



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

***АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ  
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ  
ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ***

Томск  
2009

Рецензенты:

Профессор кафедры Математической физики А.Ю. Крайнов (Томский государственный университет)

Учебно-методическое пособие составлено для проведения самостоятельной работы и практических занятий студентов по курсу «Теория тепломассообмена» при подготовке бакалавров по направлениям 140400 – Техническая физика и выпускников по специальности 140303 – Физика кинетических явлений на физико-техническом факультете ТГУ.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке грантов РФФИ № 08–08–90701 моб\_ст

Составители:

Ю.Н. Рыжих, А.В. Шваб

Аналитические методы решения задач теплопроводности:  
Учебно-методическое пособие. Томск: Том. ун-т, 2009. 114 с.

## Оглавление

ОГЛАВЛЕНИЕ .....	3
<b>ГЛАВА 1. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ.....</b>	<b>4</b>
ВВЕДЕНИЕ .....	4
ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ.....	5
<i>Температурное поле</i> .....	6
<i>Температурный градиент</i> .....	6
<i>Тепловой поток. Закон Фурье</i> .....	6
<i>Коэффициент теплопроводности</i> .....	6
<i>Дифференциальное уравнение теплопроводности</i> .....	6
ЛИТЕРАТУРА .....	7
ОСНОВНАЯ.....	7
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ .....	8

# Глава 1. Общая теория

## Введение

Процессы переноса тепла являются одним из основных разделов современной науки и имеют большое практическое значение в стационарной и промышленной энергетике, в технологических процессах химической, строительной, легкой и других отраслей промышленности. Например, расчет тепловых аппаратов, работающих при нестационарном режиме, расчет ограждающих конструкций в условиях переменных тепловых воздействий (теплоизоляция зданий, печей, трубопроводов), нагревание машин, температурные напряжения в мостах и многие другие вопросы связаны с решением задач нестационарной теплопроводности.

Особые значения приобретают вопросы нестационарного теплообмена в реактивной и ракетной технике, где тепловая аппаратура работает в условиях нестационарного режима.

Таким образом, аналитическая теория теплопроводности находит самое широкое применение в решении различных технических проблем.

При соприкосновении двух тел, имеющих различную температуру, происходит обмен энергией движения структурных частиц (молекул, атомов, свободных электронов) вследствие чего интенсивность движения частиц тела, имевшего меньшую температуру, увеличивается, а интенсивность движения частиц с более высокой температурой уменьшается. В результате одно из соприкасающихся тел нагревается, а другое остывает. Поток энергии, передаваемой частицами более горячего тела частицам более холодного, называется тепловым потоком.

Таким образом, для возникновения теплового потока, т.е. процесса теплообмена между различными областями пространства, заполненного вещественной средой, необходимо и достаточно, чтобы в этих областях имели место неодинаковые температуры.

В вещественной среде распространение тепла всегда связано с тепловым движением структурных частиц. Однако непосредственный перенос определенных порций теплоты из одной области в другую может происходить не только в результате последовательного обмена энергией частиц, заполняющих пространство между рассматриваемыми областями, но и в результате перемещения состоящих из большого количества молекул объемов среды.

Процесс распространения тепла только вследствие движения структурных частиц называется *теплопроводностью*, а процесс теплопередачи, обусловленный перемещениями молярных объемов среды, – конвекцией.

Таким образом, существуют три способа переноса тепла: теплопроводность (кондукция), перемешивание (конвекция) и излучение (радиация). В действительных процессах все эти три способа теплообмена обычно сопутствуют друг другу и часто связаны с переносом массы (диффузией), т.е. имеет место сложный тепло – и массообмен.

В теории теплопередачи расчет сложного теплообмена осуществляется с помощью методов, обобщающих результаты изучения каждого из трех первичных способов переноса тепла. Следовательно, основным методом теории теплопередачи, является разделение сложного теплообмена на его составляющие по способу переноса тепла и изучение этих составляющих методами математической физики и научного опыта.

При рассмотрении сложного теплообмена с сильно меняющимися в пространстве и времени температурными полями могут возникать задачи, которые не сводятся к моделям с квазиавтономными частными процессами теплообмена. В этих случаях понятия коэффициентов теплопередачи и теплоотдачи вообще лишены отчетливого смысла. Необходима постановка задачи, в достаточно общей форме описывающей как механизмы теплопереноса в отдельных элементах системы, так и их взаимодействия на границах раздела тел и фаз. Такие задачи называются сопряженными, и их конкретное рассмотрение, как правило, весьма индивидуализировано конкретными краевыми условиями. Общая же их постановка всегда опирается на основные уравнения, которые будут рассмотрены в последующих главах.

## **Теплопроводность**

Современное представление физики природных явлений вообще и теплопроводности в частности возможно описать и исследовать на основе феноменологического и статистического методов.

Метод описания процесса, игнорирующий микроскопическую структуру вещества, рассматривающий его как сплошную среду (континуум), называется феноменологическим.

Феноменологический метод исследования дает возможность установить некоторые общие соотношения между параметрами, характеризующими рассматриваемое явление в целом. Феноменологические законы носят весьма общий характер, а роль конкретной физической среды учитывается коэффициентами, определяемыми непосредственно из опыта.

Другой путь изучения физических явлений основан на изучении внутренней структуры вещества. Среда рассматривается как некоторая физическая система, состоящая из большого числа молекул, ионов или

электронов с заданными свойствами и законами взаимодействия. Получение макроскопических характеристик по заданным микроскопическим свойствам среды составляет основную задачу такого метода, называемого статистическим.

Как первый, так и второй метод обладают своими достоинствами и недостатками.

Феноменологический метод позволяет сразу установить общие связи между параметрами, характеризующими процесс, и использовать экспериментальные данные, от точности которых зависит и точность метода. В этом и заключается достоинство феноменологического подхода при изучении явления.

Однако сам факт проведения эксперимента для определения характеристик физической среды одновременно является и недостатком метода.

Статистический метод позволяет получить феноменологические соотношения на основании заданных свойств микроскопической структуры среды без дополнительного проведения эксперимента – в этом его достоинство. Недостатком статистического метода является его сложность.

В основу исследования процессов теплопроводности положен феноменологический метод. Аналитическая теория теплопроводности игнорирует молекулярное строение вещества и рассматривает вещество как сплошную среду. Такой подход правомерен, если размеры объектов исследования достаточно велики по сравнению с расстояниями эффективного межмолекулярного взаимодействия.

**Температурное поле**

**Температурный градиент**

**Тепловой поток. Закон Фурье**

**Коэффициент теплопроводности**

**Дифференциальное уравнение теплопроводности**

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0, \quad (1.1.1)$$

где  $x$  – независимая переменная.

## Литература

### Основная

1. *Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С.* Теплопередача. М.: Энергия, 1975. 485 с.
2. *Кутателадзе С.С.* Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 415 с.
3. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. М.: «Высшая школа», 1967. 600 с.
4. *Беляев Н.М., Рядно А.А.* Методы теории теплопроводности. М.: «Высшая школа», 1982. 327 с.
5. *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.

## Дополнительная

1. *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989. 536 с.
2. *Ортега Дж., Пул У.* Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 288 с.
3. *Боглаев Ю.П.* Вычислительная математика и программирование. М.: Высшая школа, 1990. 534 с.
4. *Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.* Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 280 с.
5. *Арушанян О.Б., Залеткин С.Ф.* Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений на Фортране. М.: Издательство МГУ, 1990. 336 с.
6. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.С., Кобельков Г.М.* Численные методы. М.: Наука, 1987.
7. *Хайрер Э., Нерсетт С., Виннер Г.* Решение ОДУ. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990.
8. *Ши Д.* Численные методы в задачах теплообмена. М.: Мир, 1988. 544 с.
9. *Самарский А.А., Николаев Е.С.* Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978. 592 с.
10. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС, 2003. 784 с.
11. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Аддитивные схемы для задач математической физики. М.: Наука, 2001. 319 с.
12. *Яненко Н.Н.* Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.