadhyaya, Ram Prasad, Primary Crystallization Behavior of ZrO₂-Y₂O₃ Powders: In Situ Hot-Stage XRD Technique // J. Am. Ceram. Soc., 85 [10] 2399–403 (2002).
2. Avram M.i, Granulation, Phase Change and Microstructure Kinetics of Phase Change: III // J. Chem. Phys., 9, 117-84 (1941)
3. Yoshinaka K., Hirota O. Yamaguchi H. et al. Characterisation and Sintering of Yttria Doped Zirconia Powders Prepared by Hydrazine Method, Br. Ceram. Trans., 93, 234–38 (1994).

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛОКАЛИЗАЦИИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОМ НАВОДОРОЖИВАНИИ ТИТАНОВОГО СПЛАВА

М.В. Надежкин, И.В. Шулаева, С.А. Баранникова

Рассмотрены закономерности локализации пластической деформации титановых сплавов. Установлена связь кинетики развития локализации с законом деформационного упрочнения при пластическом течении материала в процессе электролитического насыщения водородом.

THE STUDY OF PLASTIC FLOW LOCALIZATION OF TITANIUM ALLOYS ELECTROLYTICALLY SATURATED WITH HYDROGEN

M.V. Nadjozhkin, I.V. Shulaeva, S.A. Barannikova

The regularities of plastic flow localization in Ti alloys are considered. It has been found experimentally that in all the stages of the process, spontaneous localization of deformation occurs in the specimen, with the form of localization being closely related to the acting law of plastic flow of specimens electrolytically saturated with hydrogen.

Титан является стратегическим материалом, определяя технический уровень важнейших для страны отраслей авиакосмической промышленности, в том числе оборонной. В последние годы все большее внимание привлекает проблема водородной обработки титана и его сплавов [1], которая включает в себя водородное пластифицирование, термоводородную обработку, компактоводородные процессы.

В настоящей работе проведены исследования по влиянию водорода на картины локализации деформации на разных стадиях кривых нагружения при одноосном растяжении для сплава ВТ1-0. Наводороживание образцов осуществляли в трехэлектродной электрохимической ячейке при постоянном контролируемом катодном потенциале, задаваемом относительно электрода сравнения, в 1 N растворе серной кислоты с добавлением тиомочевины 20 мг/л при температуре 323 К в течение 8 и 24 ч. Для исследований макроскопической локализации пластического течения использовалась техника двухэкспозиционной спекл-фотографии [2], сочетающей в себе возможности наблюдения всего деформируемого образца в целом (характерный размер поля зрения $\sim 100 \times 100$ мм) с разрешающей способностью на уровне оптического микроскопа (~ 1 мкм).

Результаты механических испытаний на растяжение при комнатной температуре образцов сплава ВТ1-0 показали, что при наводороживании в исходном состоянии и после электролитического насыщения водородом в течение 8 ч наблюдается снижение прочности и увеличение пластичности (рис. 1). С увеличением длительности наводороживания до 24 ч происходит уменьшение прочности и пластичности материала. Деформационные кривые образцов имели стадии линейного и параболического деформационного упрочнения, разделяющиеся на последовательные подстадии с уменьшающимся значением показателя параболичности.

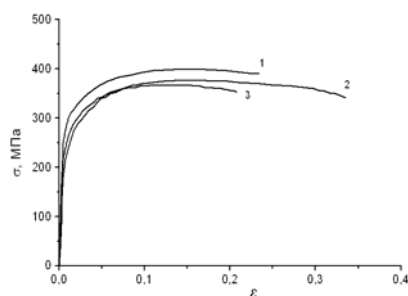


Рис. 1. Кривые нагружения поликристаллов сплавов ВТ1-0 при 300 К: 1 – образцы без водорода, 2 – наводороженные образцы при постоянном потенциале в течение 8 ч, 3 – наводороженные образцы при постоянном потенциале в течение 24 ч

Анализ распределений локальных деформаций в образцах сплава ВТ1-10 без водорода показал, что в каждый момент времени пластическая деформация локализована в определенных зонах образца, в то время как другие объемы материала при заданном приросте деформации практически не деформируются. Распределение локальных деформаций представляет собой совокупность шести расположенных на одинаковых ($4,0 \pm 1$ мм) расстояниях зон локализации деформации. На протяжении стадии линейного деформационного упрочнения зоны локализации перемещались с постоянной скоростью $V = 5,5 \cdot 10^5$ м/с. На стадии параболического деформационного упрочнения ($n \approx 0,5$) распределение локальных удлинений является стационарным, т.е., очаги локализации остаются неподвижными в течение всей стадии. На подстадии $n \leq 0,5$ начинается перемещение равноотстоящих друг от друга зон локализованной деформации. Такое движение продолжается до образования шейки, причем расстояние между очагами локализации деформации постепенно уменьшается. Это приводит к тому, что количество зон локализованной деформации по мере нагружения образца изменяется. И на заключительной стадии формируется один очаг, который затем развивается в шейку вблизи подвижного захвата испытательной машины.

Картина распределений локальных деформаций в образце сплава ВТ1-10 после электролитического насыщения водородом в течение 8 ч представляет собой совокупность шести расположенных на одинаковых ($6,0 \pm 1$ мм) расстояниях зон локализации деформации с более сложной структурой. На протяжении стадии линейного деформационного упрочнения эти зоны локализации перемещались с постоянной скоростью $V = 4,5 \cdot 10^5$ м/с. На стадии параболического деформационного упрочнения картина локализации пластической деформации имела вид стационарной системы очагов пластического течения. На протяженной подстадии $n \leq 0,5$, как и в образце без водорода, начинается перемещение равноотстоящих друг от друга зон локализованной деформации вплоть до образования шейки, причем расстояние между очагами локализации деформации также постепенно уменьшается.

Увеличение времени насыщения водородом до 24 ч образца ВТ1-0 приводит к уменьшению пластичности и соответственно сокращению продолжительности стадий деформационного упрочнения, по сравнению с меньшим временем наводороживания. Распределения компоненты локальных удлинений после общей деформации $\epsilon_{\text{tot}} = 5\%$ формируют картину из пяти расположенных вдоль оси образца максимумов локальных удлинений с различной амплитудой. Характерное расстояние между зонами локализации достигает $\lambda \approx 7,0 \pm 1$ мм. На стадии линейного упрочнения система очагов локализованной деформации двигалась с постоянной скоростью $V = 3,5 \cdot 10^5$ м/с. На непродолжительной стадии параболического деформационного упрочнения наблюдалась стационарная структура из пяти зон локализации. На подстадии $n \leq 0,5$ начинается перемещение равноотстоящих друг от друга зон локализованной деформации вплоть до образования шейки в средней части образца к высокоамплитудному максимуму локальных удлинений, сформировавшемуся ранее.

Таким образом, в результате проведенных исследований по влиянию водорода на закономерности пластической деформации при одноосном растяжении показано отличие картин локализации деформации титанового сплава ВТ1-0. В качестве причины различного характера распределений локальных деформаций можно сказать следующее. Диффузия водорода в титане в процессе электролитического наводороживания происходит как по границам зерен, так и внутри зерна. Увеличение концентрации дефектов в поверхностном слое титана резко ускоряет диффузию водорода вглубь материала [3]. Из-за конечной скорости диффузии водорода в титане (скорость проникновения водорода в титан составляет ~ 100 мкм/ч, что соот-

ветствует коэффициенту диффузии $7 \cdot 10^{-9}$ см²/с) предельная концентрация водорода в приповерхностном слое достигается быстрее, чем в объеме [4].

Наиболее вероятно, что при малых временах электролитического насыщения образцов водород образует в поверхностном слое титана твердый раствор. Это проявляется в увеличении пластичности при времени наводороживания 8 ч сплава ВТ1-0. Растворимость водорода в титане ВТ1-0 мала, и поэтому при повышении концентрации водорода при наводороживании в течение 24 ч в структуре появляются выделения гидридной фазы, что сопровождается уменьшением пластичности. Водород усиливает локализацию пластической деформации, что проявляется в увеличении пространственного периода локальных деформаций и приводит уже в начале параболической стадии к формированию высокоамплитудного очага, вблизи которого затем происходит разрушение.

Работа выполнена по проекту в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. по мероприятию, 1.1 «Проведение научных исследований коллективами научно-образовательных центров в области создания и обработки кристаллических материалов» (ГК № 14.740.11.0037 от 01.09.2010).

Литература

1. *Агеев В.Н., Бекман И.Н., Бурмистрова О.П. и др.* Взаимодействие водорода с металлами, М.: Наука, 1987. 296 с.
2. *Зуев Л.Б., Данилов В.И., Баранникова С.А.* Физика макролокализации пластического течения. Новосибирск: Наука, 2008. 327 с.
3. *Панин А.В., Рыбин В.В., Ушков С.С. и др.* Влияние водородной обработки на механическое поведение технического титана ВТ1-0, имеющего различное исходное структурное состояние // Физическая мезомеханика. 2003. Т. 6, № 5. С. 63–71.
4. *Чернов И.П., Лидер А.М., Черданцев Ю.П. и др.* Дефекты в титане, инициированные водородом // Физическая мезомеханика. 2000. Т. 3? № 6. С. 97–103.

СЕКЦИЯ 4
БАЛЛИСТИКА И НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА
РАЗРАБОТКА ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО КАЛЬКУЛЯТОРА
ДЛЯ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ СОПЕЛ ЛАВАЛЯ

К.В. Костюшин, Д.А. Ворожейкина

Разработан газодинамический калькулятор на языке высокого уровня для расчета основных параметров продуктов сгорания в сопле с интерактивным интерфейсом.

DEVELOPMENT GASDYNAMIC CALCULATOR FOR CALCULATION
OF LAVAL NOZZLE PARAMETERS

K.V. Kostyushin, D.A. Vorozheykina

Developed a calculator on the gas-dynamic high-level language to calculate the main parameters of the combustion products in a nozzle with an interactive interface.

При проведении инженерных расчетов параметров продуктов сгорания в соплах часто используют таблицы газодинамических функций. В большинстве случаев использование указанных таблиц вызывает некоторые неудобства, а именно: низкая точность таблиц и необходимость интерполяции при вычислении промежуточных значений, сложности при трудоемких вычислениях. В связи с этим разработана программа расчета основных параметров продуктов сгорания в сопле Лаваля, основанная на использовании газодинамических функций.

Алгоритм программы расчета основан на определении приведенной скорости из расходной функции [1]:

$$q(\lambda) = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \lambda = \frac{A}{A_*}, \quad (1)$$

где q – расходная функция; λ – приведенная скорость; k – показатель адиабаты; A – площадь текущего сечения сопла; A_* – площадь критического сечения сопла.

Для использования формулы (1) необходимо знание контура сопла и формы поперечного сечения. После определения отношения площадей проводится вычисление приведенной скорости из расходной функции методом Ньютона с начальным приближением в дозвуковой части $\lambda = 0.5$ и в сверхзвуковой части $\lambda = 1.5$. По найденному значению приведенной скорости определяются значения числа Маха и газодинамических параметров [1] (температуры, давления, плотности, скорости, энтальпии, энтропии, внутренней энергии и скорости звука).

Программа «Calc 1GD» (рис. 1) реализована на языке высокого уровня C++ с использованием программной платформы NET Framework 4.0.

В качестве входных данных задаются показатель адиабаты, газовая постоянная, параметры торможения, контур сопла. Для задания профиля сопла предусмотрены следующие варианты: радиусо-коническое сопло; косинусо-коническое сопло; сопло Белла; сопло с угловой точкой; ввод контура сопла по точкам вручную и из файла (производится интерполирование контура сопла кубическими сплайнами).

Для удобства ввода и вывода данных и визуализации результатов расчета в программе реализован интерактивный пользовательский интерфейс. При его разработке особое внимание уделялось эффективности и удобству использования.

Главное окно программы состоит из шести информационно-функциональных блоков: Геометрия сопла. Параметры газа. Параметры вывода. Параметры расчета. Команды. Вывод контура сопла и результатов расчетов.

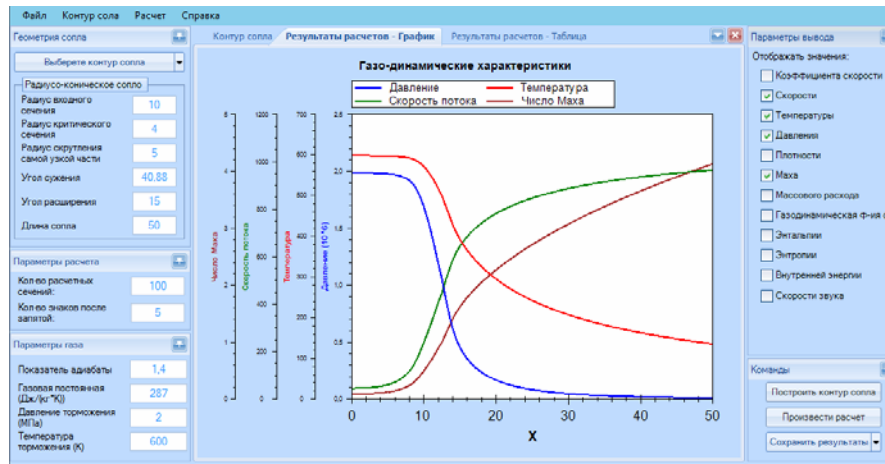


Рис. 1. Общий вид программы «Calc IGD»

Блок «Геометрия сопла» предназначен для выбора контура сопла и ввода определяющих его параметров. Блок «Параметры газа» позволяет пользователю ввести значения показателя адиабаты, газовой постоянной и параметров торможения, необходимых для расчета течения газа в сопле. Блок «Параметры вывода» предназначен для выбора параметров, отображаемых на вкладке в информационно-функциональном блоке «Результаты расчетов». Блок «Параметры расчета» позволяет пользователю задать количество расчетных сечений и точность вывода результатов расчета во вкладке «Результаты расчетов – Таблица». Блок «Команды» реализован с целью обеспечения быстрого и удобного доступа пользователя к основным командам приложения. Он включает в себя следующие команды: «Построить контур сопла»; «Произвести расчет»; «Сохранить результаты». В программе реализована возможность сохранять результаты расчетов в формате HTML, EXCEL, TXT. Блок «Вывод контура сопла и результатов расчетов» состоит из трех вкладок: «Контур сопла»; «Результаты расчетов – график» и «Результаты расчетов – таблица». На вкладке «Контур сопла» отображается контур сопла, построенный аналитически либо по точкам с использованием модуля построения контура сопла сплайнами. На вкладке «Результаты расчетов – график» отображаются графики параметров течения газа, выбранных в блоке «Параметры вывода». Вкладка «Результаты расчетов – таблица» отображает таблицу, в которой представлены параметры течения газа в расчетных сечениях.

Результаты работы программы были проверены по таблицам газодинамических функций.

Литература

1. Алемасов В.Е., Дрегаллин А.Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей. М.: Машиностроение, 1989. 462 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ КАМЕРЫ CORDIN 530 ДЛЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

А.С. Дьячковский, А.В. Чупашев

Описываются основные типы, принцип работы и характеристики высокоскоростных камер, приводятся данные экспериментов с применением высокоскоростной камеры Cordin 530.

APPLICATION OF HIGH SPEED CAMERA CORDIN 530 FOR VISUALIZATION OF BALLISTIC EXPERIMENT

A.S. Diachkovskiy, A.V. Chupashev

The main types, principle of work and the characteristic of high speed cameras are described, data of experiments with application of the high-speed Cordin 530 camera are submitted.

При проведении баллистического эксперимента важно знать много различных параметров, от условий заряжания до характеристик снаряда на траектории. Значительная часть процессов явления выстрела протекает в весьма короткие промежутки времени и характеризуется высокими значениями физических параметров: скорости, давления, температуры и т.д.

Для измерения скорости тела на выходе из ствола или на траектории используются специальные датчики измерения скорости движения тела. Для определения положения тела в пространстве используется скоростная фотосъемка. Для наблюдения поведения тела используется скоростная видеосъемка, позволяющая определять траекторию полета тела, наблюдать в динамике взаимодействие тел, а также определять скорость движения тела на видимом участке траектории.

Высокоскоростные камеры бывают в пленочном или цифровом исполнении. Преимущество цифровых камер в простоте и скорости обработки полученной информации. Камеры различают по продолжительность съемки, измеряемую в секундах или числом записываемых кадров. Высокоскоростные цифровые камеры могут иметь одинаковую частоту кадров съемки, но иметь разное разрешение съемки, из-за различных принципов обработки и получения изображения. Размер снимаемого кадра имеет большое значение при съемке малых объектов на большой площади, например, разлет осколков. Высокоскоростные камеры высокого разрешения основаны на концепции вращающегося зеркала. Изображение, попадающее в объектив, проходит через фокусирующие линзы, далее передается на вращающееся зеркало, с которого через линейку линз, формирующих кадры, передается на пленку или ПЗС-матрицы расположенные на окружности с центром в точке вращения зеркала (рис. 1).

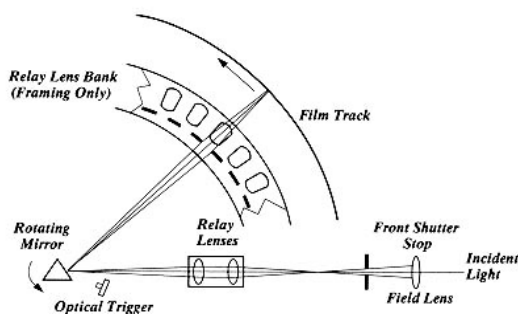


Рис. 1. Общая схема регистрации изображения с использованием вращающегося зеркала

На некоторых камерах запись может производиться не отдельными кадрами, а полосой. Данный метод полезен в спектроскопии, полоса записи становится графиком зависимости определенной величины с течением времени. Привод двигателя, вращающего зеркало высокоскоростной камеры, может быть электрический или газовый. Электрические приводы имеют ограничения максимальной скорости вращения до 2500 об/с. Газовые приводы имеют более широкий диапазон скоростей вращения до 12500 об/с.

Другими характеристиками высокоскоростной съемки являются частота кадров и экспозиция. Просто выбрать частоту кадров недостаточно, необходимо получить правильно освещенный кадр, для объекта съёмки должна быть выбрана корректная экспозиция. В различных модификациях камер величина экспозиции может иметь регулируемое или фиксированное значение.

Высокая скорость съемки и малые времена экспозиции требуют большую освещенность объекта съемки. При использовании источника постоянного освещения требуется большая мощность осветителя (несколько киловатт). Для съемки быстротекущих процессов могут использоваться импульсные источники освещения, при этом длительность свечения импульсного источника должна быть продолжительнее снимаемого процесса. Однако в этом случае возникает проблема синхронизации импульса вспышки и момента съемки.

В НИИПММ ТГУ проводятся экспериментальные работы с применением высокоскоростной камеры Cordin 530 со следующими характеристиками: частота кадров от 1000 до 200000 к/с, экспозиции от 20 до 0,4 мкс, продолжительностью съемки 16 кадров при постоянном разрешении 1000×1000 пикселей, время регистрации процесса может составлять от 80 мкс до 16000 мкс.

Возможности применения Cordin 530 для визуализации внешнебаллистических экспериментов можно продемонстрировать на примере использования в качестве метательной установки пневматической винтовки ИЖ-38 калибра 4,5 мм. В качестве метаемого элемента использовалась стандартная пуля, показанная на рис. 2, а, массой 0,3 г.

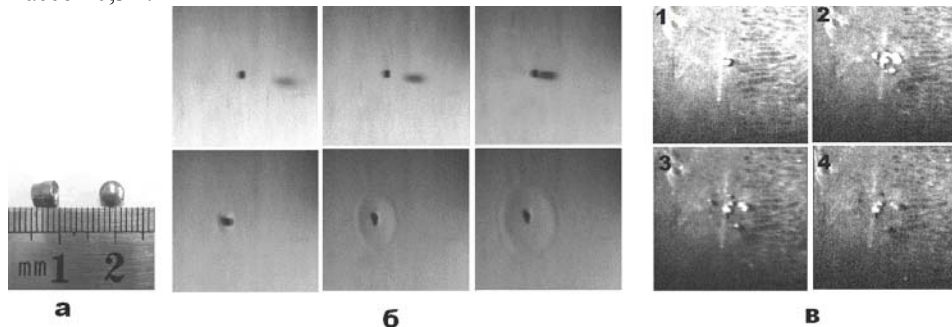


Рис. 2. Вид метаемой пульки, для пневматической винтовки (а); б – взаимодействие пульки и бумажного листа; в – взаимодействие пульки с металлической преградой

Выстрел производился при следующих условиях эксперимента: частота кадров съемки 20000 к./с, время между кадрами составляет 50 мкс, экспозиция 4 мкс, продолжительность времени записи 800 мкс, скорость тела в момент контакта составила 180 м/с. На рис. 2, б приведены кадры взаимодействия свинцовой пульки с листом бумаги. На рис. 2, в показаны кадры взаимодействия свинцовой пульки с металлической преградой. На рис. 2, б видно постепенное затемнение кадров, связанное с использованием импульсного источника освещения. Синхронизация момента записи камерой осуществлялась по сигналу от бесконтактного блокирующего устройства, расположенного на определенном расстоянии от места съемки.

После отладки стабильного срабатывания схем синхронизации с осветительными системами была проведена серия экспериментов с использованием метательной установки калибра 18 мм. В качестве метаемого снаряда использовалась сборка из центрального алюминиевого или свинцового метаемого элемента и пластмассового контейнера, показанная на рис. 3, *а*. На камеру фиксировался момент вылета метаемой сборки из датчика скорости, находящегося на срезе ствола при следующих условиях эксперимента: частота кадров съемки 60000 к./с, экспозиция 1,6 мкс, продолжительность записи 265 мкс. Синхронизация момента записи камерой осуществлялась по сигналу от датчика скорости. На рис. 3, *б* приведена нарезка кадров вылета метаемой сборки из датчика скорости. Дульная скорость тела составила 926 м/с, масса метаемой сборки 11 г. На кадрах видно начало раскрытия лепестков метаемой сборки. Зная время между кадрами и измеряя расстояние, пролетаемое метаемым элементом, можно оценить скорость его движения.

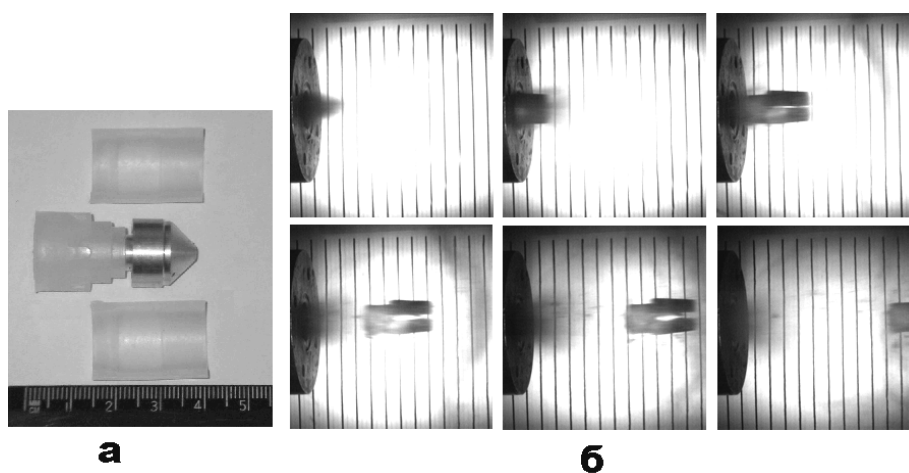


Рис. 3. Вид метаемой сборки, для метательной установки калибром 18 мм (*а*); *б* – нарезка кадров вылета метаемого элемента из датчика дульной скорости

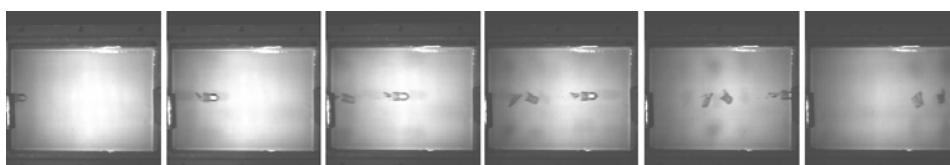


Рис. 4. Нарезка кадров свободного полета метаемого элемента и отделившихся частей контейнера

Наибольший интерес представляет регистрация тел, находящихся в свободном полете на некотором удалении от ствола, например для определения стабильности полета тела. На рис. 4 фиксировался момент полета метаемой сборки по траектории. Удаление места съемки от дульного среза ствола составляет 1,7 м. Синхронизация момента записи осуществлялась от датчика дульной скорости с учетом временной задержки полета метаемого элемента до места съемки. Условия эксперимента: частота кадров съемки 30000 к./с, экспозиция 1,6 мкс, продолжительность записи 528 мкс. Дульная скорость тела составила 938 м/с. На кадрах можно наблюдать устойчиво летящую метаемую сборку, а также отделившиеся части контейнера (лепестков), летящие по той же траектории за метаемым элементом.

Литература

1. Златина Н.А., Мишина Г.И. Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях. М.: Наука, 1974. С. 157–163.

2. Дубовик А.С. Фотографическая регистрация быстропротекающих процессов. М.: Наука, 1989.
3. Костров А.В. Измерения и идентификация движения. М.: МО СССР, 1986. 394 с.

ИЗУЧЕНИЕ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ С ПРИСОЕДИНЕННЫМИ КАМЕРАМИ ПОДГОНА

В.А. Зоркин, А.И. Сафронов, Н.В. Чиркунова

Рассмотрены вопросы увеличения элементов скоростей в сооружениях с несколькими палатами внедрения – considered, а также баллистические возможности сооружений с двумя палатами внедрения.

STUDYING OF BALLISTIC POSSIBILITIES OF LABORATORY INSTALLATION WITH THE ATTACHED CHAMBERS OF THE BRINGING

V.A. Zorkin, A.I. Safronov, N.V. Chirkunova

Questions of increase of speeds elements in installations with several chambers of a bringing are considered. Ballistic possibilities of installations with two chambers of a bringing are resulted.

Схема метания с одной или двумя присоединёнными камерами подгона [1], представленная на рис. 1, позволяет повышать скорости метания элементов по сравнению с классической схемой. Для высокоскоростного метания необходимо повышение давления в каналах метательных систем. В [2] предложена технология упрочнения стволов баллистических систем, обеспечивающая использование уровня давлений, в 2–3 раза превышающих традиционные максимумы в ствольных системах.

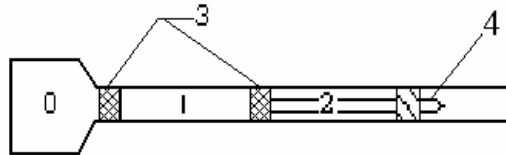


Рис. 1. Схема метания СПК: 0 – камера основного заряда; 1 – первая камера подгона; 2 – вторая камера подгона; 3 – поршни; 4 – метаемый элемент

Изучение баллистических возможностей рассматриваемой системы калибра 42 мм проводится при обеспечении максимумов давлений около 1000 МПа в основной камере и первой камере подгона. Давление во второй камере подгона может повышаться до максимально возможного с учетом сохранения прочностных свойств канала ствола. В соответствии с отмеченным в [3] считается, что поршни, используемые в СПК, являются сгораемыми.

За счет сгорания первого поршня получено повышение начальной скорости метания элемента с $C_q = 3$ примерно на 1.7% [4].

Определение баллистических возможностей систем СПК проводится на основе газодинамического подхода по модели газопороховой смеси. Расчеты систем уравнений в рассматриваемых областях с соответствующими начальными и граничными условиями проводятся в индивидуальных системах координат для каждой расчетной области. Сшивка решений в областях проводится на границах. Баллистические параметры СПК и классической схемы выстрела определяются при использовании созданного программного комплекса методом СЭЛ [5].

Представляет интерес оценка влияния реализации сгорания второго поршня на начальную скорость метания при СПК. Рассмотрим случай, когда скорость второго поршня после воспламенения заряда второй камеры подгона будет оставаться рав-

ной значению скорости, достигнутой к моменту воспламенения заряда второй камеры подгона, за счет постепенного сгорания поршня и создания противодействия. При этом расчетная скорость метания элемента с $Cq = 3$ дополнительно повышается на 13.3%, по сравнению со скоростью полученной ранее в [4], достигая значения $V = 4127$ м/с. Общий выигрыш, по сравнению с классической схемой, достигает 42%.

Выигрыш для рассматриваемого случая при метании элемента с $Cq = 0,7$ соответственно больше. Расчетная скорость при СПК достигает значения $V = 6312$ м/с. В случае максимального давления на дно канала 1000 МПа расчетная скорость метания при классической схеме достигает значения $V = 3460$ м/с. Выигрыш при метании с двумя камерами подгона (СПК), по сравнению с расчетной скоростью метания при классике, составляет примерно 80%.

Рассмотрим баллистические возможности системы с двумя камерами подгона, приведенные в таблице. В таблице приведены результаты баллистических расчетов при метании элементов с $Cq = 0,7; 1; 2; 3$ кг/дм³.

Баллистические возможности системы с двумя камерами подгона

q, г	V, м/с	P ₀ , МПа	P ₁ , МПа	t ₃ , мс	t ₃₁ , мс	F, МДж/кг	$\Delta V/V_{кл}$, %
50	6312	994	953	2,497	2,980	0,9996	82
74,1	5592	1020	998	2,479	2,963	0,9996	68
148,2	4538	1005	1100	2,510	3,111	0,9996	50
222,3	4127	1000	1004	2,576	3,116	0,9996	42

Здесь обозначены: q – масса метаемого элемента; V – начальная скорость метаемого элемента; P₀, P₁ – максимальные давления на дно канала в 1-й и 2-й камере подгона, соответственно; t₃ – время задержки воспламенения заряда первой камеры подгона; t₃₁ – время задержки воспламенения заряда второй камеры подгона; F – сила порохов зарядов в камерах СПК; $\Delta V/V_{кл}$ – выигрыш в начальной скорости метаемого элемента по сравнению с расчетной скоростью при классической схеме.

В правом столбце приведен выигрыш в начальной скорости метаемого элемента, в сравнении с расчетными скоростями при использовании классической схемы метания. При сравнении с расчетными скоростями, получаемыми с использованием классической схемы метания, выигрыш в начальной скорости метаемого элемента, в случае одинаковых максимальных давлений на дно канала модельной пороховой пушки, может достигать для метаемых элементов с $Cq = 1, 2$, соответственно, 68 и 50%.

Важным моментом при обсуждении применения систем СПК является то, что рассматриваемая схема позволяет метать элементы с более высокой стабильностью по сравнению со стабильностью, обеспечиваемой при классической схеме. Этот факт подтвержден как теоретически, так и экспериментально.

Системы СПК в рассмотренном случае обеспечивают значительный выигрыш в скорости при давлениях примерно в два раза более высоких, чем используемых практически давлениях в классических пушках.

При давлениях в перспективных системах, в 3 раза превышающих традиционные максимумы давлений, применяемых в штатных артиллерийских орудиях схема с присоединёнными камерами подгона также будет обеспечивать значительный выигрыш в скорости метания по сравнению с классической схемой выстрела.

Литература

1. Комаровский Л.В., Сафронов А.И. Использование нетрадиционной схемы метания в баллистических системах // Международная конференция по математике и механике: Избранные доклады / Под ред. Н.Р. Щербакова. Томск, 2003. С. 182–187.

2. Липанов А.М., Дементьев В.Б., Спичкин Н.А. Термомеханические технологии – резерв повышения эффективности ствольных систем // Современная баллистика и смежные вопросы механики: сб. матер. науч. конф. Томск, 2009. С. 26–30.

3. Комаровский Л.В., Сафронов А.И. Анализ внутренней баллистики систем с подгоном модели в пусковой трубе // IV Всероссийская конференция «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики». Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. 107 с.

4. Сафронов А.И., Зоркин В.А., Потапенко В.В. Анализ и баллистическое проектирование лабораторной установки с присоединенными камерами подгона // VII Всероссийская конференция «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики». Томск: Изд-во Том. ун-та. 2011. С. 181–182.

5. Нох В.Ф. СЭЛ – совместный эйлерово-лагранжев метод для расчета нестационарных двумерных задач // Вычислительные методы в гидродинамике. М., 1967. С. 128–189.

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЧИСЛА РЕЙНОЛЬДСА, ЧИСЛА МАХА И УДЛИНЕНИЯ КОРПУСА ПРИ УГЛЕ АТАКИ, НЕ РАВНОМ НУЛЮ

А.В. Кветинская

Несмотря на простую геометрическую форму, цилиндр имеет сложную картину обтекания, характеризующуюся наличием отрывных зон в области переднего торца, этим и объясняется сложная зависимость аэродинамических характеристик от определенных параметров, а именно: от числа Маха, угла атаки, удлинения цилиндра.

AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF CYLINDRICAL BODIES WHICH DEPENDS ON THE REYNOLDS NUMBER, MACH NUMBER, LENGTHENING OF FRAME AT THE ANGLE OF ATTACK WHICH IS NOT EQUAL TO ZERO

A.V. Kvetinskaya

Despite on a simple geometrical form, cylinder has a difficult picture of a flow which has detachable zones in the field of a forward butt, therefore there is a difficult dependence of aerodynamic characteristics from certain parameters such as Mach number, angle of attack, lengthening of cylinder.

На рис. 1 можно видеть, что при наличии угла атаки нарушается осесимметричность обтекания боковой поверхности цилиндра. Точка торможения на плоском торце смещается от оси цилиндра в плоскости симметрии течения к наветренной стороне цилиндра. Это смещение увеличивается при увеличении угла атаки. На рассматриваемых углах атаки [2] существует два режима обтекания боковой поверхности цилиндра. Обтекание в диапазоне изменения углов атаки $\alpha=0 \dots 5^\circ$ характеризуется наличием кольцевой срывной области около острой кромки переднего торца и отсутствием отрыва потока с боковой поверхности цилиндра. Второй режим обтекания реализуется при угле атаки $\alpha > 5^\circ$ и сопровождается отрывом потока на боковой поверхности (рис. 2).

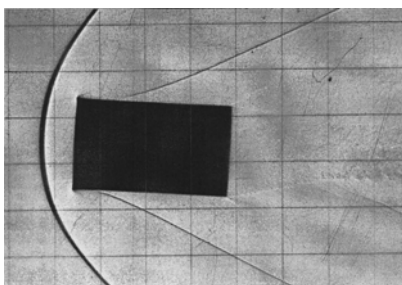


Рис. 1. Сверхзвуковое обтекание цилиндра: $\lambda_0=1.667$; $\bar{d}=1.0$ при $\alpha < 5^\circ$ и $V=650$ м/с

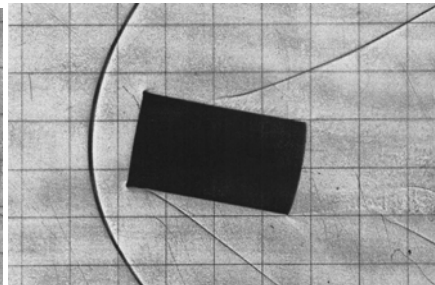


Рис. 2. Сверхзвуковое обтекание цилиндра: $\lambda_0=1.667$; $\bar{d}=1.0$ при $\alpha \leq 15^\circ$ и $V=595$ м/с

Существует такое значение удлинения цилиндра λ_D , при котором коэффициент силы лобового сопротивления C_x практически не зависит от угла атаки α (рис. 3). Так при числе Маха $M_\infty = 4.04$ это значение равно $\lambda_D \approx 1.1$. При этом значении $C_x \approx 1.68 \dots 1.71$. Для цилиндров с $\lambda_D > 1.1$ C_x увеличивается с ростом α . При $\lambda_D < 1.1$ с увеличением α коэффициент C_x уменьшается. Зависимость C_x при изменении чисел Маха в диапазоне $M_\infty = 2.0 \dots 5.0$ подобны по углам атаки $\alpha = 0 \dots 20^\circ$, но несколько отличаются значениями. Характер зависимости коэффициента подъемной силы C_y определяется несущими способностями переднего торца и боковой поверхности цилиндра, соотношение между которыми находится в зависимости от λ_D и α . С увеличением λ_D до $\lambda_D = 2.0$ коэффициент C_y отрицателен в диапазоне изменения $\alpha = 0 \dots 25^\circ$. С уменьшением λ_D отрицательная область изменения коэффициента C_y увеличивается, что указывает на увеличение несущей способности переднего торца. С уменьшением M_∞ доля подъемной силы, создаваемой передним торцом, уменьшается, что приводит к уменьшению диапазона углов атаки, где коэффициент C_y отрицателен (рис. 4).

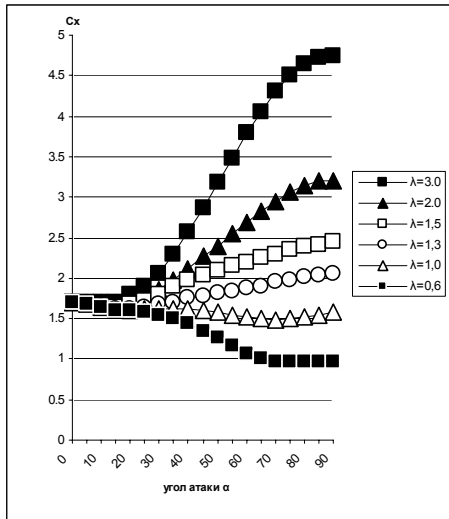
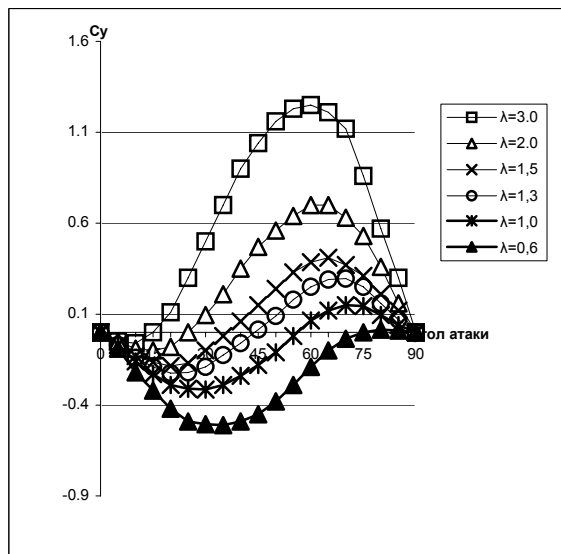


Рис. 3. Зависимость коэффициента C_x от удлинения цилиндра λ

Рис. 4. Зависимость коэффициента C_y от удлинения цилиндра λ



Вывод. При появлении угла атаки положение критической точки смещается. На заднем торце давление с увеличением угла атаки уменьшается. При заданном значении угла атаки давление является постоянным по всему торцу. С увеличением λ_D запас статической устойчивости уменьшается вплоть до того, что цилиндры удлинением $\lambda_D > 1.6$ становятся статически неустойчивыми. Устойчивость цилиндров может быть улучшена путем смещения центра тяжести к переднему торцу. Достигается это расточкой цилиндрических тел с донного среза или изготовлением головной части из более тяжелого материала, чем основная часть корпуса. При обтекании цилиндрических тел под углом атаки существует такое значение удлинения цилиндра λ_D , при котором коэффициент C_x практически не зависит от угла атаки α .

Литература

1. Мышенков В.И. Отрывные течения около цилиндра с плоским торцом. М., 1979.
2. Петров К.П. Аэродинамика ракет. М.: Машиностроение, 1997. 136 с.
3. Петров П.А., Кудинов А.Н., Худяшов В.М. Исследование устойчивости цилиндрических элементов // Труды СФТИ. 1962. Вып. 41. С. 175–189.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ДАТЧИКА СКОРОСТИ БЫСТРОЛЕТЯЩИХ ТЕЛ

А.А. Киреева, С.В. Синяев

Приводятся моделирующие уравнения и методика численного расчета сигнала с электромагнитной измерительной рамки с учетом влияния вихревых токов. Оценивается влияние некоторых конструктивных параметров устройства и скорости метаемого тела на амплитуду и форму сигнала.

A MATHEMATICAL MODEL OF AN ELECTROMAGNETIC VELOCITY SENSOR RAPIDLY FLYING BODIES

A.A. Kireeva, S.V. Sinyayev

The modeling equations and the method of numerical calculation signal from the electromagnetic test frame, taking into account the influence of eddy currents presented. The influences of some constructive parameters of the devise and projectile velocity on the amplitude and signal form are determined.

Введение. Бесконтактные электромагнитные датчики [1–3] применяются для определения скорости модели в разгонном канале ускорителя или на его дульном срезе. Моменты пролета моделью контрольных сечений в таких датчиках определяются с помощью электромагнитных измерительных рамок (ЭМИР), работающих на эффектах частичного размыкания или замыкания пролетающей моделью магнитной измерительной цепи рамки. Общая схема ЭМИР показана на рис. 1. Магнитная цепь рамки состоит из разомкнутого магнитопровода 2 с измерительными катушками 3, источника постоянного магнитного поля 5, 6 (катушки-генератора магнитного поля или постоянного магнита) и цилиндрической насадки 7 из прочного немагнитного металла. Насадка располагается в измерительном зазоре 9 магнитопровода соосно с каналом установки (см. рис. 1, б).

Она формирует магнитный барьер 9 в измерительном сечении канала и защищает магнитопровод от воздействия рабочего газа, ускоряющего модель в канале ствола 1.

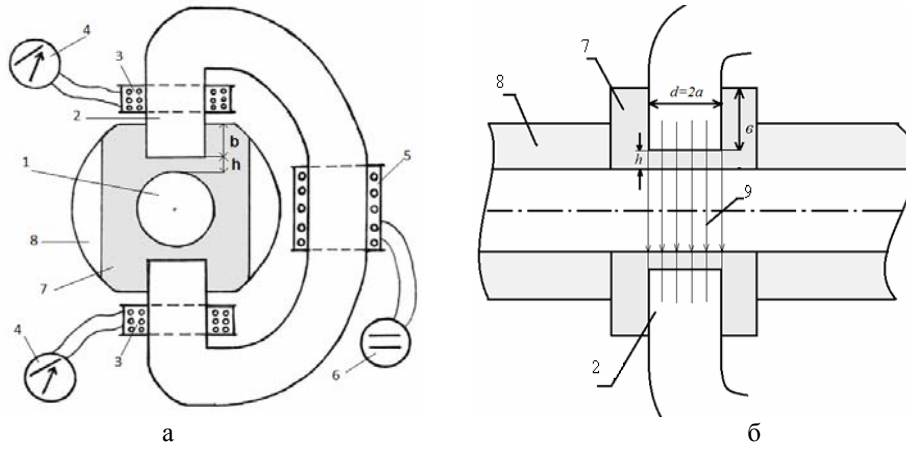


Рис. 1. Схема электромагнитной измерительной рамки в канале ствола: *a* – вид с торца канала, *б* – вид сбоку; 1 – канал ствола; 2 – разомкнутый магнитопровод; 3 – измерительная катушка; 4 – регистрирующее устройство; 5 – катушка-генератор магнитного поля; 6 – источник постоянного тока; 7 – защитно-формирующая насадка; 8 – ствол; 9 – магнитный барьер

Физико-математическая постановка задачи. Электропроводная и (или) ферромагнитная части модели деформируют магнитный барьер, вызывая изменение магнитного сопротивления R рамки. В результате переменный магнитный поток Φ в магнитопроводе генерирует электродвижущую силу S в измерительных катушках, охватывающих магнитопровод в окрестности его торцевых сечений (см. рис. 1, *a*)

$$S(t) = -N \cdot \dot{\Phi}(t). \quad (1)$$

Здесь N – число витков в катушках; t – время; $\dot{\Phi}$ – скорость изменения магнитного потока. Величина S является реакцией (сигналом) рамки на пролетающую через зазор модель. Магнитная цепь рамки описывается уравнением

$$\Phi(t) \cdot [R_m + R_\delta(t)] = n \cdot I_0 + I_h + I_e, \quad (2)$$

где R_m , R_δ – магнитные сопротивления магнитопровода и измерительного зазора; I_h , I_e – индукционные токи в торцевых и боковых сечениях насадки соответственно; n – число витков в катушке-генераторе постоянного тока I_0 . Для магнитопровода с круглым сечением радиуса a выражение для I_h имеет вид [4]

$$I_h = -\psi(\bar{h}) \cdot \sigma \cdot h \cdot \dot{\Phi}, \quad (3)$$

где σ – удельная электропроводность материала насадки; h – толщина защитной стенки насадки; $\bar{h} = h/2a$, $\psi(\bar{h})$ – ее геометрический форм-фактор:

$$\psi(\bar{h}) = \frac{2}{\pi^2} \left[\int_{-1}^1 f(x, \bar{h}) dx - \frac{\pi}{2} \bar{h} \sqrt{1 + \bar{h}^2} \right],$$

$$f(x, \bar{h}) = x(3 - 4x^2) \left[\arcsin \left(\frac{\bar{h}}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1+x}{1-x^2 + \bar{h}^2}} \right) - \arcsin \frac{\bar{h} \cdot x}{\sqrt{1-x^2 + \bar{h}^2}} \right] +$$

$$+\sqrt{1-x^2} \left[(4x^2-1) \ln \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{2(1+x)+\bar{h}^2+\bar{h}}} + \bar{h} \sqrt{2(1+x)+\bar{h}^2} - 3\bar{h} \cdot x \cdot \ln \frac{\sqrt{2(1+x)+\bar{h}^2+1+x}}{\sqrt{1+\bar{h}^2+x}} \right].$$

Выражение для токов I_b в выемках насадки глубиной b находится в предположении, что толщина скин-слоя δ этих токов много меньше радиуса магнитопровода a . Тогда в цилиндрической системе координат r, θ, z краевая задача для плотности тока $j_\theta(t, r \geq a)$ имеет вид: $\frac{\partial j_\theta}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \sigma} \cdot \frac{\partial^2 j_\theta}{\partial r^2}$, $j_\theta(t=0, r \geq a) = 0$, $j_\theta(t, r=a) = -\sigma \cdot \dot{\Phi} / 2\pi a$, $j_\theta(t, r=+\infty) = 0$.

С помощью известного квадратурного решения краевой задачи такого типа определяется выражение для $I_b(t)$:

$$I_b(t) = 2b \cdot \int_a^{+\infty} j_\theta(t, r) \cdot dr = -2\bar{b} \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\pi^3 \cdot \mu_0}} \cdot \int_0^t \frac{\dot{\Phi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \cdot d\tau. \quad (4)$$

Уравнение (2) с помощью (1), (3), (4) преобразуется к интегральному уравнению Вольтерра 2-го рода:

$$S(t) + \int_0^t K(t, t-\tau) \cdot S(\tau) \cdot d\tau = f(t), \quad (5)$$

$$K(t, t-\tau) = \frac{1}{\Psi \cdot \sigma \cdot h} \cdot \left[\sqrt{\frac{\sigma}{\pi^3 \cdot \mu_0}} \cdot \frac{2\bar{b}}{\sqrt{t-\tau}} + R_m + R_\delta(t) \right],$$

$$f(t) = \frac{n \cdot N \cdot I_0}{\Psi \cdot \sigma \cdot h} \cdot \frac{R_\delta(t) - R_\delta(0)}{R_m + R_\delta(0)}.$$

Ядро уравнения $K(t, t-\tau)$ является полярным. Уравнение (5) с помощью преобразования

$$M(t, \tau) = 1 + \int_\tau^t K(q, q-\tau) \cdot dq, \quad F(t) = \int_0^t f(\tau) \cdot d\tau$$

приводится к уравнению Вольтерра 1-го рода

$$\int_0^t M(t, t-\tau) \cdot S(\tau) \cdot d\tau = F(t) \quad (6)$$

с новым неполярным ядром $M(t, t-\tau)$:

$$M(t, t-\tau) = 1 + c_1 [\rho(t) - \rho(\tau) + c_2 \sqrt{t-\tau}], \quad F(t) = c_3 [\rho(t) - t(R_m + R_\delta(0))], \quad (7)$$

$$\rho(t) = \int_0^t [R_m + R_\delta(\tau)] \cdot d\tau, \quad c_1 = \frac{1}{\Psi \cdot \sigma \cdot h}, \quad c_2 = 4\bar{b} \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\pi^3 \cdot \mu_0}},$$

$$c_3 = \frac{n \cdot N \cdot I_0}{\Psi \cdot \sigma \cdot h (R_m + R_{\delta}(0))}$$

Значения $R_{\delta}(0)$ и R_m для цилиндрического магнитопровода имеют вид [5]

$$R_{\delta}(0) = \left[2\mu_0 \cdot a \left(\frac{\pi \cdot a}{\delta_0} + \frac{1,44a}{4,8a + \delta_0} + 0,96 \right) \right]^{-1}, \quad R_m = l \cdot (\mu_m \cdot \pi \cdot a^2)^{-1}. \quad (8)$$

Метод решения и результаты. Решения интегрального уравнения (6)–(8) проводилось квадратурным методом по схеме средних прямоугольников [6]. Методика реализована в пакете MathCAD 14. 0. На рис. 2–5 построены зависимости сигнала S от безразмерного времени $\bar{t} = t \cdot u \cdot (0,5l + a)^{-1}$ при различных параметрах насадки и скорости u модели с продольным размером l ее электропроводной части.

S, B

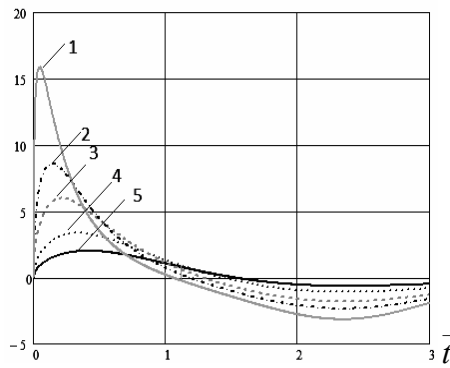


Рис. 2. Зависимость сигнала S от глубины цилиндрической выемки насадки b (только боковые индукционные токи, $h=0$): 1 – $b=0,2$ мм; 2 – $b=1$ мм; 3 – $b=2$ мм; 4 – $b=5$ мм; 5 – $b=10$ мм

S, B

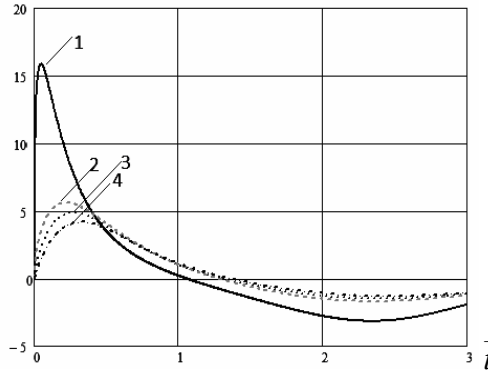


Рис. 3. Сигнал с рамки S при одновременном учете боковых и торцевых токов в насадке 1 – $h=0,1$ мм, $b=0,2$ мм; 2 – $h=1$ мм, $b=2$ мм; 3 – $h=2,5$ мм, $b=2$ мм; 4 – $h=4$ мм, $b=2$ мм

Результаты расчетов иллюстрируют влияние толщины защитной стенки насадки, глубины выемки под магнитопровод, материала насадки и скорости модели на амплитуду и форму сигнала. Расчеты проведены для измерительной рамки со следующими параметрами: калибр канала $D=8$ мм, $\delta_0 = D + 2h$, $a=4$ мм, $l=8$ мм, $n=30$, $N=40$, $I_0=2$ А, длина магнитопровода $l_m=150$ мм, его магнитная проницаемость $\mu=1500\mu_0$, $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. В расчетах использовалась эмпирическая зависимость для зазора магнитопровода δ :

$$R_{\delta}(\bar{t}) = R_{\delta}(0) \cdot \left[1 + \bar{t} \cdot (\bar{R}_{\delta, \max} - 1) \cdot \exp \left[0,5(1 - \bar{t}^2) \right] \right], \quad \bar{R}_{\delta, \max} = 3.$$

Выводы. Построена и реализована в пакете MathCAD 14.0 математическая модель работы электромагнитной измерительной рамки (ЭМИР) с учетом влияния вихревых токов, наводимых в боковых и торцевых стенках защитной насадки, формирующей «магнитный барьер» в канале ствола. Проведены параметрические исследования влияния различных характеристик датчика на амплитуду и форму измеряемого сигнала при различных скоростях движения модели. Показано, что ампли-

туда сигнала увеличивается с ростом скорости модели, а приемлемый уровень сигнала достигается при использовании насадок из титана и нержавеющей стали при толщине защитных стенок $h = 1.5 \div 2$ мм и глубине цилиндрической выемки под магнитопровод $b \leq 5$ мм.

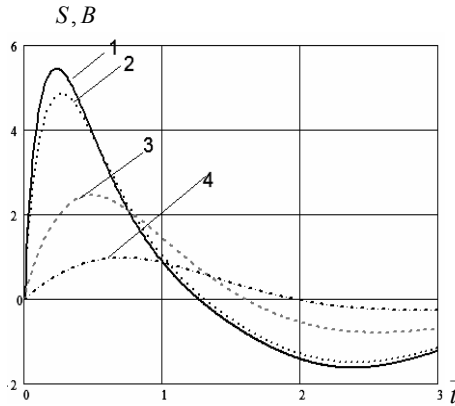


Рис. 4. Зависимость уровня сигнала S от материала насадки: 1 – нержавеющая сталь; 2 – титан; 3 – никель; 4 – медь

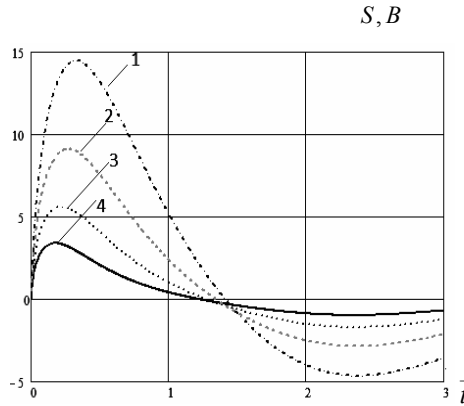


Рис. 5. Сигнал S с измерительной рамки при различных скоростях u модели:
1 – $u = 8$ км / с; 2 – $u = 4$ км / с; 3 – $u = 2$ км / с;
4 – $u = 1$ км / с

Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проект № 10-08-00453-а).

Литература

1. Синяев С.В. Датчик скорости для высокоскоростных метательных комплексов // Динамика систем, механизмов и машин: Тез. докладов междунар. науч.-тех. конф. Кн. 1. Омск: Изд-во Ом. гос. тех. ун-та, 1995. С. 54.
2. Синяев С.В., Христенко Ю.Ф., Кульпин В.И. Электромагнитные датчики дульной скорости снаряда // Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения. Саров: Изд-во РФЯЦ ВНИИЭФ, 2000. С. 294–297.
3. Кульпин В.И., Синяев С.В., Христенко Ю.Ф. Датчик положения и скорости перемещения быстро движущихся тел. Патент РФ № 2193207. Бюл. 2002. №32.
4. Григорьева М.И., Синяев С.В. Математическое моделирование работы электромагнитного датчика скорости для высокоскоростных метательных комплексов // Современная баллистика и смежные вопросы механики: сб. Матер. науч. конф. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2010. С. 75–76.
5. Электротехнический справочник. М.: Энергия, 1974. Т. 1. 775 с.
6. Манжиров А.В., Полянин А.Д. Методы решения интегральных уравнений: справочник. М.: Факториал, 1999. 272 с.

ВЗАИМОВЛИЯНИЕ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВРАЩЕНИЙ ТЕЛА В СФЕРИЧЕСКОМ ДВИЖЕНИИ

Х.К. Кожамуратов

Выявлено наличие дополнительного углового ускорения твердого тела с одной неподвижной точкой, обусловленное взаимодействием трех (или двух) составляющих вращательных движений.

INFLUENCE OF THE COMPONENT ROTATIONS OF A BODY IN SPHERICAL MOVEMENT

Ch. K. Kozhamuratov

Presence of a supplementary angular acceleration of a body having one immobile point is analytical proved in this work, on range with known angular accelerations of the precession, notation and property rotations. The supplementary angular acceleration arises as result of influence mutual of three (or two) simultaneous rotations of once body.

Прецессионное, нутационное и собственное вращения твердого тела в сферическом движении имеют место одновременно. Взаимовлияние нескольких вращений сферического движения должно обуславливать возникновение дополнительного углового ускорения всего тела. Для проверки полезности этой гипотезы необходимо исследовать основные компоненты вектора углового ускорения тела в сферическом движении, определяемого как производная вектора его угловой скорости по времени [1. С. 244]:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \frac{d}{dt}(\bar{\omega}_\phi + \bar{\omega}_\theta + \bar{\omega}_\varphi) = \frac{d}{dt}(\dot{\phi}\bar{k}_1 + \dot{\theta}\bar{k}_2 + \dot{\varphi}\bar{k}), \quad (1)$$

где $\bar{\varepsilon}$ – вектор углового ускорения тела; $\bar{\omega}$ – вектор угловой скорости тела; $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\varphi}$ – первые производные углов Эйлера по времени; ϕ, θ, φ – углы Эйлера, \bar{k} – орт подвижной оси OZ (жестко связанной с телом), с началом в неподвижной точке O тела; \bar{k}_1 – единичный вектор неподвижной оси OZ₁; \bar{k}_2 – единичный вектор линии узлов.

Определим производную по времени от векторной суммы (1):

$$\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = (\ddot{\phi}\bar{k}_1 + \dot{\phi}\frac{d\bar{k}_1}{dt}) + (\ddot{\theta}\bar{k}_2 + \dot{\theta}\frac{d\bar{k}_2}{dt}) + (\ddot{\varphi}\bar{k} + \dot{\varphi}\frac{d\bar{k}}{dt}), \quad (2)$$

где $\ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\varphi}$ – алгебраические значения вторых производных углов Эйлера по времени. При этом $\bar{k}_1 = \text{const}$, $\ddot{\theta}\bar{k}_2 = \bar{\varepsilon}_\theta$, $\dot{\varphi}\bar{k} = \bar{\varepsilon}_\varphi$, $\ddot{\phi}\bar{k}_1 = \bar{\varepsilon}_\phi$, $\frac{d\bar{k}_1}{dt} = 0$, $\bar{\omega} = \bar{\omega}_\phi + \bar{\omega}_\theta + \bar{\omega}_\varphi$, $\frac{d\bar{k}}{dt} = \bar{\omega} \times \bar{k}$, $\frac{d\bar{k}_2}{dt} = \bar{\omega}_\phi \times \bar{k}_2$, $\bar{\omega}$ – вектор мгновенной угловой скорости тела, $\bar{\varepsilon}_\phi, \bar{\varepsilon}_\theta, \bar{\varepsilon}_\varphi$ – векторы, называемые обычно угловыми ускорениями, соответственно, прецессии, нутации и собственного вращения, так как они направлены вдоль векторов соответствующих угловых скоростей тела и характеризуют скорость изменения угловой скорости одноименного вращения без учета остальных двух вращений,

Тогда вектор углового ускорения (2) тела в сферическом движении с использованием вышеупомянутых величин приводится к виду

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_\phi + \bar{\varepsilon}_\theta + \bar{\varepsilon}_\varphi + (\bar{\omega}_\phi \times \bar{\omega}_\theta) + (\bar{\omega}_\phi \times \bar{\omega}_\varphi) + (\bar{\omega}_\theta \times \bar{\omega}_\varphi), \quad (3)$$

где три последних слагаемых (в виде векторного произведения) измеряются в радианах в секунду в квадрате.

Следовательно, вектор углового ускорения твердого тела с одной неподвижной точкой состоит из четырех компонентов, три из которых представляют собой векторы углового ускорения, возникающего из-за изменения вектора угловой скорости только прецессии, или только нутации, или только собственного вращения тела. Четвертый компонент в виде суммы трех векторных произведений, возникает из-за взаимовлияния двух векторов угловых скоростей прецессии и нутации, или угловых скоростей прецессии и собственного вращения, или угловых скоростей нутации и собственного вращения тела.

Дифференциальные уравнения Эйлера для сферического движения тела относительно подвижных главных осей OX, Y, Z инерции тела (жестко связанных с

ним) обычно представляются в виде системы трех скалярных равенств (4), где I_X, I_Y, I_Z – моменты инерции тела относительно его главных осей инерции X, Y, Z в неподвижной точке тела, M_X^e, M_Y^e, M_Z^e – проекции вектора главного момента внешних сил, приложенных к телу, относительно подвижных осей координат X, Y, Z (жестко связанных с телом) на эти оси, $\omega_X, \omega_Y, \omega_Z$ – проекции вектора угловой скорости $\bar{\omega}$ тела на оси X, Y, Z:

$$\begin{cases} I_X \frac{d\omega_X}{dt} + \omega_Y \omega_Z (I_Z - I_Y) = M_X^e; \\ I_Y \frac{d\omega_Y}{dt} + \omega_Z \omega_X (I_X - I_Z) = M_Y^e; \\ I_Z \frac{d\omega_Z}{dt} + \omega_X \omega_Y (I_Y - I_X) = M_Z^e; \end{cases} \quad (4)$$

Из этих дифференциальных уравнений Эйлера (4) видно, что на динамику сферического движения тела влияют проекции вектора его угловой скорости на оси координат и производные этих проекций по времени, наряду с моментом внешних сил и характером распределения массы тела,

Проекции вектора угловой скорости $\bar{\omega}$ тела на оси X, Y, Z. определяются по кинематическим уравнениям Эйлера (5) [2. С. 164]:

$$\begin{cases} \omega_X = \omega_\psi \sin \theta \sin \varphi + \omega_\theta \cos \varphi, \\ \omega_Y = \omega_\psi \sin \theta \cos \varphi - \omega_\theta \sin \varphi, \\ \omega_Z = \omega_\psi \cos \theta + \omega_\varphi. \end{cases} \quad (5)$$

Так как производные по времени от проекций вектора угловой скорости тела на координатные оси зависят от угловых ускорений прецессии, нутации и собственного вращения и от углов Эйлера и от их синусов и косинусов, то можно утверждать, что в дифференциальных уравнениях Эйлера, не указано наличие дополнительного углового ускорения сферического движения.

Четвертый компонент (3) вектора углового ускорения тела с одной неподвижной точкой уместно называть вектором дополнительного углового ускорения тела в сферическом движении, так как он возникает из-за взаимовлияний трех (или двух) одновременных вращательных движений одного и того же тела. Если отсутствует собственное вращение, то дополнительное угловое ускорение зависит от угловых скоростей прецессии и нутации. При отсутствии прецессии дополнительное угловое ускорение зависит от угловых скоростей нутации и собственного вращения. При отсутствии нутации дополнительное угловое ускорение зависит от угловых скоростей прецессии и собственного вращения.

Данное исследование компонентов вектора углового ускорения тела в сферическом движении показывает, что вектор дополнительного углового ускорения твердого тела с одной неподвижной точкой равен сумме векторных произведений угловой скорости прецессии на векторы угловых скоростей нутации и собственного вращения и угловых скоростей нутации и собственного вращения:

$$\bar{\varepsilon}_\Delta = (\bar{\omega}_\psi \times \bar{\omega}_\theta) + (\bar{\omega}_\psi \times \bar{\omega}_\varphi) + (\bar{\omega}_\theta \times \bar{\omega}_\varphi), \quad (6)$$

где $\bar{\varepsilon}_\Delta$ – вектор дополнительного углового ускорения тела в сферическом движении, $\bar{\omega}_\phi, \bar{\omega}_\theta, \bar{\omega}_\varphi$ – векторы угловых скоростей прецессии, нутации и собственного вращения тела.

В отличие от дополнительного линейного ускорения точки в сложном движении, определяемого как удвоенное векторное произведение вектора угловой скорости переносного вращения на вектор относительно ее скорости, вектор дополнительного углового ускорения тела определяется как сумма трех (или двух) векторных произведений угловых скоростей взаимодействующих вращений.

Следует отметить, что динамические и кинематические уравнения Эйлера послужили основанием для выявления наличия дополнительного углового ускорения тела в сферическом движении тела.

Литература

1. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. М.: Высшая школа, 1977. Ч. 2. 244 с.
2. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. Ч. 2. М.: Наука, 1969. 164 с.

СХОДИМОСТЬ АЛГОРИТМА ПРЯМОГО ПОИСКА В ЗАДАЧАХ ТРАЕКТОРНОЙ БАЛЛИСТИКИ

Н.В. Савкина, В.И. Биматов

Исследования направлены на решение задачи динамического взаимодействия реального газа с движущимся в нем телом в условиях значительного изменения кинематических параметров. Предлагаемая методика расчета аэродинамических характеристик основана на использовании системы дифференциальных уравнений пространственного или плоского движения твердого тела. Представлены результаты исследования сходимости генетического алгоритма прямого поиска.

CONVERGENCE OF ALGORITHM OF DIRECT SEARCH IN TASKS TRAYEKTORNA OF BALLISTICS

N.V. Savkina, V.I. Bimatov

Researches are directed on the solution of a problem of dynamic interaction of real gas with a body moving in it in the conditions of considerable change of kinematic parameters. The offered design procedure of aerodynamic characteristics is based on use of system of the differential equations of spatial or flat movement of a firm body. Results of research of convergence of genetic algorithm of direct search are presented.

Исследования направлены на решение задачи динамического взаимодействия реального газа с движущимся в нем телом в условиях значительного изменения кинематических параметров. Численные методы решения задачи определения многомерного параметра движения твердого тела на баллистической трассе с учетом нелинейных эффектов и реальных свойств его взаимодействия с воздухом в широком диапазоне чисел Маха и Рейнольдса составляют наиболее важное по значимости и трудностям практической реализации на ЭВМ направление исследований в рамках указанной проблемы.

Традиционные методы баллистики [1], используемые при исследовании аэродинамических характеристик, послужили тому, что при построении математической модели движения силы, обусловленные сопротивлением среды, предполагают быть представленными главным вектором аэродинамических сил \bar{F} и главным моментом этих сил \bar{M} относительно центра масс. Векторы \bar{F} и \bar{M} в соответствии с положениями теории размерностей и подобия являются функциями безразмерных параметров – аэродинамических характеристик.

Задача определения аэродинамических характеристик по результатам аэробаллистических испытаний в общей постановке представляет собой задачу определения неизвестных параметров системы дифференциальных уравнений динамики твердого тела по функционалам от ее левых частей. Предполагая зависимости аэродинамических характеристик от параметров подобия однозначными и непрерывными, естественно представить их в виде полиномиальных разложений по безразмерным параметрам. Тогда в роли неизвестных будут выступать коэффициенты этих разложений. Структура полиномов определяется условиями и целями эксперимента. Таким образом, при экспериментальном определении аэродинамических характеристик ставится задача оценки векторов \bar{C}_k коэффициентов полиномиальных разложений, которые недоступны для прямого измерения, а экспериментально определяются некоторые их проявления – кинематические параметры $\bar{p}(t)$, связанные с коэффициентами \bar{C}_k системой дифференциальных уравнений динамики

$$\dot{\bar{p}}(t) = f(\bar{p}, \bar{c}), \quad \bar{p}(0) = p_0 \quad (1)$$

Аэродинамические характеристики представлены полиномами

$$\bar{c} = \sum_{k=0}^n \bar{C}_k \varphi_k \quad (2)$$

где φ_k представляют собой безразмерные параметры подобия и кинематические параметры.

Такая постановка есть пример классической обратной задачи для дифференциальных уравнений и для ее решения необходимо применять устойчивые методы, разработанные в теории некорректных задач [2, 3]. Наиболее употребительные методы решения обратных задач по своей основе являются вариационными. Для задач вида (1), (2) в качестве решения выбирается такой вектор \bar{C}_K , который доставляет минимум функционалу.

Предлагаемая методика расчета аэродинамических характеристик основана на использовании системы дифференциальных уравнений пространственного или плоского движения твердого тела.

$$\rho(\bar{p}, \bar{f}(\bar{p}, \bar{c}, x)) = \min_{\bar{C}_k} \left\| \dot{\bar{p}}(x) - \bar{f}(\bar{p}, \bar{c}, x) \right\| \quad (3)$$

Для поиска минимума функционала (3) используется вещественный генетический алгоритм [3], позволяющий находить глобальные экстремумы для мультимодальных функций. Этот метод сочетает в себе естественный отбор среди строчных структур с упорядоченным (хотя в чем-то и случайным) обменом информацией. Будучи вероятностным, генетический алгоритм тем не менее не является просто еще одним вариантом случайного поиска, поскольку при отборе новых точек с ожидаемыми более хорошими возможностями он эффективно использует предыдущую информацию. Для решения задач оптимизации в данной работе предлагается вещественный генетический алгоритм (ВГА), совмещающий в себе детерминистический и вероятностный подходы и основанный на механизмах природной селекции и генетики. Важной особенностью генетических алгоритмов является их робастность: они сходятся к глобальному оптимуму (что очень важно для задач, у которых целевая функция имеет несколько локальных экстремумов) и в отличие от классических градиентных методов оптимизации при их реализации не требуется

сильных ограничений на гладкость целевой функции и они позволяют находить оптимум даже для случая, когда целевая функция является разрывной. Данный алгоритм носит итерационный характер и имеет дело с обработкой популяций индивидуумов (или наборов испытаний), каждый из которых представляет потенциальное решение задачи и является вектором в пространстве поиска.

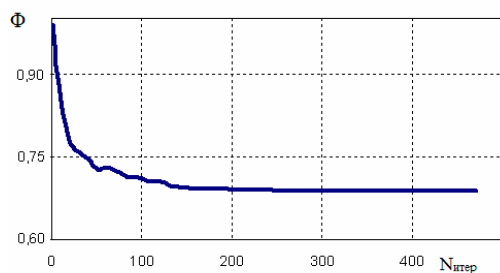
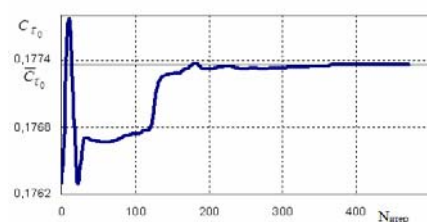
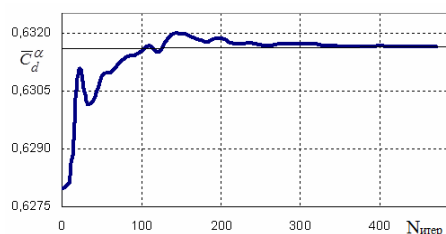


Рис. 1. Характер сходимости регуляризирующего функционала

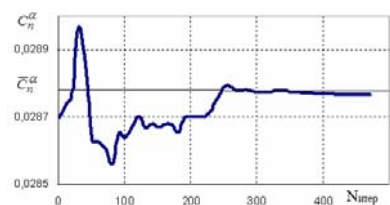


а)



б)

Рис. 2. Характер сходимости аэродинамических характеристик (а–в)



в)

Важным свойством генетического алгоритма является также его сравнительно легкая адаптация к параллельным компьютерам, дающая возможность эффективного использования современных вычислительных ресурсов.

На численных экспериментах представлены результаты исследования сходимости генетического алгоритма прямого поиска для обратной задачи оценивания аэродинамических характеристик тел на сверхзвуковых режимах обтекания (числа Маха $M=2-4$) при малых ($\alpha \leq 6^\circ$) и средних ($\alpha \leq 36^\circ$) углах атаки.

На рис. 1, 2 представлен характер сходимости регуляризирующего функционала и определяемых коэффициентов разложения АДХ. Видно, что регуляризирующий функционал (3) монотонно выходит на стационарное значение (см. рис. 1), а коэффициенты разложения АДХ сходятся к точным (номинальным) значениям (см. рис. 2).

Литература

1. Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях / Под ред. Н.А. Златина и Г.И. Мишина. М.: Наука, 1974.
2. Тихонов А.Н. О регуляризации некорректно поставленных задач // ДАН СССР. 1963. № 4. 153 с.
3. Биматов В.И. Обобщенный алгоритм решения обратной задачи траекторной баллистики // Изв. вузов. Физика. Томск. 2005. №11. С. 30–36.

ОСОБЕННОСТИ ЭКСПЛУАТАЦИИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ АППАРАТУРЫ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ТРАССЫ НА ОКОЛОЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

А.С. Дьячковский, В.В. Фарапонов, А.В. Чупашев

Описываются особенности использования измерительной аппаратуры баллистической трассы при измерении скоростей метания легких тел с околозвуковыми скоростями.

SPECIALTIES OF APPLICATION MEASURING EQUIPMENT FOR BALLISTIC ROUTE AT TRANSONIC VELOCITIES

A.S. Diachkovskiy, V.V. Faraponov, A.V. Chupashev

This article describes the specialties of application measuring equipment for ballistic route during the measurement of throw velocities of lightweight body at transonic velocities.

Целью баллистического эксперимента является определение изменения во времени линейных и угловых координат летящих моделей. Для этого трассы, на которых проводятся такие эксперименты, оснащаются регистрационной и измерительной аппаратурой [2], позволяющей производить определение кинематических параметров и времен, соответствующих моментам регистрации данных параметров. На кафедре динамики полета ФТФ ТГУ постоянно ведется работа по модернизации регистрационной и измерительной аппаратуры для баллистической трассы [3]. Особенностью кафедральной трассы можно считать методическую направленность проводимых экспериментов. Это объясняет использование в качестве метательных установок стандартных пневматических устройств с начальными скоростями до 400 м/с и длину трассы с рабочей частью 2 м.

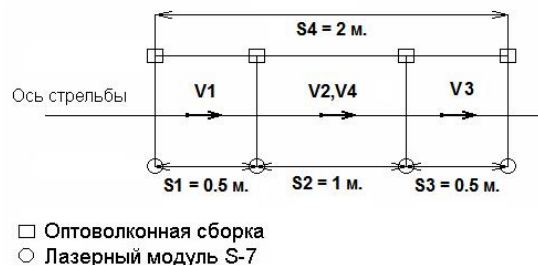


Рис. 1. Точки измерения скоростей на трассе

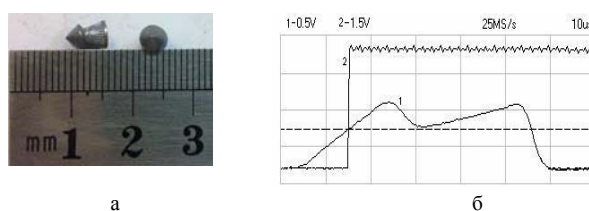
Измерительная аппаратура позволяет определить время пролета телом между 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4, 1 и 4 сечениями и вычислить соответствующие этим участкам скорости V_1 , V_2 , V_3 и V_4 (рис. 1). Очевидно, что V_2 и V_4 должны иметь одинаковое значение, так как они измеряются в одной точке траектории, но на разных базах (S_2 и S_4). Их отличие характеризует погрешность измеряемой средней скорости.

Описание принципа работы электрической схемы измерительной аппаратуры дано в [1]. Система регистрации конструктивно выполнена в виде компактного модуля (рис. 2). На лицевой панели находятся основные пользовательские компоненты, такие как индикаторы и кнопки управления. Символьный жидкокристаллический индикатор (WH2004) используется для отображения параметров настройки и результатов эксперимента. На трехрядном семисегментном индикаторе отображается текущее значение напряжения порога срабатывания регистрирующей аппаратуры, для настройки этого значения используется регулятор, находящийся непосредственно под индикатором. Также на лицевой стороне прибора, имеются два ряда клемм: верхний ряд – выходы аналоговых сигналов, нижний ряд – выходы цифровых синхронизирующих сигналов. Над парами клемм располагаются светодиодные индикаторы, сигнализирующие о наличии синхронизирующего сигнала соответствующего сечения.



Рис. 2. Общий вид модуля регистрирующей аппаратуры

Была проведена серия экспериментов с использованием в качестве метательного устройства пневматической винтовки ИЖ38С с 10 видами пуль. В проведённой серии экспериментов порог срабатывания регистрирующей аппаратуры равен 0.5 В.

Рис. 3. Фотография пули (а); б – осциллограммы аналогового сигнала от пули (1), импульса синхронизации (2) для скорости $V=139,2$ м/с.

Фотография одного из метаемых тел приведена на рис. 3, а. Осциллограмма (рис. 3, б) была получена при пролете телом четвертого блокирующего сечения, для чего использовался один из выходов аналоговых сигналов. Второй луч осциллографа фиксировал сигнал с соответствующего выхода импульса синхронизации при опорном напряжении 0,5 В.

В табл. 1 представлены некоторые результаты экспериментов. В первой графе указаны условные номера различных форм пуль, во второй графе указано количество проведенных экспериментов для данного номера пули. В 4–7-й графах указаны скорости, полученные в результате эксперимента. В следующей графе указаны значения средних скоростей. Тестовые испытания для скоростных пределов от 70 до 230 м/с показали, что относительная среднеквадратичная погрешность измерения V_{cp} не превышает 0.16 %. Значение относительного среднеквадратичного отклонения коэффициента лобового сопротивления в экспериментах не превысило 9 %.

Таблица 1

Результаты экспериментов

Форма пули	Кол-во опытов	Масса, кг*10 ⁻³	V1 _{cp} , м/с	V2 _{cp} , м/с	V3 _{cp} , м/с	V4 _{cp} , м/с	V _{cp} , м/с	Ошибка V _{cp} , %	C _{xcp}	dC _x , %
1	88	0.303	168.6	165.90	163.6	166.00	165.95	0.06	0.48	8.1
2	25	0.498	106.0	105.32	104.0	105.17	105.24	0.14	0.66	7.2
3	25	0.501	131.1	130.75	130.1	130.68	130.72	0.05	0.36	5.7
4	22	0.673	89.20	89.07	88.79	89.04	89.05	0.04	0.31	7.8
5	25	0.674	106.4	105.81	105.8	105.98	105.89	0.16	0.46	8.6

Позднее на кафедре динамики полёта была приобретена усиленная пневматическая винтовка «Natsan 125», способная обеспечить дульную скорость до 400 м/с. После проведения серии экспериментов с применением этой винтовки, при регистрации метаемого тела цифровой частью измерительной аппаратуры для скоростей выше скорости звука, фиксировалось необъяснимое изменение получаемых скоро-

стей. Для того чтобы понять причину сбоев, к клеммам выхода аналогового сигнала был подключен цифровой четырехканальный осциллограф, с целью визуализировать процесс пересечения метаемым телом сечений баллистической трассы. На рис. 4 приведена осциллограмма аналогового сигнала от пули на одном из сечений трассы. Как видно из осциллограммы рис. 4, перед метаемым телом возникает возмущение, которое является первопричиной некорректного срабатывания цифровой части измерительной аппаратуры.

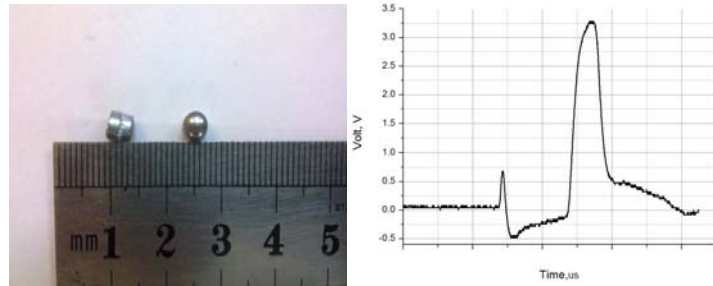


Рис. 4. Осциллограмма аналогового сигнала от пули для скорости $V=360$ м/с

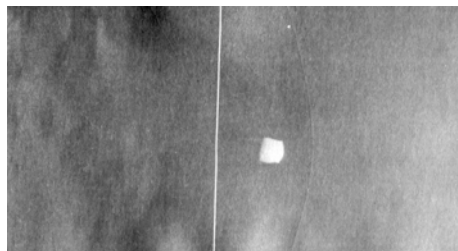


Рис. 5. Фотография метаемого тела

Для визуализации метаемого тела и вызванного им возмущения, на трассе было смонтировано одно сечение с использованием искрового источника света. Регистрация проводилась на осциллографическую бумагу.

На рис. 5 представлено тело, метаемое со сверхзвуковой скоростью, перед телом можно разглядеть ударную волну. Для околозвуковых скоростей скорость распространения ударной волны больше скорости самого тела. Поэтому чем выше номер регистрируемого сечения, тем больше удаление ударной волны от тела. Таким образом, анализ полученных фотографий показал, что возмущения, регистрируемые нами ранее на осциллограммах, возникают из-за наличия ударных волн перед телом. Для исключения срабатывания регистрационной аппаратуры от ударной волны необходимо повысить порог срабатывания регистрирующей аппаратуры. В табл. 2 приведены результаты для стандартной пули под условным номером «1» (первая строка) и утяжеленной пули той же формы (1а и 1б), полученные с уровнем порога срабатывания регистрирующей аппаратуры равным 1.1 В.

Таблица 2

Результаты срабатывания аппаратуры

Форма пули	Кол-во опытов	Масса, кг*10 ⁻³	V1 _{ср} , м/с	V2 _{ср} , м/с	V3 _{ср} , м/с	V4 _{ср} , м/с	V _{ср} , м/с	Ошибка V _{ср} , %	C _{xср}	dC _x , %
1	10	0,3248	370,4	361,7	349,5	361,7	361,7	0,07	1,322	9,1
1.а	5	0,526	319,6	314,8	310,2	314,8	314,8	0,05	1,106	10,2
1.б	5	0,593	301,2	297,8	294,6	297,8	297,8	0,04	0,928	8,7

Литература

1. Дьячковский А.С., Фарапонов В.В., Чупашев А.В. Регистрационная аппаратура для баллистической трассы // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: матер. ВНК. Томск: Изд-во ТГУ, 2011. С. 152–153.
2. Костров А.В. Измерения и идентификация движения. М.: МО СССР, 1986. 394 с.
3. Дьячковский А.С., Фарапонов В.В. Измерение скорости центра масс тела на короткой базе // Современная баллистика и смежные вопросы механики: матер. ВНК, Томск: Изд-во Том. ун-та, 2010. С. 77–78.

**ОСОБЕННОСТИ ОРБИТАЛЬНОЙ ДИНАМИКИ СОВОКУПНОСТИ
НЕУПРАВЛЯЕМЫХ ОБЪЕКТОВ ГЕОСТАЦИОНАРНОЙ ЗОНЫ****А.Г. Александрова**

Дано краткое описание алгоритма для выявления опасных сближений неуправляемых объектов геостационарной зоны и его применения на основе данных 11-го издания каталога ESA. Приведены результаты MEGNO-анализа динамической эволюции объектов каталога.

**FEATURES OF ORBITAL DYNAMICS OF UNCONTROLLED
GEOSTATIONARY OBJECTS****A.G. Aleksandrova**

Description of the algorithm for the identification of dangerous approaches to uncontrolled geostationary objects and its application based on the 11-th edition of the catalog ESA are given. The results of MEGNO-analysis of dynamical evolution of the same objects are described.

По данным службы контроля космического пространства NASA (<http://www.nasa.gov>), в околоземном пространстве на сегодня находится около 22000 объектов искусственного происхождения размером от 10 см и более, каталогизировано 15855 объектов, только 6% из них – действующие космические аппараты (КА), а все остальное – космический мусор: 24% приходится на нефункционирующие КА, 17% – верхние ступени ракет носителей, 40% – фрагменты и 13% – космический мусор, связанный с миссиями КА. Околоземное пространство засорено настолько, что велика вероятность столкновения космического мусора с действующими КА и между собой. Особый интерес, с точки зрения исследования динамической эволюции космического мусора, представляет геостационарная зона (или зона ГСО), поскольку в ней отсутствует эффективный механизм самоочистки и есть тенденция к возникновению хаоса.

Выявление опасных сближений неуправляемых объектов геостационарной зоны. Построено программно-математическое обеспечение для выявления опасных сближений объектов космического мусора [1], состоящее из трех блоков:

1) выявление тесных сближений объектов космического мусора путем прогнозирования движения совокупности всех исследуемых объектов с вычислением взаимных расстояний между ними;

2) аппроксимация доверительных областей движения граничной поверхностью доверительного эллипсоида и исследование их динамической эволюции до момента сближения;

3) построение областей возможных движений классическим методом с заполнением всей доверительной области и оценка вероятности столкновения.

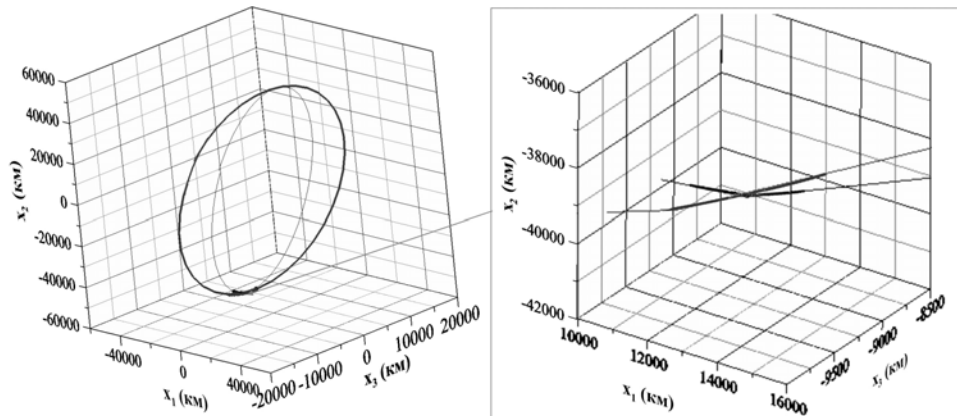


Рис. 1. Вероятностные области для КА Cosmos 2133 и Raduga 10

Алгоритм был промоделирован на основе данных 11-го издания каталога ESA «Classification of Geosynchronous Objects». Для оценки сближения объектов геостационарной зоны между собой был выполнен прогноз движения на интервале времени 10 лет. Выявлены сближения на расстояние менее 100 км, их оказалось 514556, 30125 сближений на расстояние менее 20 км и 12274 – на расстояние менее 10 км, что считается крайне опасным. В случае сближений менее 100 м были построены доверительные области для сближающихся объектов и прослежена их динамическая эволюция до момента наиболее тесного сближения. Для примера рассмотрим вариант сближения КА Cosmos 2133 и Raduga 10 (рис. 1), на момент сближения идет пересечение областей возможных движений, что говорит о возможности столкновения. Сплошными линиями показаны траектории номинальных орбит КА Cosmos 2133 (черные линии) и Raduga 10 (серые линии), точками – соответствующие им области возможных движений на момент пересечения областей. Вероятность столкновения оказалась низкой $P = 8 \cdot 10^{-6}$.

MEGNO – анализ особенностей динамики объектов каталога. Рассмотрим полученные нами результаты MEGNO-анализа совокупности объектов каталога ESA [2]. Попадание объекта в зоны стохастичности приводит к непредсказуемому изменению его орбиты, что создает возможность появления орбит, приводящих к столкновениям объектов.

Пример орбитальной эволюции неустойчивого объекта показан на рис. 2. Черным и серым цветом на данном рисунке показана эволюция параметров орбит двух очень близких в начальный момент времени объектов ($\Delta \mathbf{x}(t_0) = 10^{-6}$ км, $\Delta \dot{\mathbf{x}}(t_0) = 10^{-9}$ км/с). На графике видно, что столь малое отклонение начального вектора-состояния объекта приводит к различному поведению орбит под действием возмущений. Очевидно, что такая сложная динамика объектов, отпущенных или образовавшихся в окрестности неустойчивой точки либрации, создает постоянную опасность сближений и столкновений и требует, возможно, более полного контроля. Следовательно, очень важно знать тип движения объекта.

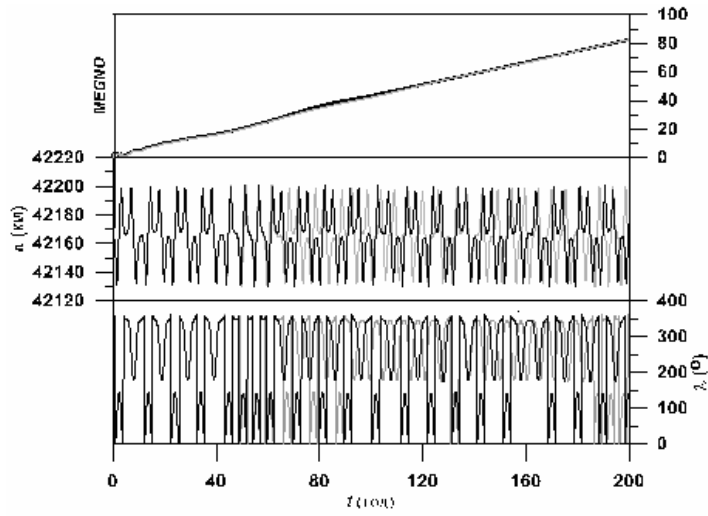
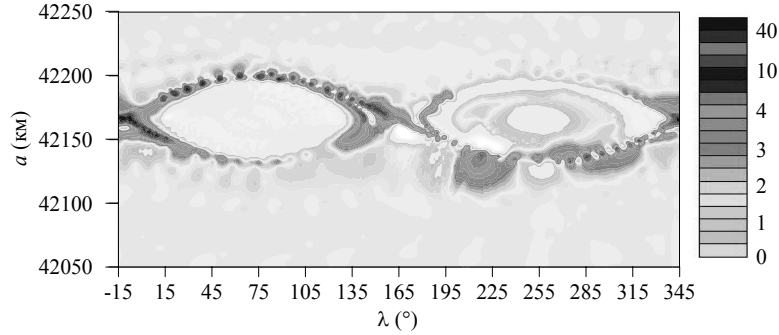
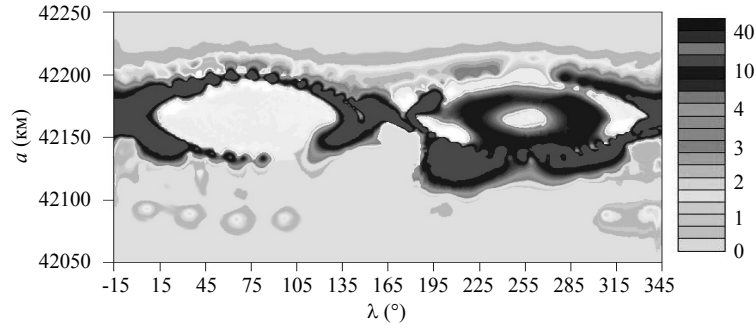


Рис. 2. Эволюция показателя MEGNO и параметров объектов с неустойчивым типом движения на интервале времени 10 лет

На рис. 3 показано значение усредненного параметра MEGNO для всех неуправляемых на 1 января 2009 г. КА геостационарной зоны, приведенных в каталоге ESA «Classification of Geosynchronous Objects», на интервалах времени 30 и 200 лет. На графиках хорошо видно, что со временем все большее количество КА оказывается на неустойчивых орбитах. И если на интервале времени 30 лет неустойчивых объектов относительно немного, то через 200 лет их число возрастает в несколько раз.



а) На интервале времени 30 лет



а) На интервале времени 100 лет

Рис. 3. Усредненный параметр MEGNO для объектов каталога ESA

Таким образом, приведенные результаты исследования долговременной орбитальной эволюции всей совокупности объектов каталога ESA «Classification of Geosynchronous Objects» показывают, что используемые алгоритмы и программно-математическое обеспечение позволяют выявлять тесные сближения, оценивать вероятность столкновений, а также выявлять области хаотичности движения.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проекты № 11-02-00918-а).

Литература

1. Бордовицына Т.В., Александрова А.Г., Чувашов И.Н. Численное моделирование динамики околоземных космических объектов искусственного происхождения с использованием параллельных вычислений // Вестник Том. гос. ун-та. Математика и механика. 2011. № 4(16). С. 34–48
2. Александрова А.Г., Чувашов И.Н., Бордовицына Т.В. MEGNO-анализ орбитальной эволюции объектов зоны ГЕО // Изв. вузов. Физика. 2011. № 6/2. С. 47–54.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПАСНЫХ ТЕСНЫХ СБЛИЖЕНИЙ АСЗ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ РЕЗОНАНСНОГО ВОЗВРАТА

М.С. Амосов

Данная работа посвящена исследованию динамики движения нескольких малых тел Солнечной системы – астероидов, сближающихся с Землей (АСЗ). На основе расширенной теории резонансного возврата Эпика выполнен расчет вероятности столкновения астероидов 99942 Apophis, 2001 WN5 и 2007 YV56 с Землей и определение возможных размеров их замочных скважин.

MODELING OF HAZARDOUS CLOSE APPROACHES OF NEAS ON THE BASIS OF THE THEORY OF RESONANT RETURNS¹

M.S. Amosov

The present paper researches the dynamics of motion of small bodies in the Solar System – near-Earth asteroids (NEAs). The probability of collision of the asteroids 99942 Apophis, 2001 WN5 and 2007 YV56 with the Earth, and possible values of their keyholes, were calculated on the basis of the extended Öpik's theory of resonant returns.

Построение орбит АСЗ является важным направлением в исследованиях астероидов Солнечной системы, поскольку эти объекты могут нести непосредственную угрозу нашей планете. Среди них можно выделить группу астероидов, находящихся в орбитальном резонансе с какой-нибудь большой планетой. Как известно, устойчивый орбитальный резонанс сохраняет геометрическую конфигурацию «малое тело – планета». Термин «резонансный возврат» [1] определяет тесное сближение или даже столкновение планеты и астероида, параметры которого могут быть вычислены по результатам предыдущего тесного сближения, если объекты находятся в резонансе или попали в орбитальный резонанс после сближения. Для каждого из тесных сближений можно вычислить так называемую замочную скважину [2] – сравнительно малую область в околопланетном пространстве, суть которой состоит в том, что если астероид в своем движении около планеты пройдет через данную область, то это гарантирует возможность тесного сближения или даже столкновения с планетой при последующем возвращении.

В теории резонансного возврата Эпика [2] предполагается, что вне сферы действия планеты ее притяжением можно пренебречь, поэтому движение тела совершается по эллиптической гелиоцентрической орбите. Внутри сферы действия пренебрегают влиянием Солнца, в силу чего планетоцентрической орбитой тела является гипербола. В теории используются три системы координат: гелиоцентрическая эклиптическая, планетоцентрическая прямоугольная система (X, Y, Z), в которой ось Y совпадает с направлением движения планеты, а Солнце находится на отрица-

тельном направлении оси X , и планетоцентрическая система координат (ξ, η, ζ) , связанная с плоскостью цели. Плоскость цели проходит через центр планеты перпендикулярно к вектору планетоцентрической скорости \mathbf{U} . В системе координат (X, Y, Z) вектор \mathbf{U} определяется с помощью углов θ и φ , где θ – угол между вектором \mathbf{U} и осью Y , а φ – угол между плоскостью орбиты планеты и плоскостью цели. В планетоцентрической системе координат (ξ, η, ζ) координаты ξ и ζ лежат на плоскости цели, ось η направлена вдоль вектора \mathbf{U} , ось ζ направлена вдоль вектора гелиоцентрической скорости планеты в противоположную сторону, а ось ξ завершает правостороннюю систему координат и перпендикулярна гелиоцентрической скорости планеты (рис. 1).

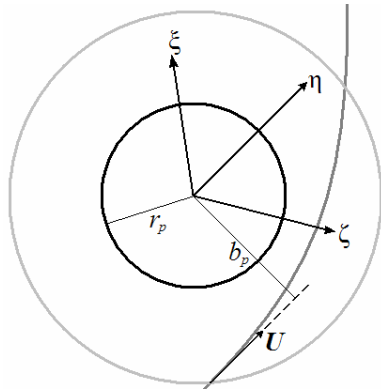


Рис. 1. Система координат и геометрия сближения астероида с планетой в теории Эпика. Здесь r_p – радиус планеты и b_p – прицельное расстояние (расстояние асимптоты гиперболической орбиты от центра планеты [2])

Для решения задачи прогнозирования последующих сближений по результатам предыдущих, вычисления замочной скважины и вероятности столкновения астероида с планетой был составлен алгоритм расширенной теории Эпика и написана соответствующая программа на языке программирования Delphi 7. Ниже представлено краткое описание алгоритма решения поставленных задач.

Вначале выполняется переход от гелиоцентрических эллиптических кеплеровских элементов орбиты $(a, e, i, \omega, \Omega, M)$ в момент t сближения с планетой к параметрам вектора состояния $(U, \theta, \varphi, \zeta, \xi, t)$ в системе координат, связанной с плоскостью цели, по следующим формулам:

$$U = \sqrt{3 - a^{-1} - 2\sqrt{a(1-e^2)} \cos i},$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{2 - a^{-1} - a(1-e^2) \cos^2 i}}{\sqrt{3 - a^{-1} - 2\sqrt{a(1-e^2)} \cos i}}, \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{a(1-e^2)} \cos i - 1}{\sqrt{3 - a^{-1} - 2\sqrt{a(1-e^2)} \cos i}},$$

$$\sin \varphi = \pm \frac{\sqrt{2 - a^{-1} - a(1-e^2)}}{\sqrt{2 - a^{-1} - a(1-e^2) \cos^2 i}}, \quad \cos \varphi = \pm \frac{\sqrt{a(1-e^2)} \cos i - 1}{\sqrt{2 - a^{-1} - a(1-e^2) \cos^2 i}},$$

$$\xi = X_0 \cos \varphi - Z_0 \sin \varphi,$$

$$\zeta = (X_0 \sin \varphi + Z_0 \cos \varphi) \cos \theta - Y_0 \sin \theta,$$

где (X_0, Y_0, Z_0) – планетоцентрические прямоугольные координаты астероида в момент сближения t .

$$\begin{aligned} X_0 &= \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos f} - 1, \\ Y_0 &= \Omega - \lambda_p + \arctan[\cos i \tan(\omega + f)], \\ Z_0 &= \sin i \sin(\omega + f). \end{aligned}$$

Здесь f – истинная аномалия астероида; λ_p – долгота планеты в момент сближения t .

Далее можно определить минимальное расстояние между орбитами в их пересечении (MOID) [2]

$$\text{MOID} = |X_0 \cos \varphi|.$$

Вероятность столкновения астероида при его следующем сближении с планетой определяется по формуле [3]

$$p = \frac{b_p^2}{\pi \sqrt{a^3} \sin i \sin \theta |\sin \varphi|},$$

где b_p – прицельное расстояние для планеты радиуса r_p и массы m_p :

$$b_p = \sqrt{r_p^2 + \frac{2m_p r_p}{U^2}}.$$

После этого на основе полученных выше параметров производится вычисление компонент вектора состояния (U'' , θ'' , φ'' , ζ'' , ξ'' , t'') астероида при его следующем сближении с планетой:

$$U'' = U,$$

$$\theta'' = \arccos \frac{(b^2 - c^2) \cos \theta + 2c\zeta \sin \theta}{b^2 + c^2} = \arcsin \frac{\sqrt{\Lambda^2 + 4c^2\xi^2}}{b^2 + c^2},$$

$$\varphi'' = \arccos \frac{\Lambda \cos \varphi + 2c\xi \sin \theta}{\sqrt{\Lambda^2 + 4c^2\xi^2}} = \arcsin \frac{\Lambda \sin \varphi - 2c\xi \cos \theta}{\sqrt{\Lambda^2 + 4c^2\xi^2}},$$

$$\xi'' = \arccos \frac{(b^2 + c^2) \sin \theta}{\sqrt{\Lambda^2 + 4c^2\xi^2}},$$

$$\zeta'' = \arccos \frac{(b^2 + c^2)\zeta \sin \theta - 2b^2c \cos \theta}{\sqrt{\Lambda^2 + 4c^2\xi^2}} - \left(\text{mod} \left[2\pi h \sqrt{a'^3} + \pi, 2\pi \right] - \pi \right) \sin \theta'',$$

$$t'' = t + \frac{2c \left[\xi \sin \varphi (2\zeta \cos \theta - \xi \tan \varphi) - \cos \varphi (\xi^2 \sin^2 \theta + \zeta^2) \right]}{U \sin \theta [\Lambda \cos \varphi + 2c\xi \sin \varphi]} + 2\pi h \sqrt{a'^3},$$

где h – количество оборотов малого тела между сближениями, $b = \sqrt{\xi^2 + \zeta^2}$,

$$a' = \frac{b^2 + c^2}{(b^2 + c^2)(1 - U^2) - 2U[(b^2 - c^2)\cos\theta + 2\zeta\sin\theta]},$$

$$\Lambda = (b^2 - c^2)\sin\theta - 2c\zeta\cos\theta.$$

Затем выполняется оценка размеров замочной скважины. На основе параметров опорной орбиты и их вероятных ошибок (далее параметры этой орбиты обозначаются с индексом 1) было выбрано 100 виртуальных астероидов (параметры этих орбит обозначаются с индексом i , $i=1, \dots, 100$). Сначала вычисляются отображения точек (ξ_1, ζ_1) и (ξ_i, ζ_i) в плоскости цели первого сближения на плоскость цели второго сближения по изложенному выше алгоритму, причем $\xi_1 = \xi_i$ и $\xi_1'' = 0$. Затем проверяются два условия: $\zeta_1''\zeta_i'' < 0$ и $|\xi_i''| < b_p$, выполнение которых обеспечивает столкновение соответствующего виртуального астероида (с индексом i) с планетой. При этом перед изображением точки с координатами $(\xi_i'', \sqrt{b_p^2 - \xi_i''^2})$ на плоскости цели второго сближения в момент t'' является точка с координатами $(\xi_i, \sqrt{b_p^2 - \xi_i''^2} / (\partial\zeta'' / \partial\zeta))$ на плоскости цели первого сближения в момент t .

Таким образом, по параметрам $(U'', \theta'', \varphi'', \zeta'', \xi'', t'')$ следующего сближения можно вычислить координаты (ζ, ξ) точек на плоскости цели первого сближения в момент t , таких что соответствующие им астероиды столкнутся с планетой. Совокупность этих точек образует на плоскости цели область, называемую замочной скважиной.

Данный алгоритм и программа были опробованы на примере астероида 99942 Apophis и применены к определению вероятности столкновения с Землей AC3 2001 WN5 и 2007 YV56. Результаты представлены в таблице. Для астероида Apophis в качестве сравнения приведены результаты, полученные другими исследователями [1, 4, 5]. Для двух других астероидов данных о приведенных в таблице параметрах в литературных источниках не найдено. Начальные параметры и их средние ошибки для исследуемых объектов были взяты в работе [4].

Результаты применения программы

Астероид (дата тесного сближения)	99942 Apophis (13 апреля 2029 г.)		2001 WN5 (26 июня 2028 г.)	2007 YV56 (2 января 2101 г.)
	Вычисленные значения	Значения сравнения		
MOID, а.е.	0,000558	0,000551 [4]	0,000295	0,00263
Замочная скважина, км	0,728	0,61 [1]	0,674	0,696
Вероятность столкновения	$4,15 \cdot 10^{-6}$	$7,40 \cdot 10^{-6}$ [5]	$5,57 \cdot 10^{-6}$	$1,085 \cdot 10^{-5}$

Как видно из таблицы, приведенные для Апофиса данные показывают хорошее согласие с результатами, полученными другими авторами.

Таким образом, создано программно-алгоритмическое обеспечение для решения следующих задач: нахождение минимального расстояния между орбитами в их пересечении (MOID), определение размеров замочной скважины и вероятности столкновения АСЗ с Землей. Программа оттестирована на примере астероида 99942 Апофис, который в настоящее время находится под пристальным вниманием других исследователей из-за предстоящего в 2029 г. очень тесного сближения с Землей. Также данный алгоритм применен для других АСЗ. Достоверность полученных результатов подтверждается хорошим согласием с результатами других авторов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг., Госконтракт П882 от 26 мая 2010 г.

Литература

1. Chesley S.R. Potential impact detection for near-Earth asteroids: The case of 99942 Apophis (2004 MN4) // Asteroids, Comets, Meteors: Proc. IAU Symp. 229th / Ets Lazzaro D., Ferraz-Mello S., Fernandes J.A. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2006. P. 215–228.
2. Valsecchi G.B., Milani A., Gronchi, G.-F., Chesley S.R. Resonant returns to close approaches: analytical theory // Astron. Astrophys. 2003. P. 1179–1196.
3. Valsecchi G.B., Rossi A., Milani, A., Chesley, S.R. Collision probability: a new analytical derivation // American Institute of Physics. 2010. P. 231–328.
4. Развитие методов моделирования и прогнозирования опасных тесных сближений объектов космического мусора и астероидов с Землей и космическими аппаратами: Научно-технический отчет по первому этапу Государственного контракта № П882 от 26 мая 2010 г. в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы. 2011. Инв. № 533799. 84 с.
5. Near Earth Object Program. Sentry Risk Table (last updated: 09.04.2012) // National Aeronautics and Space Administration. URL: <http://neo.jpl.nasa.gov/risk/> (дата обращения: 10.04.2012).

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАДАРНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ПРИ УЛУЧШЕНИИ ОРБИТ АСТЕРОИДОВ

А.П. Батурин, Д.Б. Антонов

Рассматривается задача улучшения орбит астероидов по данным радарных и угловых наблюдений. Для ряда реальных задач улучшения астероидных орбит показывается, что использование радарных наблюдений может заметно повысить точность улучшаемой орбиты.

USE OF RADAR OBSERVATIONS FOR ASTEROID ORBITS DETERMINATION

A.P. Baturin, D.B. Antonov

The problem of asteroid orbit determination using both radar and angular observations has been considered. Several real asteroid's orbits determinations have been indicated an appreciable increase of determined orbits' accuracy due to the use of radar observations.

В настоящее время число радарных наблюдений астероидов по сравнению с числом их угловых наблюдений не слишком велико, что связано с трудностью выполнения радарных наблюдений для объектов, находящихся далеко от Земли. Поэтому радарные наблюдения производятся, как правило, лишь для объектов, сближающихся с Землей, во время их прохождения вблизи от нее. Однако относительная точность радарных наблюдений выше точности угловых, что увеличивает их роль при улучшении орбит астероидов. В настоящей работе производится улучшение орбит ряда астероидов по данным угловых, радарных, а также обоих видов наблюдений вместе и сравнивается точность полученных орбит.

Существует два вида радарных наблюдений астероидов, выполняемых в настоящее время: во-первых, это измерения временной задержки сигнала, распространяющегося от излучателя до астероида и обратно к приемнику, и, во-вторых, измерения доплеровского сдвига частоты принимаемого сигнала. Наблюдения первого вида позволяют измерить расстояние до астероида, второго – его лучевую скорость. Наблюдения обоих видов выполняются как одновременно, так и по отдельности. В настоящей работе использованы наблюдения астероидов 1998 FH12, 1999 RR28 и 2004 DC, опубликованные на сайте [1] Центра малых планет.

Задачу улучшения орбиты методом наименьших квадратов можно сформулировать как задачу минимизации взвешенной суммы трех целевых функций:

$$S = p_1 S_1 + p_2 S_2 + p_3 S_3, \quad (1)$$

где $S_1 = \sum_{i=1}^N (\Delta \alpha_i^2 \cos^2 \delta_i^{(O)} + \Delta \delta_i^2)$ – сумма квадратов невязок угловых наблюдений, причем $\Delta \alpha_i = \alpha_i(\mathbf{q}) - \alpha_i^{(O)}$, $\Delta \delta_i = \delta_i(\mathbf{q}) - \delta_i^{(O)}$ – разности вычисленных и измеренных прямых восхождений и склонений астероида соответственно, N – число угловых наблюдений; $S_2 = \sum_{i=1}^{N_\tau} \Delta \tau_i^2$ – сумма квадратов разностей вычисленных и измеренных временных задержек $\Delta \tau_i = \tau_i(\mathbf{q}) - \tau_i^{(O)}$; N_τ – число измеренных временных задержек; $S_3 = \sum_{i=1}^{N_f} \Delta f_i^2$ – сумма квадратов разностей вычисленных и измеренных доплеровских сдвигов частоты $\Delta f_i = \Delta \nu_i(\mathbf{q}) - \Delta \nu_i^{(O)}$; N_f – число измеренных сдвигов; $\mathbf{q} = (x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) = (q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6)$ – вектор улучшаемых начальных параметров орбиты; p_1, p_2, p_3 – весовые коэффициенты, вводимые для уравнивания различных единиц измерения в суммах S_1, S_2 и S_3 .

Условием минимума (1) является равенство нулю частных производных от функции S по улучшаемым начальным параметрам:

$$F_j = \frac{\partial S}{\partial q_j} = p_1 \frac{\partial S_1}{\partial q_j} + p_2 \frac{\partial S_2}{\partial q_j} + p_3 \frac{\partial S_3}{\partial q_j} = 0 \quad (j = 1, \dots, 6). \quad (2)$$

Полученная система нелинейных уравнений решается с помощью итерационного метода Ньютона–Рафсона [2].

Формулы для вычисления временной задержки $\tau(\mathbf{q})$, доплеровского сдвига частоты $\Delta \nu(\mathbf{q})$, а также их производных по начальным параметрам были выведены авторами самостоятельно, кроме того, они приводятся с рядом опечаток в работе [3]. Выражение для временной задержки сигнала имеет вид

$$\tau(\mathbf{q}) = \tau_{\text{отр}}(\mathbf{q}) + \tau_{\text{пр}}(\mathbf{q}), \quad (3)$$

где $\tau_{\text{отр}}$ – время распространения сигнала от излучателя до астероида (до отражения); $\tau_{\text{пр}}$ – время распространения отраженного сигнала до приемника. Вычисляются $\tau_{\text{отр}}$ и $\tau_{\text{пр}}$ итерационным образом по формулам

$$\begin{cases} \tau_{\text{отр}}^{(0)} = \frac{1}{c} |\mathbf{r}(\mathbf{q}, t) - \mathbf{r}_{\text{изл}}(t)|, \\ \rho_{\text{отр}} = |\mathbf{r}(\mathbf{q}, t + \tau_{\text{отр}}^{(s)}) - \mathbf{r}_{\text{изл}}(t)|, \\ \tau_{\text{отр}}^{(s+1)} = \frac{\rho_{\text{отр}}}{c}, \end{cases} \quad \begin{cases} \tau_{\text{пр}}^{(0)} = \frac{1}{c} |\mathbf{r}_{\text{пр}}(t + \tau_{\text{отр}}) - \mathbf{r}(\mathbf{q}, t + \tau_{\text{отр}})|, \\ \rho_{\text{пр}} = |\mathbf{r}_{\text{пр}}(t + \tau_{\text{отр}} + \tau_{\text{пр}}^{(s)}) - \mathbf{r}(\mathbf{q}, t + \tau_{\text{отр}})|, \\ \tau_{\text{пр}}^{(s+1)} = \frac{\rho_{\text{пр}}}{c}, \end{cases} \quad (4)$$

где $\mathbf{r}(\mathbf{q}, t)$ – вектор положения астероида в момент t излучения сигнала; $\mathbf{r}_{\text{изл}}$ и $\mathbf{r}_{\text{пр}}$ – векторы положения излучателя и приемника соответственно; c – скорость света; s – номер итерации.

Доплеровский сдвиг частоты вычисляется по формуле

$$\Delta \nu(\mathbf{q}) = -\frac{\nu_{\text{изл}}}{c} \left(\dot{\rho}_{\text{отр}} + \dot{\rho}_{\text{пр}} - \frac{\dot{\rho}_{\text{отр}} \dot{\rho}_{\text{пр}}}{c} \right), \quad (5)$$

где $\nu_{\text{изл}}$ – частота излучаемого сигнала.

В качестве модели движения астероидов использовалась возмущенная задача двух тел с учетом возмущений от девяти планет и Луны, координаты которых при численном интегрировании уравнений движения извлекались из эфемерид DE422 [4]. Для численного интегрирования использовался метод Эверхарта 27 порядка с переменным шагом, все расчеты выполнялись с 34-значной десятичной разрядностью.

Весовые коэффициенты p_1, p_2, p_3 задавались как величины, обратные к среднеквадратическим ошибкам представления наблюдений соответствующего вида (угловых, временных задержек или доплеровских сдвигов):

$$p_1 = N / S_1, \quad p_2 = N_r / S_2, \quad p_3 = N_f / S_3. \quad (6)$$

Ввиду того, что число радарных наблюдений, как правило, невелико и расположены они на короткой дуге наблюдаемости L в несколько суток, из всего массива угловых наблюдений, охватывающих несколько лет, были выбраны наблюдения, расположенные приблизительно на том же интервале, что и радарные. Таких наблюдений для рассматриваемых астероидов оказалось больше десяти, в то время как радарных – около шести-семи. Предварительно для каждого астероида было проведено улучшение орбиты по всем угловым наблюдениям, т.е. по мерному интервалу в несколько лет. Полученные в результате начальные параметры орбит \mathbf{q}_7 рассматривались как «точные» и использовались в качестве эталона при оценивании точности параметров, полученных по короткой дуге.

Варианты улучшения орбиты

Астероид	1998 FH12		1999 RR28		2004 DC	
L , сут.	2		7		5	
N	17		155		11	
N_r	7		6		7	
N_f	2		1		1	
Вариант	dr, a.e.	dv, a.e./сут	dr, a.e.	dv, a.e./сут	dr, a.e.	dv, a.e./сут
1	$5,2 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$4,1 \cdot 10^{-4}$	$6,1 \cdot 10^{-5}$	$9,0 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-5}$
2	$2,2 \cdot 10^{-4}$	$7,1 \cdot 10^{-5}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$7,5 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-5}$
3	$2,2 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$4,0 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-5}$
4	$1,3 \cdot 10^{-5}$	$2,9 \cdot 10^{-6}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$1,6 \cdot 10^{-6}$	$3,6 \cdot 10^{-6}$	$5,3 \cdot 10^{-7}$
5	$1,3 \cdot 10^{-5}$	$2,9 \cdot 10^{-6}$	$2,8 \cdot 10^{-5}$	$4,3 \cdot 10^{-6}$	$5,2 \cdot 10^{-6}$	$5,6 \cdot 10^{-7}$
6	$1,5 \cdot 10^{-6}$	$7,2 \cdot 10^{-7}$	$8,8 \cdot 10^{-6}$	$1,7 \cdot 10^{-6}$	$4,7 \cdot 10^{-6}$	$5,5 \cdot 10^{-7}$

Для каждого астероида было выполнено несколько вариантов улучшения орбиты по указанной короткой дуге: 1) только по угловым наблюдениям; 2) только по радарным наблюдениям обоих видов; 3) только по временным задержкам; 4) по угловым и радарным наблюдениям обоих видов; 5) по угловым наблюдениям и доплеровским сдвигам; 6) по угловым наблюдениям и временным задержкам. Результаты приведены в табл. 1.

Приведенные в таблице значения dg и dv представляют собой модули разностей улучшенных векторов начальных параметров и «точного» вектора \mathbf{q}_T , вычисленные соответственно по координатам и скоростям.

Как видно из таблицы, улучшение орбиты только по угловым и только по радарным наблюдениям (варианты 1 и 2) для объектов 1998 FH12 и 2004 DC дает примерно одинаковые по точности результаты (по радарным наблюдениям точность немного выше). Для объекта 1999 RR28, наоборот, точность выше в варианте 1, что объясняется большим числом (155) использованных угловых наблюдений. Точность улучшения только по временным задержкам (вариант 3) оказалась примерно равной точности в варианте 2, что связано с малым числом N_f использованных при улучшении доплеровских сдвигов. Наибольшая точность достигается в вариантах 4, 5 и 6, т.е. когда радарные наблюдения используются совместно с угловыми. Среди этих вариантов в целом наиболее точным является вариант 6, когда вместе с угловыми наблюдениями используются только временные задержки, однако для объекта 2004 DC немного точнее вариант 4, использующий все виды наблюдений.

В результате исследования экспериментально подтверждено повышение точности определения орбит астероидов благодаря использованию радарных наблюдений. Как видно из таблицы, это повышение составляет от одного до двух порядков. Однако вопрос о его величине требует дальнейших исследований для различных объектов, отличающихся составом радарных наблюдений, а также их распределением во времени.

Проведенное исследование является первым пробным подходом к использованию радарных наблюдений при улучшении орбит, поэтому в ходе него возник ряд вопросов, связанных главным образом со способами назначения весов p_1, p_2, p_3 в выражении (1). Возможны несколько способов их назначения, которые требуют дальнейших исследований.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, код проекта 12-02-00220-а.

Литература

1. <http://www.minorplanetcenter.net/iau/ECS/MPCAT-OBS/MPCAT-OBS.html>
2. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. М.: Мир, 1975. 560 с.
3. Yeomans D.K. et al. Asteroid and Comet Orbits Using Radar Data // The Astronomical Journal. 1992. Vol. 103, №1. P. 303–317.
4. <ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets/Linux/de422>.

ПРИКЛАДНАЯ ПРОГРАММНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ОРБИТАЛЬНОЙ ЭВОЛЮЦИИ АСТЕРОИДОВ

Д.А. Белей, Т.Ю. Галушина

Рассматривается проблема визуализации вероятностной орбитальной эволюции астероидов. Описываются первая версия программного модуля «SolarSuit», его функционал, возможности по визуализации и основные направления развития системы.

APPLIED SOFTWARE SYSTEM FOR THE VISUALIZATION OF PROBABILITY ORBITAL EVOLUTION OF ASTEROIDS

D.A. Beley, T.Yu. Galushina

The problem of visualization of the probability orbital evolution of asteroids has been considered in the paper. The first version of software module «SolarSuit» has been described. Its functionality, ability to visualize and main directions of development of the system have been discussed.

Введение. Задача визуализации вероятностной орбитальной эволюции астероидов напрямую связана с проблемой астероидной опасности. В настоящее время известно около 8500 астероидов, сближающихся с Землей (АСЗ), среди них около 1000 имеют диаметр больше 1 км (<http://neo.jpl.nasa.gov>). Кроме того, каждый год открывается все больше и больше новых объектов.

С одной стороны, вследствие реальности проблемы астероидной опасности изучение таких астероидов и их орбитальной эволюции имеет огромное значение для мирового сообщества. С другой стороны, очень важна популяризация этой проблемы. По этому принципу можно разделить и программное обеспечение: одни программы отображают лишь примерные модели, в рамках которых можно получить общее представление о телах Солнечной системы, другие программы предназначены для научной деятельности и требуют углубленного изучения той или иной темы перед их использованием.

Рассмотрим различные программы по визуализации движения астероидов в Солнечной системе. В настоящее время существует много модулей, позволяющих визуализировать динамику планет, спутников, астероидов. По своему исполнению все приложения можно условно разделить на две группы: первая – это приложения, открываемые в браузере, они построены на flash-технологии, большинство из них способно отражать только планеты Солнечной системы. Наиболее проработанные приложения позволяют перемещаться в 3D-пространстве и способны отражать достаточно точно небесную сферу. Вторая группа – это исполняемые файлы, их необходимо предварительно установить на ПК. В основном функционал таких приложений также ограничивается простым отображением планет и, возможно, некоторых довольно популярных астероидов.

Одно из лучших решений относится к первой группе – это приложение от разработчиков NASA «Eyes on The Solar System» (<http://solarsystem.nasa.gov/eyes/>). Модель построена в среде разработки игр Unity3D. Такой выбор помог NASA представить богатый функционал и красивое изображение прямо на сайте. Программа позволяет просматривать планеты Солнечной системы, их спутники и большое число астероидов, а также орбиты этих объектов. Визуализация сделана в 3D-пространстве и на каждый объект программа имеет трёхмерную модель. Возможны управление скоростью, переход на дату, расширенное управление наблюдателем, привязка к конкретному телу, либо режим свободного полёта. Модель проработана как с визуальной точки зрения, так и с технической, однако требует быстрого широкополосного Интернета и хорошей скорости браузера. Кроме того, для

астероида (99942) Апофис орбита отображается только до 2014 г., затем он исчезает из визуализации и снова появляется лишь в 2028 г., чтобы вновь исчезнуть в 2031 г. Кроме того, программа ориентирована на презентационный функционал и неизвестно, какие модели она использует, можно просматривать только расчёты NASA.

Очень важным моментом при визуализации также является точность. Известно, что начальные данные из наблюдений определяются неточно. Наиболее распространённым способом учёта ошибок начальных данных является исследование вероятностной орбитальной эволюции. При этом в начальной вероятностной области выбирается некоторое множество тестовых частиц и путём численного интегрирования исследуется их эволюция со временем [1].

Таким образом, для прогнозирования поведения астероида нам недостаточно знать только наиболее вероятное положение, нам также нужно изучать эволюцию его вероятностной области со временем. В результате исследования ряда программ, направленных на визуализацию, выяснилось, что ни одна из них не обладает функционалом, отражающим вероятностную область астероида, ни одна программа не допускает добавление объектов, рассчитанных при помощи собственных моделей.

Интерфейс системы «SolarSuit». Именно для задач подобной визуализации нами разрабатывается система «SolarSuit». Программа приближена к функционалу «Eyes on the Solar System» от NASA, но адаптирована под необходимые нам задачи.

Прежде всего система позволяет визуализировать:

- движение планет Солнечной системы в 3D-пространстве;
- движение астероида и изменение его траектории по исходным данным;
- эволюцию вероятностной области данного астероида.

Интерфейс (рис. 1) стремится к интуитивно понятным обозначениям и расположению. Основной экран включает в себя блок управления временем анимации (*a*), блок управления фокусом камеры (*b*), кнопку добавления объектов (*c*), блок управления проекциями (*d*), а также кнопки, дублирующие нажатие клавиш управления камерой (*e*). Все основные и часто употребляемые элементы управления вынесены на главный экран и сделаны таким образом, чтобы не мешать просмотру визуализации.

Исходные данные. Координаты планет вычисляются на основе эфемерид DE405. Объект в программу можно внести при помощи соответствующей кнопки интерфейса «Add» (рис. 1, *c*). В окне визуализации астероид представлен белым цветом. Планеты отображаются разными, более тусклыми цветами, чтобы их можно было отличить от астероида. Визуализация происходит сразу после загрузки исходных данных.

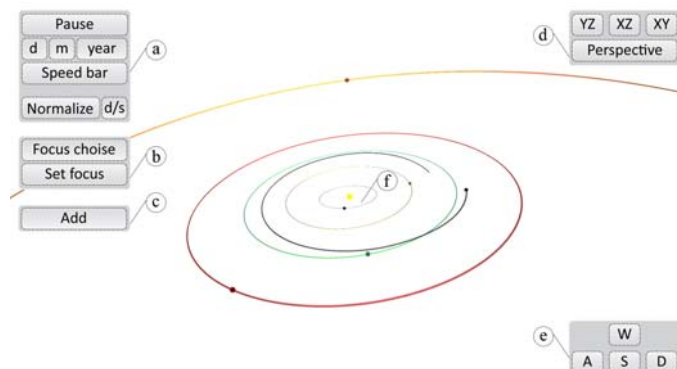


Рис. 1. Схематичная структура интерфейса программы SolarSuit: *a* – модуль управления временем; *b* – модуль управления фокусом камеры; *c* – кнопка добавления объектов; *d* – модуль управления проекциями; *e* – кнопки, дублирующие нажатие клавиш; *f* – основная среда визуализации

На данный момент программа использует вычисленные координаты астероида (99942) Апофис. Координаты астероида и тестовых частиц с заданным шагом были получены с помощью специализированного программного комплекса, разработанного в НИИ ПММ ТГУ группой авторов [2]. Исследование орбитальной эволюции выполнялось на кластере ТГУ СКИФ Cyberia.

Графический модуль OpenGL. Визуализация построена на стандартной библиотеке OpenGL, с её помощью реализована визуализация всех объектов, а также управление наблюдателем. Выбор именно OpenGL не случаен, так как этот модуль поддерживается большинством платформ и операционных систем, что в будущем позволит переносить программу практически на любое устройство, включая современные смартфоны.

С помощью внешнего модуля OpenGL в программе реализовано 4 базовых варианта просмотра – Perspective, режим перспективы, активирующийся в самом начале работы программы, и XY, XZ, YZ – три проекции на перпендикулярные плоскости (рис. 1, *d*). При переходе в различные режимы просмотра для удобства орбиты объектов притягиваются, оставляя орбиту интересующего объекта.

Возможности управления временем в системе «SolarSuit». SolarSuit, используя исходные данные, анимирует модель Солнечной системы, включая орбиту выбранного объекта и его тестовые частицы. Для управления анимацией предусмотрено соответствующее меню (рис. 1, *a*). Оно предусматривает следующие манипуляции со временем воспроизведения:

- ускорение и замедление анимации;
- полная остановка анимации;
- перемотка на интересующую дату;
- пошаговый режим просмотра (Step back и Step Forward).

Динамическое обновление орбиты и визуализация ансамбля в системе «SolarSuit». Визуализация траектории построена таким образом, что вычерчивается трек, по которому видно изменение орбиты астероида (рис. 2, *b*). Кроме того, программа отображает ансамбль тестовых частиц (рис. 2, *c*). Они показываются цветом астероида. Благодаря такому отображению можно оценить динамику вероятностной области астероида в трехмерном пространстве, не останавливая визуализацию, а также не прибегая к изменению каких-либо параметров отображения вручную.

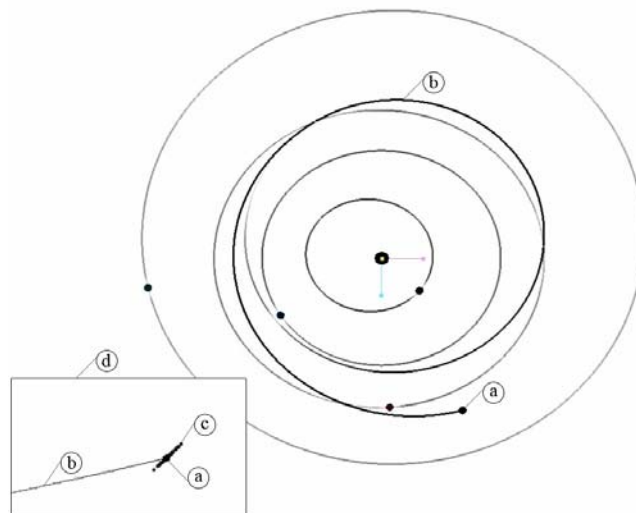


Рис. 2. Снимок программы: *a* – положение астероида; *b* – орбита астероида; *c* – вероятностная область в виде тестовых частиц; *d* – увеличенный масштаб изображения

В качестве примера на рис. 2 показано положение астероида (99942) Апофис и его вероятностной области на 27 сентября 2029 г. На рисунке видно изменение орбиты астероида под влиянием сближения с Землей 13 апреля 2029 г.

Заключение. В настоящей работе представлено описание первой версии прикладной программной системы «SolarSuit». Данная версия предоставляет возможность по заданным координатам астероида и его тестовых частиц просмотреть его вероятностную орбитальную эволюцию в трехмерном пространстве. В дальнейшем планируется улучшить алгоритмы отображения самого астероида и его ансамбля. Следующий шаг в проработке программы – это улучшение графического модуля, в программу планируется ввести звёздное небо, возможность загрузки различных 3D-моделей для астероидов и других тел, большие возможности для управления камерой. После этого будут проводиться различные тесты на производительность и системные требования для дальнейшей оптимизации так, чтобы программу можно было использовать даже на маломощных компьютерах или мобильных устройствах.

Так как программная система позволяет визуализировать движение не только астероида, но и больших планет, то представляется возможным ее эффективное использование не только для научной, но и для учебной деятельности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (регистрационный код 2.4024.2011).

Литература

1. Черницов А.М., Батурич А.П., Тамаров В.А. Анализ некоторых методов определения вероятностной эволюции движения малых тел Солнечной системы // Астрон. вестн. 1998. Т. 32, № 5. С. 459–467.
2. Быкова Л.Е., Галушина Т.Ю., Батурич А.П. Построение поисковых эфемерид астероидов на основе областей их возможных движений. II. Программная система // Изв. вузов. Физика. Приложение. Небесная механика и прикладная астрономия. 2007. № 12. С. 13–20.

АНАЛИЗ СПОСОБОВ ОЦЕНИВАНИЯ НЕЛИНЕЙНОСТИ В ЗАДАЧАХ ПОСТРОЕНИЯ ОБЛАСТЕЙ ВОЗМОЖНЫХ ДВИЖЕНИЙ МАЛЫХ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

О.Н. Борокшоновна, О.М. Сюсина

Приводится анализ точного и приближенного способов оценивания нелинейности задачи на примере АСЗ, наблюдавшихся в одном появлении.

ANALYSIS METHODS THE ESTIMATION OF NONLINEARITY IN PROBLEM OF THE BUILDING OF CONFIDENCE REGIONS FOR SMALL BODIES MOTION

O.N. Borokshonova, O.M. Syusina

The present paper deals with analysis accurate and approximate methods of the estimation of nonlinearity on the example of near-Earth asteroids.

Использование современных средств наблюдений уже привело к открытию нескольких сотен тысяч астероидов и комет, и процесс обнаружения новых, ранее не наблюдавшихся объектов активно продолжается. Поэтому весьма актуальной является задача определения доверительных областей их движения. Способ построения доверительной области зависит от степени нелинейности соотношений, связывающих вероятностные вариации ошибок наблюдений δd^* и оценок начальных параметров орбиты объекта $\delta \bar{q}$.

Удобно оценивать нелинейность задачи при помощи вычисления некоторого коэффициента (или показателя) нелинейности. Сравнение расчетного значения показателя нелинейности χ с некоторым пороговым значением χ^* дает возможность классифицировать задачу как слабо или сильно нелинейную. В качестве порогового значения χ^* можно задать $\chi^* = 0.1$ [1].

В данной статье мы предлагаем рассмотреть точный и приближенные способы определения нелинейности в задачах построения доверительных областей в фазовом пространстве начальных параметров орбит малых тел Солнечной системы.

Приближенные способы определения показателей нелинейности. Нелинейность задачи можно оценить по отклонениям граничной уровенной поверхности

$$\Phi(\mathbf{q}) = [\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}^*]^T \mathbf{W} [\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}^*] = K > (N - m)\sigma_0^2$$

от граничной поверхности эллипсоида

$$(\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}})^T [\mathbf{R}^T(\hat{\mathbf{q}}) \mathbf{W} \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}})] (\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}}) = \varepsilon \cong \sigma_0^2 (k^*)^2.$$

Здесь $\mathbf{R}(\mathbf{q}) = \partial \mathbf{d}(\mathbf{q}) / \partial \mathbf{q}$ – матрица частных производных размером $n \times m$; $\mathbf{d}(\mathbf{q})$ – расчетная n -мерная вектор-функция измеряемых параметров; \mathbf{d}^* – выборка измерений; \mathbf{W} – весовая матрица; символ T означает операцию транспонирования; σ_0 – среднеквадратическая ошибка единицы веса; величина k^* оценивается с помощью статистик $F(m; n - m)$ распределения Фишера в виде $(k^*)^2 \cong mF^*(m; n - m; \gamma^*)$.

В этом случае наиболее простые способы определения показателей нелинейности основаны на расчете и сравнении значений целевой функции $\Phi(\mathbf{q})$ в вершинах эллипсоида и могут быть заданы следующими соотношениями

$$\chi_{\Phi m} = \frac{1}{2} \frac{\Phi_{\max} - \Phi_{\min}}{\Phi_{\min} - \Phi_0}, \quad \chi_{\Phi F} = \frac{1}{2} \frac{\Phi_{\max} - \Phi_F}{\Phi_F - \Phi_0}, \quad (1)$$

$$\chi_{\sigma m} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\min} - \sigma_0}, \quad \chi_{\sigma F} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{\max} - \sigma_F}{\sigma_F - \sigma_0}. \quad (2)$$

Здесь $\Phi_{\max} = \max \{ \Phi(\mathbf{q}^i) \}$, $\Phi_{\min} = \min \{ \Phi(\mathbf{q}^i) \}$, \mathbf{q}^i – вершины доверительного эллипсоида; $\Phi_0 \equiv \Phi(\hat{\mathbf{q}})$, $\Phi_F \equiv \Phi_0 \left(1 + \frac{m(k^*)^2}{2n - m} \right)$. Входящие в формулы (2) среднеквадратические невязки σ_{\max} , σ_{\min} и σ_F определяются через соответствующую целевую функцию посредством соотношения $\sigma = (\Phi / (n - m))^{1/2}$.

Точный способ определения показателей нелинейности. Достоверность оценок нелинейности, определяемых с помощью показателей (1) и (2), тестировалась нами при помощи показателя, определяемого более точным, но существенно более сложным методом. Суть использованной для тестирования методики состояла в следующем.

Вдоль направлений $(q^i - \bar{q})$ (q^i – вершины доверительного эллипсоида ($i = 1, \dots, 12$)) находились точки \bar{q}^i , которые лежат на уровне поверхности $\Phi(q) = \Phi_{\min}$. После этого вычислялись отношения отрезков модулей векторов $\chi_d^i = \frac{|q^i - \bar{q}^i|}{|\bar{q}^i - \bar{q}|}$. Значение $\chi_d = \max\{\chi_d^i\}$ принималось нами в качестве эталонной

меры нелинейности решаемой задачи. Показатель нелинейности χ_d есть достаточно точная характеристика отклонения построенного доверительного эллипсоида от реальной доверительной области в направлениях на вершины эллипсоида. Так как уровенные поверхности, определяемые выражениями $\Phi(q) = \Phi_{\min}$ и $\Phi(q) = \Phi_F$, практически совпадают, то последний вариант нами не рассматривался.

Численный эксперимент. Сравнение различных способов оценивания нелинейности задачи было сделано нами на основе задачи с моделируемыми наблюдениями на примере 13 АСЗ, наблюдавшихся в одной оппозиции.

Таблица 1

Оценивание нелинейности

Объект	N	T, сут	P, сут	$\chi_{\sigma m}^0$	$\chi_{\sigma F}^0$	$\chi_{\Phi F}^0$	$\chi_{\Phi m}^0$	χ_d^0	Δt , сут
2009DH39	82	169	919	$4,5 \times 10^{-6}$	$2,9 \times 10^{-6}$	$3,1 \times 10^{-6}$	$4,7 \times 10^{-6}$	$4,3 \times 10^{-6}$	860
2009KK8	87	182	1356	$2,9 \times 10^{-5}$	$1,5 \times 10^{-5}$	$1,6 \times 10^{-5}$	$3,1 \times 10^{-5}$	$2,9 \times 10^{-5}$	950
2010MU112	28	130	850	$8,9 \times 10^{-5}$	$4,7 \times 10^{-5}$	$5,2 \times 10^{-5}$	$9,8 \times 10^{-5}$	$4,9 \times 10^{-5}$	692
2010VZ	69	100	1399	$4,8 \times 10^{-6}$	$2,7 \times 10^{-6}$	$2,8 \times 10^{-6}$	$5,0 \times 10^{-6}$	$4,6 \times 10^{-6}$	691
2010YB	205	71	898	$9,5 \times 10^{-5}$	$5,1 \times 10^{-5}$	$5,2 \times 10^{-5}$	$9,6 \times 10^{-5}$	$4,9 \times 10^{-5}$	215
2010EF44	65	34	1181	$3,0 \times 10^{-4}$	$1,5 \times 10^{-4}$	$1,6 \times 10^{-4}$	$3,2 \times 10^{-4}$	$1,5 \times 10^{-4}$	191
2009FU23	102	57	280	$2,1 \times 10^{-4}$	$1,0 \times 10^{-4}$	$1,0 \times 10^{-4}$	$2,1 \times 10^{-4}$	$9,6 \times 10^{-5}$	122
2008TZ3	21	31	735	$1,5 \times 10^{-3}$	$7,6 \times 10^{-4}$	$1,1 \times 10^{-3}$	$2,2 \times 10^{-3}$	$1,6 \times 10^{-3}$	97
2010US7	65	16	1007	$6,3 \times 10^{-4}$	$2,8 \times 10^{-4}$	$2,9 \times 10^{-4}$	$6,6 \times 10^{-4}$	$2,6 \times 10^{-4}$	34
2011KE	177	9	1220	$1,5 \times 10^{-3}$	$8,9 \times 10^{-4}$	$9,1 \times 10^{-4}$	$1,6 \times 10^{-3}$	$9,1 \times 10^{-4}$	14
2010LZ63	19	11	974	$2,7 \times 10^{-2}$	$2,7 \times 10^{-2}$	$3,2 \times 10^{-2}$	$3,2 \times 10^{-2}$	$2,1 \times 10^{-2}$	7
2009SN	27	5	621	$1,5 \times 10^{-2}$	$1,5 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-2}$	1.5
2009KD3	24	7	1146	$2,9 \times 10^{-1}$	$2,9 \times 10^{-1}$	$3,5 \times 10^{-1}$	$3,5 \times 10^{-1}$	$2,6 \times 10^{-1}$	0

В таблице приведены значения показателей нелинейности, полученных различными способами в начальный момент времени. Здесь N – количество моментов наблюдения; T – интервал наблюдаемости; P – период обращения объекта; Δt – интервал времени, для которого показатель нелинейности задачи линейного отображения начальных доверительных областей не превышает допустимого значения $\chi^* = 0.1$. Для определения Δt вычислялись показатели нелинейности на ряд моментов времени.

На рис. 1 показано сравнение точного и приближенных способов определения коэффициента нелинейности. При слабой нелинейности показатели совпадают. Различие наблюдается при значительной нелинейности, но они все одинаково классифицируют задачу на нелинейность при таком выборе порогового значения коэффициента нелинейности.

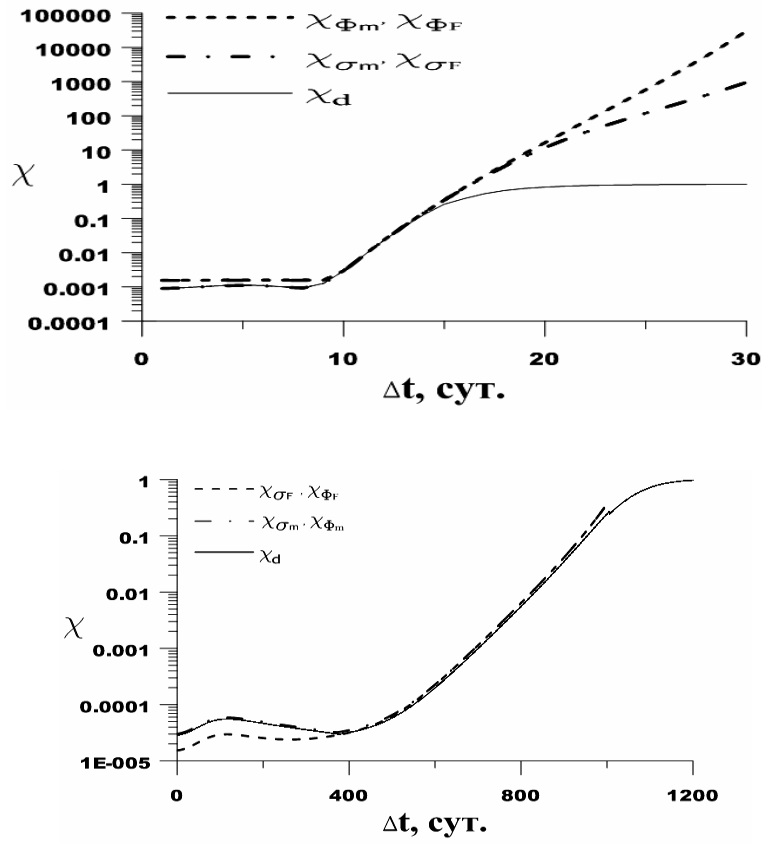


Рис. 1. Эволюция показателей нелинейности для астероидов 2011КЕ (сверху) и 2009КК8 (снизу)

Заключение. Для оценки нелинейности решаемой задачи были рассмотрены точный и приближенные способы вычисления коэффициентов нелинейности. Численные оценки для 13 АСЗ, наблюдавшихся в одном появлении, показали хорошее совпадение значений коэффициентов, вычисленных разными способами. Поэтому можно применять приближенные способы для быстрой оценки степени нелинейности задачи, что позволяет выбрать, не прибегая к трудоемкому точному способу, в какой постановке (линейной или нелинейной) надо решать задачу построения области возможных движений рассматриваемого объекта.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ 2012-2014, грант № 12-02-00220-а.

Литература

1. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Оценивание нелинейности в задачах построения начальных доверительных областей движения малых тел // Изв. вузов. Физика. 2011. № 6/2. С. 71–77.

ВЛИЯНИЕ РАЗРЫВОВ ПРОИЗВОДНЫХ КООРДИНАТ СОЛНЦА И ЛУНЫ НА ТОЧНОСТЬ ПРОГНОЗИРУЕМОГО ДВИЖЕНИЯ ИСЗ

И.А. Вотчель, А.П. Батурин

Исследуется влияние скачкообразного поведения производных высшего порядка от эфемеридных координат Солнца и Луны на точность прогнозирования движения трех типов искусственных спутников Земли. Показывается, что точность может быть повышена на несколько порядков при задании шага численного интегрирования соответственно границам интервалов интерполирования в используемых эфемеридах.

THE INFLUENCE OF JUMPS OF DERIVATIVES OF SOLAR AND LUNAR COORDINATES ON THE ACCURACY OF ARTIFICIAL EARTH SATELLITES' MOTION SIMULATION

I.A. Votchel, A.P. Baturin

The problem of discontinuity of lunar and solar ephemeris coordinates' high-order derivatives has been considered. The influence of this discontinuity on the accuracy of Earth artificial satellites' (EAS) motion simulation has been investigated. Three types of AES have been considered. It has been shown that the accuracy may be increased by several orders due to assignment of numerical integration step according to interpolation intervals bounds in the used ephemeris.

В настоящей работе рассматривается задача численного прогнозирования движения искусственных спутников Земли (ИСЗ) с использованием при учете возмущений от Солнца и Луны jpl-эфемерид (DE405, DE406, DE422 и т.д. [1]). Во всех этих эфемеридах приводятся коэффициенты при полиномах Чебышева для вычисления координат планет, Солнца и Луны на любой момент времени из интервала, охватываемого эфемеридой, причем весь этот интервал разделен на небольшие равные интервалы интерполирования (4, 8, 16, 32 или 64 сут), для каждого из которых приведен свой набор коэффициентов. Существенным обстоятельством является то, что на границах соседних интервалов интерполирования соблюдается непрерывность лишь самих координат и их первых производных, а производные второго и более высокого порядка терпят разрыв. Следовательно, правые части системы дифференциальных уравнений, описывающих движение, ведут себя на границах интервалов аналогичным образом, т.е. имеют скачки вторых и более высоких производных, которые приводят к снижению точности численного интегрирования системы в том случае, когда они попадают в пределы шагов интегрирования.

Очевидным способом устранения вызываемых в результате погрешностей является задание шагов интегрирования таким образом, чтобы эти скачки попадали только на границы соседних шагов и не попадали в пределы какого-либо шага. Тогда на каждом шаге будет решаться задача Коши для системы уравнений с правыми частями, гладкими до какого угодно порядка.

В настоящей работе для трех типов ИСЗ показывается, что точность прогнозирования может заметным образом повыситься при задании шагов интегрирования указанным способом, т.е. так, чтобы их границы попадали только на «стыки» соседних интервалов интерполирования в эфемеридах.

Вначале продемонстрируем скачкообразное поведение производных второго и более высокого порядка от интерполируемых координат на границах соседних интервалов на примере последних выпущенных JPL эфемерид DE422 [1]. Для этого вычислим значения координат и их производных на «стыках» соседних интервалов интерполирования «слева» и «справа», т.е. с помощью коэффициентов, приводимых в эфемеридах для левого и правого (относительно «стыка») интервалов.

Каждая из интерполируемых координат x , y , z вычисляется по формуле

$$x(\tau) = a_0 p_0(\tau) + \dots + a_n p_n(\tau), \quad (1)$$

где a_0, \dots, a_n – эфемеридные коэффициенты; p_0, \dots, p_n – полиномы Чебышева от 0-й до n -й степени; τ – нормированное время, принимающее на концах интервала интерполирования значения -1 (слева) и 1 (справа). Производные от координат получаются путем дифференцирования по времени соотношения (1), причем полиномы Чебышева и их производные вычисляются с помощью рекуррентных соотношений

$$\begin{aligned} p_0 &= 1, \quad p_1 = \tau, \quad p_i = 2\tau p_{i-1} - p_{i-2} \quad (i = 2, \dots, n), \\ p'_0 &= 0, \quad p'_1 = 1, \quad p'_i = 2(p_{i-1} + \tau p'_{i-1}) - p'_{i-2} \quad (i = 2, \dots, n), \\ \dots\dots\dots \\ p_0^{(k)} &= 0, \quad p_1^{(k)} = 0, \quad p_i^{(k)} = 2(k p_{i-1}^{(k-1)} + \tau p_{i-1}^{(k)}) - p_{i-2}^{(k)} \quad (i = 2, \dots, n). \end{aligned} \quad (2)$$

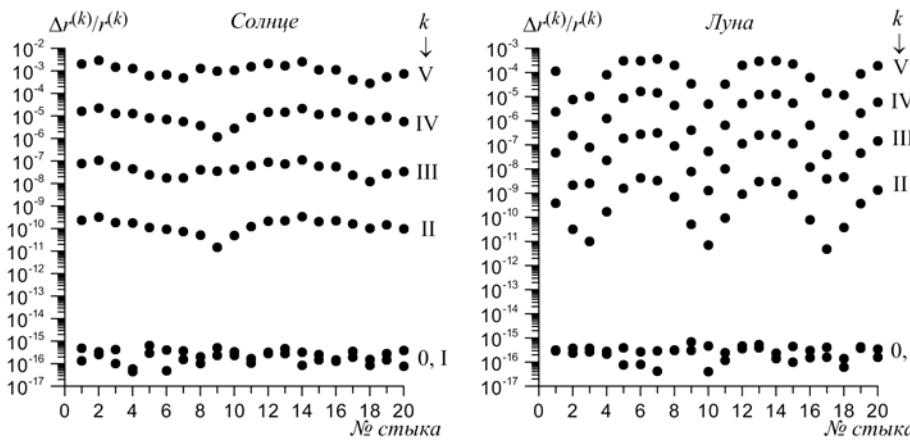


Рис. 1. Относительная величина скачков координат и их производных k -го порядка на «стыках» интервалов интерполирования

На рис. 1 приведены результаты вычисления относительных модулей разностей (скачков) векторов координат Солнца и Луны, а также их производных для 20 последовательных «стыков» интервалов интерполирования. На вертикальной оси отложена величина

$$\frac{\Delta r^{(k)}}{r^{(k)}} = \sqrt{\frac{(x_{\text{пр}}^{(k)} - x_{\text{лев}}^{(k)})^2 + (y_{\text{пр}}^{(k)} - y_{\text{лев}}^{(k)})^2 + (z_{\text{пр}}^{(k)} - z_{\text{лев}}^{(k)})^2}{(x_{\text{пр}}^{(k)})^2 + (y_{\text{пр}}^{(k)})^2 + (z_{\text{пр}}^{(k)})^2}},$$

где нижние индексы «пр» и «лев» означают интерполирование «справа» и «слева» соответственно, а верхний индекс (k) означает производную k -го порядка.

Из рис. 1 видно, что сами координаты ($k = 0$) и их первые производные ($k = I$) имеют скачки лишь в 15–16-м десятичном знаке, т.е. они практически непрерывны при 16-значной машинной разрядности. Однако уже во вторых производных ($k = II$) скачки происходят примерно в 10-м знаке. Производные более высокого порядка терпят еще большие скачки: третьи производные – в 7–8-м знаке, четвертые – в 4–5-м, пятые – во 2–3-м знаке. Для производных еще более высокого порядка скачки становятся сравнимы с величиной самих производных (на рис. 1 не приведены). Очевидно, что попадание таких скачков в пределы шагов интегриро-

вания должно снижать точность численного интегрирования, что иллюстрируют рис. 2–4, на которых приведены результаты прямого и обратного численного интегрирования на период в 80 сут для трех типов ИСЗ.

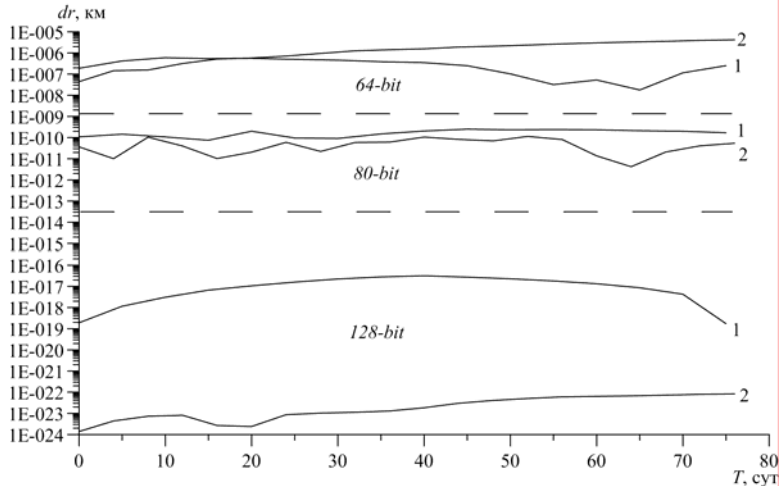


Рис. 2. Результаты прямого и обратного интегрирования для ИСЗ типа «Лагос»

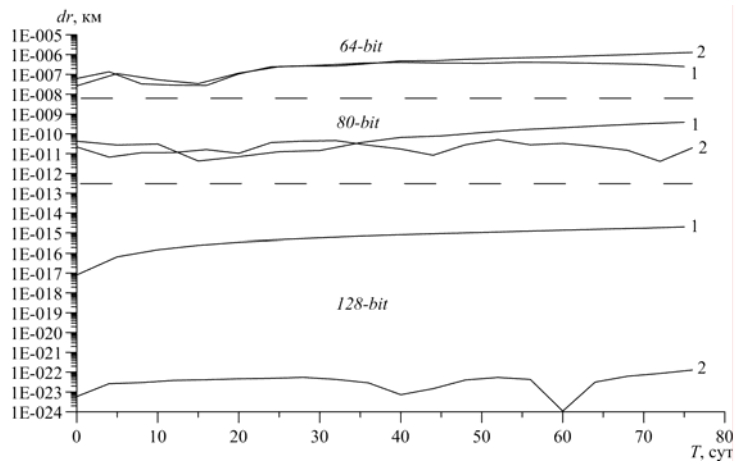


Рис. 3. Результаты прямого и обратного интегрирования для ИСЗ типа «Эталон»

Интегрирование выполнялось с переменным шагом с 16- (64-bit), 19- (80-bit) и 34-значной (128-bit) десятичной разрядностью. На рис. 2–4 результаты, соответствующие различной разрядности, разделены пунктирными линиями. В случае 16-значной разрядности использовался метод Эверхарта [2] 15-го порядка с параметром LL , задающим допустимую локальную погрешность, равным 13, в случае 19-значной – 19-го порядка с $LL = 15$ и в случае 34-значной – 31-го порядка с $LL = 20$. Кривая 1 соответствует варианту, когда выход из интегратора для выдачи координат производился через каждые 5 сут, т.е. совершенно несогласованно со «стыками» интервалов интерполирования в эфемеридах, в результате чего «стыки» чаще всего оказывались внутри шагов интегрирования. Кривой 2 соответствуют результаты, полученные при выходе из интегратора через каждые 4 сут. В этом случае ни один «стык» не попадает в пределы шага интегрирования, так как 4 сут – это минимальный интервал интерполирования в эфемеридах DE422. По вертикальной оси

на рис. 2–4 отложено отношение модуля разности векторов положения, получаемых при прямом и обратном интегрировании, к модулю одного из этих векторов.

Как видно из рис. 2–4, в случае 16-значной разрядности (64-bit) результаты практически совпадают. Объясняется это, по-видимому, тем, что ошибки, вызываемые скачками производных от координат возмущающих тел, меньше ошибок численного интегрирования и ошибок округления. В случае 19-значной разрядности (80-bit) ошибки округления и численного интегрирования уже имеют меньшую величину и кривая 2 в двух случаях (см. рис. 2–3) расположена ниже кривой 1. Однако для геостационарного ИСЗ имеет место обратная картина (см. рис. 4), что опять же означает доминирование ошибок округления и интегрирования.

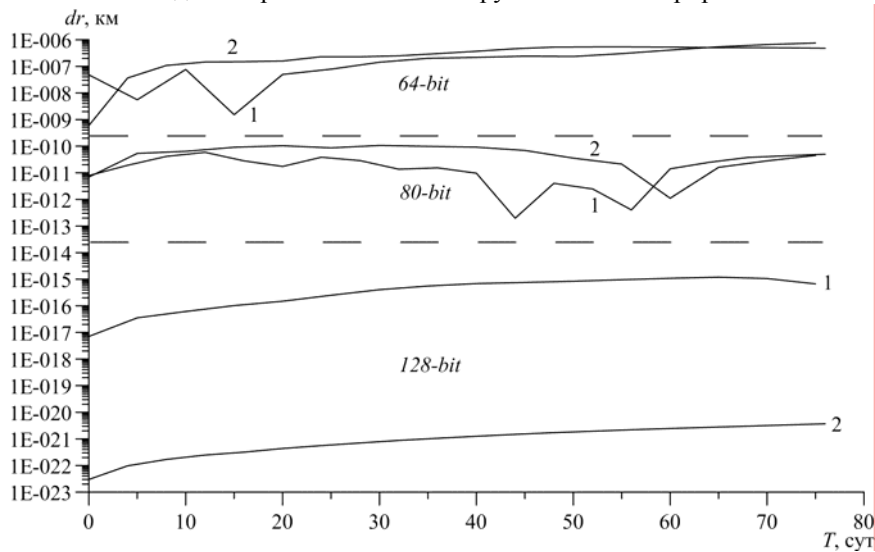


Рис. 4. Результаты прямого и обратного интегрирования для геостационарного ИСЗ

В случае 34-значной разрядности (128-bit) ошибки численного интегрирования и округления становятся значительно меньше и не «перекрывают» ошибок, вызываемых скачками производных. В результате точность прогнозирования при попадании «стыков» интервалов интерполирования только на концы шага интегрирования (кривая 2) повышается примерно на 6 порядков.

Проведенное исследование позволяет сделать вывод, что при прогнозировании движения ИСЗ с большой машинной разрядностью (128-bit) шаг интегрирования следует задавать таким образом, чтобы «стыки» соседних интервалов интерполирования в используемых эфемеридах всегда попадали на концы шага. В этом случае точность интегрирования может повыситься на несколько порядков. Это означает, что при использовании большинства последних эфемерид минимальный интервал между выходами из интегратора (в случае интегрирования с переменным шагом) должен составлять 4 сут. Моменты выхода должны соответствовать началу суток, а их юлианские даты, если отбросить в них дробную половину суток, должны быть кратны четырем.

Литература

1. <ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets>
2. Бордовицына Т.В. Современные численные методы в задачах небесной механики. М.: Наука, 1984. 136 с.
3. Батулин А.П. Повышение точности прогнозирования движения астероидов с использованием при учете возмущений jpl-эфемерид // Материалы конф. «Фунд. и прикл. проблемы совр. механики». Томск, 2011. С. 390–391.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРБИТЫ НИЗКОЛЕТЯЩЕГО ИСЗ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ СИСТЕМЫ ГЛОНАСС

Е.В. Каратаев

Представлены результаты анализа классического способа уточнения орбиты произвольного ИСЗ по данным измерений его дальности относительно навигационных КА системы ГЛОНАСС. Рассматривается сходимость итерационного алгоритма ньютоновского типа для нахождения в рамках метода наименьших квадратов (НК) оценок для поправок в элементы неизвестного ИСЗ в зависимости от интервала наблюдений и точности начальных параметров.

MODELING OF LOW-FLYING SATELLITE ORBIT DETERMINATION FOR GLONASS MEASUREMENTS

E.V. Karataev

The results of analysis of the classical method of improvement of an orbit of arbitrary satellites from measurements of its distances with respect to navigation GLONASS satellites are given. The convergence of the iterative Newton-type algorithm for finding unknown elements of the satellite by the least squares method has been considered in depends on the interval of observation and accuracy of the initial parameters.

В настоящей работе представлены результаты анализа классического способа уточнения орбиты произвольного ИСЗ по данным измерений его дальности относительно навигационных космических аппаратов (НКА) системы ГЛОНАСС. Рассматривается итерационный алгоритм ньютоновского типа для нахождения в рамках метода наименьших квадратов (НК) оценок для поправок в элементы неизвестного ИСЗ и исследуется его сходимость в зависимости от интервала, охваченного наблюдениями, от точности начальных параметров. Задача решается методом математического моделирования, движение объекта моделируется в рамках задачи двух тел [1].

Условие видимости объектов системы ГЛОНАСС. Будем представлять измеренную дальность от «неизвестного» спутника до спутника системы ГЛОНАСС в виде

$$\rho^i = \sqrt{(x^i - x_{un})^2 + (y^i - y_{un})^2 + (z^i - z_{un})^2} + \nu, \quad (1)$$

где x^i, y^i, z^i – координаты i -го спутника системы ГЛОНАСС; x_{un}, y_{un}, z_{un} – координаты спутника, орбита которого уточняется, а ν – случайная ошибка измерений.

Чтобы исключить «невидимые» спутники, было применено следующее условие видимости [2]: $R < R_3$ (рис. 1).

Из теоремы косинусов:

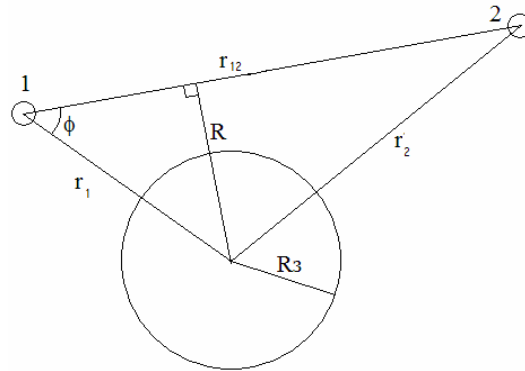
$$\cos \phi = \frac{r_1^2 + r_{12}^2 - r_2^2}{2r_1 r_{12}}.$$

Используя свойство прямоугольного треугольника, получим выражение для R :

$$R = r_1 \sin \phi = r_1 \sqrt{1 - \cos^2 \phi} = \frac{1}{2r_{12}} \sqrt{(2r_{12}r_1)^2 - (r_{12}^2 + r_1^2 - r_2^2)^2}.$$

Рис. 1. Условия видимости:

r_{12} – вектор, соединяющий два спутника;
 r_1, r_2 – вектора положения спутников 1 и 2 (соответственно) относительно центра Земли; R – перпендикуляр, опущенный к вектору r_{12} из центра Земли; R_3 – средний радиус Земли (6400 км)



Моделирование наблюдений. Моделирование производилось по 24 КА ГЛОНАСС, находящимся на круговых орбитах высотой 19100 км, наклоном 63,9° и периодом обращения 11 ч 15 мин в трех орбитальных плоскостях. Орбитальные плоскости разнесены по долготе на 120°. В каждой орбитальной плоскости размещаются по 8 НКА с равномерным сдвигом по аргументу широты 45°. Кроме этого, в плоскостях положения НКА сдвинуты относительно друг друга по аргументу широты на 15°. В качестве исследуемого объекта был взят спутник с элементами орбиты:

$$a=7178,1361 \text{ e}=0,10 \text{ i}=62,8 \text{ } \Omega=10,0 \text{ } \omega=45,0 \text{ } M_0=0,0.$$

Моделирование измерений псевдодалностей производилось по формуле (1) для каждого момента времени на протяжении всего сеанса измерений, случайная ошибка вносилась с помощью программы random с модулем 1. Орбита исследуемого спутника изменялась путём внесения поправок в параметры этой орбиты, которые определялись в результате процесса улучшения орбиты методом НК.

Алгоритм нахождения поправок. Рассмотрим итерационный алгоритм ньютоновского типа для нахождения в рамках метода наименьших квадратов (НК) оценок для поправок в элементы неизвестного (1). Линеаризуем уравнение (1) относительно неизвестных поправок в элементы орбиты. Получим следующее уравнение:

$$\Delta \rho = \frac{\partial \rho}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial \rho}{\partial \Omega} \Delta \Omega + \frac{\partial \rho}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial \rho}{\partial i} \Delta i + \frac{\partial \rho}{\partial e} \Delta e + \frac{\partial \rho}{\partial M} \Delta M,$$

где $\Delta \rho_i = \rho_{набл.} - \rho_{выч.}$, $\Delta a, \Delta e, \Delta i, \Delta \omega, \Delta \Omega, \Delta M$ – поправки в улучшаемые начальные элементы «неизвестного» ИСЗ, i – номер измерения.

Перепишем систему уравнений в матричной форме:

$$A \Delta q = \Delta R,$$

где A – матрица изохронных производных; Δq – вектор-столбец кеплеровых элементов; ΔR – вектор-столбец $\Delta \rho_i = \rho_{набл.} - \rho_{выч.}$. Данную систему уравнений решим методом дифференциальных поправок.

Используя зависимости $\rho_i(\omega_{un}, \Omega_{un}, a_{un}, i_{un}, e_{un}, M_{0un})$, компоненты матрицы A будем вычислять по формуле:

$$\partial \rho_i / \partial e_k = \partial \rho_i / \partial x_j \cdot \partial x_j / \partial e_k,$$

где производные $\partial \rho_i / \partial x_j$ – вычисляется аналитическим способом, а производные $\partial x_j / \partial e_k \approx \Delta x_j / \Delta e_k$ – методом вариации параметров.

Решение нелинейных задач НК возможно только численными итерационными методами. Одним из наиболее эффективных методов является метод дифференциальных поправок (метод Гаусса–Ньютона). Метод дифференциальных поправок можно записать в следующем матричном виде:

$$q^{N+1} = q^N + \left(A(q^N)^T A(q^N) \right)^{-1} A(q^N)^T \Delta \rho(q^N).$$

Описание результатов. В рамках поставленной задачи был проведён ряд численных экспериментов для определения скорости сходимости итерационного процесса нахождения НК – оценок кеплеровых элементов. Исследования проводились в зависимости от продолжительности интервалов, охваченных наблюдениями и величины вносимых поправок.

Для исследования сходимости процесса в каждый из кеплеровых элементов вносились поправки порядка 1–3 км или эквивалентные им в градусах для угловых величин, которые необходимо было определить в процессе работы алгоритма.

В результате проделанной работы были получены графики скорости сходимости в зависимости от дуги, покрытой измерениями, выполненными с интервалом 25 с, и таблица предельных значений ошибок кеплеровых элементов, после которых итерационный процесс не сходится.

На графиках рис. 2 представлена зависимость количества итераций метода НК от длины дуги, охваченной измерениями, при различных точностях измерений. Для графиков 1, 3 и 5 использовалось значение случайной ошибки порядка 1 м, для графиков 2, 4 и 6 – порядка 10 м.

При построении графиков 1 и 2 были взяты следующие начальные поправки: $\Delta a = 1,0$ $\Delta e = 0,0001$ $\Delta i = 0,001$ $\Delta \omega = 0,01$ $\Delta \Omega = 0,01$ $\Delta M_0 = 0,01$, а величины поправок, выбранные для графиков 3, 4 и 5, 6, превышали начальные в 10 и 100 раз соответственно.

Из сравнения графиков первого и второго столбцов видно, что скорость сходимости для методов с одними и теми же величинами поправок на порядок выше у методов с меньшей ошибкой измерений, чем у их аналогов с большей ошибкой.

В результате исследования процесса сходимости метода НК была получена таблица предельных значений кеплеровых элементов, после превышения которых процесс расходится.

Предельные значения неточности знания кеплеровых элементов

Элементы	$\omega, ^\circ$	$\Omega, ^\circ$	$i, ^\circ$	e	$a, \text{ км}$	$M_0, ^\circ$
Значения	9	15	13	0,0820	620	8,5

Таким образом, представленные в работе результаты показывают, что при классическом подходе к решению задачи уточнения орбиты неизвестного ИСЗ по измерениям расстояний до спутников системы ГЛОНАСС существуют предельные значения в ошибках начальных данных, при которых процесс уточнения сходится. Кроме того, установлено, что скорость сходимости итерационного процесса зависит как от величины неточности знания кеплеровых элементов, так и от величины случайной ошибки измерений.

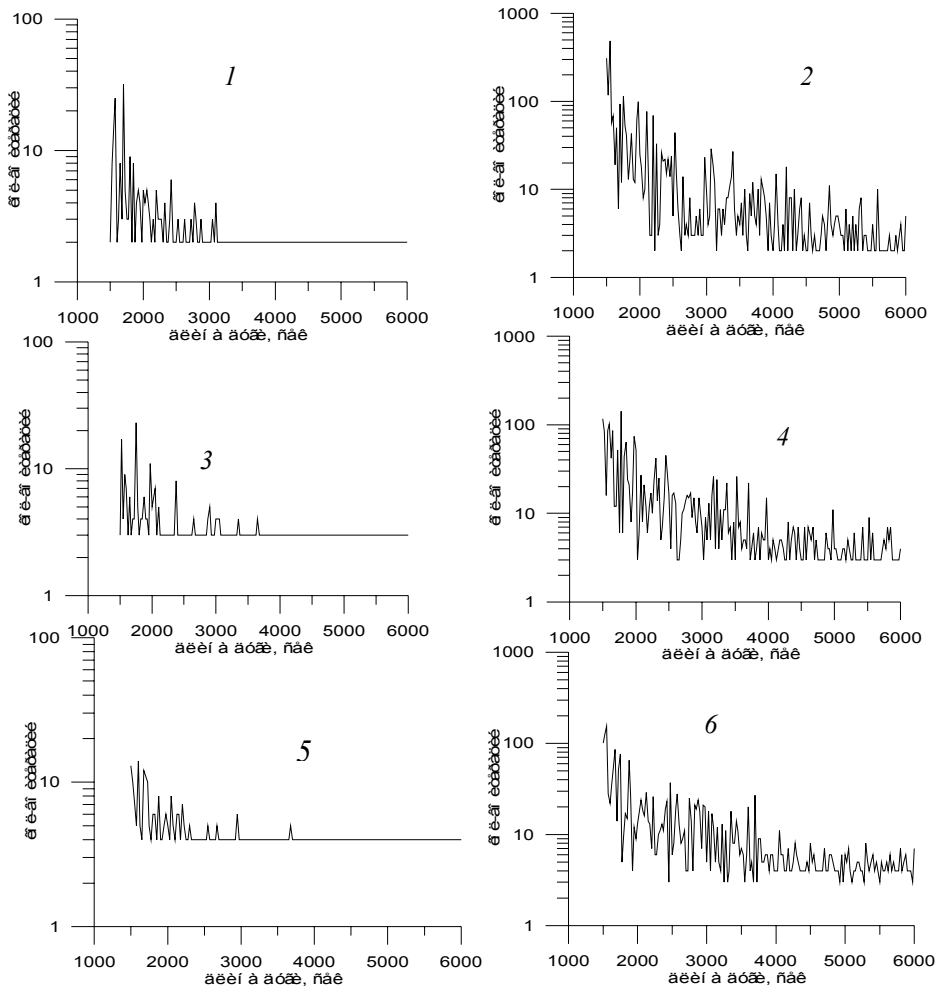


Рис. 2. Зависимость скорости сходимости от длительности интервала измерений при различной точности начальных параметров и величины случайной ошибки

Следует отметить, что в пределах указанных значений ошибок начальных параметров во всех случаях обеспечивается заданная точность сходимости вне зависимости от интервала наблюдений.

Литература

1. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука. 1968. 800 с.
2. Польченко А.С. Анализ способов уточнения начальных параметров орбит по измерениям «спутник-спутник»// Изв. вузов. Физика. 2009. Вып. 10/2. С. 65–72.
3. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулдер К. Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 280 с.

РАЗВИТИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛОКАЛЬНОЙ ГЕОДИНАМИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ GPS/ГЛОНАСС-СТАНЦИЙ

Е.В. Кузнецова

В работе излагаются полученные методами математического моделирования результаты исследования алгоритмов решения задач локальной геодинамики. Рассматриваются статистический алгоритм выявления тренда в координатах определяемого пункта и способ уменьшения воздействия ошибок в знании вектора положения спутников системы ГЛОНАСС на точность определения подвижек земной коры при использовании алгоритма с тройными разностями измеренных расстояний.

DEVELOPMENT AND INVESTIGATION ALGORITHMS FOR SOLVING PROBLEMS OF LOCAL GEODYNAMICS WITH USING GPS\GLONASS STATIONS

E.V. Kuznetsova

In this paper mathematical modeling results of some algorithms for solving problems of local geodynamics are presented. The statistical algorithm for trend discovering in coordinates of the point and ways of reduction of influencing errors in the knowledge of the position vector of GLONASS satellites on accuracy of crustal motions determination with using third differences of measured distances are discussed.

Использование GPS/ГЛОНАСС измерений для определения координат наземных пунктов открывает большие возможности для решения задач локальной геодинамики, т.е. определения подвижек поверхностных слоев Земли, вызванных различными природными явлениями.

Целью настоящей работы является создание математической модели решения задач локальной геодинамики по совместным GPS/ГЛОНАСС наблюдениям, выполняемым на определяемом пункте и базовой станции.

Формулировка цели численного эксперимента. Пусть А – базовая точка, В – точка с неизвестными координатами и используются наблюдения по фазе несущей частоты и статическое относительное позиционирование. Считаем, что два приемника на пунктах А и В остаются стационарными в течение всего сеанса наблюдений, и на них можно наблюдать одни и те же спутники i, j .

При прямом использовании измеренных расстояний ρ^i_B в число определяемых параметров входят фазовые неоднозначности для всех спутников и поправки часов приемников на пунктах. Этот случай практически очень редко реализуется на неизвестном пункте, но в модели его можно использовать для получения идеальной точности определения неизвестных координат. Также с этой целью нами будут использоваться одинарные разности $\rho^j_{AB}(t_1)$ как аналог относительного позиционирования.

Чтобы исключить фазовые неоднозначности и поправки часов из числа определяемых параметров, будем использовать тройные разности наблюдаемых величин $\rho^j_{AB}(t_{1,2})$.

Главным недостатком тройных разностей является то обстоятельство, что их «зашумленность» больше, чем у ρ^i_B . Целью численного эксперимента является исследование эффективности разработанного нами [1] способа выявления тренда в координатах пункта, при использовании тройных разностей, полученных путем относительного позиционирования, при современной точности эфемерид навигационных КА. Уравнения для определения поправок в координаты неизвестного пункта, алгоритм определения НК оценок для поправок в координаты неизвестного пункта, а также алгоритм построения граничных поверхностей доверительных эллипсоидов описаны в статье [1].

Описание результатов численного эксперимента. Моделируется следующая задача: пять навигационных КА системы ГЛОНАСС наблюдаются одновременно на временных интервалах Δt , равных 180 мин и 24 ч. Частоты измерений h приняты равными 60 и 1 с. Ошибка эфемерид была принята равной 2. Рассматривался вариант распределения ошибок эфемерид в пространстве на каждый момент измерений t вдоль трансверсали $T(t)$. Этот вариант был выбран нами, так как область возможных ошибок в определении положения КА со временем деформируется и растягивается в большей степени вдоль орбиты, и поэтому трансверсальная составляющая ошибок является доминирующей.

Моделирование эфемерид КА с ошибками осуществлялось в геоцентрической орбитальной прямоугольной подвижной системе координат (S, T, W) , связанной с геоцентрической экваториальной прямоугольной системой координат (X, Y, Z) , в которой выполнялись основные расчеты, следующими соотношениями:

$$\begin{pmatrix} S \\ T \\ W \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}.$$

Оценки точности, которые приводятся в таблице и на рис. 1, получены путем решения модельных задач для различных параметров измерений: ρ^i_B , $\rho^{ij}_{AB}(t_1)$ и $\rho^{ij}_{AB}(t_{1,2})$ и вариантов с использованием точных (идеальных) эфемерид КА и эфемерид с ошибками (неточных эфемерид).

Оценки точности определения координат точки В с использованием точных эфемерид и эфемерид с ошибками 1,7 м вдоль трансверсали T(t)

$\Delta t, h$	h, c	Характеристика точности	ρ^i_B	AB=800 м		AB=10 км		AB=100 км	
				$\rho^{ij}_{AB}(t_1)$	$\rho^{ij}_{AB}(t_{1,2})$	$\rho^{ij}_{AB}(t_1)$	$\rho^{ij}_{AB}(t_{1,2})$	$\rho^{ij}_{AB}(t_1)$	$\rho^{ij}_{AB}(t_{1,2})$
3	60	V_k/V_1	1	2.953	698.264	2.952	697.049	2.944	687.004
		V_k^*/V_1	1.411	1.411	1.000	1.411	1.000	1.411	1.000
		σ_R	0.142	0.204	1.136	0.204	1.136	0.20	1.129
		σ_R^*	0.160	0.229	1.136	0.229	1.136	0.229	1.129
		ΔR	0.549	0.0001	0.00009	0.0012	0.0010	0.013	0.011
	1	V_k/V_1	1	2.834	317.081	2.833	657.641	2.826	648.159
		V_k^*/V_1	1.397	1.397	1.000	1.397	1.000	1.397	1.000
		σ_R	0.018	0.026	0.147	0.026	0.147	0.026	0.146
		σ_R^*	0.021	0.029	0.0153	0.029	0.147	0.029	0.147
		ΔR	0.549	0.0001	0.00009	0.0012	0.0010	0.013	0.011
24	60	V_k/V_1	1	2.831	5.659	2.831	5.659	2.834	5.658
		V_k^*/V_1	1.399	1.399	1.000	1.399	1.000	1.399	0.999
		σ_R	0.042	0.060	0.070	0.060	0.070	0.060	0.070
		σ_R^*	0.047	0.067	0.070	0.067	0.070	0.067	0.070
		ΔR	0.550	0.0001	0.0001	0.0014	0.0014	0.014	0.014
	1	V_k/V_1	1	2.849	5.660	2.850	5.660	2.853	5.659
		V_k^*/V_1	1.397	1.397	1.000	1.397	1.000	1.397	1.000
		σ_R	0.006	0.007	0.009	0.007	0.009	0.007	0.009
		σ_R^*	0.0062	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
		ΔR	0.550	0.0001	0.0001	0.0014	0.0014	0.014	0.014

В таблице использованы следующие обозначения: Δt – длительность сеанса наблюдений; h – частота измерений; V_k ($k=1,2,3$) и V_k^* ($k=1,2,3$) – объемы доверительных областей, определяемых с использованием точных и неточных эфемерид по данным измерений дальности ρ_B^i ($k=1$), одинарных $\rho_{AB}^{ij}(t_1)$ ($k=2$) и тройных разностей $\rho_{AB}^{ij}(t_{1,2})$ ($k=3$); σR и σR^* – среднеквадратические ошибки определения положения точки B с использованием точных и неточных эфемерид; ΔR – смещение НК-оценки $(\hat{X}_y, \hat{Y}_y, \hat{Z}_y)$ относительно НК-оценки $(\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z})$, определяющих положение точки B с использованием неточных и точных эфемерид соответственно. AB – длина базовой линии.

На рис. 1 представлены проекции на координатные плоскости доверительных эллипсоидов координат точки B , полученных с использованием расстояний, одинарных и тройных разностей расстояний от пунктов A и B по измерениям на интервале 24 ч с частотой 1 сек при различной длине базовой линии AB .

Измеряемые параметры – расстояния ρ_B^i

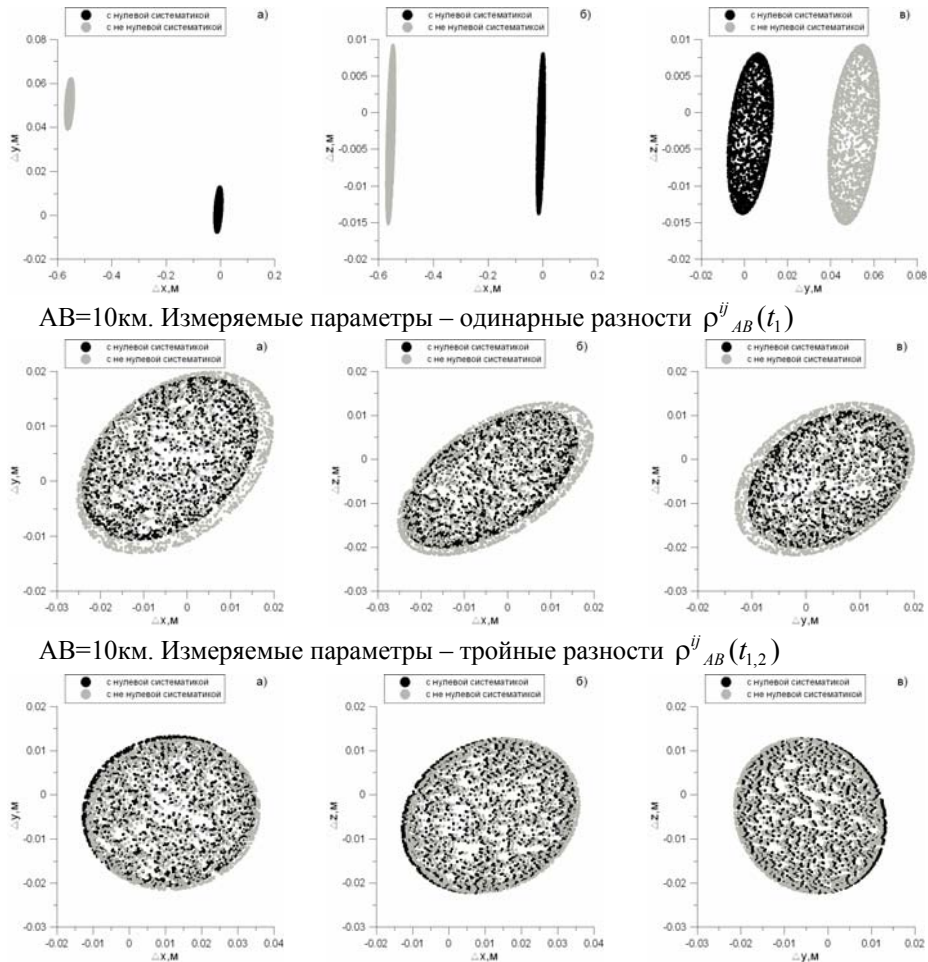


Рис. 1. Проекция на координатные плоскости доверительных эллипсоидов координат точки B , полученных с использованием расстояний, одинарных и тройных разностей по измерениям на интервале 24 ч с частотой 1 с

Черным цветом окрашены результаты, полученные с точными эфемеридами, серым цветом – результаты, полученные по эфемеридам с ошибками 1,7 м вдоль трансверсали $T(t)$. Начало системы координат $(0, 0)$ связано с точным положением точки В.

Оценки, полученных результатов, позволяют сделать ряд выводов об уровне точности определения координат пункта В разными способами с использованием точных эфемерид КА и неточных с ошибками порядка 2 м.

Непосредственно по измерениям ρ_B^i при условии точного предварительного определения всех поправок и использования точных эфемерид достигаются следующие точности:

$\sigma R \sim 14$ см при $\Delta t = 180$ мин и $h = 60$ с;

$\sigma R \sim 2$ см при $\Delta t = 180$ мин и $h = 1$ с;

$\sigma R \sim 4$ см при $\Delta t = 24$ ч и $h = 60$ с;

$\sigma R \sim 6$ мм при $\Delta t = 24$ ч и $h = 1$ с.

При использовании одинарных и тройных разностей оценки точности σR примерно одинаковы для вариантов с использованием точных эфемерид и эфемерид с ошибками. Значения оценок σR зависят только от длительности сеансов и частоты измерений, и практически не зависят от длины базовой линии АВ в пределах выбранных 100 км. Оценки по измерениям $\rho_{AB}^j(t_1)$:

$\sigma R \sim 20$ см при $\Delta t = 180$ мин и $h = 60$ с;

$\sigma R \sim 3$ см при $\Delta t = 180$ мин и $h = 1$ с;

$\sigma R \sim 6$ см при $\Delta t = 24$ ч и $h = 60$ с;

$\sigma R \sim 7$ мм при $\Delta t = 24$ ч и $h = 1$ с.

Оценки по измерениям $\rho_{AB}^j(t_{1,2})$:

$\sigma R \sim 113$ см при $\Delta t = 180$ мин и $h = 60$ с;

$\sigma R \sim 15$ см при $\Delta t = 180$ мин и $h = 1$ с;

$\sigma R \sim 7$ см при $\Delta t = 24$ ч и $h = 60$ с;

$\sigma R \sim 9$ мм при $\Delta t = 24$ ч и $h = 1$ с.

Для вариантов с использованием тройных разностей оценки немного хуже, но при увеличении длительности сеанса измерений приближаются к оценкам, получаемым с использованием одинарных разностей.

Смещения оценок $\hat{X}_3, \hat{Y}_3, \hat{Z}_3$ относительно оценок $\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}$, получаемых с использованием одинарных и тройных разностей примерно одинаковы. Они не зависят от длительности и частоты измерений, а зависят от длины базовой линии АВ. Величина смещений ΔR изменяется примерно по линейному закону следующим образом:

$\Delta R = 0,1$ мм при АВ=800 м;

$\Delta R = 1,2$ мм при АВ=10 км;

$\Delta R = 14$ мм при АВ=100 км.

Полученные нами оценки смещений хорошо согласуются с оценками, которые приведены в монографии К.М. Антоновича [2].

Следует заметить, что при длине базовой линии АВ > 10 км точность оценивания местоположения способами тройных разностей и относительным позиционированием при длительных сеансах измерений в значительной степени будет определяться величиной смещения ΔR , которой уже нельзя пренебречь.

Результаты моделирования показывают, что точность определения координат точки В способом тройных разностей может быть в реальных условиях приближена к предельно возможной точности, получаемой идеализированным способом относительного позиционирования, за счет увеличения продолжительности сеанса измерений.

Литература

1. Кузнецова Е.В., Бордовицына Т.В., Черницов А.М. Исследование некоторых алгоритмов решения задач локальной геодинамики с использованием базовых ГЛОНАСС/GPS-станций // Изв. вузов. Физика. 2011. Т. 54, № 6/2. С. 150–159.

2. Антонович К.М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии. М.: ФГУП «Картоцентр», 2005. Т. 2, 3.

РАЗРАБОТКА ИНТЕРФЕЙСА К ЧИСЛЕННОЙ МОДЕЛИ АСТЕРОИДНОГО ДВИЖЕНИЯ

И.В. Медведев, М.А. Баньщикова

Описывается интерфейс и возможности прикладной программы для оперативного определения и исследования астероидных орбит.

DEVELOPMENT OF INTERFACE TO NUMERICAL SIMULATION OF ASTEROID MOTION

I.V. Medvedev, M.A. Banschikova

An interface and the potentials of application software for quick determination and investigation of asteroid motion are described.

С развитием новых астрометрических средств наблюдений и проведением космических программ в последнее время ежегодно открывают сотни новых астероидов. В связи с этим возникает актуальная проблема оперативной обработки наблюдательных данных для получения орбитальных параметров, а также последующего исследования астероидной орбиты на основе численного моделирования. Для решения этих задач в отделе небесной механики и астрометрии НИИ прикладной механики и математики В.А. Авдюшевым разработано программное обеспечение на алгоритмическом языке Фортран 90. Используя лишь наблюдения в формате МРЕС (Minor Planet Electronic Circulars), оно позволяет быстро определить орбиту астероида и построить его эфемериду от текущей эпохи до заданной. Однако с точки зрения современного программирования неудобство в использовании программного обеспечения состоит в том, что все входные параметры, необходимые для моделирования, задаются в отдельном текстовом файле. В процессе численного моделирования в соответствующие текстовые файлы записываются и выходные данные, которые могут быть впоследствии подвергнуты дополнительной обработке либо использованы для визуализации с привлечением внешних программных средств.

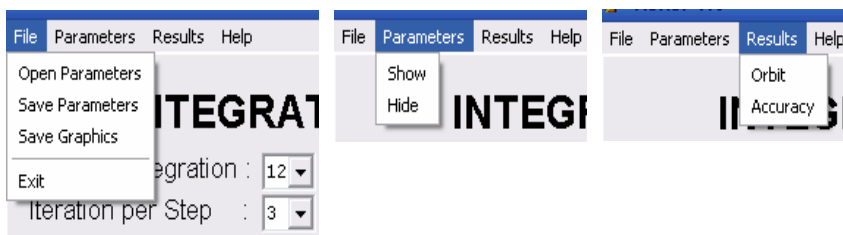


Рис. 1. Меню диалоговой программы

По инициативе автора мы разработали графический интерфейс на языке Borland Delphi 7.0 для ввода входных данных и визуализации численных результатов с автоматическим сохранением графиков в растровом формате.

Разработанная нами программная система основана на библиотеке dll, созданной из процедур численной модели движения астероида, написанной на языке Фортран 90. Программный комплекс имеет удобный и понятный диалоговый интерфейс, и любой пользователь, желающей определить орбиту астероида (при наличии файла с наблюдениями) или численно предсказать движение астероида (при

наличии начального вектора состояния динамической системы), может без труда ей воспользоваться.

Диалоговый интерфейс программы состоит из трёх основных частей:

- меню (рис. 1),
- панели ввода параметров для численного моделирования движения астероида,
- панели для визуализации результатов.

В свою очередь главное меню делится на разделы подменю:

- File – включает в себя, прежде всего возможность сохранения графических и численных результатов в соответствующие файлы, открытие ранее полученных файлов с данными для просмотра графиков и выход из программы.
- Parameters – включает кнопки скрытия и отображения панели ввода параметров (рис. 2),
- Results – выбор набора результирующих графиков (Orbit, Accuracy).
- Последний пункт меню Help содержит пункт About с кратким описанием программы.

На рис. 2 представлена панель ввода параметров для численного моделирования движения астероида. На панели в разделе Integration вводятся следующие параметры: Order of Integrator – порядок интегратора; Iteration per Step – число итераций, требуемых для вычисления коэффициентов интегратора; Tol. Int. Err. – задаваемая локальная точность (ошибка интегратора на шаге в а.е.); Prediction – прогноз орбитального движения (если необходимо); Calendar Date – конечная дата прогноза; Hazard. Dist. – радиус геоцентрической сферы (в км), при попадании в которую регистрируется опасное сближение астероида; Fitting to Obs – определение орбиты, если требуется, по астрометрическим наблюдениям астероида. В разделе Fitting: Accuracy – точность начальных координат как определяемых параметров; Observation File – файл с наблюдениями; Rejection – количество итераций, на которых выполняется отбраковка наблюдений; Preliminary Orbit – нахождение предварительной орбиты, если требуется; Delicate Mode – уточнение орбиты в «деликатном» режиме (с постепенным подключением наблюдений), если требуется. В разделе Parameters вводятся начальная эпоха и компоненты вектора начального динамического состояния, координаты и скорости на эпоху. Для выполнения программы, после ввода всех параметров, необходимо нажать на кнопку Enter. После выполнения программы можно перейти в раздел меню Result и посмотреть графические результаты (рис. 3), такие как:

- орбита исследуемого астероида относительно орбиты Земли;
- орбита АСЗ в сферических координатах;
- изменение расстояния астероида до Земли во время наблюдений;
- поведение показателя Ляпунова;
- разброс показателей орбиты наблюдений относительно реального движения.

В разделе меню File при необходимости можно сохранить полученные результаты в соответствующие файлы (численные результаты в файл с расширением dat, а графические – в растровый файл jpg).

Рис. 2. Панель ввода параметров для численного моделирования движения астероида

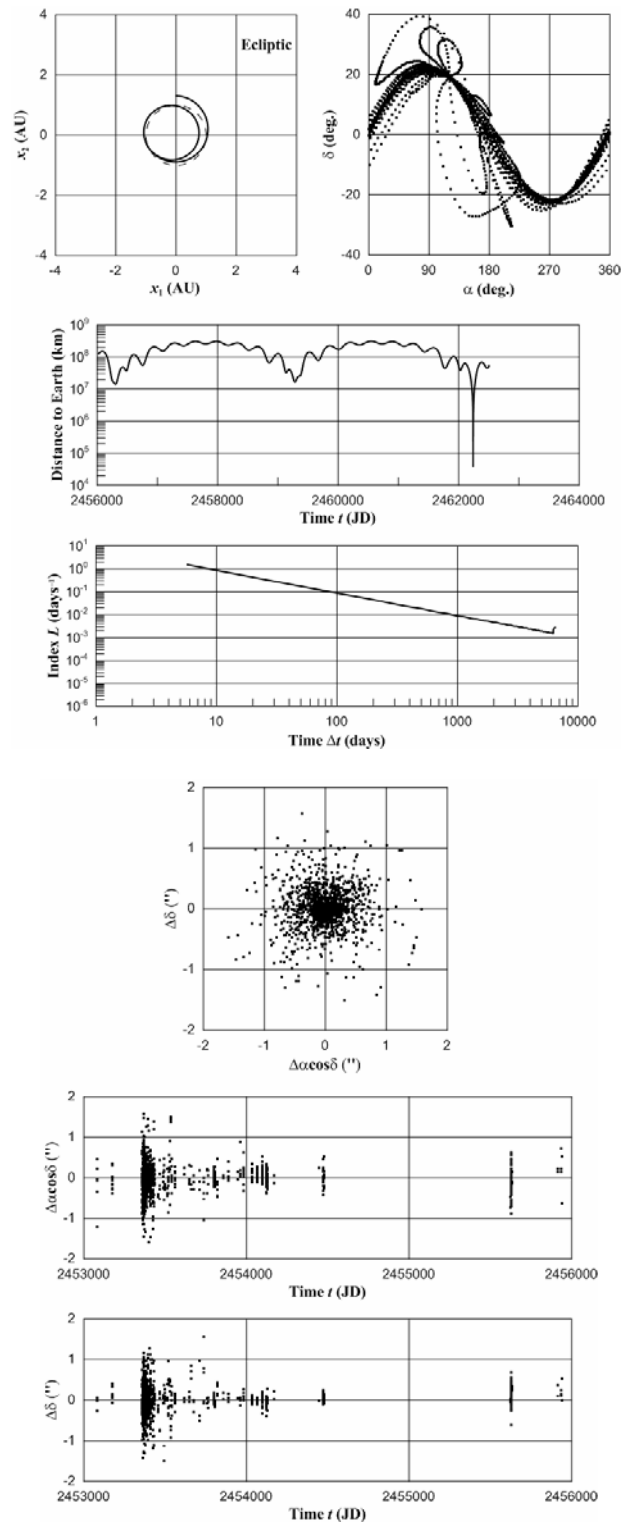


Рис. 3. Графические результаты, характеризующие движение АСЗ и точность наблюдений (Aporphis)

Таким образом, разработана диалоговая оболочка программы численного моделирования движения астероидов с удобным и понятным интерфейсом с возможностью визуализации результатов и сохранением их в растровые файлы.

Работа выполнена по заданию № 2.4024.2011 Министерства образования и науки Российской Федерации.

Литература

1. Шагдурова В.О., Баньщикова М.А. Исследование орбит околоземных астероидов, открытых космическим аппаратом WISE.
2. Авдюшев В.А. Численное моделирование орбит. Томск: НТЛ, 2010. 284 с.

ВЛИЯНИЕ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ОШИБОК НА ТОЧНОСТЬ ПОСТРОЕНИЯ ОБЛАСТЕЙ ВОЗМОЖНЫХ ДВИЖЕНИЙ МАЛЫХ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

Г.Е. Самбаров, О.М. Сюсина

Показано, что неполный учет возмущающих сил и неточное представление наблюдений могут привести к недостоверному определению начальных областей возможных движений малых тел.

THE INFLUENCE SYSTEMATIC BIASES ON THE ACCURACY CONSTRUCTION OF THE CONFIDENCE REGIONS

G.E. Sambarov, O.M. Syusina

The paper presents that no complete account the disturbing forces and inexact representation of the observations may lead to unreliable determination of confidence regions for small bodies motion.

На точность построения начальных доверительных областей значительное влияние могут оказывать систематические ошибки наблюдений и модели движения. Негативным последствием этого может оказаться непопадание изучаемого объекта в расчетную область возможных движений. Это особенно недопустимо при исследовании возможности столкновений астероидов с Землей.

На примере астероида 2007LQ19 был проведен численный эксперимент по изучению влияния ошибок модели и представления наблюдений на точность построения начальных доверительных областей с использованием реальных наблюдений. Полная выборка наблюдений объекта включала в себя 164 наблюдения: 76 наблюдений первого появления с 13.06. по 18.12.2007 г. и 88 – второго с 24.04 по 11.12.2011 г. Рассматриваемые в работе модели обозначены нами следующим образом. Цифрой 0 обозначен вариант использования полной модели, в которой учитываются притяжения больших планет, Луны, Плутона и релятивистские возмущения, а также поправки за эфемеридное и абберационное время; цифрой 1 – модель, в которой в отличие от полной модели не учитываются релятивистские возмущения; цифрами 2 и 3 – модели, в которых не учитываются соответственно поправки за эфемеридное и абберационное время; цифрами 4–12, обозначены варианты, в которых не учитываются соответственно возмущения от Меркурия (4), Венеры (5), Земли (6), Марса (7), Юпитера (8), Сатурна (9), Урана (10), Нептуна (11) и Плутона (12).

Наглядное представление о точности определения областей возможных движений астероида на основе рассматриваемых моделей дают рис. 1–3. Области на рисунках изображены в виде проекций доверительных эллипсоидов на плоскость XY. Левая часть рисунков дает полное представление о смещении областей, определяе-

мых с использованием неточных моделей, относительно области, построенной на основе полной модели. В правой части приведены в увеличенном масштабе фрагменты рисунков. Для построения начальных доверительных областей нами применялся метод построения области по ее граничной поверхности [1]

$$\mathbf{q}_j^* = \hat{\mathbf{q}} + \frac{k^*}{|\eta_j|} A \eta_j^T. \quad (1)$$

Здесь $\hat{\mathbf{q}}$ – оценка параметров $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_m)$, определяемая по n -мерной выборке измерений $\mathbf{d}^* = (d_1^*, d_2^*, \dots, d_n^*)$, ($n > m$), A – нижняя треугольная матрица, такая, что $AA^T = \hat{D}$; $\boldsymbol{\eta}_j = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m)$, компоненты которого $\eta_i \in N(0; 1)$ – независимые нормально распределенные случайные числа с единичной дисперсией; величина k^* оценивается с помощью статистик $F(m, n-m)$ распределения Фишера в виде $(k^*)^2 \cong mF(m; n-m; \gamma^*)$.

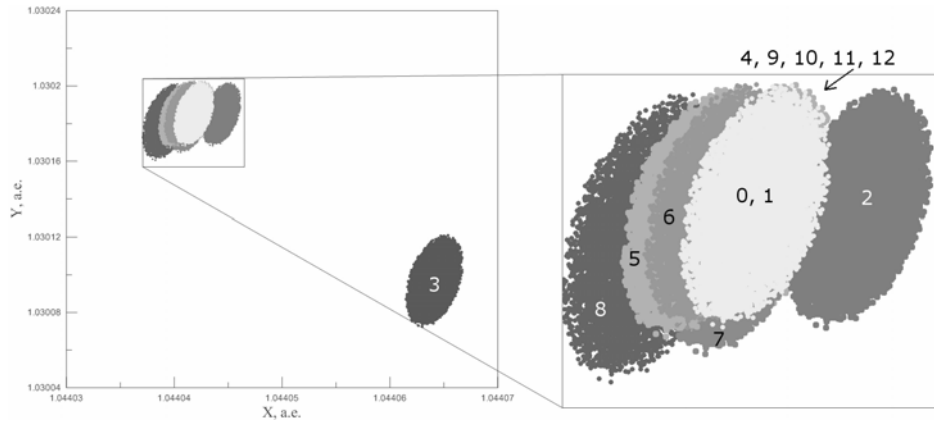


Рис. 1. Проекция начальных доверительных областей движения астероида 2007LQ19 на плоскость xy , определяемых на основе 76 наблюдений объекта с 13.06 по 18.12.2007 г.

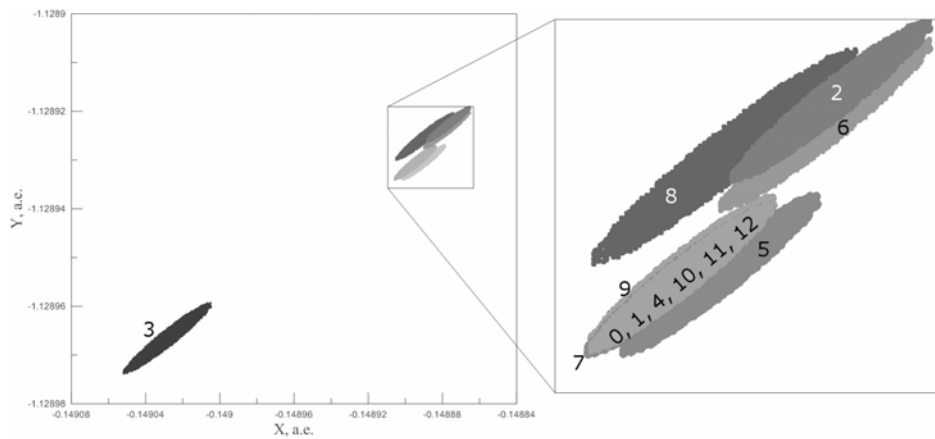


Рис. 2. Проекция начальных доверительных областей движения астероида 2007LQ19 на плоскость xy , определяемых на основе 88 наблюдений объекта с 24.04 по 11.12.2011 г.

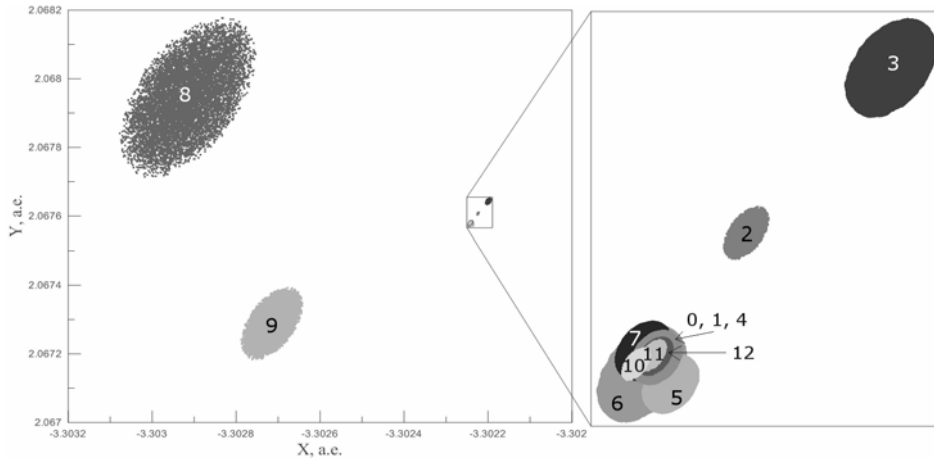


Рис. 3. Проекция начальных доверительных областей движения астероида 2007LQ19 на плоскость xy , определяемых на основе 164 наблюдений объекта с 13.06 по 11.12.2011 г.

Нами также было проведено исследование зависимости степени нелинейности задачи оценивания от рассматриваемой модели движения. Нелинейность задачи можно оценить, вычисляя показатель нелинейности χ по значениям среднеквадратических невязок в вершинах доверительного эллипсоида при помощи соотношения [2]

$$\chi_{\sigma m} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\min} - \sigma_0}. \quad (2)$$

Здесь использованы следующие обозначения: $\sigma_{\max} = \max\{\sigma(\mathbf{q}^i)\}$, $\sigma_{\min} = \min\{\sigma(\mathbf{q}^i)\}$, где $\sigma(\mathbf{q}^i)$ – значения среднеквадратической невязки в вершинах \mathbf{q}^i «доверительного» эллипсоида.

В таблице представлены результаты такого исследования. В первом столбце приведена численная модель, во втором – показатель нелинейности χ , определяемый на основе 76 наблюдений первого появления, в третьем – на основе 88 наблюдений второго появления, в четвертом – по полной выборке наблюдений объекта.

Значение коэффициента нелинейности при использовании различных численных моделей и мерных интервалов объекта 2007LQ19

Численная модель	Наблюдения 13.06–18.12.07	Наблюдения 24.04–11.12.11	Наблюдения 13.06–11.12.11
0	$5,18 \cdot 10^{-5}$	$2,14 \cdot 10^{-4}$	$1,36 \cdot 10^{-4}$
1	$5,46 \cdot 10^{-5}$	$2,14 \cdot 10^{-4}$	$1,52 \cdot 10^{-4}$
2	$5,34 \cdot 10^{-5}$	$2,15 \cdot 10^{-4}$	$1,01 \cdot 10^{-4}$
3	$1,62 \cdot 10^{-2}$	$1,39 \cdot 10^{-2}$	$1,50 \cdot 10^{-2}$
4	0,114	0,241	$6,75 \cdot 10^{-2}$
5	0,299	0,189	$4,87 \cdot 10^{-3}$
6	0,365	$9,6 \cdot 10^{-2}$	$1,83 \cdot 10^{-2}$
7	0,266	$7,87 \cdot 10^{-2}$	$7,16 \cdot 10^{-2}$
8	0,105	$8,54 \cdot 10^{-2}$	$1,95 \cdot 10^{-5}$
9	0,375	0,423	0,036
10	$6,78 \cdot 10^{-3}$	$7,03 \cdot 10^{-3}$	0,225
11	$2,08 \cdot 10^{-3}$	$2,43 \cdot 10^{-3}$	0,373
12	$5,21 \cdot 10^{-5}$	$2,15 \cdot 10^{-4}$	$2,78 \cdot 10^{-4}$

Анализ полученных нами результатов показал следующее. Влияние систематических ошибок, обусловленных неправильным выбором моделей движения и представлением наблюдений, на точность определения начальных областей возможных движений объекта может быть разным в зависимости от интервала наблюдаемости. Негативными последствиями неправильного выбора моделей могут быть большие смещения расчетных областей возможных движений от области, построенной на основе более точной модели. Возможны также варианты, когда применение неточной модели значительно увеличивает нелинейность задачи оценивания и ее алгоритмическое решение, в отличие от варианта с использованием точной модели, возможно только трудоемкими нелинейными методами.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, Госконтракт № П882 от 26 мая 2010 г.

Литература

1. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Новые алгоритмы построения методом Монте-Карло начальных доверительных областей движения малых тел // Изв. вузов. Физика. 2009. Т. 52, № 10/2. С. 48–55.
2. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Оценивание нелинейности в задачах построения начальных доверительных областей движения малых тел // Изв. вузов. Физика. 2011. № 6/2. С. 71–77.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ПОЗИЦИОННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ И ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ДВИЖЕНИЯ АСТЕРОИДОВ

П.В. Скрипниченко, Т.Ю. Галушина, Г.Т. Кайзер

Рассматривается задача исследования точности позиционных наблюдений астероидов на телескопе СБГ Коуровской астрономической обсерватории УрФУ. Решение основано на вычислении разностей (O–C) сферических координат астероидов. Показано влияние методики астрометрической обработки наблюдений и модели сил, используемой при прогнозировании движения астероидов, на среднеквадратическую ошибку представления наблюдений.

THE ACCURACY OF POSITIONAL CCD-OBSERVATION AND NUMERICAL MODELS OF MOTION OF ASTEROIDS

P.V. Skripnichenko, T.Yu. Galushina, G.T. Kaiser

The paper is devoted to the investigation of the accuracy of positional CCD-observation of asteroids on the SBG telescope of Astronomical observatory of the Ural Federal University. The solution is based on the determination of (O–C)-differences. The paper considers the standard deviation in the method of astrometrical processing of CCD-shots and in the numerical model of motion which is used for prediction of orbital parameters of asteroids.

Введение. В настоящее время в связи с развитием научной и технической базы заметно усилился интерес к исследованиям малых тел Солнечной системы. Ряд актуальных задач, таких как каталогизация объектов главного пояса астероидов, открытие новых объектов, уточнение орбитальных параметров объектов, открытых сравнительно недавно или имеющих малое число наблюдений, а также задачи, включенные в проблематику астероидно-кометной опасности, решаются на основе позиционных наблюдений. Для большинства перечисленных задач требуются позиционные наблюдения с высоким уровнем точности, поскольку именно точность наблюдений первоначально задает либо ограничивает точность решения задачи.

Позиционные наблюдения – разновидность наблюдений, в основе которых лежит задача получения экваториальных топоцентрических координат, а также оценки видимой звездной величины небесного тела.

Эффективным методом оценки точности наблюдений астероидов является определение разностей координат (O–C), полученных из наблюдений (O) и их вычисленных значений (C). Координаты астероидов по результатам наблюдений обычно определяются методами фотографической астрометрии, а их вычисленные значения – путем прогнозирования движения объекта по начальным параметрам движения с учетом сил, действующих на него.

Очевидно, что разности (O–C) включают ошибки наблюдений и ошибки вычисления координат, а получение разностей (O–C) и исследование поведения таких разностей в зависимости от различных условий дает не абсолютную оценку точности наблюдений, а лишь выявляет признаки сходимости наблюдений и расчетных значений, полученных конкретным алгоритмом. Оценивая разности (O–C) на основании одних и тех же наблюдений астероидов, применив различные модели сил для получения расчетных значений, можно добиться минимизации разностей, не исключив тем самым ошибок наблюдений.

На ошибку наблюдений астероидов влияют методики наблюдений и обработки снимков, технические возможности телескопа и астроклимат, в то время как точность вычисленных координат объекта обусловлена влиянием применяемой при прогнозировании движения объекта модели действующих на него сил, характеристик используемого программного обеспечения, точности начальных параметров движения.

Настоящая работа посвящена исследованию точности ПЗС наблюдений астероидов, проводимых на телескопе СБГ Коуровской астрономической обсерватории УрФУ. Целью работы является исследование влияния методики астрометрической обработки наблюдений и некоторых возмущающих факторов на точность представления наблюдений астероидов.

Исследование влияния различных условий обработки ПЗС-снимков СБГ на точность определения положений астероидов. Телескоп СБГ Коуровской астрономической обсерватории УрФУ имеет оптическую систему Шмидта с фокусным расстоянием $F=780$ мм и диаметром входного отверстия $D=420$ мм. Он оснащен ПЗС-матрицей Arophee Alta U32 размером 2184×1472 элементов, размер каждого пикселя – 6.8×6.8 мкм. Поле зрения телескопа после установки ПЗС-матрицы составляет $61.2'$ по прямому восхождению и $42.5'$ по склонению. Для фиксации моментов времени используется GPS-приемник Acutime 2000.

На начальном этапе исследования возможностей наблюдательного комплекса СБГ была поставлена задача получения оптимальной методики обработки ПЗС-снимков с целью минимизации влияния некоторых инструментальных ошибок. Проводились наблюдения астероидов различного блеска. Рассматривались методики обработки по методу Тернера с различным сочетанием условий астрометрической редукции: опорные каталоги – Tycho-2 и UCAC-2; модели редукции – полиномы первой и второй степени; выбор опорных звезд – по всему полю и локально вблизи определяемого объекта. Результаты, представленные в работе [1], показывают, что для данного сочетания «телескоп+матрица+небо» наиболее эффективна методика обработки, использующая в качестве опорного каталог UCAC-2 с применением квадратичной модели редукции и выбором звезд по всему полю. Использование этой методики позволяет получать положения объектов со среднеквадратической ошибкой представления наблюдений, не превышающей $0.3''$. Для получения этих результатов использовалось традиционно применяемое в отделе астрометрии и небесной механики АО УрФУ программное обеспечение, включающее: программный комплекс SBGControl [2], созданный в АО УрФУ для управления теле-

скопом СБГ; программный комплекс ЭПОС [3] с широким функционалом, созданный в ГАО РАН и применяемый при выполнении данной работы для вычисления эфемерид; программный пакет IZMCCD [4], созданный в ГАО РАН для астрометрической обработки ПЗС снимков и вычисления разностей координат (О–С). Необходимо отметить, что комплекс IZMCCD предназначен для астрометрической обработки снимков, а получение разностей (О–С) в данном пакете не более чем дополнительная функция, предназначенная для анализа наблюдательного материала на пунктах наблюдения. В частности, в данном пакете не предусмотрена возможность выбора возмущающих сил, учитываемых при прогнозировании движения астероида.

Исследование влияния численных моделей движения астероидов на оценки (О–С). В связи с тем что расчет разностей (О–С) на предыдущем этапе исследования осуществлялся с фиксированным набором возмущающих сил, была поставлена задача оценить влияние различных возмущающих факторов на среднеквадратическую ошибку представления наблюдений. Для решения задачи использовался специализированный программный комплекс, разработанный в НИИ ПММ ТГУ [5] и позволяющий осуществлять представление позиционных наблюдений астероидов и улучшение начальных параметров их орбиты. Важным отличием данного комплекса от IZMCCD является возможность задания пользователем модели действующих сил, что позволяет получить оценку влияния различных возмущений на среднеквадратическую ошибку представления наблюдений.

Для проведения исследования с сайта Международного центра малых планет (MPC) было сделано две выборки наблюдений (за исключением спутниковых и радиолокационных). Первая выборка содержала все наблюдения с 2000 по 2010 г. для серии объектов (порядка 150 астероидов), наблюдаемых на телескопе СБГ в АО УрФУ [6]. Сюда попали наблюдения, полученные на СБГ и обработанные при различных условиях астрометрической обработки. Вторая выборка – наблюдения, выполненные только на СБГ в период с 2010 по 2011 г. [7] и обработанные по оптимальной методике астроредукции [1]: каталог UCAC-2 + полный квадратичный полином + выбор звезд по всему полю.

Принятая модель сил для проведения исследования включала следующие параметры: влияние больших планет, Плутона, Луны (по эфемеридам DE405), Цереры, Паллады, Весты, сжатия Земли, светового давления и релятивистских эффектов от Солнца.

В данной работе оценивалось влияние светового давления и релятивистских эффектов от Солнца на среднеквадратическую ошибку представления наблюдений. По предварительным оценкам релятивистский эффект оказался более значимым, по сравнению с эффектом прямого светового давления, поэтому рассмотрим этот эффект подробно.

Релятивистские шварцшильдовские члены, обусловленные действием Солнца, определяются формулой:

$$\mathbf{P}_R = \frac{\mu}{c^2 r^3} \left[\left(-\dot{r}^2 + \frac{4\mu}{r} \right) \mathbf{x} + 4(\mathbf{x} \cdot \dot{\mathbf{x}}) \dot{\mathbf{x}} \right], \quad (1)$$

где $\mu = k^2 M_0$, M_0 – масса центрального тела; $k = 0.01720209895$ постоянная Гаусса; $r^2 = \sum_{i=1}^3 x_i^2$, $\mathbf{x}(x_1, x_2, x_3)$ – радиус-вектор положения тела; c – скорость света. Для

оценки влияния релятивистских эффектов на движение астероидов введен χ -коэффициент, характеризующий среднеквадратическую ошибку представления наблюдений при расчетах без учета релятивистских эффектов σ и с учетом $\sigma(P\mathcal{E})$:

$$\chi(\text{РЭ}) = \sigma - \sigma(\text{РЭ}). \quad (2)$$

Полученные результаты представлены на рис. 1.

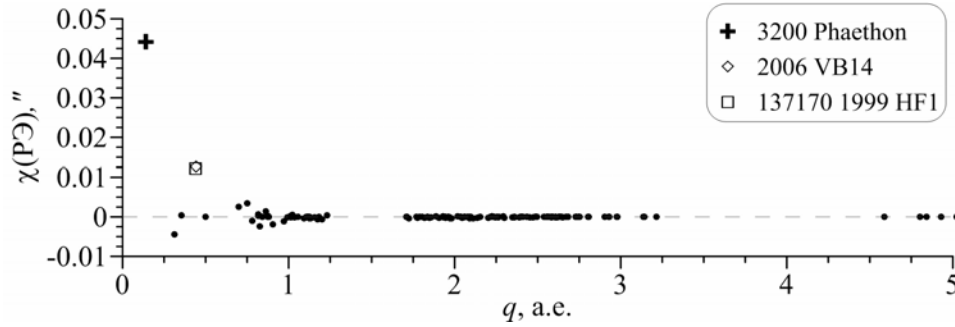


Рис. 1. χ -коэффициент релятивистских эффектов в зависимости от перигелийного расстояния

Из рис. 1 следует, что для большинства объектов влияние релятивистских эффектов на движение астероидов на данном интервале времени оказалось незначительным. Однако стоит отметить, что для 3 из 150 объектов величина χ -коэффициента превышает значение в $0.01''$. Эта величина является значимой в рамках данного исследования, так как для оптических наблюдений, сделанных с поверхности Земли, подобный уровень точности для большинства обсерваторий является практически недостижимым. Очевидно, что, используя материал наблюдений с пороговым значением точности порядка $0.01''$, невозможно выявить эффекты, влияние которых существенно меньше данного предела. Из вышеизложенного можно сделать следующий вывод: учет влияния релятивистских эффектов от Солнца на движение астероидов при получении высокоточных разностей (О–С) необходим, так как даже в относительно малой выборке мощностью в 150 объектов обнаружено 3 астероида, для которых при удовлетворении данного условия среднеквадратическая ошибка представления наблюдений снизилась на заметную величину порядка $0.01''$.

В качестве дополнительного исследования было оценено влияние Коуровских наблюдений на среднеквадратическую ошибку представления наблюдений, полученную по всем наблюдениям, сделанным с поверхности Земли. Таким образом, появилась возможность оценить вклад наблюдений АО УрФУ в общемировую статистику. Для оценки влияния Коуровских наблюдений введен χ -коэффициент, характеризующий разность среднеквадратической ошибки представления наблюдений при расчетах без учета Коуровских наблюдений и с их учетом:

$$\chi(\text{К}) = \sigma - \sigma(\text{К}). \quad (3)$$

Если $n(A)$ – количество положений астероида в используемой выборке, полученных со всех обсерваторий мира, а $n(K)$ – то же значение, но за вычетом числа наблюдений, проведенных в АО УрФУ, то $N(K)$ – вклад Коуровских наблюдений в общемировую статистику:

$$N(K) = \frac{n(A) - n(K)}{n(A)} * 100\% . \quad (4)$$

Результаты представлены на рис. 2.

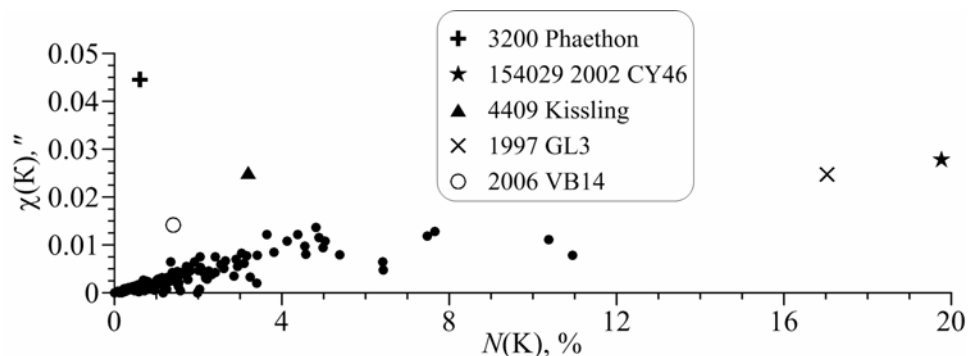


Рис. 2. χ -коэффициент Коуровских наблюдений к общему объему выборки (%)

Очевидно, что χ -коэффициент Коуровских наблюдений увеличивается с ростом числа наблюдений, проведенных в АО УрФУ, содержащихся в выборке. С другой стороны, простое большинство не является единственно возможным способом добиться значительного увеличения χ -коэффициента, как видно на примере астероида 3200 Phaethon. Возможно, на значение χ -коэффициента большое влияние оказывают распределение наблюдений по времени или другие факторы, выявление и исследование которых необходимо проводить дополнительно.

Таким образом, проведенное исследование позволило сделать следующие выводы. Расширенная модель сил, включающая учет светового давления и релятивистских эффектов, позволяет получать вычисленные значения координат (С), более согласованные с наблюдениями. В основном это касается некоторых объектов, обладающих малыми перигелийными расстояниями. При обработке данной выборки Томским пакетом программ релятивистский эффект оказался более значимым по сравнению с эффектом прямого светового давления. Тестирование модели сил по всем наблюдениям с поверхности Земли позволяет утверждать об объективности полученных в работе оценок (О–С).

Совместное применение методики обработки снимков (UCAC2, квадратичный полином, выбор звезд по всему полю) с моделью сил, включающей световое давление и релятивистские эффекты, позволяет получить объективную оценку точности для большинства наблюдений. Полученные значения разностей (О–С) и их среднеквадратической ошибки показывают, что наблюдения астероидов, проводимые в Коуровской астрономической обсерватории УрФУ, по точности соответствуют мировому уровню.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2012 гг.» (Государственный контракт № 16.518.11.7074).

Литература

1. Кайзер Г.Т., Виле Ю.З., Гламазда Д.В., Скрипниченко П.В. Позиционные наблюдения астероидов и комет в Коуровской астрономической обсерватории // Вестник СибГАУ. 2011. Вып. 6 (39). С. 124–128.
2. Гламазда Д.В. Общее описание комплекса SBGControl/ 2008. С. 45.
3. Львов В.Н., Смехачева Р.И., Цекмейстер С.Д. ЭПОС – пакет программ для работ по изучению объектов Солнечной системы // Труды конф. «Околосолнечная астрономия XXI века». Звенигород, 21–25 мая 2001 г. М.: ГЕОС, 2001. С. 235–240.
4. <http://izmcdd.puldb.ru/izmcddrus>
5. Быкова Л.Е., Галушина Т.Ю., Батурич А.П. Построение поисковых эфемерид астероидов на основе областей их возможных движений. II. Программная система // Изв. вузов. Физика. Приложение. Небесная механика и прикладная астрономия. 2007. № 12. С. 13–20.

6. Kaiser G., Wibe Ju, Glamazda D. Minor planet observations // Minor Planet Circ. 2009. № 66451, № 67670, 67956; 2011. №74385, 75146, 77168; 2012. №77584.
 7. Kaiser G., Glamazda D., Wibe Ju., Skripnichenko P. Minor planet observations // Minor Planet Circ. 2010. № 68215, 72442; 2011. № 73052; 2012. № 78330.

**ВЕКОВЫЕ РЕЗОНАНСЫ КАК ИСТОЧНИК ХАОТИЧНОСТИ
 В ДОЛГОВРЕМЕННОЙ ОРБИТАЛЬНОЙ ЭВОЛЮЦИИ НЕУПРАВЛЯЕМЫХ
 ОБЪЕКТОВ СРНС В ОБЛАСТИ МЕО**

И.В. Томилова, И.Н. Чувашов

Представлены результаты исследования долговременной орбитальной эволюции неуправляемых объектов СРНС. Показано, что значительное влияние на орбитальную эволюцию объектов области МЕО оказывают вековые и тессеральный резонансы, которые являются источником возникновения хаотичности.

**SECULAR RESONANCES AS A SOURCE OF CHAOTIC MOTION IN
 THE LONG-TIME ORBITAL EVOLUTION OF SRNS OBJECTS THE MEO
 REGION**

I.V. Tomilova, I.N. Chuvashov

In this paper results of investigations SRNS object's long-time orbital evolution are presented. It is shown that a significant effect on the orbital evolution of objects in the MEO region have a secular and tesseral resonances, which are the source of chaotic motion.

Объекты спутниковых радионавигационных систем (СРНС) после потери ими управления испытывают значительные долгопериодические возмущения [1], возникающие вследствие соизмеримости частоты собственной прецессии орбиты спутника со средним движением третьего тела (полувековой резонанс) или с частотой собственной прецессии орбиты третьего тела (вековой резонанс). Для объектов системы GPS имеет место еще и тессеральный резонанс, связанный с соизмеримостью среднего движения спутника с периодом вращения Земли.

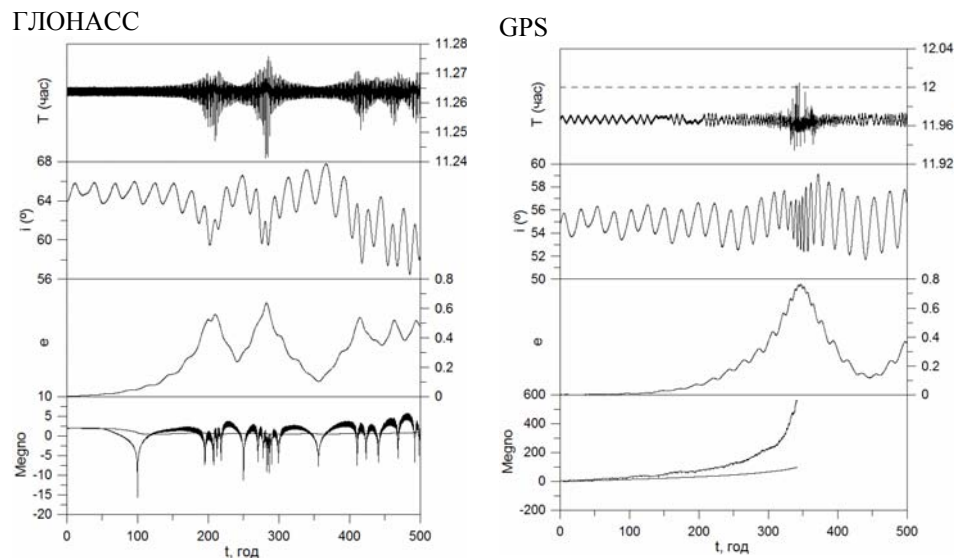


Рис. 1. (начало)

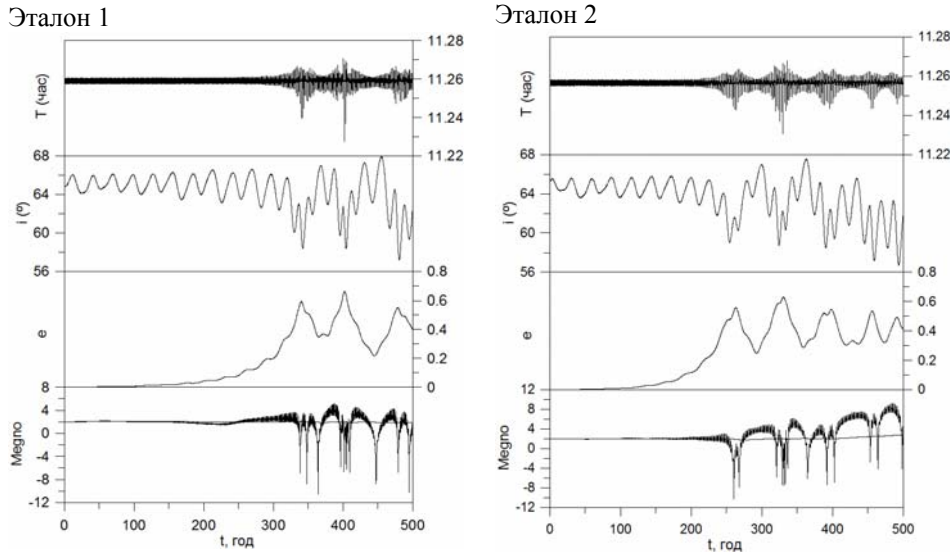


Рис. 1. (окончание). Эволюция периода T , наклонения орбиты i , эксцентриситета e и параметров Megno (Y, \bar{Y}) на интервале времени 500 лет

В процессе исследования долговременной эволюции ИСЗ «Эталон 1@» и «Эталон 2» нами было выявлено возникновение хаотичности при возрастании эксцентриситета орбиты до $e = 0,4$ и выше. Поэтому процесс эволюции был рассмотрен нами детально с применением численно-аналитической методики, описанной в работе [2], причем не только для спутников «Эталон 1» и «Эталон 2», но и для объектов систем GPS и ГЛОНАСС.

Эволюция периода T , наклонения орбиты i , эксцентриситета орбиты e и параметра МEGНО [3] на интервале времени 500 лет, полученная в результате численного моделирования, представлена на рис. 1. Для вычисления параметра МEGНО использовался программно-математический комплекс, представленный в работе [4].

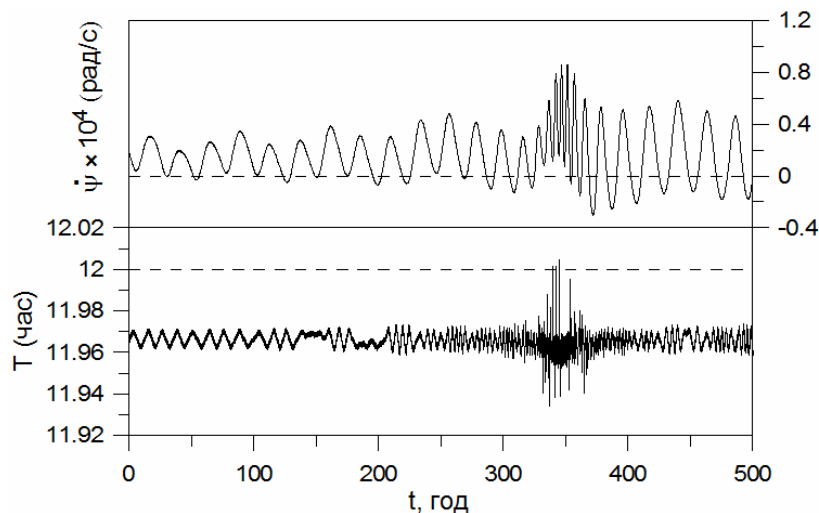


Рис. 2. Эволюция периода T и резонансного соотношения $\psi = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_s) + 2\dot{\omega}$. Интервал времени 500 лет

Из графиков (см. рис. 1) видно, что движение всех выбранных объектов становится хаотическим приблизительно через 200 лет. Особый интерес представляет орбитальная эволюция спутника системы GPS, который помимо вековых резонансов вовлекается еще и в тессеральный резонанс. Наложение этих резонансов показано на рис. 2. По мере приближения периода спутника к $T = 12^h$ параметр МEGHO стремительно увеличивается и после прохождения через $T = 12^h$ интегрирование дифференциальных уравнений для вычисления МEGHO становится невозможным из-за очень больших значений переменных. Поэтому исследование хаотичности с помощью данного параметра для спутников GPS останавливается на интервале времени 350 лет.

Помимо численного моделирования, проведено аналитическое исследование, подтверждающее наличие вековых резонансов у исследуемых объектов.

Минимальные и максимальные значения резонансных соотношений, полученные на интервале времени 500 лет, умноженные на 10^4 , для объектов зоны МEO, размерность рад/с

Резонансное Соотношение	«Эталон 1»		«Эталон 2»		GPS		ГЛОНАСС	
	мин	макс	мин	макс	мин	макс	мин	макс
$\dot{M}'_s - 2\dot{\omega}$	-1.598	0.479	-1.320	0.431	-4.092	-0.795	-1.316	0.565
$\dot{M}'_s - \dot{\omega}$	-0.739	0.299	-0.600	0.275	-1.986	-0.338	-0.598	0.342
$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_s) + 2\dot{\omega}$	-1.113	-0.044	-1.084	-0.009	-0.305	0.855	-1.115	0.006
$\dot{\omega}$	-0.181	0.863	-0.157	0.724	0.459	2.118	-0.224	0.722

В таблице приведены наиболее интересные результаты исследования эволюции соотношений, определяющие наличие вековых резонансов низких порядков у исследуемых объектов. Данные, представленные в таблице, показывают, что резонансные соотношения переходят через нулевое значение, а следовательно, имеет место острый вековой резонанс.

Таким образом, в работе показано, что наложение различных вековых, а также вековых и тессеральных резонансов способно приводить к возникновению хаотичности в процессе долговременной орбитальной эволюции отработавших объектов систем ГЛОНАСС, GPS и спутников «Эталон 1» и «Эталон 2».

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 11-02-00918.

Литература

1. Rossi A. // Celest. Mech. Dyn. Astr. 2008. Vol. 100 P. 267–286.
2. Бордовицына Т.В., Томилова И.В., Чувашиов И.Н. // Изв. вузов. Физика. 2011. № 6/2. С. 160–167.
3. Cincotta P.M., Girdano C.M., Simo C. Phase space structure of multi-dimensional systems by means of the mean exponential growth factor of nearby orbits // Physica D. 2003. Vol. 182. P. 151–178.
4. Бордовицына Т.В., Александрова А.Г., Чувашиов И.Н. Комплекс алгоритмов и программ для исследования хаотичности в динамике искусственных спутников Земли / Изв. вузов. Физика. 2010а. № 8/2. С. 14–21.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ ПРИ ЧИСЛЕННОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОРБИТЫ КА ПО ГЛОНАСС-ИЗМЕРЕНИЯМ

Н.С. Цыремпилова, М.А. Баньщикова

Рассматриваются некоторые итерационные методы для численного решения обратной задачи орбитальной динамики, а именно: методы наискорейшего градиентного спуска, Гаусса–Ньютона и Левенберга–Марквардта, а также их модификации. Исследуется их эффективность при определении орбиты космического аппарата типа «Метеор-М» по ГЛОНАСС измерениям.

EFFICIENCY OF ITERATION METHODS FOR NUMERICAL DETERMINATION OF SPACECRAFT ORBIT FROM GLONASS-MEASUREMENTS

N.S. Tsyrempilova, M.A. Banshchikova

In the paper are considered some iteration methods for numerical solving an inverse problem of orbital dynamics, namely the steepest descent method, Gauss–Newton and Levenberg–Marquardt methods as well as their modifications. The efficiency of the methods is investigated applied to determining the orbit of a spacecraft like Meteor-M from GLONASS-measurements.

Как известно, обратная задача орбитальной динамики состоит в определении орбитальных параметров объекта из астрометрических наблюдений в рамках выбранной модели. В свою очередь, на практике решение обратной задачи, как правило, сводится к решению некоторой нелинейной системы уравнений итерационными методами. Поэтому эффективность итерационного поиска орбиты зависит главным образом от того, насколько удачно выбран метод.

Ранее в работе [2], эта проблема рассматривалась при решении некоторой безразмерной обратной задачи, которая состояла в определении плоской круговой орбиты в рамках кеплеровской орбитальной модели, где в качестве измерений выступали задаваемые координаты. В данной работе приводятся результаты исследования эффективности итерационных методов применительно к определению орбиты космического аппарата типа «Метеор-М» по ГЛОНАСС-измерениям.

Как и в работе [2], рассматривались следующие методы:

- 1) метод наискорейшего градиентного спуска (G);
- 2) метод Гаусса–Ньютона (GN);
- 3) демпфированный метод Гаусса–Ньютона (DGN);
- 4) модифицированный метод Левенберга–Марквардта (LMM);
- 5) составной метод (COMPL) с совместным использованием метода Гаусса–Ньютона, метода наискорейшего градиентного спуска и проекционной схемы.

Все эти методы подробно описаны в работах [1, 2].

Движение космического аппарата типа «Метеор-М» моделировалось в рамках задачи двух тел при различных распределениях модельных наблюдений с учетом условия видимости навигационных спутников ГЛОНАСС. Элементы орбиты исследуемого спутника представлены в табл. 1, где h – высота спутника, a – большая полуось, e – эксцентриситет, i – наклонение орбиты, T – период обращения КА. Вектор начального приближения $\mathbf{q}_0 = (\mathbf{x}_0, \dot{\mathbf{x}}_0)$ данного спутника определялся из дальностей до спутников навигационной системы ГЛОНАСС посредством решения системы уравнений методом Ньютона с заданной точностью $\varepsilon = 0,01$ км:

$$\begin{cases} r_{k_1}^2 - (x_{k_1,1} - x_1)^2 - (x_{k_1,2} - x_2)^2 - (x_{k_1,3} - x_3)^2 = 0, \\ r_{k_2}^2 - (x_{k_2,1} - x_1)^2 - (x_{k_2,2} - x_2)^2 - (x_{k_2,3} - x_3)^2 = 0, \\ r_{k_3}^2 - (x_{k_3,1} - x_1)^2 - (x_{k_3,2} - x_2)^2 - (x_{k_3,3} - x_3)^2 = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где k_1, k_2, k_3 – номера первых трех видимых спутников ГЛОНАСС, по дальностям которых определялись начальные приближения координат, $r_{k_1}, r_{k_2}, r_{k_3}$ – наблюдаемые значения дальности до объекта, измеренной по ГЛОНАСС, $\mathbf{x}_{k_1} = (x_{k_1,1}, x_{k_1,2}, x_{k_1,3})$, $\mathbf{x}_{k_2} = (x_{k_2,1}, x_{k_2,2}, x_{k_2,3})$, $\mathbf{x}_{k_3} = (x_{k_3,1}, x_{k_3,2}, x_{k_3,3})$ – координаты навигационных спутников ГЛОНАСС, $\mathbf{x}_0 = (x_1, x_2, x_3)$ – искомые координаты КА. Приближения скоростей $\dot{\mathbf{x}}_0$ определялись из разностей координат, вычисленных на два последовательных момента времени.

Таблица 1

Параметры орбиты КА Метеор-М				
h , км	a , км	e	i , °	T , мин
821,8	2199,8	$1,31 \cdot 10^{-3}$	98,7	101,3

В эксперименте были смоделированы измерения (с шагом 1 мин), в качестве которых выступали дальности до спутников навигационной системы ГЛОНАСС. В них вносились случайные ошибки, распределенные по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и дисперсией 0,01 км. Таким образом, решаемую нами задачу можно записать в следующем виде:

$$S = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{k=1}^{24} p_{i,k} (r_k(\mathbf{q}_0, t_i) - r_{i,k})^2 \right) \rightarrow \min, \quad \text{где } (i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, 24).$$

Здесь $r_{i,k}$ – наблюдаемые значения дальности до объекта, измеренной по ГЛОНАСС; $r_k(\mathbf{q}_0, t_i)$ – вычисленные в рамках задачи двух тел значения дальности до объекта; t_i – момент i -го наблюдения; $\mathbf{q}_0 = (\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}_0)$ – вектор начального приближения; N – число наблюдений; $p_{i,k}$ – весовой коэффициент, определяющий видимость k -го спутника в момент времени t_i , так как в задаче учитывается эффект экранирования Землей. Коэффициент может принимать значения 1 или 0: при $p_{i,k} = 1$ k -й спутник видим в момент t_i , при $p_{i,k} = 0$ k -й спутник невидим в момент t_i . Для исключения «невидимых» спутников использовалось следующее условие видимости: $H < R$ (рис. 1), где R – радиус Земли, r_{12} – расстояние между двумя спутниками, r_1, r_2 – положения спутников 1 и 2 соответственно относительно центра Земли, H – перпендикуляр, опущенный к вектору r_{12} из центра Земли; R – средний радиус Земли (6378,1 км) [2].

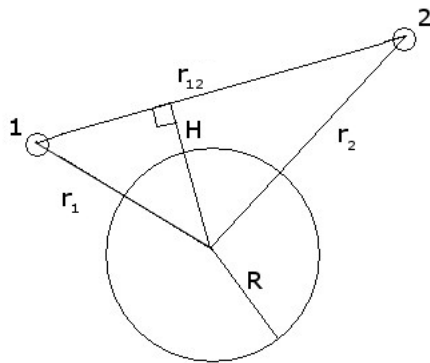


Рис. 1. Условие видимости

Эффективность методов решения обратной задачи исследовалась в трех случаях распределения наблюдений на круговой орбите:

1. равномерное распределение наблюдений на 1/8 оборота КА ($N = 13$);
2. равномерное распределение наблюдений на одном обороте КА ($N = 100$);
3. две группы наблюдений ($N_1 = 60$ и $N_2 = 10$), распределенные на концах интервала времени, соответствующего 70,36 сут (1000 оборотов КА).

В качестве показателя эффективности рассматривалось количество итераций K , выполненных до сходимости с точностью 10^{-6} км. Для каждого случая опытным путем была выработана стратегия выбора переменных параметров h и h^* в демпфированном методе Гаусса–Ньютона (DGN) и методе Левенберга–Марквардта (LMM) для повышения эффективности. В табл. 2 и 3 представлены численные результаты для каждого из рассмотренных итерационных методов решения обратной задачи для трех случаев распределения наблюдений на круговой орбите. В табл. 3 знак «×» означает, что метод G не достигал необходимой сходимости ни в одном из случаев.

Таблица 2

Стратегия выбора переменных параметров h и h^* в методах

I	DGN	$h = 10^{-4} \cdot 1,9^i$
	LMM	$h = 10^{-4} \cdot 1,9; h^* = 10^4/90^i$
II	DGN	$h = 10^{-4} \cdot 1,9^i$
	LMM	$h = 10^{-4} \cdot 1,9^i; h^* = 10^4/90^i$
III	DGN	$h = 10^{-4} \cdot 1,9^i$
	LMM	$h = 10^{-4} \cdot 1,9^i; h^* = 10^4/90^i$

Таблица 3

Характеристики быстродействия методов

Методы	K		
	I	II	III
GN	2	2	3
G	×	×	×
DGN*	5	5	5
LMM**	6	6	9
COMP	2	2	3

Из таблиц видно, что достаточно высокое быстродействие показали метод Гаусса–Ньютона и составной подход, так как сходимость итераций достигалась за 2–3 итерации. Также высокую эффективность демонстрируют демпфированные методы (DGN и LMM) во всех задачах. Итерационный процесс для метода наискорейшего градиентного спуска сходил, но не в нужный минимум.

Таким образом, было осуществлено сравнение эффективности рассмотренных методов применительно к трем поставленным задачам. Получив численные результаты, мы пришли к следующим выводам. Для определения орбиты КА «Метеор-М» по рассмотренным наборам наблюдений достаточно использовать классические методы типа Гаусса–Ньютона (GN). Данный метод достаточно прост в использовании и обеспечивает высокую эффективность.

Литература

1. Авдюшев В.А. Численное моделирование орбит. Томск: НТЛ, 2010. 284 с.
2. Цыремпилова Н.С., Авдюшев В.А., Баньщикова М.А. // Изв. вузов. Физика. 2011. № 1. С. Итерационные методы определения орбит в обратных задачах спутниковой динамики.
3. Польшченко А.С. // Изв. вузов. Физика. 2009. № 10/2. С. Анализ способов уточнения начальных параметров орбит по измерениям «спутник – спутник».
4. Авдюшев В.А. Основы численных методов. Томск, 2009. 43 с.

СЕКЦИЯ 5
**МАТЕМАТИКА, МЕХАНИКА И ИНФОРМАТИКА
ДЛЯ МОЛОДЫХ ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ И УЧАЩИХСЯ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ШКОЛ И ЛИЦЕЕВ**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕРМОКИНЕТИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ ПРОЦЕССА
ПИРОЛИЗА РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ТОРФА**

А.И. Казанцева, С.М. Андреюк, А.И. Фильков

В изотермических условиях исследован процесс пиролиза различных видов торфа. Методика решения обратных задач использовалась для нахождения термокINETических постоянных.

**DETERMINATION OF THERMOKINETIC CONSTANTS OF PYROLYSIS
PROCESS OF VARIOUS KINDS OF PEAT**

A.I. Kazantseva, S.M. Andrejuk, A.I. Filkov

Pyrolysis process of various kinds of peat in isothermal conditions is investigated. The technique of solution of inverse problems for a obtaining of thermokinetic constants was used.

Пожары на торфяниках наносят огромный ущерб окружающей среде и могут приводить к техногенным катастрофам. Однако торфяные пожары, по сравнению с обычными лесными пожарами, изучены мало из-за отсутствия сведений о механизмах загорания и распространения горения вглубь слоя торфа [1]. Особую важность представляют процессы сушки и пиролиза топлива. В настоящее время достоверных данных об этих величинах недостаточно, и поэтому математическое моделирование возникновения и распространения торфяных пожаров осуществляется на основе их ориентировочных сведений. В этих условиях существенно возрастает роль обратных задач [2] как методологической основы создания информационных баз данных для математических моделей торфяных пожаров.

Данная работа посвящена выяснению кинетических особенностей процесса пиролиза различных типов торфа с учетом масштабного эффекта на основе использования методики решения обратных задач.

Для исследования процессов пиролиза были взяты торфяная залежь верхового типа, собранная в районе г. Эдинбург (Шотландия), торфяная залежь верхового и переходного типа, собранные в Томской области.

Анализы были сделаны с помощью термогравиметрии в воздушной среде на приборе Pyris[®] 1 TGA Perkin Elmer[®]. Образцы, масса которых составляла 10 мг, исследовались в изотермических условиях в платиновом тигле при температурах 200 и 300 °С. Все образцы предварительно высушивались при температуре 80 °С до абсолютно сухого состояния с целью удаления свободной воды. Масса образцов составляла $5 \pm 0,5$ мг. Для каждой температуры осуществлялось от 3 до 5 опытов, а затем полученные значения масс усреднялись. Искомые ТКП (энергию активации и предэкспоненциальный множитель) определяли из условия среднеквадратичного согласования экспериментальных и расчетных значений массы образцов для различных моментов времени, определенных по математической модели [2].

В результате работы проведено сравнение найденных и полученных ранее значений энергии активации для динамических и изотермических условий на основе

классического кинетического метода Kissinger-Akahira-Sunose [3] и методики решения обратных задач. Сделан анализ полученных результатов комплексного исследования и выяснены кинетические особенности пиролиза различных типов торфа с учетом масштабного эффекта.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ №12-01-00142-а, №11-01-00673-а, №11-01-00228-а и №10-01-91054 НЦНИ-а.

Литература

1. Rein G. Smouldering Combustion Phenomena in Science and Technology // International Review of Chemical Engineering. 2009. № 1(1). С. 3–18.
2. Гришин А.М., Кузин А.А., Фильков А.И. Определение термокинетических постоянных процессов сушки и пиролиза растительных горючих материалов и торфа // Изв. вузов. Физика. 2009ю №2/2. С. 107–111.
3. Leoni E., Tomi P., Khoumeri B., Balbi N., Bernardini A.F. Thermal Degradation of Pinus pinaster Needles by DSC. Part 1: Dehydration Kinetics // Journal of Fire Sciences. 2001. Vol. 19(5). P. 379–397.

ОСОБЕННОСТЬ ПОВЕДЕНИЯ ВРАЩАЮЩИХСЯ ТЕЛ

Е.В. Берестова, С.А. Берестова

Рассмотрены особенности поведения вращающегося тела в набегающем потоке. Приведены примеры прикладного использования эффекта Магнуса. Дана математическая модель падения длинного тонкого цилиндра, скатывающегося с наклонной плоскости.

BEHAVIOUR OF ROTATING BODIES

E.V. Berestova, S.A. Berestova

Behavior of rotating body in running stream are considered. Examples using of Magnus effect are given. The mathematical model of falling of the long thin cylinder which is rolling down from the inclined plane is given.

Эффект отклонения от традиционной траектории вращающихся тел был обнаружен при изучении полета артиллерийских снарядов: подъемная сила, действующая со стороны встречного потока воздуха, отклоняет снаряд от линии прицела. Впервые эффект описан немецким физиком Генрихом Густавом Магнусом в 1853 г.

Рассмотрим цилиндр, обтекаемый равномерным потоком. При своем вращении цилиндр увлекает прилегающие слои воздуха (либо жидкости); в результате окружающая среда получает, кроме поступательного движения, еще и вращение вокруг цилиндра. Там, где скорость больше, давление – меньше согласно уравнению Бернулли [2]. В статье [1] приведена формула Рэля (Жуковского) для расчета подъемной силы

$$F = k\rho u^2 S/2,$$

где ρ – плотность воздуха; u – скорость набегающего потока; S – характерная площадь; коэффициент подъемной силы. Коэффициент подъемной силы определяется опытным путем: у тела в форме конуса $k = 0,4$; у тела в форме шара $k = 0,6$; у тела в форме цилиндра $k = 0,5$.

В КБ «Полет» разработана ветряная установка, которая является альтернативным источником энергии (рис. 1). Оригинальная конструкция работает при силе ветра 2–4 м/с, что соответствует среднестатистическим погодным условиям. Она прошла необходимые испытания и выиграла грант на серийный запуск. Впрочем,

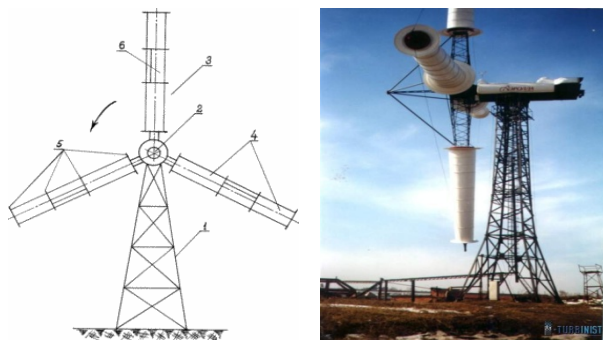


Рис. 1. Ветроэнергетическая установка

изображены направление вращения мяча (spin direction), направление полета мяча (ball direction), сила сопротивления движению (drag force) и сила Магнуса (Magnus lift force).

Существует подкласс воздушных змеев Д. Эдвардса [3]. В полёте корпус змея вращается вокруг своей оси. При этом крылья-лопасти преобразуют напор ветра в подъемную силу, а устойчивость змей сохраняет за счет симметричного обтекаемого корпуса и круглого киля. Полуцилиндры, закрепленные на рейках и закрытые с торцов дисками, под напором набегающего потока воздуха вращаются вокруг своих осей.

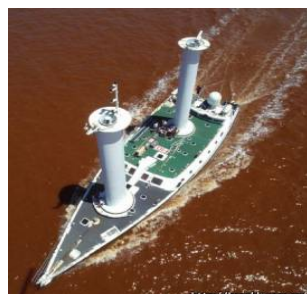


Рис. 3. Корабль «Букау»

Он отклоняется при падении от обычной траектории (парабола) и движется по более крутой линии. Встречный поток воздуха направлен противоположно скорости центра масс цилиндра, цилиндр вращается против часовой стрелки. Скорость его отрыва рассчитаем по теореме об изменении кинетической энергии

$$W - W_0 = \Sigma A,$$

где W – кинетическая энергия в момент отрыва; W_0 – кинетическая энергия в начальный момент времени; ΣA – сумма работ всех внешних сил. Кинетическая

заказ энергетиков – эксперимент, поскольку о массовом использовании установок речи пока не идет.

Наверное, каждый мальчишка знает, что такое «сухой лист». Изобретателем легендарного удара был В. Лобановский. Он пускал мяч с углового по очень крутой траектории – в итоге мяч опускался за спиной вратаря под перекладину. На рис. 2

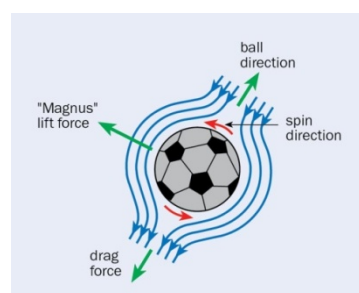


Рис. 2. Полет мяча

В судостроении, ярким примером применения эффекта является корабль «Букау» А. Флеттнера (рис. 3). Испытания такого корабля проводились в 1924 г. Роторы действовали практически бесшумно, а способность корабля к маневрированию оказалась превосходной. Он показал себя с лучшей стороны и во время бури.

Эффект Магнуса можно легко продемонстрировать при помощи опыта [2, 4] со скатыванием легкого бу-

мажного цилиндра по наклонной плос-



Рис. 4. Скатывание цилиндра

энергия в начальный момент времени равна нулю ($W_0 = 0$), так как тело начинает движение из состояния покоя. Кинетическая энергия цилиндра, совершающего плоское движение, считается по формуле

$$2W = mv^2 + J\omega^2.$$

Момент инерции для полого цилиндра $J = mr^2$, m – масса цилиндра. Формула связи скорости оси цилиндра и ω – угловой скорости его вращения имеет вид $v = \omega r$.

Пренебрегая силами сопротивления, учитывая, что на тело действует только сила тяжести, вычислим сумму работ внешних сил

$$\sum A = mg \sin \alpha,$$

где α – угол наклона плоскости, откуда скорость центра масс цилиндра $v = \sqrt{gl \sin \alpha}$.

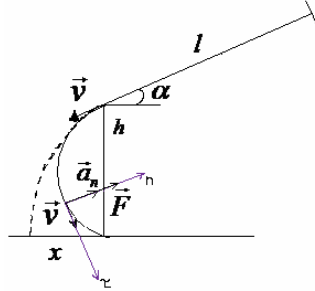


Рис. 5. Естественные оси

Скорость при отрыве от наклонной плоскости материальной точки, как известно, определяется соотношением $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gl \sin \alpha}$. Она почти в полтора раза больше, чем скорость центра масс вращающегося цилиндра.

Согласно теореме о движении центра масс $\vec{F} = m\vec{a}$, уравнение движения цилиндра в проекциях на естественные оси (рис. 5) после отрыва имеет вид

$$ma_\tau = F_\tau, \quad ma_n = F_n.$$

Предположим, что скорость полета центра масс постоянна $v = const$, тогда касательное

ускорение равно нулю $a_\tau = 0$, а центростремительное ускорение вычисляется по формуле $a_n = v^2/R$. Тогда без учета силы тяжести и сил сопротивления получаем $mv^2/R = k\rho v^2 S/2$, а радиус кривизны траектории $R = m/k\pi rL\rho$. Эта величина постоянная, следовательно, траекторией падения вращающегося цилиндра является дуга окружности.

Рассчитаем горизонтальное отклонение цилиндра, рассматривая соотношение в прямоугольном треугольнике (рис. 6):

$$R^2 = (h - R \sin \varphi)^2 + (x + R \cos \varphi)^2.$$

Решая квадратное уравнение относительно x , находим

$$x = -R \sin \alpha + \sqrt{R^2 \sin^2 \alpha + h(2R \cos \alpha - h)}.$$

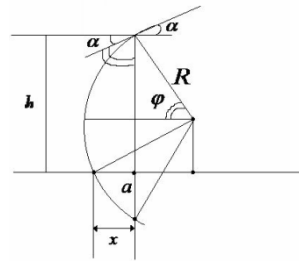


Рис. 6. Геометрия полета

Расчетные значения довольно хорошо описывают данные, полученные опытным путем.

В качестве экспериментальных исследований была сделана модель роторного судна Флеттнера (рис. 7). На легкой тележке установлен в вертикальном положении цилиндрический ротор, приводимый во вращение электромотором. Для создания воздушного потока, направленного перпендикулярно возможному и реальному движению тележки, во время опыта использовали фен. На корпусе также расположен переключатель, задающий направление вращения цилиндра либо по часовой стрелке, либо против часовой стрелки. При изменении направления вращения ротора тележка начинает двигаться в противоположную сторону, иллюстрируя эффект.



Рис. 7. Модель судна Флеттнера

Литература

1. *Прандтль Л.* Эффект Магнуса и ветряной корабль // *Успехи физических наук.* 1925. Т. 5, вып. 1–2. С. 1–27.
2. *Семенов М.В., Якута А.А.* Механика сплошных сред: Лекционный эксперимент. (Университетский курс общей физики) / Под общ. ред. В.А. Алешкевича. М.: Изд-во физического факультета МГУ, 1999. 56 с.
3. *Заворотов В.* Змей-самолет // *Юный техник.* 1977. №7. С. 79–82.
4. *Элементарный учебник физики* / Под ред. Г.С. Ландсберга. Т. 1: Механика. Теплота. Молекулярная физика. М.: Наука, 1984. 606 с.
5. *Бычков Н.М., Коваленко В.М.* Аэродинамические характеристики кругового цилиндра в поперечном потоке // *Изв. СО АН СССР.* 1980. № 8, вып. 2. С. 114–124.
6. *Бычков Н.М.* Ветродвигатель с эффектом Магнуса: 1. Результаты модельных исследований // *Теплофизика и аэромеханика.* 2004. Т. 11, № 4. С. 583–596.
7. Электронный ресурс URL: <http://ru.wikipedia.org>
8. Электронный ресурс URL: <http://www.ligis.ru/effects/science/120/index.htm>
9. Электронный ресурс URL: <http://slovari.yandex.ru/~книги/БСЭ/>
10. Электронный ресурс URL: <http://www.sniping.ru/index.html?ballistics/fig9>

ОТРАБОТКА РЕЖИМОВ РАВНОКАНАЛЬНОГО УГЛОВОГО ПРЕССОВАНИЯ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ ОБРАЗЦОВ ИЗ ЛЕГКИХ КОНСТРУКЦИОННЫХ СПЛАВОВ

А.С. Бодров, М.А. Сухоярский, А.А. Козулин, Н.В. Скрипняк

Отрабатывались режимы интенсивной пластической деформации при равноканальном угловом прессовании призматических образцов из легких конструкционных сплавов. Проводились комплексные исследования для определения физико-механических характеристик сплавов до и после прессования.

TESTING CONDITIONS OF EQUAL CHANNEL ANGULAR PRESSING OF PRISMATIC SAMPLES MADE OF LIGHT STRUCTURAL ALLOYS

A.S. Bodrov, M.A. Sukhoyarsky, A.A. Kozulin, N.V. Skripnyak

We practiced modes of severe plastic deformation during equal channel angular pressing of prismatic specimens made of light structural alloys. Conducted comprehensive investigations to determine the physico-mechanical properties of alloys before and after treatment.

В настоящее время ведутся интенсивные работы по разработке технологий производства и обработки ультрамелкозернистых (УМЗ), наноструктурных (НН)

легких конструкционных сплавов, которые должны обеспечить качественное повышение эффективности в автомобильной, авиационной и космической технике, судов, медицинских имплантатов и оборудования, энергетических установок, спортивного инвентаря. Интерес к таким сплавам обусловлен их особыми механическими свойствами: высокой прочностью, твердостью, коэффициентами трения и износостойкостью, высокоскоростной сверхпластичностью и др., которые существенно отличаются от свойств поликристаллических аналогов [1–2].

В последнее время для изменения структуры материалов наиболее эффективными являются методы интенсивной пластической деформации (ИПД). Одним из наиболее распространенных методов ИПД является угловое равноканальное прессование. Как правило, равноканальное прессование успешно применяется для измельчения зерна и изменения физико-механических свойств объемных металлов и сплавов. В существующих работах процесс реализации ИПД материалов описан поверхностно, известно, что этот метод реализуем многими способами с применением различных конструктивных оснасток и режимов. Однако подробного описания методики получения ультрамелкозернистых (УМЗ) и наноструктурных (НН) материалов с заданными характеристиками нет. Отсюда возникает масса вопросов по поводу подбора оснастки и режимов для прессования. Актуальной задачей, связанной с совершенствованием технологий, реализующих методы ИПД, является изучение процессов формирования УМЗ-структур в материалах, экспериментальные и теоретические исследования поведения материала и оснастки при проведении прессования.

Исследования проводились численными и экспериментальными методами. На основе результатов численного моделирования, реализованного с помощью метода конечных элементов в программном комплексе ANSYS Workbench, был разработан и изготовлен инструментарий, обеспечивающий прессование легких магниевых сплавов по традиционной схеме с поворотом потока на 90° к оси прессования (рис. 1). Оснастка пресс-формы изготовлена разборной для удобства загрузки и извлечения образцов, контроля качества каналов, нанесения смазки. Материал оснастки сталь 40Х с закалкой. Размер сечения входного канала немного больше размера сечения выходного канала, для последующих этапов прессования без дополнительной обработки заготовки. Размеры заготовок и пуансонов рассчитывались из условия обеспечения прочности и устойчивости последнего.

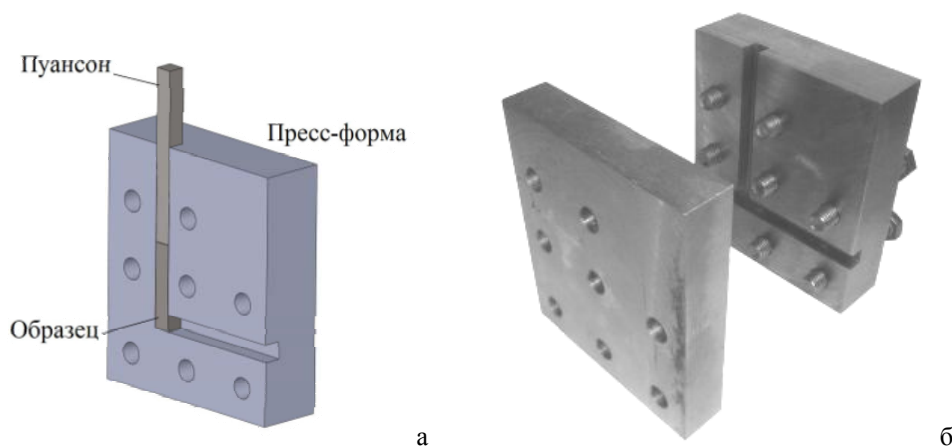


Рис. 1. Разборная оснастка для равноканального углового прессования: *а* – схема основной части оснастки, *б* – фотография оснастки

Для проведения прессования использовали универсальный сервогидравлический испытательный стенд INSTRON VHS-8800 с возможностью точной регулировки скорости прессования и усилия до 5 т. Отрабатывалась оптимальная схема проведения эксперимента, варьировались скорость прессования, температура образца и оснастки, подбирался вид смазки для уменьшения трения между заготовкой и оснасткой пресс-формы. Проведены сравнения эффективности прессования при различных режимах. Прессование заготовок проводили в несколько проходов с поворотом на 90 и 180° заготовки вокруг продольной оси. Прессование проводилось при повышенных температурах. Для нагревания использовали муфельную печь с термопарой.

В процессе отработки режимов прессования образцов из магниевых сплавов установлен ряд принципиальных параметров, которые необходимо учитывать. Первый параметр – температура, для магниевых сплавов она должна быть 250 °С. При температурах ниже происходит растрескивание материала и разделение образца на мелкие фрагменты, как показано на рис. 2. Следующий фактор – трение. Трение между стенками каналов и поверхностями образца должно быть минимальным, в обратном случае происходит появление «облоя», расклинивание образца и пуансона в оснастке и, как результат, выход из строя пуансона. Для минимизации трения выбирали из нескольких доступных видов смазки: жировую (литол), графитовую (технический графит), графитно-жировую, графитно-масляную. Наиболее эффективной по свойствам оказалась графитно-масляная, приготовленная с использованием мелкодисперсного технического графита и вакуумного масла.

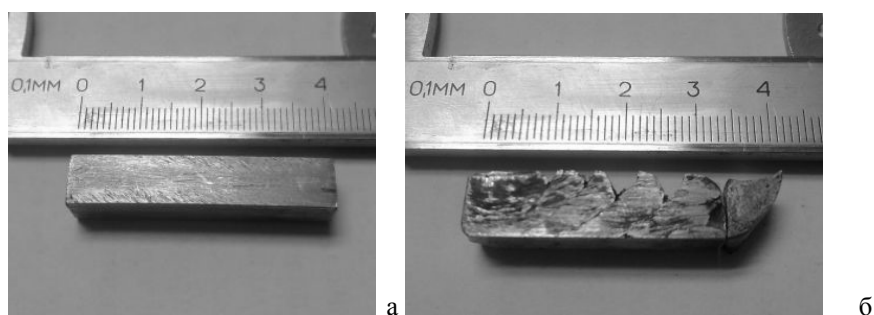


Рис. 2. Фотографии образца: *а* – до прессования, *б* – разрушенный образец после прессования при низких температурах

После модификации материалов методами ИПД при различных режимах равноканального углового прессования проводили комплекс физико-механических исследований, который включал в себя: микроструктурный анализ, для определения геометрических размеров зерен материала и их распределения в объеме образца; исследование микротвердости; проведение исследований прочностных свойств при квазистатическом осевом сжатии и растяжении.

В состоянии поставки исследуемый магниевый сплав Ма2-1 обладает распределением размеров зерен от 2 до 35 мкм в объеме образца, которое было сформировано в процессе проката (рис. 2, *а*).

После равноканального углового прессования (РКУП) при выбранных оптимальных режимах формируется более однородная УМЗ структура во всем объеме образца (рис. 2, *б*). Средний размер зерна 2,2 мкм. Вместе с тем в сплаве после РКУП отмечены отдельные зерна с размерами ~ 15–20 мкм, которые не претерпели измельчения.

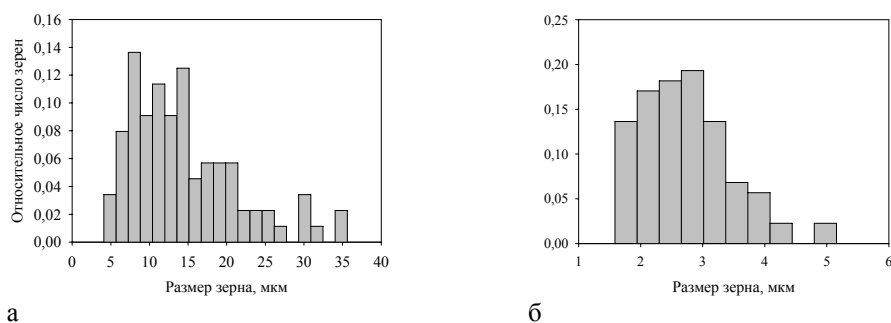


Рис. 3. Гистограммы распределения зерен по размерам в магниевом сплаве Ма2-1: *а* – в состоянии поставки, *б* – после обработки методом интенсивной пластической деформации

Проводилось исследование физико-механических характеристик с использованием экспериментальных данных на растяжение и сжатие образцов. Для получения результата требовалось по три образца на каждый эксперимент. При растяжении использовали плоские образцы в форме лопаток, при сжатии – призматические образцы. Эксперименты проводили с использованием универсальной электромеханической машины INSTRON 3369.

На рис. 4 приведены диаграммы условное напряжение – деформация образцов сплава Ма2-1 в состоянии поставки и предварительно подвергнутых интенсивной пластической деформации при растяжении и сжатии.

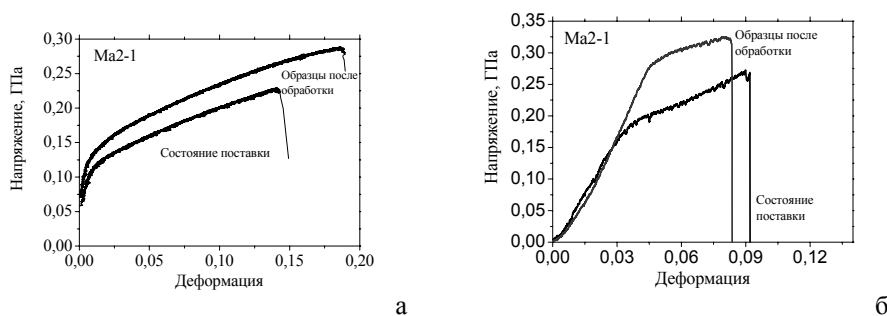


Рис. 4. Результаты экспериментов: *а* – на растяжение, *б* – на сжатие

Приведенные на рис. 3, *а* экспериментальные результаты свидетельствует об увеличении предельной деформации до разрушения при растяжении образцов, подвергнутых интенсивной пластической деформации. В случае магниевом сплаве Ма2-1 эффекты увеличения сопротивления пластической деформации и роста предельной степени пластической деформации до разрушения при растяжении реализуются одновременно. Полученные данные хорошо согласуются с результатами [3]. Результаты экспериментов на сжатие показали значительное увеличение предела текучести при сжатии образцов, подвергнутых интенсивной пластической деформации. Область пластических деформаций и предельные степени деформации достигается при более высоких напряжениях – эффект упрочнения. Увеличения предельной степени пластической деформации до разрушения не наблюдается.

В результате работы создана оснастка для проведения равноканального углового прессования, отработаны оптимальные режимы прессования, проведены исследования физико-механических свойств полученных материалов. Однако комплекс

проведенных работ не является законченным. Полученные результаты исследований показали и в очередной раз подтвердили, что интенсивная пластическая деформация, реализованная при равноканальном угловом прессовании, влияет на изменение внутренней зеренной структуры и физико-механических свойств легких магниевых сплавов. Нерегулярное распределение зерен по размерам в объеме образцов, и, как следствие, нестабильность физико-механических свойств являются предпосылками для дальнейшего научного поиска. Необходимы последующая модернизация схем, режимов прессования и оснастки, их детальная проработка и более глубокие исследования.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-3066.2012.8.

Литература

1. Meyers M.A., Mishra A., Benson D.J. Mechanical properties of nanocrystalline materials // Progress in materials Sciences. 2006. Vol. 51. P. 427–556.
2. Валиев Р.З., Александров И.В. Объемные наноструктурные металлические материалы. Получение, структура и свойства/ М.: ИКЦ "Академкнига", 2007. 398 с.
3. Zhao F., Li Y., Suo T. et al. Compressive deformation behavior of AZ31 magnesium alloy under quasi-static and dynamic loading // Trans. Nonferrous Met. Soc. China. 2010. Vol. 20. P. 1316–1320.

ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА

О.Б. Браславская, И.Ю. Гендрина

Рассматриваются основные характеристики светового поля, оптические характеристики элементарного объема рассеивающей среды, изучается уравнение переноса, его свойства и методы решения.

APPROXIMATE METHOD FOR SOLVING INTEGRO-DIFFERENTIAL TRANSPORT EQUATION

O.B. Braslavskaya, I.Y. Gendrina

The main characteristics of the light field, the optical characteristics of an elementary volume of the scattering medium, we study the transport equation, its properties and methods of solution.

Фундаментом теории переноса изображения в рассеивающих средах являются два раздела современной науки: теория линейных систем и теория переноса излучения [1. С. 7]. Теория линейных систем позволяет выделить рассеивающую среду как автономный элемент единой системы передачи изображения и определить передаточные характеристики, необходимые для описания процесса переноса изображения в ней (функция размытия, оптическая передаточная функция и т.д.). [Там же. С. 7–8]. Теория переноса излучения накопила богатый арсенал приближенных решений для расчета характеристик световых полей. Одним из основных методов, обеспечивающих получение конкретных инженерных решений, является малоугловое приближение (МУП) [Там же. С. 56].

Для описания процесса распространения света в среде достаточно знания величин показателей рассеяния и поглощения, а также индикатрисы рассеяния:

k – коэффициент пропорциональности, который называется показателем поглощения, $\sigma(\beta)$ – коэффициент пропорциональности, называемый показателем рассеяния в направлении β . $x(\beta) = \sigma(\beta)/\sigma$ – индикатриса рассеяния –

относительное угловое распределение силы света излучения, рассеянного элементарным объемом. Ознакомившись с оптическими параметрами элементарного объема, определяющими распространение света в рассеивающих средах, запишем уравнение переноса излучения:

$$\frac{dI(R, n)}{dl} = -\varepsilon I(R, n) + \frac{\sigma}{4\pi} \iint I(R, n') x(n, n') dn' + B(R, n). \quad (1)$$

В любой точке среды интенсивность излучения $I(\mathbf{R}, \mathbf{n})$ имеет заметное значение лишь в области углов вблизи направления \mathbf{n}_0 источника и быстро убывает с увеличением расстояния $|\mathbf{n} - \mathbf{n}_0|$. В этом случае, положив $\mathbf{n} \approx \mathbf{n}_0 + \mathbf{n}_\perp$ (\mathbf{n}_\perp – проекция \mathbf{n} на плоскость, нормальную \mathbf{n}_0), мы приходим к малоугловому уравнению переноса.

Решением уравнения переноса является малоугловое уравнение переноса, общее решение которого имеет вид: $\Phi(z, p) = \varepsilon(z) - \sigma(z)x(p, z)$.

Рассмотрим частные случаи общего решения:

$$S(z) = \exp\left(-\int_0^z (\kappa(z') + \sigma(z') * a(z')) dz'\right) - \quad (2)$$

освещенность среды при облучении бесконечно широким источником.

Если среда однородна, то

$$S(z) = e^{-(1-AF)z}, \quad (3)$$

$F = 1 - a$ – доля света, рассеянного в элементарном акте вперед.

Введем некоторые понятия теории линейных систем: оптическую передаточную функцию (ОПФ) среды и функцию размытия точки (ФРТ) [1. С. 78–80].

$$S(\nu, z) = \exp\left(-\int_0^z (\varepsilon(z - \xi) - \sigma(z - \xi)x(\nu\xi, z - \xi)) d\xi\right). \quad (4)$$

Численно посчитав этот интеграл в среде matlab, мы заметили, что с увеличением частоты ОПФ монотонно убывает (рис. 1, табл. 1).

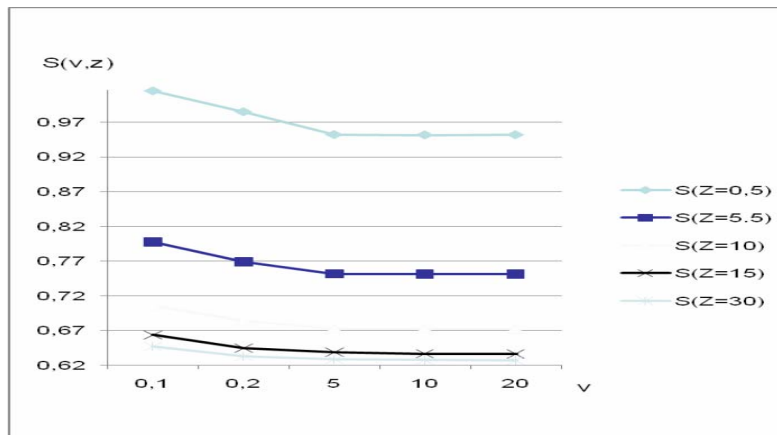


Рис. 1. ОПФ при фиксированном z для различных частот

Таблица 1

ОПФ при фиксированном z для различных частот

v	S(Z=0,5)	S(Z=5,5)	S(Z=10)	S(Z=15)	S(Z=30)
0,1	1,015	0,7977	0,7064	0,6636	0,647
0,2	0,9849	0,769	0,6839	0,6446	0,6331
5	0,9519	0,7516	0,6725	0,6387	0,6285
10	0,9515	0,7515	0,6724	0,6367	0,6275
20	0,9517	0,7513	0,6723	0,6364	0,6273

Если оптические характеристики среды не зависят от глубины, то для ОПФ слоя найдем

$$S(v, z) = \exp(-\varepsilon z + \sigma \int_0^z x(v\xi) d\xi), \tag{5}$$

$$S(r, z) = 2\pi \int_0^\infty S(v, z) J_0(vr) v dv. \tag{6}$$

Рассмотрим модель системы L: источник – рассеивающая среда – приемник.

Если среды нет, то изображение объекта совпадает с самим объектом. А если среда есть, которая описывается ОПФ или ФРТ в МУП, то изображение можно получить двумя способами.

Предположим, что входным сигналом системы является точечная масса $\delta(x - x_1)\delta(y - y_1)$, расположенная в точке (x_1, y_1) . Результирующий выходной сигнал будет функцией x, y и параметров x_1, y_1 :

$$L[\delta(x - x_1)\delta(y - y_1)] = h(x, y; x_1, y_1). \tag{7}$$

Это функция называется точечно-импульсной реакцией или функцией рассеяния точки. Другими словами мы получили отклик системы на точечную массу. Так как произвольная функция $f(x, y)$ может быть представлена как суперпозиция (интеграл) точечных масс, то результирующий выходной сигнал равен

$$g(x, y) = \iint f(\xi, \eta) h(x, y, x_1, y_1) d\xi d\eta - \tag{8}$$

изображение объекта (первый способ) [2. С. 58–59].

Есть другой способ. Иногда удобнее рассматривать объект в частотной области. Если к нему применить обратное преобразование Фурье, то получим изображение в пространственной области. Для системы с круговой симметрией используют прямое и обратное преобразование Ганкеля в прямой и пространственной частотной области (табл. 2).

Таблица 2

Изображения, полученные двумя способами

Радиус	Интеграл свертки объекта и функции размытия точки	Изображение в пространственной области
4	0,2693	0,2573
4,5	0,2396	0,2319
5	0,1697	0,1645
5,5	0,1523	0,1464
6	0,1479	0,1417
6,5	0,1376	0,1318
7	0,1233	0,1186
7,5	0,116	0,1126
8	0,125	0,1216
8,5	0,1202	0,1155
9	0,0964	0,0934

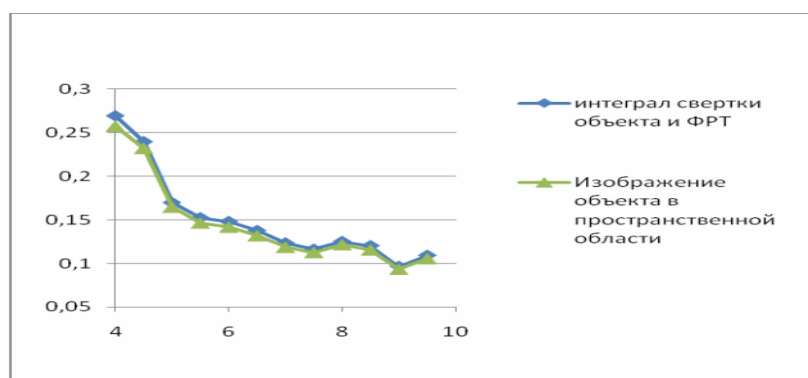


Рис. 2. Изображения, полученные двумя способами

Построим изображение объекта, заданного в виде функции обратной пропорциональности. Сравнивая изображения, полученные с помощью преобразования Ганкеля, аналитическим и численным интегрированием в среде matlab, получаем графики, совпадающие в пределах погрешности (рис. 2).

Таким образом, в рамках теории линейных систем и теории переноса излучения построены изображения тестовых объектов, проведена верификация программы с использованием МУП.

Литература

1. Зега Э.П. Перенос изображения в рассеивающей среде / Э.П. Зега, А.П. Иванов, И.Л. Кацев. Минск: Наука и техника, 1985. 327 с.
2. Папулис А. Теория линейных систем и преобразований в оптике. М.: Мир, 1991. 495 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ КОНСТРУКЦИОННОЙ КЕРАМИКИ С ПОМОЩЬЮ МИКРОТВЕРДОМЕРА ВИККЕРСА

Ю.В. Ли, Е.Г. Скрипняк, В.В. Скрипняк, А.А. Козулин, С.С. Кульков

Определялась трещиностойкость двух видов оксидных керамических образцов методом контролируемого внедрения индентора с использованием схемы Виккерса. Показано, что исследуемые керамические композиты удовлетворяют требуемым показателям прочности.

THE DETERMINATION OF FRACTURE TOUGHNESS STRUCTURAL CERAMICS WITH THE USE VICKERS SCHEME

U.V. Li, E.G. Skripnyak, V.V. Skripnyak, A.A. Kozulin, S.S. Kulkov

We defined fracture toughness of two types of oxide ceramic samples with the use controlled introduction of the indenter with Vickers scheme. It is shown that the investigated ceramic composites satisfy the required indicators of durability.

Хрупкое разрушение керамических материалов, включая керамические композиционные материалы, является результатом зарождения и роста размеров микротрещин под действием напряжений. Трещиностойкость является одной из важнейших характеристик механических свойств керамических материалов и характеризует способность керамики воспринимать действующие на них нагрузки без образования трещин.

Трещиностойкость керамических материалов количественно принято характеризовать несколькими параметрами [1–3]: K_{Ic} – критической величиной интенсивности напряжения (вязкостью разрушения), K_{Ipb} – критической величиной интенсивности напряжений для образца с трещиной, K_{Isc} критической величиной интенсивности напряжений для поверхностной трещины при изгибе образца, K_{Ivb} – критической величиной интенсивности напряжений для образца с шевронным надрезом.

В работе представлены исследования трещиностойкости керамических композитов, упрочненных субмикронными частицами, проведенные на двух композитах следующих составов: $0,8 \text{ Al}_2\text{O}_3 + 0,17 \text{ ZrO}_2 + 0,03 \text{ Y}_2\text{O}_3$; $0,6 \text{ Al}_2\text{O}_3 + 0,4 (\text{ZrO}_2 + 0,015 \text{ MgO})$.

Образцы представленных керамических композитов получены методом высокотемпературного спекания и горячего прессования из нанопорошков Al_2O_3 , ZrO_2 –3 % Y_2O_3 , ZrO_2 – MgO , MgO производства ОАО «Сибирский химический комбинат» (г. Северск).

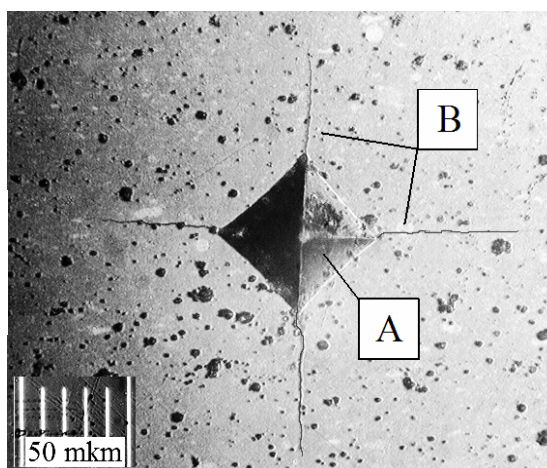
Химический и фазовый состав образцов композиционных материалов определялся с локальных участков торцевых полированных на воздухе поверхностей фрагментов образцов с использованием электронного сканирующего микроскопа с помощью энергодисперсионной рентгеновской спектроскопии (EDS).

Известно, что трещиностойкость керамических материалов является структурно-чувствительной характеристикой механических свойств. Величина K_{Ic} зависит от размеров зерна, пористости, концентрации фаз, которые могут варьироваться в процессе производства керамических изделий. Кроме того, K_{Ic} зависит от скорости деформации, температуры и схемы нагружения.

На практике для экспериментального определения критической величины интенсивности напряжения для керамических материалов K_{Ic} применяется ряд методов: метод индентации, метод изгиба образца с одиночной трещиной, метод изгиба образца с шевронным надрезом, метод изгиба образца с V-образным надрезом и др.

Для определения трещиностойкости образцов в данной работе использовали метод контролируемого внедрения индентора с использованием схемы Виккерса в соответствии со стандартом ASTM Standard C1421–09 [1].

Рис. 1. Трещины в оксид-алюминиевой керамике при внедрении алмазной пирамиды



Выбранный метод, в отличие от большинства вышеперечисленных методов, является наиболее эффективным для определения K_{Ic} в условиях квазистатического нагружения, позволяющим сохранить керамическое изделие целым и менее трудоемким при подготовке материала к экспериментам. Данный метод основан на

анализе конфигурации трещин, образующихся в приповерхностном слое керамического образца при внедрении алмазной пирамиды на приборах для измерения микротвердости или твердости по Виккерсу.

В результате внедрения алмазного индентора в предварительно полированную поверхность образца формируются область деформации и разрушения A и угловые трещины B , показанные на рис. 1.

При определении величины K_{1c} важно правильно определить характер угловых трещин, видимых на поверхности образца. Трещины, показанные на рис. 2, могут иметь полудискообразную конфигурацию (penny-shaped median cracks) или радиальную конфигурацию Палмквиста (Palmquist radial cracks).

В хрупких керамических материалах полудискообразные трещины обычно образуются при соотношении $c/a > 2,5$, а трещины Палмквиста – при $(a+1)/a < 2,5$.

Критическая величина интенсивности напряжения K_{1c} в случае образования полудискообразных трещин вычисляется по формуле

$$K_{1c} = \chi \left(\frac{E}{H_V} \right)^{1/2} \frac{P}{c^{3/2}},$$

где E – модуль Юнга, H_V – твердость по Виккерсу, P – нагрузка индентирования, c – линейные размеры радиальных трещин, измеренные от угла отпечатка, χ – безразмерная константа.

Коэффициент χ зависит от геометрических параметров индентора и коэффициента Пуассона ν керамического материала.

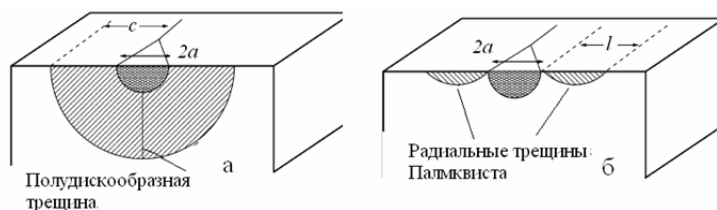


Рис. 2. Схема образования трещин при индентации алмазной пирамиды (а – дискообразные трещины, б – трещины Палмквиста)

Величина микротвердости, входящая в формулы определения K_{1c} , при использовании индентора Виккерса определяется соотношением

$$H_V = 0,0018544 \frac{F}{d^2},$$

где F – усилие индентации [Н], $d = 2\langle a \rangle$ – среднее арифметическое длин обеих диагоналей отпечатка после снятия нагрузки [мм].

При формировании трещин Палмквиста, величина K_{1c} вычисляется по формуле

$$K_{1c} = 0,035 H_V \sqrt{a} \left(\frac{E}{H_V} \right)^{2/5} \left(\frac{l}{a} \right)^{-1/2},$$

где l – длина радиальной трещины Палмквиста; a – полудиагональ отпечатка.

Особенность определения K_{Ic} методом индентации в керамических композитах с трансформационно-упрочненной матрицей связана с эффектом смыкания краев трещин в результате фазового перехода $t \rightarrow m$ в частицах диоксида циркония.

В результате проведенных исследований получены данные о трещиностойкости образцов представленных композитов с оксидной керамической матрицей, наполненных субмикронными включениями, методом контролируемого внедрения индентора с использованием схемы Виккерса.

Величина параметра трещиностойкости K_{Ic} для образца керамики $0,8 \text{ Al}_2\text{O}_3 + 0,17 \text{ ZrO}_2 + 0,03 \text{ Y}_2\text{O}_3$ составила $4,87 \pm 0,02 \text{ МПа м}^{1/2}$ при величине твердости $H_v = 17,34 \pm 0,2 \text{ ГПа}$.

Величина параметра трещиностойкости K_{Ic} для образца керамики $0,6 \text{ Al}_2\text{O}_3 + 0,4 (\text{ZrO}_2 + 0,015 \text{ MgO})$ составила $4,06 \pm 0,02 \text{ МПа м}^{1/2}$ при величине твердости $H_v = 16,5 \pm 0,2 \text{ ГПа}$.

Полученные результаты хорошо согласуются с данными о твердости и трещиностойкости композитов $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-t-ZrO}_2$. Поэтому можно с уверенностью сказать, что исследуемые композиты удовлетворяют требуемым показателям прочности.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 г. № П1247 от 07 июня 2010 г.

Литература

1. ASTM Standard C1421 – 09: Test Methods for Determination of Fracture Toughness of Advanced Ceramics at Ambient Temperature.
2. Gogotsi G.A. Fracture toughness of ceramics and ceramic composites // Ceramics International. 2003. Vol. 29. P. 777–784.
3. Испытание материалов: справочник / Под ред. Х. Блюменауэра; пер. с нем. М.: Металлургия, 1979. 448 с.

РАЗРАБОТКА МОДУЛЯ ПРЕПРОЦЕССОРА НА БАЗЕ GiD

А.С. Попов, Ю.Н. Сидоренко

Рассматриваются основные возможности программного комплекса GiD и его применение для решения задач механики сплошных сред.

DEVELOPMENT OF THE MODULE OF A PREPROCESSOR BASED ON GiD

A.S. Popov, Y.N. Sidorenko

The main possibilities of the program complex GiD and its application for problem solving of a mechanics of continua are considered.

Развитие вычислительной техники и увеличение мощности электронно-вычислительных машин, а также растущие требования к надёжности и эффективности методов проектирования новых конструкций обусловили широкое внедрение в расчётную практику численных методов. Помимо ставшего традиционным для решения линейных и нелинейных задач строительной механики, механики деформируемого твёрдого тела метода конечных элементов (МКЭ), в настоящее время активно развиваются различные варианты метода частиц и другие численные методы.

Практически все современные вычислительные подходы к решению задач проектирования и анализа поведения конструкций опираются на использование твердотельных моделей как основного источника данных о геометрии конструкции.

Такой подход позволяет, в частности, существенно снизить затраты на разработку конструкторской документации. Если конструкция имеет сложную форму, то процесс построения такой модели становится очень трудоёмким. Необходимость повышения эффективности труда конструкторов и проектировщиков обуславливает актуальность разработки и использования различных методов автоматизации этого процесса.

В настоящее время в этой области широкое распространение получили специализированные программные комплексы – графические препроцессоры. Препроцессор – это компьютерная программа, принимающая данные на входе и выдающая данные, предназначенные для другой программы (например, компилятора). В роли входных данных в случае графических препроцессоров выступает построенная пользователем графическая модель рассматриваемого объекта. В роли компилятора – расчётная программа («решатель», solver), в которой на основе полученных из препроцессора данных выполняется решение системы уравнений, описывающих моделируемый объект. Для анализа полученных в результате работы «решателя» результатов также используются специализированные программы – постпроцессоры, которые выполняют функции, обратные функциям препроцессоров.

Таким образом, для эффективной машинной реализации современных вычислительных алгоритмов, как правило, используются три программы (препроцессор, «решатель» и постпроцессор), которые могут быть как самостоятельными программными продуктами, так и компонентами каких-либо инженерных программных комплексов и САПР.

На данный момент существует большое множество САПР, препроцессоров и постпроцессоров, как правило, ориентированных на использование МКЭ, актуальность их разработки вызвана повышением сложности и увеличением требований к точности решаемых с помощью МКЭ задач. Многообразие подобных программ, и невозможность работать со всеми ними сразу порождает проблему выбора. Выбор обуславливается характером решаемых задач, функциональностью, простотой интерфейса, удобством работы с программой, её «гибкостью», а также личными предпочтениями пользователей и ценой программы, если она коммерческая.

В данной статье рассматривается один из современных комплексов подобного типа – GiD, в состав которого входят графические препроцессор и постпроцессор. В отличие от других схожих по назначению с GiD программных комплексов, в него не входит ни одной программы решателя. В качестве решателя при работе с GiD может выступать любая сторонняя программа, что позволяет применять GiD для подготовки входных и анализа выходных данных программ, созданных для решения любых, включая узкоспециальные, задач МСС. Этот фактор может оказаться решающим в том случае, когда необходимо работать с задачами, алгоритмы решения которых не реализованы в других программных продуктах.

Возможность использования GiD совместно с любыми «решателями» обеспечивается за счёт широких возможностей для модификации интерфейса данного программного комплекса, что выгодно отличает его от конкурентов. Взаимодействие GiD со сторонними программами реализовано разработчиками путём передачи данных через внешние файлы, структура которых описывается системой шаблонов. Содержание шаблонов определяет формат файла данных, используемого выбранной расчётной программой.

Этапы организации взаимодействия GiD с решателем:

- 1) Постановка задачи:
 - а) создание файла материалов;
 - б) создание файла граничных условий;
 - в) создание файла с общей информацией.

- 2) Создание файла формата данных (шаблона).
- 3) Запуск «решателя» и визуализация результатов в GiD.

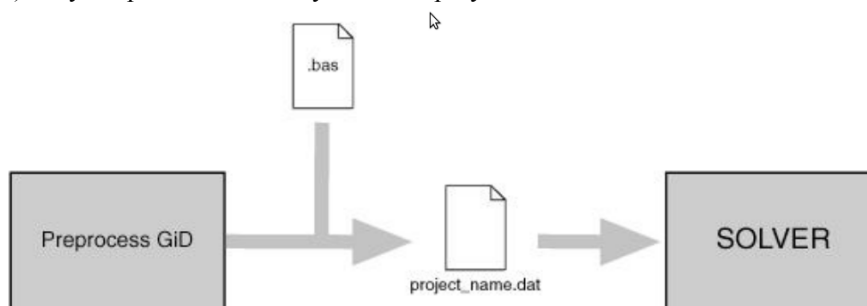


Рис. 1. Схема взаимодействия препроцессора GiD и расчётной программы

Набор команд, используемых в шаблонах, определён разработчиками и состоит в основном из команд вывода в файл данных о геометрических и физических свойствах объекта.

Помимо возможности взаимодействия препроцессора GiD с любым «решателем», данный программный комплекс обладает рядом других достоинств, среди которых можно отметить следующие: кроссплатформенность, низкая требовательность к ресурсам компьютера, расширяемость, поддержка ряда форматов, широко используемых в современных CAD-системах, низкая стоимость (включая возможность бесплатного использования в режиме с ограничением на объём обрабатываемых данных).

С целью освоения возможностей GiD был разработан модуль препроцессора, реализующий возможность взаимодействия последнего с одной из существующих расчётных программ – МКЕГ. Эта разработанная на кафедре МДТТ программа, предназначенная для решения плоских задач теории упругости методом конечных элементов, была выбрана по ряду причин: 1) набор и формат входных данных для неё достаточно прост; 2) задание подготовки файлов-шаблонов GiD для препроцессорной обработки данных для программы МКЕГ было поставлено в рамках курсовой работы; 3) МКЕГ кроссплатформенна, что позволяет рассмотреть нюансы работы с GiD как в *NIX так и в Windows-системах; 4) опыт, полученный при разработке модуля под МКЕГ, будет использован в дальнейшей работе.

Процесс разработки модуля заключался в создании набора файлов, необходимых для описания используемых в решаемой задаче типов материалов, граничных условий, геометрических и физических свойств объекта задачи, а также в создании файла формата данных (шаблона) и скрипта, позволяющего запускать МКЕГА непосредственно из GiD. Структура этих файлов, и принципы описания содержащейся в них информации установлены разработчиками GiD и напоминают процесс описания классов и объектов в некоторых языках ООП.

В результате вышеописанных действий был создан модуль, позволяющий создавать в препроцессоре GiD плоские модели и осуществлять расчёт НДС этих моделей с помощью программы МКЕГА. Таким образом, выполненная работа показала перспективность использования GiD в качестве препроцессора для вычислительных программ, предназначенных для исследования новых подходов к решению задач МСС либо реализующих новые вычислительные методики.

Литература

1. Создание файла формата данных (файл шаблона) [Электронный ресурс]: International Center For Numerical Methods In Engineering (CIMNE) URL: <http://www.gidhome.com/component/manual/23198?id=23198/>
2. *GiD 10* User Manual Pre and post processing system for Numerical Simulations. [Электронный ресурс]: International Center For Numerical Methods In Engineering (CIMNE) URL: http://www.gidhome.com/index.php?option=com_content&id=299.
3. *GiD 10* Customization Manual Pre and post processing system for Numerical Simulations. [Электронный ресурс]: International Center For Numerical Methods In Engineering (CIMNE) URL: http://www.gidhome.com/index.php?option=com_content&id=298.

ОСОБЕННОСТИ ТОРФЯНОЙ ПОЖАРНОЙ ОПАСНОСТИ

Е.В. Попцова, А.И. Фильков

Проанализированы методики и модели оценки воспламеняемости торфяных залежей, применяемые на территории Российской Федерации, и дается их оценка. Предлагаются основные критерии и способы для разработки системы прогноза пожаров на торфяниках.

FEATURES OF PEAT FIRE DANGER

E.V. Poptsova, A.I. Filkov

Techniques and models of estimation of the peat deposits ignition, applied on territory of the Russian Federation, are analyzed, and their estimation is given. The basic criteria and ways for system development for peat fires forecast are offered.

Торф – это полезное ископаемое, которое используют в качестве топлива и для сельского хозяйства. Но у него есть и недостаток – быстрая воспламеняемость.

Повышенная пожарная опасность торфа обусловлена его пористой структурой, малой плотностью и наличием в составе до 40 % кислорода, что позволяет развиваться процессам горения в скоплениях и залежах скрыто, практически без доступа воздуха.

В результате проведенного анализа можно выделить следующие причины торфяных пожаров: самовозгорание торфа; «сухие грозы» (удары молний без последующего ливня); антропогенные источники (искры, возникающие при работе техники, неосторожное обращение с огнем и др.). Степень пожароопасности также зависит от ботанического состава торфа и степени его разложения.

Развитие торфяных пожаров обусловлено комплексом климатических, метеорологических, топографических и ряда других факторов. Так, продолжительность засушливого периода оказывает существенное влияние на характер развития пожаров на торфяных месторождениях. Обычно крупные торфяные пожары возникают не раньше чем на 4–5-й день устойчивого засушливого периода.

Влага выпавшего после продолжительной засухи дождя очень медленно проникает в толщу торфа. Поэтому последний горит и в очень сырую осеннюю погоду и даже под снегом, когда напочвенный покров сильно увлажняется и гореть не может. В связи с этим пожар проще спрогнозировать и принять меры профилактики, чтобы избежать горения торфяников. Для этого необходимо разрабатывать адекватные системы прогнозирования пожаров на торфяниках.

В результате проведенного анализа удалось найти очень мало работ, посвященных исследованию проблемы вероятности воспламенения торфов и разработки методик их прогноза [1–6].

Среди них можно отметить работу Вильяма Х. Франдсена [1], посвященную исследованию зажигательного потенциала органических почв. В рамках исследования предела воспламенения и горения в виде тления Франдсеном были проведены тестовые зажигания образцов органической почвы, собранные на участках, подверженных природным пожарам, на территории США. Знание доли неорганической составляющей и влагосодержания органических почв позволяет осуществлять управление с помощью определения вероятности воспламенения в виде тления. Зная вероятности воспламенения, человек, осуществляющий управление, может затем определить, где необходимо проводить предупредительные работы, препятствующие его возникновению.

Полученные Франдсеном вероятностные выражения очень полезны и должны быть использованы для разработки новых методик прогноза вероятности возникновения почвенных и торфяных пожаров.

В работе [2] утверждается, что наиболее точно пожароопасность может быть оценена вероятностью появления открытых источников огня и балансом влаги в напочвенном покрове. В рамках этого предлагается эмпирическая модель для определения запаса влаги в любой день пожароопасного периода, учитывающая первоначальную влажность напочвенного покрова, удельное испарение, поглощенную солнечную радиацию, величину выпавших осадков и сток осадков, не задержанных напочвенным покровом в почву. К сожалению, данная модель построена на основе наблюдений, как и любая эмпирическая модель, и носит оценочный характер. Кроме того, авторы не учитывают вероятность появления источников огня, определяемую природными и антропогенными факторами.

Работа [3] посвящена выявлению зависимости готовности торфа к воспламенению и распространению горения, в результате которой предложена формула для ее определения. Из ее анализа следует, что природная пожароопасность определяется в основном двумя показателями: влажностью W и скоростью ветра V . Другие входящие в выражение параметры имеют для данного вида торфа постоянные значения. Данная работа имеет аналогичные недостатки, что и предыдущая.

Для определения показателя пожарной опасности требуется большой массив информации, получить которую довольно трудно. В связи с этим в работе [4] была предложена упрощенная методика определения пожарной опасности на торфяных полях. В соответствии с этой методикой в период устойчивой засушливой погоды опасность пожара можно определить, используя величины психрометрической разности Δt ($^{\circ}\text{C}$) и скорости ветра V (м/с) в 15 ч местного (солнечного) времени. Необходимо отметить, что данная классификация не учитывает зависимость саморазогревания и самовозгорания от многих факторов различной природы. Статистические методы объективно отражают поведение торфа при хранении в текущем сезоне. Однако они имеют существенные ограничения при распространении их результатов на предстоящий сезон в связи с возможным изменением свойств торфяной залежи и условий производства и хранения торфа. Позже были разработаны новые классификации торфа по склонности к саморазогреванию и самовозгоранию.

При разработке другого метода прогнозирования [5] учитывалось, что на процессы саморазогревания и самовозгорания оказывают большое влияние следующие основные факторы: природно-генетические, метеорологические, технологические и температура торфа в штабеле. Решение об отнесении торфа к опасной (процесс А) или малоопасной (процесс В) категории определяется из системы неравенств, которые носят полностью эмпирический характер. Неравенства базируются на прогностических коэффициентах, определение которых неоднозначно.

Моделирование сложного процесса саморазогревания торфа в штабеле проведено В.М. Шпыневым [6]. В своей работе автор использует имитационное моделирование для реализации сложного динамического процесса. Цель моделирования – выявить интенсивность процесса саморазогревания торфа в штабелях в зависимо-

сти от внешних факторов для того, чтобы иметь данные о температуре в штабеле в любой момент времени. К сожалению, данная работа посвящена только одному из факторов, являющемуся причиной возникновения торфяных пожаров.

Таким образом, из всего вышеизложенного следует, что необходимо разрабатывать физически обоснованные детерминированно-вероятностные модели прогноза торфяной пожарной опасности, которые бы учитывали все факторы, влияющие на возникновение пожаров на торфяниках.

Одним из путей решения задачи раннего предупреждения торфяных пожаров является использование математических моделей для прогнозирования возможных состояний лесоболотных ландшафтов, определения участков с наибольшей степенью пожароопасности, вероятность возникновения торфяного пожара в которой будет определяться двумя факторами: готовностью торфа к возгоранию, распространению горения и источниками огня. Готовность торфа к воспламенению и распространению горения по поверхности определяется влажностью его верхнего слоя в момент воспламенения, а процесс заглужения пожара внутрь торфяной залежи зависит от распределения влажности торфа по глубине залежи. Зная распределение влажности по территории торфяного массива, можно выделить зоны повышенного пожарного риска. Наиболее эффективным способом получения информации о пространственном распределении влаги в обоих случаях является метод математического моделирования.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ №12-01-00142-а, №11-01-00673-а, №11-01-00228-а и №10-01-91054 НЦНИ-а.

Литература

1. Frandsen W.H. Ignition probability of organic soils // Can. J. For. Res. 1997. № 27. P. 1471–1477.
2. Лиштвак И.И., Базин Е.Т., Косов В.И. Физические процессы в торфяных залежах. Минск: Наука и техника, 1989. 271 с.
3. Малков Л.М., Козлов В.А., Гублер Е.В. Комплексная оценка склонности фрезерного торфа к саморазогреванию и самовозгоранию // Торфяная промышленность. 1983. №8. С. 18–21.
4. Чулюков М.А., Чайков В.И. Торфяные пожары и меры борьбы с ними. М.: Недра, 1969. 112 с.
5. Технологические регламенты на складирование и хранение фрезерного торфа. Л.: МТП РСФСР, ВНИИТЦ, 1966. 11 с.
6. Штынев В.М. Влияние внешних факторов на саморазогревание торфа // Торфяная промышленность. 1983. №12. С. 19–20.

ПРЕИМУЩЕСТВА ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАЕКТОРИИ ВХОЖДЕНИЯ В АТМОСФЕРУ

К.А. Степанов

Статья посвящена проблемам оптимизации траектории входа в атмосферу. Рассматривается метод генетических алгоритмов как наиболее общий и эффективный для сложных функций.

THE ADVANTAGES OF GENETIC ALGORITHMS FOR OPTIMIZATION OF THE TRAJECTORY OF ATMOSPHERIC ENTRY

K.A. Stepanov

The article is devoted to problems of optimization the trajectory entry into the atmosphere. The method of genetic algorithms is the most common and effective for complex functions.

Управление траекторией космических аппаратов является одной из интересных и перспективных областей приложения методов оптимизации и вариационного исчисления. Известно, что при движении с гиперзвуковыми скоростями в атмосферах планет поверхности тел подвергаются интенсивному радиационному и конвективному нагреву [1].

Самым эффективным путем снижения тепловых потоков к телу и, следовательно, уменьшения уноса массы покрытия является выбор формы и траектории спускаемого аппарата, которые должны удовлетворять целому ряду аэродинамических и конструктивных требований, чтобы суммарный радиационный нагрев поверхности стал минимальным.

В наиболее общей постановке проблема поиска оптимальной траектории тела, обгорающего в атмосфере планеты, представляет собой сложную задачу оптимального управления системой нестационарных уравнений Навье–Стокса с управляемыми границами. Решение этой задачи сопряжено со значительными трудностями, так как унос массы теплозащитного покрытия приводит к изменению первоначальной формы тела, его аэродинамических коэффициентов и, в конечном счете, влияет на траекторию движения тела. Следовательно, необходимо совместно решать задачи обтекания и нагрева тела с учетом абляции поверхности и движения тела по траектории.

Кроме того, в гиперзвуковых течениях имеются дополнительные особенности физико-химического характера, связанные с высокими температурами, вызванными сильными ударными волнами [2. С. 14]. Во-первых, могут возбуждаться колебательные степени свободы молекул, они могут диссоциировать на атомы, может произойти ионизация молекул или свободных атомов, образуются такие молекулярные или ионные компоненты, которые при низких температурах играют незначительную роль. Во-вторых, в этих процессах время запаздывания может быть значительным, поэтому здесь могут иметь место явления релаксации. В-третьих, при достаточно высоких температурах газа может иметь место излучение, создающее перенос энергии, который при низких температурах пренебрежимо мал. В-четвертых, ввиду наличия различных молекулярных и ионных компонент при больших градиентах концентрации, температуры и давления становятся существенными процессы диффузии. Пятой особенностью гиперзвуковых течений выступают явления, связанные с взаимодействием частиц газа с твердыми поверхностями: необходим учет коэффициентов аккомодации из теории разреженного газа, каталитической рекомбинации диссоциированных атомов на поверхности тела и ионизации материала на этой поверхности.

Решение задачи оптимизации траектории вхождения в атмосферу космического аппарата в общем виде включает совместное решение механической и газодинамической задач. Механическая задача состоит в оптимизации движения материальной точки в атмосфере путем решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений движения с аэродинамическими коэффициентами. Газодинамическая задача включает расчет пространственного обтекания всей поверхности аппарата с учетом физико-химических процессов. При этом аэродинамические коэффициенты первой задачи вычисляются при решении второй.

Полное совместное решение данной задачи является чрезвычайно сложным, поэтому широкое распространение получили различные приближенные подходы, в которых механическая и газодинамическая части задачи отделяются друг от друга, а для аэродинамических коэффициентов используются различные аппроксимации либо эти коэффициенты рассматриваются как параметры механической задачи, позволяющие исследовать так называемые опорные траектории. В задаче оптимизации в зависимости от постановки в качестве подынтегрального выражения для целевой функции используются аппроксимации вдоль траектории теплового потока ко всей поверхности тела или в некоторых точках на поверхности тела (чаще всего в точке торможения) [3].

При решении задач оптимизации вхождения в атмосферу свойства целевой функции заранее неизвестны, поэтому возможно наличие нескольких локальных экстремумов. Такой сложный рельеф целевой функции может при использовании

градиентных методов привести к остановке в одном из локальных экстремумов. Более эффективным становится использование генетических алгоритмов.

Важнейшим преимуществом генетических алгоритмов является наличие у них целой «популяции» решений и вероятностного механизма мутации, что снижает вероятность блуждания в окрестности локального оптимума и дает большую эффективность работы на многоэкстремальном ландшафте данной целевой функции.

Генетические алгоритмы являются универсальным методом, так как явно не учитывают специфику задачи, что при определенных условиях становится важным преимуществом. Иногда под специфику задачи требуется специальная настройка генетического алгоритма. Поскольку информация о целевой функции и пространстве поиска часто бывает недостаточной, то методы поиска, использующие неуниверсальные эвристики, становятся неэффективными.

Имеющиеся результаты решения задач оптимизации траектории вхождения в атмосферу, полученные с помощью генетических алгоритмов [3], близки к тем, которые реально используются в космонавтике. Поэтому дальнейшая модификация программ оптимизации с учетом преимуществ генетических алгоритмов имеет теоретическое и практическое значение.

Литература

1. *Аргучинцева М.А.* Оптимизация форм тел, аблирующих в атмосфере планеты // Изв. Иркутского гос. ун-та. Сер. Математика. Иркутск: Изд-во Иркут. гос. ун-та, 2009. Т. 2. С. 63–72.
2. *Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф.* Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1962.
3. *Казаков В.Ю., Пейгин С.В., Тимченко С.В.* Оптимизация по интегральному тепловому потоку траектории входа в атмосферу Земли затупленного тела // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 4. С. 112–123.

РАСЧЕТЫ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ПОЛЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРОВОДНИКОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ СОЛЕНОИДА

С.В. Синяев, И.С. Толтаева

Приводятся моделирующие уравнения и методика численного расчета быстрого индукционного нагрева короткозамкнутых фольговых проводников до температуры плавления в переменном магнитном поле соленоида. Оценивается влияние параметров источника электрической энергии и электропроводности материала проводника на динамику процесса его нагрева.

CALCULATIONS OF THE INDUCTION HEATING OF HOLLOW CYLINDRICAL CONDUCTORS IN A SOLENOID MAGNETIC FIELD

S.V. Sinyaev, I.S. Toltaeva

The modeling equations and technique of numerical calculation of the quick induction heating of hollow cylindrical conductors to melting temperature in a variable magnetic field of the solenoid are given. Influence of a capacitor battery parameters and electrical resistance of a material of the conductor on dynamics of their heating are determined.

Введение. В настоящей работе моделируется одна из перспективных схем электроимпульсной генерации металлического спрея – потоков мелкодисперсных расплавленных частиц и капель расплавленного металла. В отличие от электроконтактных схем [1–3], в работе рассматривается индукционный способ нагрева короткозамкнутых фольговых проводников в переменном магнитном поле. Магнитное поле создается с помощью колебательного электрического разряда конденсаторной батареи через катушку-генератор. Нагреваемые полые цилиндрические проводники находятся во внутреннем объеме катушки и ориентированы так, что их

оси направлены вдоль соответствующих магнитных силовых линий катушки-генератора. Такое расположение проводников обеспечивает их максимальный индукционный нагрев в магнитном поле катушки-генератора. Существенным преимуществом моделируемой схемы является дистанционное бесконтактное воздействие на нагреваемые проводники. При индукционном нагреве вихревыми токами снимается проблема обеспечения надежных электрических контактов нагреваемых проводников с источником электрической энергии, что позволяет размещать требуемое количество проводников в необходимых частях рабочего объема, например в объеме метательного заряда топлива [3].

Постановка задачи. Общая и электрическая схемы моделируемого устройства показаны на рис. 1. Его работа основана на законе электромагнитной индукции Фарадея. Электрическая схема устройства (рис. 1а) представляет собой две электрические цепи катушки-генератора и короткозамкнутого проводника, индуктивно связанных между собой [4].

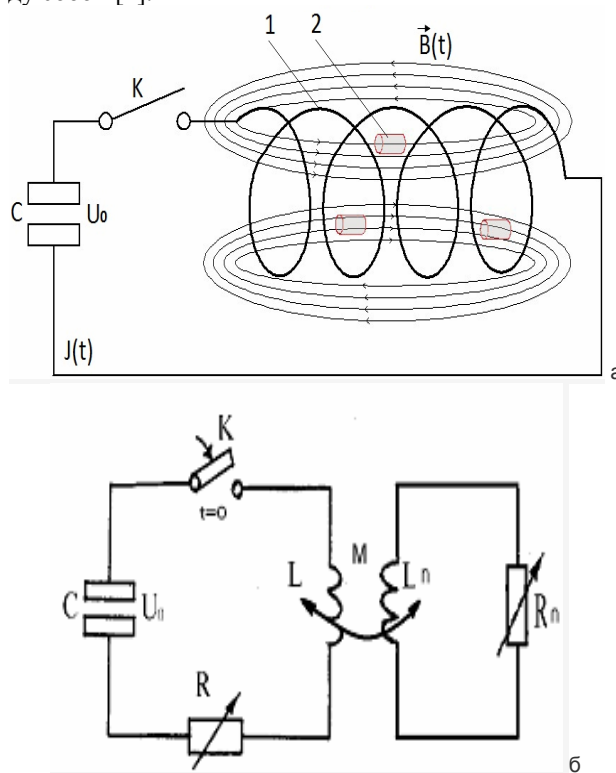


Рис. 1. Схемы устройства индукционного нагрева проводников: *a* – общая, *б* – электрическая
 C , U_0 – емкость и начальное электрическое напряжение конденсаторной батареи; K – ключ;
 L , R – индуктивность и сопротивление цепи катушки-генератора; L_n , R_n – индуктивность и сопротивление витка; M – взаимная индуктивность катушки-генератора 1 и витка 2

Моделирующие выражения получены при следующих предположениях: влиянием индукционного тока i на ток в катушке-генераторе можно пренебречь, электротехнические параметры цепи генератора – постоянные величины, вихревые токи в проводнике однородны, теплоотдачей проводника в окружающую среду можно пренебречь. В этом приближении процесс индукционного нагрева проводников описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{di}{dt} = \frac{2\pi \cdot \eta_0 \cdot r_{cp}}{S_n \cdot L_n} \cdot \exp\left(\frac{\eta_0 \cdot \beta_n \cdot k}{c_n \cdot \rho_n}\right) \cdot i + \frac{M \cdot U_0}{L \cdot L_n} \cdot \exp\left(-\frac{0.5 \cdot R}{L} \cdot t\right) \cdot \left[\cos\left(\frac{\omega}{L} \cdot t\right) - \frac{R}{2\omega} \cdot \sin\left(\frac{\omega}{L} \cdot t\right)\right],$$

$$i(0)=0,$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\eta_0 \cdot i^2}{\rho_n \cdot c_n \cdot S_n^2} \cdot \exp\left(\frac{\eta_0 \cdot \beta_n \cdot k}{\rho_n \cdot c_n}\right), \quad T(0)=T_0, \quad \frac{dk}{dt} = \left(\frac{i}{S_n}\right)^2, \quad k(0)=0,$$

$$L = \frac{\pi}{4} \cdot \mu_0 \cdot \omega \cdot \frac{D^2}{a}, \quad L_n = \mu_0 \cdot r_{cp} \cdot \ln \frac{8 \cdot r_{cp}}{a_n + \delta_n}, \quad M = \frac{\pi \cdot \mu_0}{a_n} \cdot r_{cp}^2$$

$$R = \frac{\pi \cdot D \cdot \omega \cdot \eta}{a \cdot h}, \quad \omega = \sqrt{\frac{L}{C} - \left(\frac{R}{2}\right)^2}, \quad R_n = \frac{2\pi \cdot \eta_0 \cdot r_{\tilde{n}\delta}}{S_n} \exp\left(\frac{\eta_0 \cdot \beta_n \cdot k}{c_n \cdot \rho_n}\right),$$

$$S_n = a_n \cdot \delta_n.$$

Здесь использованы следующие обозначения: t – время, T – температура проводника, k – интеграл действия плотности вихревых токов, a_n , δ_n , r_{cp} – ширина, толщина и средний радиус полого цилиндрического проводника, c_n , ρ_n , β_n , η_0 – удельная теплоемкость, плотность, температурный коэффициент и начальное удельное электрическое сопротивление материала проводника при температуре T_0 , μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, a , D , h , ω , η – ширина витка, средний диаметр, количество витков и начальное удельное сопротивление материала однослойной катушки-генератора (соленоида).

Пример расчета. Методика численного решения задачи индукционного нагрева проводников реализована в пакете MathCad-14. На рис. 2, 3 приведены примеры расчета. Геометрия проводников и медного соленоида: $a_n = 2$ мм, $\delta = 0.1$ мм, $r_{cp} = 5$ мм, $a = 4$ мм, $D = 50$ мм, $h = 2,7$ мм, $\omega = 16$, $\eta = 0,172$ мкОм · м.

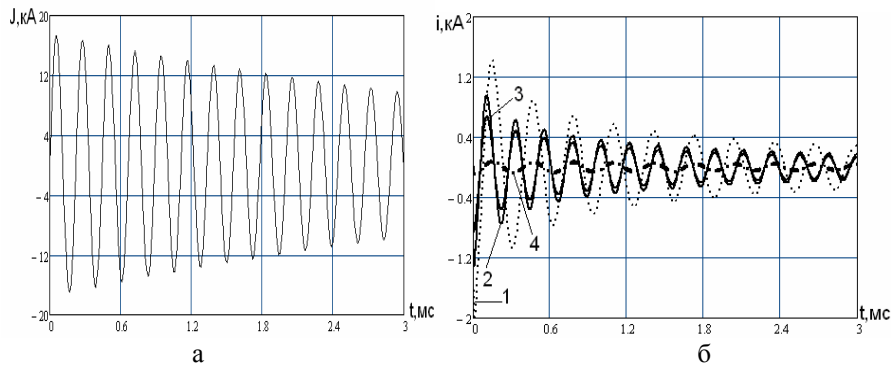


Рис. 2. Расчётные осциллограммы токов в катушке-генераторе (а) ($C = 0,125$ мФ, $U_0 = 5$ кВ) и короткозамкнутых проводниках (б): 1 – Cu ($C = 0,25$ мФ, $U_0 = 6$ кВ), 2 – Al ($C = 0,125$ мФ, $U_0 = 5$ кВ), 3 – Mg ($C = 0,125$ мФ, $U_0 = 5$ кВ), 4 – Ti ($C = 0,25$ мФ, $U_0 = 5$ кВ)

В соленоиде и проводниках реализуются колебательные затухающие разряды, причем вихревые токи в проводниках существенным образом зависят от удельного сопротивления материала – чем меньше его величина, тем больше амплитуда вихревых токов. Но даже в проводнике из меди амплитуда вихревых токов на порядок меньше, чем ток в соленоиде. На рис. 3 построены динамические зависимости тем-

пературы проводников при их индукционном нагреве. В его левой части (рис. 3, а) приведены графики, рассчитанные при тех же условиях, что и на рис. 2 а. Из них следует, что за 3 мс разряда до температуры плавления ($T_{пл}(Al) = 658\text{ }^{\circ}\text{C}$, $T_{пл}(Mg) = 651\text{ }^{\circ}\text{C}$) нагреваются только проводники из магния и алюминия. Проводник из титана за это время нагревается до 109, а медный – до $757\text{ }^{\circ}\text{C}$, что также ниже температур их плавления: $T_{пл}(Ti) = 1668$, $T_{пл}(Cu) = 1083\text{ }^{\circ}\text{C}$. На рис. 3, б для медного проводника построен график нагрева Ia при другом режиме нагрева, когда емкость конденсаторной батареи уменьшена в 2 раза, а ее напряжение зарядки увеличено до 6,85 кВ. При таком режиме медный проводник за 3 мс нагревается до температуры плавления, причем в этом случае запасаемая конденсатором энергия на 35% меньше.

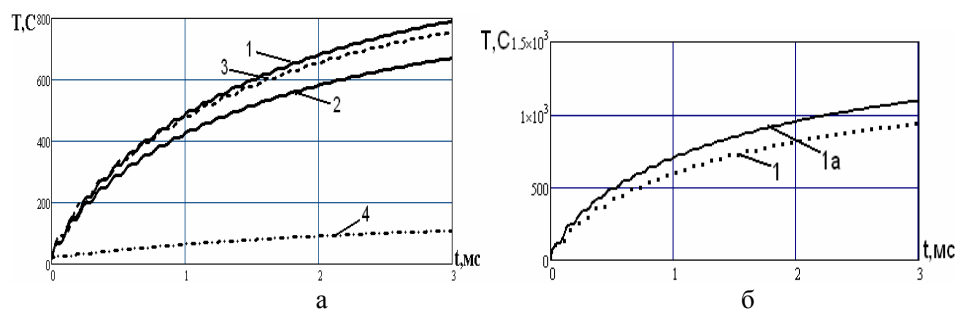


Рис. 3. Динамика индукционного нагрева проводников из различных материалов: 1 – Cu, 1а – Cu ($C = 0,125\text{ мФ}$, $U_0 = 6,85\text{ кВ}$), 2 – Al, 3 – Mg, 4 – Ti в режиме 1. Такой эффект достигается за счет повышения скорости изменения тока в соленоиде и, следовательно, увеличения индукционного тока в нагреваемом проводнике

Выводы. Построена методика численного решения задачи индукционного нагрева проводников в пакете MathCad-14. Проведено параметрическое исследование задачи для полых цилиндрических проводников. Определены параметры источника электрической энергии и катушки-генератора, позволяющие осуществлять быстрый индукционный нагрев проводников до температуры плавления применительно к задаче многоочагового зажигания топлив мелкодисперсными каплями металлов.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проект № 10-08-00453-а).

Литература

1. Синяев С.В., Христенко Ю.Ф. и др. Квазиобъемное очаговое электротермохимическое зажигание гелеобразных высокоэнергетических веществ // Третья междунар. конф. «Внутрикамерные процессы и горение в установках на твердом топливе и в ствольных системах» (ICOC-99), Ижевск, 7–9 июля 1999. Ижевск: Изд-во ИПМ УрО РАН, 2000. Ч. 2. С. 640–648.
2. Zharovtzev V.V., Sinyayev S.V., Fomenko V.V. Account of Interior Ballistic Parameters of the Launch by Slurry/Liquid Propellant with ETC-Ignition // IEEE Transactions on Magnetics. 2001. Vol. 37, №1. P. 216–218.
3. Буркин В.В., Синяев С.В., Христенко Ю.Ф. Устройство для зажигания топлива. Патент РФ № 2166181.
4. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей: Справочная книга. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-е, 1986. 488 с.

ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СЕРПЕНТИНА С ЖЕЛЕЗОМ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ЗАЩИТНОГО МЕТАЛЛОКЕРАМИЧЕСКОГО ПОКРЫТИЯ

М.А. Химич, Ж.Г. Ковалевская

Исследуется процесс взаимодействия серпентина с железом при формировании металлокерамического покрытия, повышающего прочность и износостойкость деталей.

SEARCHING OF THE INTERACTION OF GEO-MODIFYING MATERIAL WITH IRON IN THE FORMATION OF A PROTECTIVE CERMET COATING

M.A. Khimich, J.G. Kovalevskaya

The interaction of serpentine with iron in the formation of a metal-ceramic coating that increases durability and wear resistance of parts is researched.

Одной из основных проблем машиностроения, как известно, является проблема изнашивания технических средств. Естественно, что борьба с ней является, по сути, одним из главных направлений в развитии машиностроения вообще [1]. В первой половине 1990-х годов сотрудником НИИ «Механбор» (С.-Петербург) Д.М. Телухом были опробованы смазочные композиции (СК). Испытания таких композиций с добавлением тонкодисперсных порошковых железистых кварцитов на испытательном полигоне НПО «Микрогонмаш» в г. Омске в 1985 г. дали положительные результаты. Экспериментальное использование новых СК привело к увеличению прочности и долговечности тестируемых деталей. Сотрудниками НПО «Руспромремонт» было установлено, что для реализации ремонтно-восстанавливающей технологии наилучшими материалами являются минералы типа серпентинитов [2].

Нами была поставлена задача экспериментальным путем оценить характер взаимодействия СК с материалом детали из сплава на основе железа – стали при формировании защитного металлокерамического покрытия, повышающего прочность и износостойкость деталей.

Для изучения процесса взаимодействия СК с поверхностью стали использовались термогравиметрический (ТГ) и дифференциальный сканирующий калориметрический (ДСК) анализ. В настоящее время проводится рентгеноструктурный анализ (РСА) и оптическая металлография.

За основу эксперимента нами были взяты порошки серпентина и технически чистого железа. Первое, что мы сделали, – разделили порошок железа на фракции. В эксперименте был использован порошок, размер крупинки которого составлял 40–125 мкм.

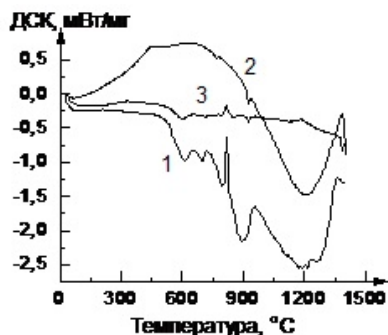


Рис. 1. Изменение тепловой энергии при нагревании

Был проведен анализ следующих материалов: серпентина, порошка железа и механической смеси 50 об. серпентина и 50 об.% железа. С помощью прибора для синхронного ТГ-ДСК анализа STA 409 PC Luxx проведена оценка потери веса и количества поглощаемого тепла навесок серпентина, технически чистого железа и механической смеси серпентина и железа. Оценивались процессы, происходящие в материале в интервале температур 25–1400 °С.

Анализ кривой потери массы серпентина показал, что при нагреве происходит умень-

шение массы вещества в интервале температур 520–720 °С и составляет 10 мас.%. Как показывает ДСК-кривая, нагрев серпентина до температуры 500 °С идет без тепловых скачков. Затем начинается потеря тепла, что говорит о том, что в материале происходят эндотермические процессы (рис. 1).

В случае нагрева порошка железа потери веса во всем интервале температур не происходит. ДСК кривая имеет плавный подъем до 700 °С с выделением энергии с переходом к плавному спаду с эндотермическим эффектом при температуре 900 °С. На кривой в виде перегибов и пиков регистрируются все характерные для технически чистого железа критические точки. Все перечисленные процессы происходят с незначительной потерей энергии.

Динамика процесса нагрева смеси серпентина и железа до температуры 450 °С повторяет процесс нагрева серпентина с той лишь разницей, что при нагреве смеси поглощается меньшее количество тепла, что обусловлено протеканием экзотермических процессов в железной составляющей смеси (см. рис. 1). В интервале температур 450–700 °С влияние экзотермического выделения тепла в железной составляющей смеси почти полностью нивелирует потерю тепла, характерную для реакций, протекающих в серпентине в этом температурном интервале. При дальнейшем нагреве, несмотря на то, что в случае нагрева железа или серпентина в отдельности имеет место значительное поглощение тепла, при нагреве смеси порошков данного процесса не происходит. Следовательно, в смеси серпентина с железом при нагреве выше 700°С происходят дополнительные реакции [3].

Для оценки фазовых превращений происходящих в исследуемой смеси при нагреве до определенных нами критических температур, были нагреты отдельно порошки железа и серпентина, а также их смесь в атмосфере аргона. Нагрев проводили в защитной атмосфере аргона до 550 и 850 °С и охлаждали с печью. При нагреве серо-зеленый порошок серпентина изменил свой цвет – после нагрева до 550 °С стал песочным, а после нагрева до 850 °С – терракотовым, что говорит об изменении его фазового состава (рис. 2).

Рис. 2. Изменение цвета порошка серпентина при нагреве его в воздушной атмосфере до 550 и 850 °С



Рис. 3. Шарики шаровой мельницы с образовавшимся на них покрытием

При нагреве порошок железа также изменил цвет – стал значительно темнее. При нагреве смеси порошков железа и серпентина до вышеуказанных температур произошло спекание компонентов с образованием конгломерата.

Полученные нами смесь серпентина и железа, а также продукты нагрева были отправлены в НГТУ (г. Новосибирск) для РСА.

Следующим этапом работы было исследование механического взаимодействия компонентов смеси. Для этого проводили механическое смешивание составляющих в шаровой мельнице. Всего порошки смешивались

336 ч (две недели). В результате на шариках шаровой мельницы сформировалось рыхлое покрытие серо-зеленого цвета (рис. 3).

Возможно, что на шарики налип серпентин, а железо оказалось слишком тяжелым. Для точного определения состава сформировавшегося покрытия образцы были отправлены на РСА.

Несколько шариков с налипшим на них слоем были использованы для проведения оптической металлографии. Мы подготовили форму, поместили в нее шарики и залили эпоксидной смолой. Сделали шлиф и обнаружили, что покрытие не имеет когезионной связи. Можно предположить, что в ходе механического перемешивания воздействия, которое оказывали падающие друг на друга стальные шарики, было не достаточно для образования связи между частицами серпентина и материалом шарика.

Выводы:

1. Для формирования металлокерамических покрытий процессы, протекающие в зоне взаимодействия, должны соответствовать условиям нагрева в интервале 520...700 °С.

2. Для формирования покрытия, получаемого из смеси порошков железа и серпентина в условиях перемешивания в шаровой мельнице, необходимо использовать более мелкую фракцию железа.

3. Для образования связи между частицами серпентина и железа необходимо не только механическое воздействие, оказываемое падающими друг на друга шариками, но и какое-либо другое – возможно, ультразвуковое и термическое.

Литература

1. Зуев В.В., Лазарев С.Ю. и др. Новые подходы к процессам трения и износа. <http://www.forsan.biz>
2. Телух Д.М., Кузьмин В.Н., Усачев В.В. // Трение, износ, смазка (электронный ресурс). 2009. №3. 2 с.
3. Ковалевская Ж.Г., Белявская О.А., Уваркин П.В. Исследование влияния температуры на взаимодействие геомодифицирующего материала и стальной детали // Изв. вузов. Физика. 2011. Т. 54, №. 11/3. С. 242–245.

МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ ЦИРКОНИЕВЫХ НАНОСТЕРЖНЕЙ

В.О. Чашин

Рассмотрен метод получения циркониевых наностержней, поясняются полученные результаты.

THE METHOD OF OBTAINING ZIRCONIA NANORODS

V.O. Chashchin

On basis of the article¹ the method of obtaining zirconia nanorods is described. The results are explained.

Цирконий и его соединения широко применяются в различных областях промышленности, энергетики, медицине, быту. Цирконий применяют как заменитель благородных металлов. В атомной энергетике цирконий является основным материалом оболочек твэлов. В виде конструкционного материала он идет на изготовление кислотостойких химических реакторов, насосов. Например, цирконий с температурой плавления 3100 К является одним из наиболее важных огнеупоров, и мелкозернистая керамика из циркония имеет важное применение, где сверхпластичность и деформационное упрочение выходят на первый план [2].

Сегодня керамические волокна и вискеры часто используются в качестве армирующих элементов для новых композиционных материалов. Механические свойства такой армировки существенно сказываются на прочности композиционных материалов. Хорошо известно, что прочность керамических волокон и вискеров зависит от размера: при уменьшении диаметра их прочность увеличивается [3]. Таким образом, получаемые ZrO_2 наностержни должны обладать очень высокой прочностью.

В рассматриваемом методе синтез ZrO_2 наностержней достигается путем отжига порошков, в которых частицы $NaCl$ и $Zr(OH)_4$ однородно перемешаны.

Исходными материалами для приготовления порошков являются высокочистый оксихлорид циркония ($ZrOCl_2 \cdot 8H_2O$), хлорид натрия ($NaCl$) и гидроксид натрия ($NaOH$). Также используются высокочистый циклогексан, смешанный с полиэтиленоксидом (5) нонилфенол эфира (NP5) с объемом 1:1, полиэтиленоксидом (9) нонилфенол эфира (NP9), п-октилполиэтилен гликоль фенил эфиром (OP) и полиэтиленоксидом алкилированного эфира (АЕО) в объеме 4:2:1:1. Подготавливается три состава: (а) 48 мас.% циклогексана + 48 мас.% NP5/NP9/OP/АЕО (далее NPPA) + 4 мас.% 1 моль/л $ZrOCl_2$ водного раствора; (b) 46 мас.% циклогексана + 46 мас.% NPPA + 8 мас.% 2 моль/л водного раствора $NaOH$; (с) 41,7 мас.% циклогексана + 41,7 мас.% NPPA + 16,6 мас. 2% моль/л водного раствора $NaCl$. Сначала 26 мл раствора (а) добавляется к 36 мл раствора (с), при магнитном перемешивании получается раствор (d). Затем 27 мл раствора (b) добавляют в (d), при магнитном перемешивании получают смесь (e). В результате перемешивания в течение 30 мин получают осадки. Затем осадок многократно промывают с помощью безводного ацетона, после помещают в центрифугу. Полученные порошки сушатся в печи при температуре 80 °С, прежде чем они будут обожжены при 820 °С в течение 3 ч для формирования ZrO_2 наностержней.

Механизм формирования ZrO_2 нано-стержней подобен методу синтеза расплавленных солей (Molten Salt Synthesis) [4]. Рост наностержней требует жидкой фазы, в которой элементы кристаллической фазы могут легко перемещаться на определенное расстояние. Еще одним преимуществом жидкой фазы является то, что материалы для формирования наностержней распределены равномерно.

Процесс формирования ZrO_2 наностержней выглядит следующим образом: исходные вещества подвергаются отжигу снимки ZrO_2 наностержней температуре выше точки плавления соли, чтобы сформировать поток солевого состава. При этой температуре окислы изменяются, а затем быстро распространяются в жидкой соли. В процессе нагрева ZrO_2 наностержни формируются за счет зарождения ядра и роста.

При более высоких температурах синтеза ZrO_2 наностержни становятся больше в диаметре. Формирование ZrO_2 наностержней в процессе синтеза расплавленных солей идет очень быстро. Процесс может быть завершен в очень короткое время из-за небольшого расстояния диффузии и высокой мобильности пород в жидком состоянии.

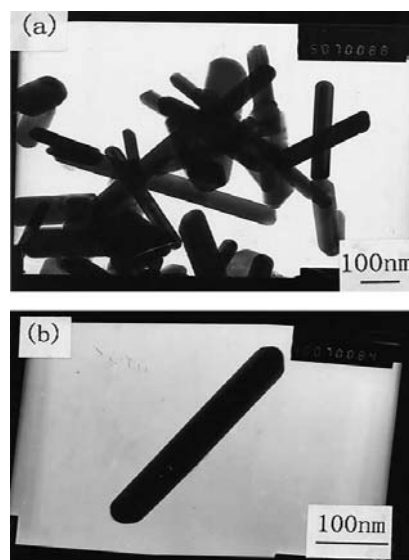


Рис. 1. Процесс формирования ZrO_2 наностержней

Полученные наностержни прямые с диаметром 40–100 нм и длиной до нескольких микрометров показаны на рис. 1, а. Один из наностержней с диаметром 40 нм показан на рис. 1, б.

Из результатов РСА и КРС следует, что основная фаза ZrO_2 наностержней – моноклинная структура.

Сильное воздействие на формирование ZrO_2 наностержней оказывает температура. После отжига при температуре < 780 °С ZrO_2 наностержни не обнаружены, в то время как отжиг при температуре > 820 °С приводит к появлению нескольких ZrO_2 наностержней и объемных кристаллов ZrO_2 .

Литература

1. Liu Y. Synthesis and characterization of zirconia nanorods / Y. Liu, Ch. Zheng, W. Wang et al. // J. Am. Ceram. Soc. 2002. Vol. 85. P. 3120–3122.
2. Zheng Y.S. Study of Cyclic Superplasticity at Room Temperature for Nanocrystalline Zirconia Ceramics / Y.S. Zheng, D.S. Yan, L. Gao // J. Inorg. Mater. 1995. Vol. 10. P. 411.
3. Batdorf B. Strength of Composites: Statistical Theory // Concise Encyclopedia of Composite Materials / edited by A. Kelly. Elsevier. Oxford, U.K. rev.ed., 1994. P. 277–284.
4. Yoon K.H. Molten Salt Synthesis of Lead-based Relaxors // K.H. Yoon, Y.S. Cho, D.H. Kang // J. Mater. Sci. 1998. Vol. 33. P. 2977.

НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ СУШКА ТОРФА В ЕСТЕСТВЕННЫХ УСЛОВИЯХ

А.И. Фильков, Д.А. Гладкий

С использованием математической модели [1] проведено исследование влияния содержания начальных объемных долей на скорость сушки слоя торфа. Проведено качественное и количественное сравнение полученных численных результатов с экспериментом.

MATHEMATICAL RESEARCH OF WATER EVAPORATION PROCESSES IN THE PEAT LAYER

A.I. Filkov, D.A. Gladky

The influence of initial volume fractions content on the drying rate of a peat layer was investigated with using the mathematical model [1]. Qualitative and quantitative comparison of the received numerical results with experiment was made.

Торфяники покрывают свыше $4 \cdot 10^6$ км² (3 % поверхности суши Земли) и являются частью экосистемы Земли. Из всех торфяников в мире приблизительно 80 % расположены в северных регионах с умеренным климатом. Торфяные пожары оказывают огромное негативное влияние на жизнедеятельность человека. Примером этому могут служить пожары 2010 г.

В работе [1] делается предположение, что зная характеристики слоя торфа для конкретной местности, можно оценить вероятность ее пожарной опасности, что позволит оптимально использовать ресурсы, направленные на предотвращение возникновения и ликвидацию пожара. Для этих целей предложена однотемпературная математическая модель сушки слоя торфа.

В результате численного решения математической модели [1] с учетом реальных метеоусловий для временного промежутка в одну неделю были проведены тестовые расчеты и получены зависимости температуры слоя торфа (рис. 1), давления и параметров состояния среды на верхней границе торфа (рис. 2), а также влагосодержания от времени.

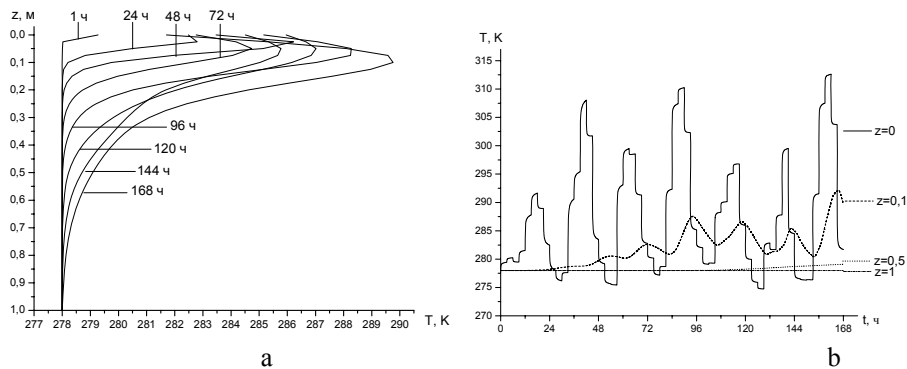


Рис. 1. Распределение температуры слоя торфа в различные моменты времени: a – по глубине слоя, b – для различных значений z

Из анализа численного решения на рис. 1, a следует, что с ростом времени температура на верхней границе растет, и слой начинает равномерно прогреваться от поверхности вглубь слоя. Перегиб температуры слоя торфа на верхней границе связан с задаваемой температурой воздуха. Кривые на рис. 1, a соответствуют полудню. В это время температура воздуха низкая, а температура верхнего слоя торфа выше за счет прогрева за предыдущие сутки, и к 00,00 часов торф не успевает остыть. Из рис. 1, b видно, что температура слоя торфа при $z=0$ напрямую зависит от параметров окружающей среды, возрастает и убывает в зависимости от времени суток. С увеличением глубины слоя зависимость уменьшается и при $z=0,5$ суточные колебания метеопараметров не влияют на температуру слоя, что согласуется с [2]. При этом тепловая волна доходит до глубины 0,5 м только на 5-е сут.

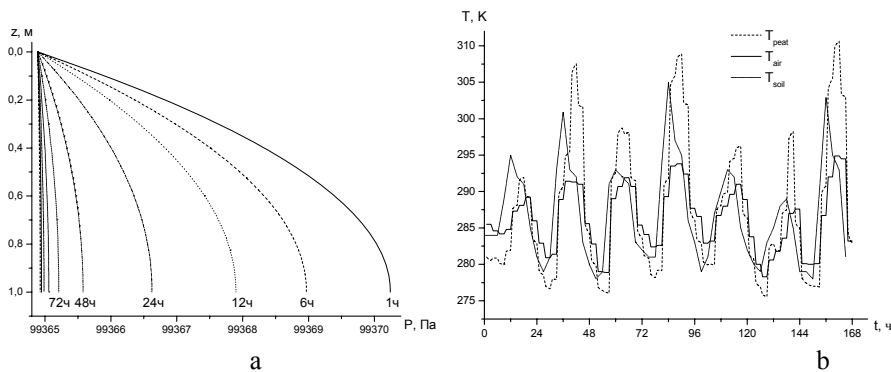


Рис. 2. Зависимость давления газовой фазы от глубины слоя торфа в различные моменты времени (a); b – профили температуры параметров состояния среды в различные моменты времени на верхней границе слоя торфа

Из рис. 2, a видно, что давление газовой фазы в слое торфа растет по глубине, что соответствует физике процесса. Однако в процессе сушки за счет фильтрации газов давление начинает выравниваться и стремиться к атмосферному. Также видно, что кривая температуры слоя торфа на рис. 2, b качественно согласуется с приведенными данными. С ростом температуры воздуха возрастает температура торфа и с понижением соответственно падает. При этом в самые жаркие часы температура слоя торфа и почвы значительно выше температуры воздуха. Это объясняется нагревом за счет излучения от Солнца.

Кроме того, так как коэффициент черноты торфа выше, чем почвы, то пик температуры торфа превышает температуру почвы на несколько градусов. Максимум

различия между температурой воздуха и торфа составляет около 15 °С. Согласно [3] при воздействии солнечного излучения температура верхнего слоя торфа может быть на 15–17 °С выше температуры окружающей среды, что соответствует нашим результатам. Также известно [4], что суточное испарение почти прямо пропорционально количеству часов солнечного сияния в течение дня, причем из общего количества солнечной радиации, падающей на поверхность торфа, около 60 % приходится на сушку торфа, и температура поверхности торфа при этом значительно превышает температуру окружающего воздуха.

Из анализа динамики влагосодержания следует, что сушка верхнего слоя торфа с ростом времени происходит довольно быстро. При этом она зависит от параметров окружающей среды. При отсутствии осадков и положительных температурах воздуха уже на пятые сутки верхний слой толщиной 0,1 м высыхает до влагосодержания меньше критического и, соответственно, может воспламениться от любого источника зажигания.

Для количественной проверки предложенной модели [1] результаты численного моделирования сравнивались с экспериментальными данными процесса сушки в изотермических условиях, при температуре 50 °С, и динамических, при скоростях нагрева 20 и 30 К/мин [5, 6], полученными для трех видов торфа.

Проведенное исследование показало, что полученные численные результаты качественно и количественно согласуются с экспериментальными данными. Однако данная модель, как и любая другая, имеет ряд ограничений. В частности, для получения оптимальной точности, максимальная температура сушки не должна превышать 330 К и время прогноза - одну неделю. В связи с тем, что температура воздуха в Бореальной зоне редко превышает 320 К, можно сделать вывод, что предложенная модель [1] может быть использована для прогнозирования поведения влагосодержания и температуры в слое торфа для последующего прогноза пожарной опасности на торфяниках.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ №12-01-00142-а, №11-01-00673-а, №11-01-00228-а и №10-01-91054 НЦНИ-а.

Литература

1. Фильков А.И., Гришин А.М., Гладкий Д.А. О математическом моделировании испарения свободной и связанной воды в слое торфа // *Фундаментальные и прикладные вопросы механики и процессов управления: Всерос. науч. конф., посвященная 75-летию со дня рождения акад. В.П. Мясникова: сб. докл. [Электронный ресурс]. Владивосток: ИАПУ ДВО РАН. 2011. С. 391–394.*
2. Ковриго В.П., Кауричев И.С., Бурлакова Л.М. *Почвоведение с основами геологии*. М.: Колос, 2000. 416 с.
3. Миронов В.А., Палюх Б.В., Ветров А.Н. *Основы построения интеллектуальных информационных систем для прогнозирования, предупреждения и ликвидации торфяных пожаров* Тверь: ТГТУ, 2004. 104 с.
4. Соловьев С.В. *Экологические последствия лесных и торфяных пожаров: дис. ... канд. техн. наук*, М., 2006. 222 с.
5. Cancellieri D., Leroy-Cancellieri V., Leoni E. et al. Kinetic Investigation on the Smouldering Combustion of Boreal Peat // *Fuel*. 2012. 93. P. 479–485.
6. Kuzin A.Ya., Sharypov O.V., Leroy-Cancellieri V. et al. Comparative study to evaluate the drying kinetics of Boreal peats from micro to macro scales // *Energy Fuels*. 2012. Vol. 26, N1. P. 349–356.

В.П. Глазырин, М.Ю. Орлов, Ю.Н. Орлова*

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВНЕДРЕНИЯ КРУПНОГАБАРИТНОГО УДАРНИКА В ЛЕДОВО-ВОДНЫЕ СРЕДЫ[©]

Научно-исследовательский институт прикладной математики и механики Томского государственного университета
*Национальный исследовательский Томский политехнический университет

Рассмотрен процесс нормального внедрения крупногабаритного ударника с инертным наполнителем в систему «лед – вода» в диапазоне начальных скоростей ниже скорости звука в воздухе. Лед моделировался сжимаемой, упругопластической, пористой средой, учитывающей свойства прочности, пористости, ударно-волновые явления, а также совместное образование отрывных и сдвиговых разрушений. Серия вычислительных экспериментов проведена для 2D осесимметричного случая на многофункциональном программном комплексе «Удар 2D», разработанном в НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета. Получены новые научные данные о поведении поликристаллического льда на водной подложке под нагрузкой.

V.P. Glazyrin, M.Yu. Orlov, Yu.N. Orlova*

COMPUTER MODELING of the PROCESS of the INTRODUCTION INTO LARGE PIECES-GABARIT of the FIRING PIN In ICE-WATER AMBIENCE

In work is considered process of the normal introduction into large pieces-gabarit of the firing pin with inert filler in system "ice - water" within the range of initial velocities below velocities of the sound midair. Ice was prototyped compressed, springy-plastic, porous ambience, taking into account characteristic other., porosity, is knocked-wave phenomenas, as well as joint formation detachable and shift destructions. The Series computing experiment is organized for 2D осесимметричного of the event on multifunctional software complex "Blow 2D", designed in THREAD applied mate-матики and mechanical engineers Tomsk. They Are Received new scientific given about behaviour on water substrate under load.

Введение. Практический интерес к изучению поведения морского и пресноводного льда в условиях динамического нагружения в настоящее время вызван необходимостью развития северных территорий нашей страны, созданием новых противометеоритных защит, модификацией корпусов современных ледоколов и т.д. Поведение льда при ударно-взрывных нагрузках может быть непредсказуемым, т.к. этот древнейший природный материал является анизотропным, обладает аномальными пластическими свойствами, а с точки зрения разрушения вообще может не иметь аналогов. Поэтому лед был и остается малоизученным объектом исследования как для гляциологов, так и для механиков во всем мире [1].

В лаборатории №21 НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета разработана физико-механическая модель поведения льда при динамическом нагружении, которая была апробирована при решении широкого круга современных задач механики разрушения льда. Путем привязки к специально поставленному эксперименту были рассчитаны прочностные характеристики поликристаллического льда, получены деформационные картины и зоны его вероятного разрушения при действии взрыва ВВ в воде на различных глубинах. Расчетные данные позволили предсказать отклик поликристаллического льда на ударно-взрывные нагрузки, а также выработать практические рекомендации по проведению взрывных работ для его оптимального разрушения.

В работе [2] проведена серия вычислительных экспериментов по внедрению крупногабаритного ударника с инертным наполнителем в толстую платину льда. При помощи разработанного программного комплекса в упругопластической постановке исследовано напряженно-деформированное состояние льда в диапазоне скоростей удара до 300 м/с, а также рассчитаны интегральные характеристики процесса. В процессе внедрения было выявлено, что между ударником и наполнителем

в его донной части образуется зазор, величина которого растет с ростом начальной скорости удара. Полученные данные дают количественное представление о процессе внедрения ударника в толстую пластину льда, а также формирует новое поле для исследований льда при ударе, а именно: остается не изученным процесс внедрения крупногабаритного ударника с наполнителем в лед на водной подложке.

Цель работы и постановка задачи. В работе исследуется процесс нормального внедрения крупногабаритного ударника в пластину льда, расположенную на водной подложке. Объект исследования – это кожеляционный лед, полученный в климатической камере путем заморозки пресной воды при температуре заморозки $-24\text{ }^{\circ}\text{C}$ и времени заморозки более суток. Предмет исследования – 2D напряженно-деформированное и термодинамическое состояние льда с учетом эволюции его деформационных картин и областей разрушения. Настоящая работа является логическим продолжением ранее проведенных исследований, поэтому физико-механические характеристики моделируемых материалов и диапазон начальных скоростей такие же как в [2].

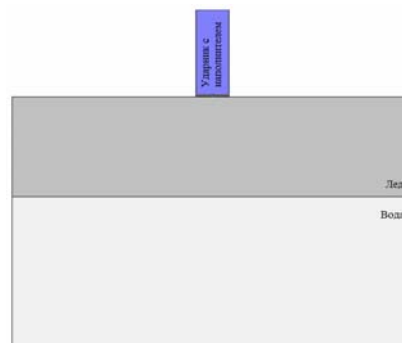
В таблице приведены основные физико-механические характеристики моделируемых материалов, где K_1, K_2, K_3 – константы уравнения состояния, ρ_0 – начальная плотность, C_0 – объемная скорость звука, G – модуль сдвига, σ_T – предел текучести материала, σ_k – критическое значение откольной прочности, A_p – критическое значение удельной работы сдвиговых пластических деформаций, ϵ_{eq} – эквивалентная пластическая деформация. В качестве наполнителя использовалась смесь, состоящая из пяти компонент: цемент – 15%, природный песок – 62%, опилки древесные – 6%, вода – 11%, стекло жидкое – 6%.

Материал	K_1 , ГПа	K_2 , ГПа	K_3 , ГПа	ρ_0 , г/см ³	C_0 , м/с	G , ГПа	σ_T , ГПа	σ_k , ГПа	A_p , кДж/кг	ϵ_{eq} , безраз
Лед	8,4	16,8	8,4	1,92	3020	3,2	0,022	0,01	5	2,0
Вода	2,25	8,25	0	1,0	1500	0,001	0,001	1,0	5000	1,1
Сталь ШХ-15	153	176	53,23	7,84	4417	81,4	1,7	2,8	500	1,3
Наполнитель	10,0	23,0	15,0	1,71	2540	26,9	0,025	0,3	100	2,0

Достоверность результатов численного моделирования установлена путем решения ряда тестовых задач и сравнением с известным аналитическим решением, а также экспериментальными данными. Экспериментальные данные были получены на уникальном баллистическом стенде с высокоточными приборами регистрации в НИИ прикладной математики и механики. Отдельные эксперименты специально были проведены в ЦНИИ им. А.Н. Крылова (Санкт-Петербург). Результаты физических экспериментов представлены в [3].

Расчет процесса внедрения крупногабаритного ударника с наполнителем в лед на водной подложке. Ниже приведены параметрические исследования процесса внедрения крупногабаритного ударника в систему «лед – вода». Ударник – это цилиндр с плоской головной частью, состоящий из стальной оболочки и наполнителя. Масса ударника – 235,3 кг, а его диаметр и высота были равными 34 и 87 см соответственно. Пластина высотой 100 см и диаметром 400 см располагалась на водной подложке высотой 150 см. Серия вычислительных экспериментов проведена для двумерного осесимметричного случая и состояла из 4 вариантов, диапазон начальных скоростей варьировался от 150 до 300 м/с. На рис. 1 показана расчетная область системы «ударник – лед – вода». Количество расчетных элементов 9452. В качестве расчетного элемента использовался 2D треугольный элемент «равнобедренный треугольник».

Рис. 1. Исходная конфигурация системы «ударник – лед – вода»



На рис. 2 представлены рассчитанные конфигурации «ударник – лед – вода» на конечных стадиях процесса внедрения. Расчетным путем установлено, что первые очаги разрушения формируются во льду в виде косых трещин уже на 150-й микросекунде в приконтактной зоне. Выявлено, что до этого момента лед уплотнялся, а после ударник внедряется в уже ослабленный растягивающими и сдвиговыми напряжениями материал. Незначительное время имеет место выплеск приповерхностных слоев льда навстречу ударнику. По мере продвижения ударника вглубь ледяной пластины, зона ее разрушений начинает распространяться от лицевой поверхности к тыльной, формируя во льду «пробку». Отмечено выпучивание льда в направлении движения ударника в зоне контакта «лед – вода». Отличительной особенностью процесса разрушения льда является формирование двух магистральных трещин расположенных в центре пластины.

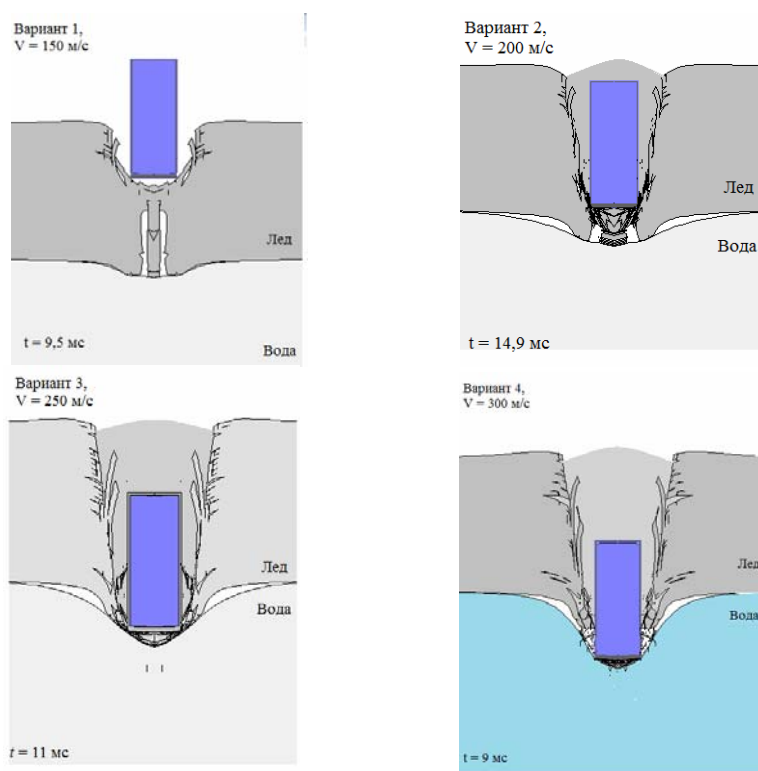


Рис. 2. Фрагменты рассчитанных конфигураций «ударник – лед – вода» на конечных стадиях процесса внедрения

Видно, что в трех вариантах ударник внедряется на глубину, превышающую его собственную высоту и высоту ледяной преграды. Установлено, что все разрушения льда происходили в зоне контакта «ударник – лед». В процессе внедрения оболочка и наполнитель ударника слабо деформируются в радиальном направлении, а в двух последних вариантах между ними образуется небольшой зазор.

На рис. 3 представлен график временной зависимости скорости ударников для четырех вариантов расчета, который аппроксимируется гиперболической функцией. Анализируя поведение кривых на графике, можно заключить, что в процессе внедрения выделяются участки «быстрого» и «медленного» снижения скорости. Причем с ростом начальной скорости длительность участков «быстрого» снижения скорости уменьшается, а «медленных», наоборот, увеличивается. Также на кривых отмечены участки постоянной скорости, которые объясняются прохождением ударника границы «лед – вода».

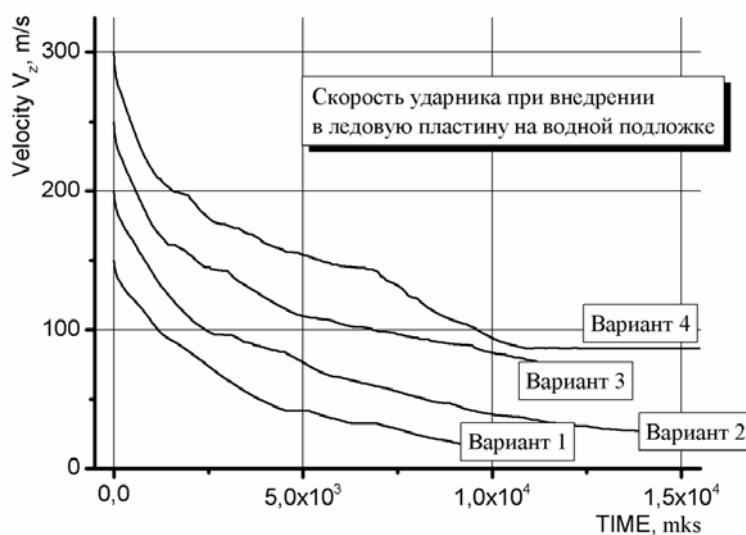


Рис. 3. График зависимости скорости центра масс ударника от времени

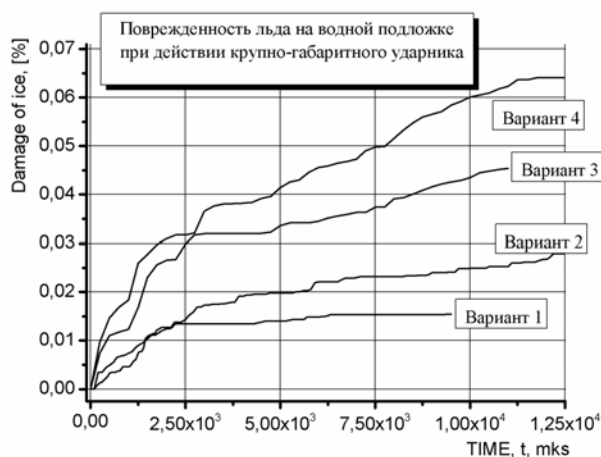
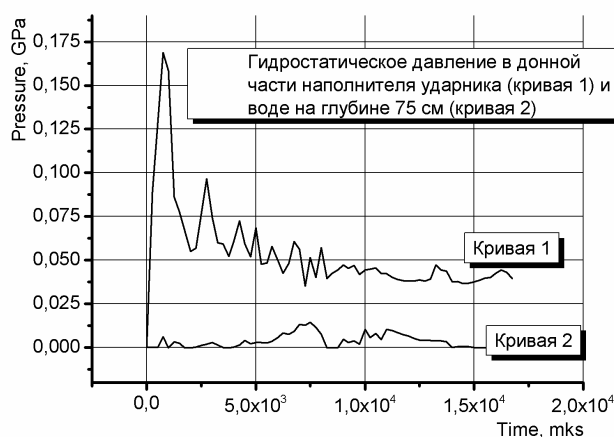
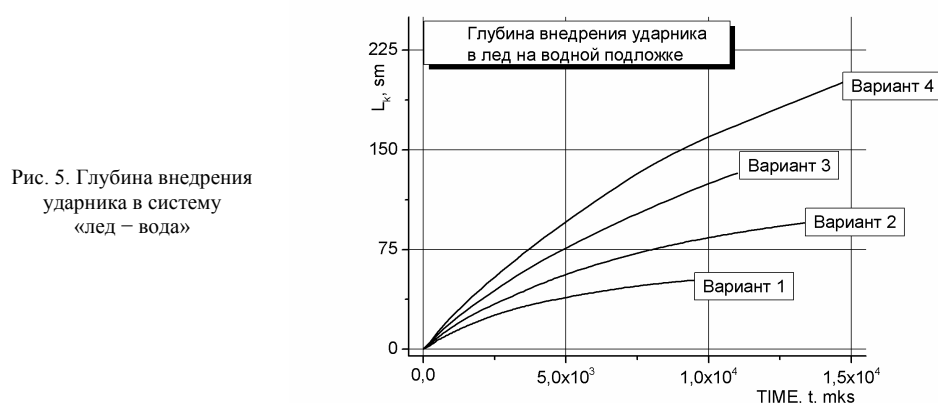


Рис. 4. Поврежденность льда на водной подложке при действии ударника

На рис. 4 приведена графическая зависимость поврежденности льда от времени. Поврежденность льда рассчитывалась через параметр поврежденности D_{mg} , впервые предложенный в [4]. Установлено, что основной объем разрушений был образован во льду на начальных стадиях процесса внедрения в приконтактной области. Объем поврежденного льда был незначительным (не превысил 6,5%). На графике имело место пересечение кривых, соответствующих вариантам 1, 2, а также слияние на первых микросекундах кривых 3, 4.

Семейство кривых на рис. 5 соответствует изменению глубины внедрения ударника в лед на водной подложке. Видно, что кривые на графике аппроксимируются степенной функцией. Аналогичный вид имели кривые в предыдущей задаче о внедрении ударника в толстую ледовую пластину.



Для вычисления гидростатического давления в расчетной области были выбраны две контрольные точки, одна из которых располагалась в донной части наполнителя ударника, а другая – в воде на оси симметрии при глубине 75 см. График давления в контрольных точках для последнего варианта представлен на рис. 6. Видно, что кривые на графике имеют многочисленные локальные максимумы и минимумы, вызванные отражением волн в процессе внедрения от контактных и свободных поверхностей. Максимальное давление в донной части наполнителя равно 0,168 ГПа, было зафиксировано в начале процесса внедрения на 0,75 мс. В воде максимальное давление составило 0,014 ГПа, оно было зафиксировано в середине процесса внедрения на 7,5-й микросекунде.

Выводы. Таким образом проведенные расчеты позволяют количественно описать процесс внедрения крупногабаритного ударника в ледово-водную преграду. В рассмотренном диапазоне скоростей длительность процесса внедрения достигала 20 мс, объем разрушенного льда был незначительным, при этом имело место пластическое деформирование материала ударника. Пробоина в ледяной пластине имела форму усеченного конуса. Выявлено, что давления, возникающие в процессе внедрения в воде и наполнителе, были низкими.

Работа поддержана ФЦП «Кадры» (ГК 14.В37.21.0227), РФФИ 12-08-90711-моб-ст.

Литература

1. *Физика и механика льда*: Пер. с англ./ Под ред. П. Трюде. М.: Мир, 1983. 352 с.
2. *Глазырин В.П.* Исследование процессов высокоскоростного деформирования и неоднородных материалов и конструкций: Автореф. дис. ... д-ра ф.-м. н. Томск, 2010. 34 с.
3. *Орлов М.Ю., Орлова Ю.Н.* Моделирование процесса внедрения компактного цилиндрического ударника в лед // Материалы конференции «Современная баллистика и смежные вопросы механики», посвященная 100-летию со дня рождения профессора М.С. Горохова – основателя Томской школы баллистики. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2009. С. 235–237.
4. *Глазырин В.П., Орлов М.Ю., Орлов Ю.Н.* Разрушение льда под действием продуктов детонации ВВ // Изв. вузов. Физика. 2008. Т. 51. №8/2. С. 136–142.

НАШИ АВТОРЫ

- АЖЕРМАЧЕВ Антон Викторович – ассистент кафедры строительной механики НГАСУ (Сибстрин). E-mail: azhermachev@academpark.com
- АЗИН Антон Владимирович – аспирант ФТФ ТГУ, м.н.с. НИИ ПММ ТГУ. E-mail: antonazin@mail.ru
- АЛЕКСАНДРОВА Анна Геннадьевна – м.н.с. НИИ ПММ ТГУ. E-mail: AleksAnn@sibmail.com
- АЛЕКСЕЕВА Кира Геннадьевна – студентка 3 курса ФТФ ТГУ. E-mail: kira27392@mail.ru
- АМОСОВ Михаил Сергеевич – магистр 2-го года обучения физического факультета Томского государственного университета. E-mail: hemul@mail2000.ru
- АНТОНОВ Дмитрий Борисович – студент 5 курса физического факультета Томского государственного университета. E-mail: antonov_dmitriy@mail2000.ru
- АНДРЕЮК Сергей Максимович – студент 3 курса кафедры физической и вычислительной механики ММФ Томского государственного университета. E-mail: 8sergei91@mail.ru
- АНИКЕЕВА Галина Максимовна – студентка 5 курса ФТФ ТГУ. E-mail: galechek@sibmail.com
- АНФЁРОВ Сергей Дмитриевич – аспирант Института механики сплошных сред УрО РАН. E-mail: anferovsergey@mail.ru
- АРХИПОВ Владимир Афанасьевич – д.ф.-м.н., проф., зав. отд. НИИ ПММ ТГУ. E-mail: leva@niipmm.tsu.ru
- АСТАНИН Александр Владимирович – к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной аэромеханики ФТФ ТГУ. E-mail: astanin@ftf.tsu.ru
- АСТАШОВА Татьяна Андреевна – студентка 3 курса ФТФ ТГУ. E-mail: AstashovaTanyaA@yandex.ru
- БАНЫЩИКОВА Мария Александровна – к.ф.-м.н., ст.н.с. НИИ ПММ ТГУ. E-mail: mba-tomsk@mail.ru
- БАТУРИН Алексей Павлович – к.ф.-м.н., доц. каф. астрономии и космической геодезии физического факультета Томского государственного университета. E-mail: alexbaturin@sibmail.com
- БАРАННИКОВА Светлана Александровна – д.ф.-м.н., проф. каф. механики деформируемого твердого тела физико-технического факультета ТГУ. E-mail: bsa@ispms.tsc.ru
- БЕКТЕМИРОВ Нураскар Алтыбайулы – студент 3 курса ФТФ ТГУ. E-mail: nuraskar.bektemirov@gmail.com
- БЕЛЕЙ Дмитрий Андреевич – студент 3 курса физического факультета ТГУ. E-mail: Dmitry.Beley@gmail.com
- БЕРЕСТОВА Екатерина Владимировна – ученица 11б класса, лицей №130 г. Екатеринбурга. E-mail: sber72@mail.ru
- БЕРЕСТОВА Светлана Александровна – доцент, д.ф.-м.н., зав. каф. теоретической механики, УрФУ, г. Екатеринбург. E-mail: sber72@mail.ru
- БИМАТОВ Владимир Исмагилович – д.ф.-м.н., зав. каф. динамики полета физико-технического факультета ТГУ. E-mail: vbimatov@mail.ru
- БОДРОВ Александр Станиславович – студент 3 курса ФТФ ТГУ. E-mail: bus083@mail2000.ru
- БОНДАРЕВА Надежда Сергеевна – студентка 1 курса магистратуры механико-математического факультета ТГУ. E-mail: R0dnki@mail.ru
- БОРДОВИЦЫНА Татьяна Валентиновна д.ф.-м.н., проф. НИИ ПММ ТГУ E-mail: tvbord@sibmail.com
- БОРЗЕНКО Евгений Иванович – к.ф.-м.н., доцент каф. ПГДиГ ФТФ ТГУ. E-mail: borzenko@ftf.tsu.ru
- БОРОКШОНОВА Оюна Нимаевна – магистрант 2-го года обучения физического факультета Томского государственного университета. E-mail: oyuna89@sibmail.com
- БОЧКАРЕВА Светлана Алексеевна – доцент, к.ф.-м.н. каф. МиГ, ТУСУР. E-mail: svetlanab7@yandex.ru
- БРАСЛАВСКАЯ Ольга Борисовна – студентка 4 курса факультета прикладной математики и кибернетики ТГУ. E-mail: olechka90@inbox.ru
- БУЛЬНКО Дмитрий Юрьевич – студент 3 курса ФТФ ТГУ. E-mail: bulynko_dmtr@mail.ru
- БУНОВА Галина Захаровна – к.т.н., доц. каф. технологии металлов и авиационного материаловедения СГАУ.
- БУНЯКИН Алексей Вадимович – к.ф.-м.н., доц. каф. оборудования нефтяных и газовых промыслов Института нефти, газа, энергетики и безопасности Кубанского государственного технологического университета. E-mail: alex.bunyakin@mail.ru
- БУРКИНА Роза Семеновна – д.ф.-м.н., доц., профес. каф. матем. физики ФТФ ТГУ. E-mail: roza@ftf.tsu.ru
- БУРМАШЕВА Наталья Владимировна – аспирант, инженер Института машиноведения УрО РАН. E-mail: nat_burm@mail.ru
- БУРЛАЧЕНКО Александр Геннадьевич – студент 4 курса ФТФ ТГУ. E-mail: aleksburlachenko@rambler.ru
- БУРНЫШЕВА Татьяна Витальевна – к.т.н., зав. кафедры информационных систем и управления НФИ КемГУ. E-mail: tburn@mail.ru

ВАГНЕР Сергей Александрович – студент 5 курса ФТФ ТГУ. E-mail: vagnerserge@gmail.com
ВОРОБЬЕВ Артем Сергеевич – студент 4 курса ФТФ ТГУ. E-mail: lindai12@yandex.ru
ВОРОНИН Сергей Васильевич – к.т.н., доц. каф. технологии металлов и авиационного материаловедения СГАУ. E-mail – hhg2000@mail.ru
ВОТЧЕЛЬ Иван Александрович – студент 3 курса физического факультета Томского государственного университета. E-mail: trojan1219@mail.ru
ГАЛСАНОВ Солбон Владимирович – аспирант 1 курса ФТФ ТГУ. E-mail: S_galsanov@sibmail.com
ГАЛУШИНА Татьяна Юрьевна – к.ф.-м.н., доц. каф. астрономии и космической геодезии физического факультета ТГУ. E-mail: volna@sibmail.com
ГЕНДРИНА Ирина Юрьевна – к.ф.-м.н., доц. каф. исследования операций ФПМК ТГУ.
ГЛАДКИЙ Денис Андреевич – аспирант каф. физической и вычислительной механики ММФ ТГУ. E-mail: fireguard_tsu@mail.ru
ГОЙКО Вячеслав Леонидович – студент 3 курса ФТФ ТГУ. E-mail: vyacheslav.goiko@yandex.ru
ГОРЕЛЬСКИЙ Василий Алексеевич – д. ф.-м.н., с.н.с. НИИ ПММ ТГУ. E-mail: vassili@niipmm.tsu.ru, vassili@mail2000.ru
ГРАБОВЕЦКАЯ Галина Петровна – д.ф.м.н., снс, вед. научный сотрудник Института физики прочности и материаловедения СО РАН. E-mail: grabg@ispms.tsc.ru
ГУБАНОВ Сергей Михайлович – аспирант ТГУ. E-mail: sgubanov@yandex.ru
ГУСЬКОВ Анатолий Васильевич – к.т.н., доц. Новосибирского государственного технического университета. E-mail: conf_pro@craft.nstu.ru
ДЕДОВА Елена Сергеевна – аспирант 2-го года Института физики прочности и материаловедения СО РАН. E-mail: Dedova@ff.tsu.ru
ДЕМЕНТЬЕВ Александр Александрович – аспирант ФТФ ТГУ. E-mail: daa024@ff.tsu.ru
ДИМИТРИЕНКО Юрий Иванович – д.ф.-м.н., проф., зав. каф. «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: dimit@serv.bmstu.ru
ДОМУХОВСКИЙ Александр Михайлович – аспирант 2 года обучения ФТФ ТГУ. E-mail: sanya-1@sibmail.com
ДУБИНОВА Анастасия Дмитриевна – студентка 5 курса ФТФ ТГУ. E-mail: dubinova_ad@sibmail.com
ДЬЯКОВА Ольга Алексеевна – студентка 3 курса ФТФ ТГУ. E-mail: olga.dyakova.1992@mail.ru
ДЬЯЧКОВСКИЙ Алексей Сергеевич – аспирант 2 года обучения ФТФ ТГУ. E-mail: Lex_okha@mail.ru
ДЯДЬКОВ Петр Георгиевич – к.г.-м.н., зав. лабораторией естественных геофизических полей Института нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН. E-mail: DyadkovPG@ipgg.nsc.ru
ЕВСЕЕВ Николай Сергеевич – студент 5 курса ФТФ ТГУ. E-mail: nikolay90@sibmail.ru
ЕВТУШЕНКО Евгений Павлович – программист, Институт физики прочности и материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук. E-mail: eugene@ispms.ru
ЕРЕМИН Михаил Олегович – магистр 2-го года обучения ФТФ ТГУ. E-mail: Bacardi@sibmail.com
ЖАВОРОНКОВ Александр Вячеславович – к.т.н., нач. отд. ОАО ГосМКБ «Радуга» им. А.Я. Березняка. E-mail: raduga@dubna.ru
ЖАРМУХАМБЕТОВА Альбина Муратовна – студентка 3 курса, ФТФ ТГУ.
ЖАРОВА Ирина Константиновна – д.ф.-м.н., в.н.с. НИИ ПММ ТГУ. E-mail: zharova@niipmm.tsu.ru
ЖИЛЬЦОВ Константин Николаевич – м.н.с. НИИ ПММ ТГУ. E-mail: Konstantin@niipmm.tsu.ru
ЗАХАРОВ Андрей Алексеевич – к.ф.-м.н., доц. каф. «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: azaharov@bmstu.ru
ЗЕЛЕПУГИН Сергей Алексеевич – д.ф.-м.н., с.н.с., вед. науч. сотрудник ОСМ ТНЦ СО РАН, проф. каф. механики деформируемого твердого тела ТГУ. E-mail: szel@dsm.tsc.ru
ЗИНОВЬЕВ Александр Валерьевич – студент 5 курса факультета систем управления ТУСУРа. E-mail: Kelast90@gmail.com
ЗИНОВЬЕВА Ольга Сергеевна – магистрант 1-го года обучения ФТФ НИТГУ. E-mail: emelyanova@ispms.tsc.ru
ЗОРКИН Владимир Анатольевич – ст. преп. каф. информатики и вычислительной техники Института математики, физики и информационных технологий Тольяттинского государственного университета. E-mail: V.Zorkin@tltsu.ru
ИСАЙЧЕНКОВ Александр Борисович – Сибирская угольная энергетическая компания. E-mail: IsaychenkovAB@suek.ru
КАЗАНЦЕВА Анастасия Ивановна – студентка 4 курса кафедры физической и вычислительной механики ММФ Томского государственного университета
КАЙЗЕР Галина Тимофеевна – к.ф.-м.н., с.н.с. Коуровской астрономической обсерватории УрФУ. E-mail: Galina.Kajzer@usu.ru
КАЛАШНИКОВ Марк Петрович – инженер ИФПМ.
КАЛАШНИКОВА Анна Анатольевна – магистр 1 курса Института нефти, газа, энергетики и безопасности Кубанского государственного технологического университета. E-mail: kalann@mail.ru
КАРАТАЕВ Евгений Владимирович – студент ФФ ТГУ evgenykarataev@kuz.ru
КВЕТИНСКАЯ Алеся Владимировна – студентка 5 курса ФТФ ТГУ. E-mail: alesichka18@sibmail.com
КИРЕЕВА Алина Александровна – студентка 4 курса ФТФ ТГУ. E-mail: kira_koshka@list.ru
КИЯШКО Анна Владимировна – студентка 5 курса факультета информационных технологий НФИ КемГУ. E-mail: anuta-cool2@yandex.ru

КНЯЗЕВА Анна Георгиевна – д.ф.-м.н., проф. ТПУ. E-mail: anna@ispms.tsc.ru
КОВАЛЕВСКАЯ Жанна Геннадьевна – к.т.н., инженер ИФПМ СО РАН, доц. каф. материаловедения и технологии металлов ТПУ. E-mail: kovalevskaya@ispms.tsc.ru
КОЖАМУРАТОВ Х.К. – к.т.н., доц. каф. «Общетехнические дисциплины и Электро-энергетика» Алматинского гуманитарно-технического университета. (E-mail) otдие@ mail.ru
КОЗЛОВА Анна Валерьевна - аспирантка ФТФ ТГУ. E-mail: KozlovaAnnaV@yandex.ru
КОЗУЛИН Александр Анатольевич – к.ф.-м.н., доц. каф. МДТТ ТГУ. E-mail: Kozulyn@ftf.tsu.ru
КОЛЕДИН Виктор Владимирович – аспирант 3 курса физико-математического факультета Бирской государственной социально-педагогической академии. E-mail: vikoled@mail.ru
КОНЕВА Нина Александровна – проф., д.ф.-м.н. ТГАСУ. E-mail: koneva@tsuab.ru
КОРОБЕНКОВ Максим Викторович – аспирант 3-го года обучения ФТФ ТГУ. E-mail: Korobenkov@ftf.tsu.ru
КОРЯКОВ Михаил Николаевич – аспирант 2-го года каф. «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: korik87@list.ru
КОСАРЕВ Пётр Владимирович – студент 4 курса ФТФ НИ ТГУ. E-mail: Petruha_1990@mail.ru
КРАЙНОВ Алексей Юрьевич – д. ф.-м.н., проф. Каф. математической физики физико-технического факультета ТГУ. E-mail: akrainov@ftf.tsu.ru
КРАЙНОВ Дмитрий Алексеевич – аспирант. ТГУ. E-mail: kmitka@inbox.ru
КРАСНОВЕЖКИН Владимир Алексеевич – аспирант 1-го года обучения ФТФ ТГУ. E-mail: volodia74ms@gmail.com
КУЗНЕЦОВА Екатерина Валерьевна – аспирант 1-го года обучения физического факультета Томского государственного университета. E-mail: kuzina.87@mail.ru
КУЛЕШОВ Артем Александрович – магистрант 2-го года обучения ФТФ ТГУ. E-mail: arte-maftf@sibmail.com
КУЛЬКОВ Сергей Сергеевич – к.ф.-м.н. доц. физико-технического факультета ТГУ. E-mail: ulkov@academ.tsc.ru
КУНСБАЕВА Гульназ Абдулхаковна – ст. преп. каф. прикладной математики и информационных технологий физико-математического факультета Сибайского института (филиала) Башкирского государственного университета. E-mail: Kun_gulnaz@mail.ru
ЛЕВИХИНА Анастасия Валерьевна – студентка 1 курса магистратуры ФТФ ТГУ. E-mail: lev-nastyaa@yandex.ru
ЛИ Юлия Владимировна – студентка 3 курса ФТФ ТГУ. E-mail: bus083@mail2000.ru
ЛЮКШИН Борис Александрович – д.т.н., проф. каф. МиГ ТУСУРа. E-mail:lba2008@yandex.ru
МАКАРОВ Павел Васильевич – проф., преп. каф. теории прочности и проектирования физико-технического факультета ТГУ, зав. лаб. механики структурно-неоднородных сред ИФПМ СО РАН. E-mail: pvm@ispms.tsc.ru
МАЛИНИН Максим Игоревич – выпускник инженерно-технологического факультета СГАУ. E-mail: malinkin555@yandex.ru
МАЛЬЦЕВ Артем Дмитриевич – студент 2 курса строительного факультета ТГАСУ. E-mail: bsa@ispms.tsc.ru
МАРИЦКИЙ Николай Николаевич – аспирант ФТФ ТГУ, 2-го года обучения, м.н.с. НИИ ПММ ТГУ. E-mail: Evilelf_84@mail.ru
МАСАЛИМОВ Дамир Рафитович – студент 3 курса ФТФ ТГУ. E-mail: home_damir92@mail.ru
МЕДВЕДЕВ Иван Викторович – студент 3 курса физического факультета ТГУ. E-mail: Fill0Soff@yandex.ru
МИКОЛАЙЧУК Михаил Александрович – аспирант 3 года ИФПМ СО РАН. E-mail: mihail@mikolaichuk.com
МИЛЕВСКИЙ Константин Евгеньевич – к.т.н., доц. Новосибирского государственного технического университета. E-mail: conf_pro@craft.nstu.ru
МУХ Татьяна Алексеевна – студентка 6 курса, ФТФ ТГУ. E-mail: muh.1989@mail.ru
НАДЕЖКИН Михаил Владимирович – инженер лаб. физики прочности ИФПМ СО РАН. E-mail: Nadjozhkin@ispms.tsc.ru
НЕКРАСОВА Валентина Сергеевна – студентка 4 курса ФТФ ТГУ. E-mail: bus083@mail2000.ru
НЕМИРОВСКИЙ Юрий Владимирович – д. ф.-м. наук, проф., гл. научный сотрудник ИТПМ СО РАН. E-mail: nemirov@itam.nsc.ru
НИКОНЕНКО Елена Леонидовна – старший преподаватель кафедры физики ТГАСУ.
ОЛИМПИЕВА Надежда Владимировна – студентка 4 курса ФТФ ТГУ. E-mail: Nadin_04@mail.ru
ОРЛОВ Сергей Сергеевич – ст. преп. каф. математического анализа и дифференциальных уравнений Института математики, экономики и информатики Иркутского государственного университета. E-mail: orlov_sergey@inbox.ru
ОРЛОВ МАКСИМ ЮРЬЕВИЧ – к.ф.-м. наук, с.н.с. НИИ ПММ Томского государственного университета. E-mail: orloff m. @mil.ru
ОРЛОВА Юлия Николаевна – аспирант 3-го года обучения ФТФ Томского государственного университета. E-mail : orloff m. @mil.ru
ПАСЕНОВА Ангелина Джемаловна – студентка 6 курса ФТФ ТГУ. E-mail: angel_djem@mail.ru

ПОНОМАРЕВ Сергей Александрович – НИИ ПММ ТГУ. м.н.с. лаб. №23. Тел. 529-638, E-mail: enterprise@sibmail.com

ПОНОМАРЕВ Сергей Васильевич – к. ф.-м.н., с.н.с., зав. лаб. НИИ ПММ ТГУ. E-mail: psvh@psy.tsu.ru

ПОПОВ Артём Сергеевич – студент 3 курса ФТФ ТГУ. E-mail: mr.tarker@mail.ru

ПОПОВА Наталья Анатольевна – к.т.н., с.н.с. кафедры физики ТГАСУ.

ПОПОВА Татьяна Алексеевна – студентка 4 курса ФТФ НИ ТГУ. E-mail: Taaleksa@mail.ru

ПОПЦОВА Екатерина Владимировна – студентка 3 курса группы 494 каф. физической и вычислительной механики ММФ ТГУ. E-mail: EkV-a@mail.ru

ПОТЕКАЕВ Александр Иванович – проф., д.ф.-м.н., директор СФТИ. E-mail: potekaev@spti.tsu.ru

РОГОЖНИКОВА Елена Григорьевна – аспирант 2-го года обучения каф. физики Амурского гуманитарно-педагогического государственного университета. E-mail: Steinbockh@mail.ru

РОГОЗИНСКИЙ Михаил Иванович – аспирант механико-математического факультета ТГУ 2-го года обучения. E-mail: Rogozinsky_mikhail@mail.ru

РУДАКОВ Илья Валентинович – студент 6 курса ФТФ ТГУ. E-mail: rudakov.iv@sibmail.com

РУСИН Николай Мартемьянович – к.т.н., с.н.с. ЛФХПМ, ИФПМ СО РАН. E-mail: rusinnm@mail.ru

РУСИНОВ Алексей Александрович – аспирант 1 курса Бирской государственной социально-педагогической академии. E-mail: irtysh2009@mail.ru

САВКИНА Надежда Валерьевна – аспирантка 2-го года обучения. ФТФ ТГУ. E-mail: rantera256@mail.ru

САДРЕТДИНОВ Шамиль Рахирович – лаборант каф. динамики полета ФТФ ТГУ. E-mail: shamil@sibmail.com

САЛГАНСКИЙ Евгений Александрович – к. ф.-м. н., сотрудник группы фильтационного горения отдела горения и взрыва ИПХФ РАН (г. Черногловка). E-mail: sea@icp.ac.ru

САМБАРОВ Георгий Евгеньевич – магистрант 1-го года обучения физического факультета Томского государственного университета. E-mail: detovelli@vtomske.ru

САФРОНОВ Александр Иванович – д. ф.-м.н., доц., проф. каф. информатики и вычислительной техники института математики, физики и информационных технологий Тольяттинского государственного университета. E-mail: Safr.A@mail.ru

СЕНАТОВА Ольга Александровна – студентка 4 курса ФТФ ТГУ. E-mail: senatova2@rambler.ru

СЕРГЕЕВА Анастасия Михайловна – к. ф.-м.н., с.н.с. Института машиноведения и металлургии ДВО РАН (г. Комсомольск-на-Амуре). E-mail: serg-nasty@mail.ru

СИДОРЕНКО Юрий Николаевич – к. ф.-м.н., доцент кафедры механики деформируемого твердого тела ФТФ ТГУ. E-mail: sid@strelka.ftf2.tsu.ru

СИНЯЕВ Сергей Витальевич – к.ф.-м.н., с.н.с., вед. науч. сотр. НИИ ПММ ТГУ. E-mail: ssv@niipmm.tsu.ru

СКОРЕНЦЕВ Александр Леонидович – технолог ЛФХПМ, ИФПМ СО РАН. E-mail: skoralexan@mail.ru

СКРИПНИЧЕНКО Павел Вадимович – аспирант каф. астрономии и геодезии Института естественных наук УрФУ. E-mail: savl-silverheart@rambler.ru

СКРИПНЯК Владимир Альбертович – д.ф.-м.н., проф. каф. механики деформируемого твердого тела ФТФ ТГУ. E-mail: skrp@ftf.tsu.ru

СКРИПНЯК Владимир Владимирович – студент 6 курса физико-технического факультета ТГУ. E-mail: skrp@ftf.tsu.ru

СКРИПНЯК Евгения Георгиевна – к.т.н., доц. ФТФ ТГУ. E-mail: skrp@ftf.tsu.ru

СКРИПНЯК Наталья Владимировна – студент 4 курса ФТФ ТГУ. E-mail: skrp@ftf.tsu.ru

СКУЛЬСКИЙ Олег Иванович – д.т.н., проф., в.н.с. лаборатории механики термопластов Института механики сплошных сред УрО РАН. E-mail: skul@icmm.ru

СЛАВНОВ Евгений Владимирович – д.т.н., проф., зав. лаб. механики термопластов Института механики сплошных сред УрО РАН. E-mail: slavnov@icmm.ru

СЛЕСАРЕВА Екатерина Юрьевна – аспирант каф. ГДУ Новосибирского государственного технического университета. E-mail: conf_npro@craft.nstu.ru

СМОЛИН Алексей Юрьевич – д.ф.-м.н., проф. каф. МДТТ ФТФ ТГУ. E-mail: asmolin@ispms.tsc.ru

СМОЛИН Игорь Юрьевич – д.ф.-м.н., доц., проф. каф. прочности и проектирования физико-технического факультета ТГУ, вед. научный сотрудник Института физики прочности и материаловедения СО РАН. E-mail: smolin@ispms.tsc.ru

СОВЕТОВА Юлия Валерьевна – аспирантка 1-го года обучения ФТФ ТГУ. E-mail: kasy@sibmail.com

СОЛОНЕНКО Виктор Александрович – к.ф.-м.н., с.н.с. НИИ ПММ ТГУ. E-mail: vik@niipmm.tsu.ru

СТЕПАНОВ Кирилл Александрович – студент НИТГУ, kirill.stepanov.90@mail.ru

СТРУЖАНОВ Валерий Владимирович – д.ф.-м.н., проф., гл.н.с. ИМАШ УрО РАН. E-mail: stru@imach.uran.ru

СУХОЯРСКИЙ Максим Андреевич – студент 4 курса ФТФ ТГУ. E-mail: skrp@ftf.tsu.ru

СЫЗДЫКОВ Елтуган Кимашевич – к.т.н., зам. ген. дир. ОАО ГосМКБ «Радуга» им. А.Я. Березняка. E-mail: raduga@dubna.ru

СЮСИНА Ольга Михайловна – м.н.с. НИИ Томского государственного университета. E-mail: kleo77@sibmail.com

ТАЗЕТДИНОВ Булат Ильгизович – аспирант 3 курса физико-математического факультета Бирской государственной социально-педагогической академии. E-mail: bulatbirsk@yandex.ru

- ТЕРНОВЫХ Елена Юрьевна – студентка 5 курса ФТФ ТГУ. Тел.: 89609787435
- ТИЗИЛОВ Андрей Сергеевич, аспирант Тольяттинского государственного университета. E-mail: andrewtizilov@mail.ru
- ТКАЧЕВА Анастасия Валерьевна – аспирант Института машиноведения и металлургии ДВО РАН (г. Комсомольск-на-Амуре). E-mail: 4nansi4@mail.ru
- ТОЛТАЕВА Ирина Сергеевна – студентка 4 курса ФТФ ТГУ. E-mail: toltira@yandex.ru
- ТОМИЛОВА Ирина Владимировна – асп. физического факультета Томского государственного университета. E-mail: irisha_tom@mail.ru
- ФАДЕЕВ Владимир Владимирович – студент 3 курса ФТФ ТГУ. E-mail: undead_nekromant@mail.ru
- ФИЛЬКОВ Александр Иванович – к. ф.-м.н., доц. каф. физической и вычислительной механики ММФ ТГУ. E-mail: filkov@mail.tsu.ru
- ХИМИЧ Маргарита Андреевна – студентка 3 курса ФТФ ТГУ. E-mail: shinju2902@tambo.ru
- ХОХЛОВ Виктор Александрович – к.т.н., доцент кафедры МДТТ ФТФ ТГУ. E-mail: potekaev@spti.tsu.ru
- ХУДОБИНА Юлия Петровна – к.ф.-м. н., с.н.с. НИИ ПММ ТГУ. E-mail: hudobina@mail2000.ru
- ЧАШИН Вадим Олегович – студент 3 курса ФТФ ТГУ. E-mail: chashchin91@gmail.com
- ЧИГЛИНЦЕВА Ангелина Сергеевна – к. ф.-м.н., ст. преп. каф. математического анализа и прикладной математики физико-математического факультета Бирской государственной социально-педагогической академии. E-mail: changelina@rambler.ru
- ЧИРКУНОВА Н.В. – соискатель, ассистент каф. общей и теоретической физики института математики, физики и информационных технологий Тольяттинского государственного университета. E-mail: Natchv@yandex.ru
- ЧУВАШОВ Иван Николаевич – м.н.с. 50 отдела НИИ ПММ ТГУ. E-mail: chuvashovin@gmail.com
- ЧУПАШЕВ Андрей Владимирович – студент 5-го года обучения ФТФ ТГУ. E-mail: chupashevav@gmail.com
- ЦЫРЕМПИЛОВА Наталья Сергеевна – студентка 5 курса физического факультета ТГУ. E-mail: SergNat_90@mail.ru
- ШАГИЕВА Файруза Ингелевна – ассистент каф. информатики и ИТО физико-математического факультета Бирской государственной социально-педагогической академии. E-mail: ShagFI@mail.ru
- ШАДРИН Владимир Сергеевич – студент 3 курса ФТФ ТГУ. E-mail: vshadrin91@gmail.com
- ШВАБ Александр Вениаминович – д. ф.-м.н., проф. каф. прикладной аэродинамики ФТФ ТГУ. E-mail: avshvab@sibmail.com
- ШЕРЕМЕТ Михаил Александрович – доцент кафедры теоретической механики механико-математического факультета ТГУ. E-mail: Sheremet@math.tsu.ru
- ШИПАЧЕВ Александр Николаевич – к.ф.-м.н., лаборант каф. механики деформируемого твердого тела ТГУ. E-mail: alex18023@mail.ru
- ШТЕЙНБЕРГ Александр Семенович – д.ф.-м.н., проф., гл. научный сотрудник ИХФ РАН (г. Москва).
- ШТЕЙНБРЕХЕР Ольга Александровна – магистрант 1 года обучения факультета информационных технологий НФИ КемГУ. E-mail: olga_sht@mail.ru
- ШУЛАЕВА Ирина Викторовна – студентка 4 курса ФТФ ТГУ. E-mail: shylik@sibmail.com
- ЮМАГУЛОВА Юлия Александровна – аспирант 2 курса физико-математического факультета Бирской государственной социально-педагогической академии. E-mail: ym_julia@mail.ru
- ЮРЛОВА Надежда Юрьевна – студентка 6 курса ФТФ ТГУ. E-mail: yurlovanadia@mail.ru
- ЮШИН Валентин Дмитриевич – доц., д.т.н., проф. каф. технологии металлов и авиационного материаловедения СГАУ

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
------------------	---

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

<i>Глазырин В.П., Орлов М.Ю., Орлов Ю.Н.</i> Исследование процессов ударно-взрывного нагружения поликристаллического льда.....	5
<i>Димитриенко Ю.И., Соколов А.П.</i> Исследование процессов разрушения композиционных материалов на базе метода асимптотической гомогенизации	13

С Е К Ц И Я 1

ВЗРЫВНЫЕ, ДЕТОНАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ И СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА ПРИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

<i>Вагнер С.А., Крайнов А.Ю., Салганский Е.А.</i> Моделирование фильтрационного горения системы углерод – инертный материал при послышной загрузке	20
<i>Дементьев А.А., Крайнов А.Ю.</i> Влияние концентрации горючего на скорость распространения пламени в газовой смеси с инертными частицами.....	24
<i>Домуховский А.М., Буркина Р.С.</i> Режимы зажигания конденсированного вещества мощным импульсом излучения	29
<i>Жильцов К.Н., Штейнберг А.С., Горельский В.А.</i> Анализ влияния уровня грунтовых вод на самовоспламенения торфа под воздействием колебаний температуры окружающей среды...	32
<i>Красновейкин В.А., Козулин А.А., Скрипяк В.А.</i> Постановка задачи и моделирование процесса интенсивной пластической деформации сплавов с учетом структуры и повреждений материала.....	35
<i>Левихина А.В.</i> Исследование расходных характеристик форсунок.....	38
<i>Мух Т.А.</i> Исследование движения частиц оксида урана в реакторе с учетом влияния теплообмена..	42
<i>Олиптиева Н.В., Шипачев А.Н., Зелепугин С.А.</i> Температурные поля в металлах при высокоскоростном резании.....	45
<i>Тизлов А.С.</i> Пределы распространения пламени в потоке аэрозвеси частиц алюминия	48
<i>Юрлова Н.Ю., Архипов В.А., Жарова И.К.</i> Анализ модифицированного метода измерения интегрального коэффициента излучения	51

С Е К Ц И Я 2

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ, АЛГОРИТМЫ, ПРОГРАММЫ И ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

<i>Ажермачев А.В., Немировский Ю.В.</i> Проектирование равнопрочной ребристой деревянной плиты 54	
<i>Азин А.В., Марицкий Н.Н., Пономарев С.А., Пономарев С.В.</i> Разработка метода испытания электронных плат с чипами с BGA- и CGA-корпусами на механические воздействия	58
<i>Алексеева К.Г., Борзенко Е.И.</i> Исследование течения степенной жидкости в канале с внезапным расширением.....	61
<i>Анишеева Г.М., Смолин А.Ю.</i> Компьютерное моделирование процесса наноиндентирования методом подвижных клеточных автоматов	64
<i>Анфёров С.Д., Скульский О.И., Славнов Е.В.</i> Моделирование течения пластически деформирующейся пористой среды.....	66
<i>Бектемиров Н.А., Макаров П.В.</i> Моделирование обрушения кровли над выработанным пространством как стадия разрушения с обострением.....	68
<i>Бондарева Н.С., Шеремет М.А.</i> Численный анализ режимов термогравитационной конвекции магнитной жидкости в замкнутой кубической полости	72
<i>Бурмашева Н.В., Стружанов В.В.</i> Метод Ньютона–Канторовича расчета неединственных равновесий механической системы, растягивающей куб из разупрочняющегося материала при задании сил и перемещений.....	76
<i>Астанин А.В., Гойко В.Л.</i> Применение облачных вычислений для решения задачи взаимодействия ударной волны с взрывозащитными сооружениями.....	80
<i>Губанов С.М., Крайнов Д.А.</i> Численное моделирование кондиционирования производственного помещения.....	82
<i>Дьякова О.А., Борзенко Е.И.</i> Течение вязкой жидкости в изогнутом канале при неизотермических условиях	86
<i>Евсеев Н.С., Садретдинов Ш.Р., Шваб А.В.</i> Математическое моделирование турбулентного течения в вихревой камере.....	89
<i>Евтушенко Е.П.</i> Моделирование посадки кровли при ведении выемочных работ в шахте	92

<i>Еремин М.О.</i> Изучение нелинейных свойств динамических систем на примере расчета НДС композита	95
<i>Жильцов К.Н., Горельский В.А.</i> Применение метода конечных элементов для исследования самовоспламенения торфа в осесимметричной постановке	97
<i>Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н., Сыздыков Е.К., Жаворонков А.В.</i> Проблемы моделирования совместных аэрогазодинамических процессов обтекания и внутреннего теплопереноса в конструкциях оболочек перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов	100
<i>Исайченков А.Б.</i> Расчет котельной установки для подогрева водяного пара	103
<i>Калашиникова А.А., Буякин А.В.</i> Моделирование вертикального трубопровода для транспортировки газогидратной эмульсии из морских глубин	107
<i>Кияшко А.В.</i> О задаче термоупругого деформирования пространственных конструкций	109
<i>Коледин В.В.</i> К линейной теории развития неустойчивости парогазового пузырька	112
<i>Кулишов А.А., Солоненко В.А.</i> Компьютерное моделирование рамки прибора при механическом воздействии	115
<i>Масалимов Д.Р., Борзенко Е.И.</i> Использование метода VOF для расчета процесса заполнения плоского канала	117
<i>Некрасова В.С., Козулин А.А., Сухоярский М.А., Скрипняк Н.В.</i> Численное решение задачи определения деформации и разрушения легких листовых сплавов при динамических испытаниях	119
<i>Орлов С.С.</i> Интегриродифференциальное уравнение продольных колебаний вязкоупругого стержня: разрешимость начально-краевых задач и их точные решения	123
<i>Рогожников Е.Г.</i> Исследование деформированного состояния ледяного покрова в условиях мелководья при движении двух нагрузок	126
<i>Рогозинский М.И.</i> О к-вполне транзитивности некоторых классов вполне разложимых абелевых групп без кручения	128
<i>Сенатова О.А., Люкшин Б.А., Бочкарева С.А.</i> Постановка и численная реализация тестовой задачи для задачи определения напряженно-деформированного состояния структурно-неоднородных материалов	130
<i>Советова Ю.В., Сидоренко Ю.Н.</i> Перколяционный подход к оценке прочности композита	133
<i>Тазетдинов Б.И.</i> Математическое моделирование процесса разложения метастабильного газогидрата в диффузионном режиме	135
<i>Терновых Е.Ю.</i> Конформное отображение прямолинейной полосы на криволинейную полосу с заданными границами	138
<i>Сергеева А.М., Ткачева А.В.</i> Исследование напряженно-деформированного состояния ледяного покрова, находящегося под воздействием ледокольной приставки в виде катамарана	140
<i>Худобина Ю.П.</i> Источник, движущийся в стратифицированной жидкости	143
<i>Шагеева Ф.И.</i> Движение водяного пара в трубчатом канале, сопровождаемое его конденсацией	146
<i>Штейнбрехер О.А., Бурнышева Т.В.</i> Возможности пакета программ математического моделирования задач механики неоднородных конструкций	149
<i>Юмагулова Ю.А.</i> Нагревание жидкости в замкнутом объеме, сопровождаемое вскипанием вблизи границы	151

С Е К Ц И Я 3

ИССЛЕДОВАНИЯ НОВЫХ ПЕРСПЕКТИВНЫХ МАТЕРИАЛОВ
В ПРИЛОЖЕНИЯХ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

<i>Асташова Т.А., Козлова А.В.</i> Структура керамик из оксидных порошковых систем	155
<i>Булышко Д.Ю., Грабовецкая Г.П.</i> Влияние легирования водородом на локализацию деформации субмикроструктурного сплава Ti-6Al-4V	157
<i>Бурлаченко А.Г., Козлова А.В.</i> Структура керамики из бифракционных порошковых систем	160
<i>Воробьев А.С.</i> Возможность регулировки степени очистки жидкости от частиц мелкой фракции	163
<i>Воронин С.В., Юшин В.Д., Бунова Г.З., Малинин М.И.</i> Учет реальной структуры сплава АД1М при компьютерном моделировании процесса вытяжки полой цилиндрической детали	167
<i>Галсанов С.В., Потеев А.И., Хохлов В.А.</i> Модель с шаровым ядром для анализа пластически деформированных зон	169
<i>Галсанов С.В., Потеев А.И., Хохлов В.А.</i> Структура поверхностных слоев, сформированная глубокими неоднородными пластическими деформациями никелида титана	173
<i>Дубинова А.Д., Смолин И.Ю.</i> Численный анализ изменения напряженно-деформированного состояния при продвижении горной выработки перед обрушением основной кровли	176
<i>Зиновьева О.С., Зиновьев А.В.</i> Моделирование деформации поликристаллических стальных образцов с учетом трехмерной внутренней структуры	179
<i>Исайченков А.Б.</i> Расчетно-теоретическое определение параметров опытно-экспериментальной установки брикетирования бурого угля без связующего	182

<i>Коробенков М.В., Козулин А.А., Скрипняк В.А., Жармухамбетова А.М.</i> Исследование деформационных эффектов в наноструктурных композиционных и керамических материалах при испытании на трехточечный изгиб	186
<i>Дедова Е.С., Косарев П.В., Попова Т.А.</i> Синтез и структура вольфрамата циркония ZrW_2O_8 с аномальным тепловым расширением	189
<i>Марицкий Н.Н., Азин А.В., Пономарев С.А., Пономарев С.В.</i> Разработка метода прогнозирования разрушения материалов для радиоэлектроники	191
<i>Миколайчук М.А., Князева А.Г.</i> Диффузия в поликристаллическом теле под нагрузкой	194
<i>Надежкин М.В., Мальцев А.Д., Баранникова С.А.</i> Исследование локализации пластической деформации ОЦК сплавов	197
<i>Пасенова А.Д., Попова Н.А., Калашиников М.П., Никоненко Е.Л., Конева Н.А.</i> Влияние температуры деформации на зеренную структуру и фазовый состав сплава Ni_3Al , легированного бором и гафнием	200
<i>Рудаков И.В., Смолин И.Ю., Дядьков П.Г.</i> Моделирование напряженно-деформированного состояния элементов земной коры Алтае-Саянской складчатой области	202
<i>Русинов А.А., Чиглицева А.С.</i> Математическое описание образования гидрата при течении многофазного потока в вертикальном канале	205
<i>Сенатова О.А., Люшкин Б.А., Бочкарева С.А.</i> Определение напряженно-деформированного состояния структурно-неоднородных материалов	208
<i>Скоренцев А.Л., Русин Н.М.</i> Механизм упрочнения сплава Al-20Sn при РКУП	211
<i>Слесарева Е.Ю., Гуськов А.В., Милевский К.Е.</i> Анализ конструкций медного и стального ведущих поясков по деформированному состоянию в процессе врезания	214
<i>Фадеев В.В.</i> Двойственная морфология циркониевой керамики при эвтектидном распаде	217
<i>Чиглицева А.С., Кунсбаева Г.А.</i> Течение многофазного потока в вертикальном канале, сопровождающегося разложением гидрата	219
<i>Шадрин В.С.</i> Изучение режима первичной кристаллизации порошков $ZrO_2-Y_2O_3$ методом горячей рентгеновской дифрактометрии	222
<i>Надежкин М.В., Шулаева И.В., Баранникова С.А.</i> Исследование локализации пластической деформации при электролитическом наводороживании титанового сплава	225

СЕКЦИЯ 4

БАЛЛИСТИКА И НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА

<i>Костюшин К.В., Ворожейкина Д.А.</i> Разработка газодинамического калькулятора для расчета параметров сопел Лавала	228
<i>Дьячковский А.С., Чупашев А.В.</i> Использование высокоскоростной камеры CORDIN 530 для визуализации баллистических экспериментов	230
<i>Зоркин В.А., Сафронов А.И., Чиркунова Н.В.</i> Изучение баллистических возможностей лабораторной установки с присоединенными камерами подгона	233
<i>Кветинская А.В.</i> Аэродинамические характеристики цилиндрических тел в зависимости от числа Рейнольдса, числа Маха и удлинения корпуса при угле атаки, не равном нулю	235
<i>Киреева А.А., Синяев С.В.</i> Математическая модель работы электромагнитного датчика скорости быстролетящих тел	237
<i>Кожамуратов Х.К.</i> Взаимовлияние составляющих вращений тела в сферическом движении	241
<i>Савкина Н.В., Биматов В.И.</i> Сходимость алгоритма прямого поиска в задачах траекторной баллистики	244
<i>Дьячковский А.С., Фарапонов В.В., Чупашев А.В.</i> Особенности эксплуатации измерительной аппаратуры баллистической трассы на околосветовых скоростях	247
<i>Александрова А.Г.</i> Особенности орбитальной динамики совокупности неуправляемых объектов геостационарной зоны	250
<i>Амосов М.С.</i> Моделирование опасных тесных сближений АСЗ на основе теории резонансного возврата	253
<i>Батурин А.П., Антонов Д.Б.</i> Использование радарных наблюдений при улучшении орбит астероидов	257
<i>Белей Д.А., Галушина Т.Ю.</i> Прикладная программная система для визуализации вероятностной орбитальной эволюции астероидов	261
<i>Борокинонова О.Н., Сюсина О.М.</i> Анализ способов оценивания нелинейности в задачах построения областей возможных движений малых тел Солнечной системы	264
<i>Вотчель И.А., Батурин А.П.</i> Влияние разрывов производных координат Солнца и Луны на точность прогнозируемого движения ИСЗ	267
<i>Каратаев Е.В.</i> Моделирование задачи определения орбиты низколетящего ИСЗ по измерениям системы ГЛОНАСС	272
<i>Кузнецова Е.В.</i> Развитие и исследование алгоритмов решения задач локальной геодинамики с использованием GPS/ГЛОНАСС-станций	276

<i>Медведев И.В., Баныцкова М.А.</i> Разработка интерфейса к численной модели астероидного движения	280
<i>Самбаров Г.Е., Сюсина О.М.</i> Влияние систематических ошибок на точность построения областей возможных движений малых тел Солнечной системы	283
<i>Скрипниченко П.В., Галушина Т.Ю., Кайзер Г.Т.</i> Исследование точности позиционных наблюдений и численных моделей движения астероидов	286
<i>Томилова И.В., Чувашиов И.Н.</i> Вековые резонансы как источник хаотичности в долговременной орбитальной эволюции неуправляемых объектов СРНС в области МЕО	291
<i>Цыремтилова Н.С., Баныцкова М.А.</i> Эффективность итерационных методов при численном определении орбиты КА по ГЛОНАСС-измерениям	294

С Е К Ц И Я 5

МАТЕМАТИКА, МЕХАНИКА И ИНФОРМАТИКА ДЛЯ МОЛОДЫХ ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ
И УЧАЩИХСЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ШКОЛ И ЛИЦЕЕВ

<i>Казанцева А.И., Андреюк С.М., Фильков А.И.</i> Определение термокинетических постоянных процесса пиролиза различных видов торфа	297
<i>Берестова Е.В., Берестова С.А.</i> Особенность поведения вращающихся тел	298
<i>Бодров А.С., Сухоярский М.А., Козулин А.А., Скрипняк Н.В.</i> Отработка режимов равноканального углового прессования призматических образцов из легких конструкционных сплавов	301
<i>Браславская О.Б., Гендрина И.Ю.</i> Приближенные методы решения интегродифференциального уравнения переноса	305
<i>Ли Ю.В., Скрипняк Е.Г., Скрипняк В.В., Козулин А.А., Кульков С.С.</i> Определение трещиностойкости конструкционной керамики с помощью микротвердомера Виккерса	308
<i>Попов А.С., Сидоренко Ю.Н.</i> Разработка модуля препроцессора на базе GiD	311
<i>Попцова Е.В., Фильков А.И.</i> Особенности торфяной пожарной опасности	314
<i>Степанов К.А.</i> Преимущества генетических алгоритмов для оптимизации траектории вхождения в атмосферу	316
<i>Синяев С.В., Толтаева И.С.</i> Расчеты индукционного нагрева полых цилиндрических проводников в магнитном поле соленоида	318
<i>Химич М.А., Ковалевская Ж.Г.</i> Изучение взаимодействия серпентина с железом при формировании защитного металлокерамического покрытия	322
<i>Чащин В.О.</i> Метод получения циркониевых наностержней	324
<i>Фильков А.И., Гладкий Д.А.</i> Низкотемпературная сушка торфа в естественных условиях	326
<i>Глазырин В.П., Орлов М.Ю., Орлова Ю.Н.</i> Компьютерное моделирование процесса внедрения крупно-габаритного ударника в ледово-водные среды	329
НАШИ АВТОРЫ	335



Физико-математический кружок
им. М.В. Ломоносова «Юный механик»
НИИ прикладной математики и механики ТГУ

Приглашаются старшеклассники, гимназисты и лицеисты, а также студенты младших курсов технических специальностей в физико-математический кружок им. М.В. Ломоносова «Юный механик», созданный на базе отдела механики деформируемого твердого тела НИИ ПММ Томского государственного университета. Физико-математический кружок был организован в 2010 г. в рамках ФЦП «Кадры» с целью популяризации научных исследований и закрепления молодых кадров в сфере науки, образования и инноваций.

Вы научитесь программировать на языке объектно-ориентированного программирования СИ++, проведете физические эксперименты на уникальных баллистических установках, примете участие в молодежных научных конференциях. Ознакомитесь с передовыми методиками расчета динамического нагружения материалов, не имеющих аналогов в мировой практике численного моделирования быстропротекающих процессов, а главное – проведете свое ПЕРВОЕ научное исследование.

Добро пожаловать в удивительный мир науки!

*Научный руководитель Орлов М.Ю.
orloff_m@mail.ru*

Научное издание

Труды Томского государственного университета

Т. 282

Серия физико-математическая:

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ
СОВРЕМЕННОЙ МЕХАНИКИ
СПЛОШНЫХ СРЕД И НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ

Материалы II Всероссийской Молодёжной научной конференции,
посвященной 50-летию физико-технического факультета
Томского государственного университета
(11–13 апреля 2012 г.)

Редактор *В.Г. Лихачева*
Компьютерная верстка *Г.П. Орлова*

Подготовано в печать 09.10.2012 г. Формат 70x108¹/₁₆
Печ. л. 21,1; усл. печ. л. 29,6; уч.-изд. л. 29,1.
Тираж 100. Заказ

ООО «Издательство ТГУ», 634029, г. Томск, ул. Никитина, 4
ООО «Интегральный переплет», 634040, г. Томск, ул. Высоцкого, 28, стр. 1